기초회로이론 기말고사 정답지 (2015.6.13 시행)

#1. [20점]

(a) [3점]

V_L이 $240 + j0$ V 이므로, line에서의 전류 I는

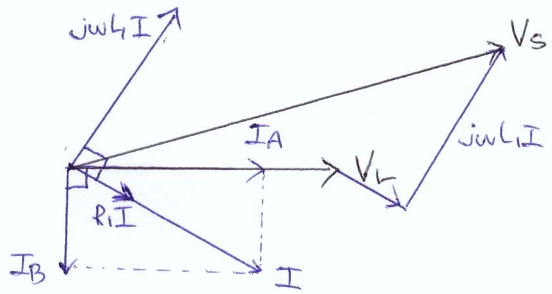
$$I = \frac{240}{R_2} + \frac{240}{j\omega L_2} = \frac{240}{24} + \frac{240}{j \cdot 32} = 10 - 7.5j \text{ A}$$ 이다.

$$\therefore V_S = (R_1 + j\omega L_1)I + V_L \quad \text{(KVL에 의해서)}$$

$$= (0.1 + 0.8j)(10 - 7.5j) + 240$$

$$= 247 + 7.25j \doteq 247.11 \angle (1.68^\circ)$$ — 1점

• V_S의 페이저도



— 2점

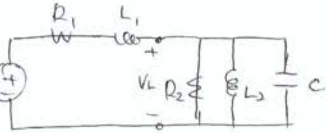
그림에서의 $I = I_A + I_B$ 이므로, 벡터합에 의하여 I를 구할수 있고, KVL에 의하여 $V_S = R_1 I + j\omega L_1 I + V_L$ 이므로, 이를 이용하여 벡터합에 의해 V_S를 구할수 있다.

[채점기준]

- V_S는 답이 맞으면 1점, 그 외에는 0점
- 페이저도에서 $I = I_A + I_B$ 임을 이용하여 올바르게 그린 경우 +1점
  (I를 그리지 않은 경우 점수 없음)
- V_L, I로부터 올바르게 V_S를 구한 경우에만 2점 부여
  ($R_1 I$, $j\omega L_1 I$는 90° 차이임과 KVL로부터의 벡터합을 올바르게 한 경우)

(b) [3점] 용량성부하(C)를 L_2에 병렬로 연결하면, 아래의 그림과 같다

line에서의 전류 $I = \dfrac{240}{R_2} + \dfrac{240}{j\omega L_2} + \dfrac{240}{\frac{1}{j\omega C}}$



$= \dfrac{240}{24} + \dfrac{240}{j\cdot 32} + \dfrac{240}{-26.9j}$

$\doteqdot 10 + 1.42j$ A

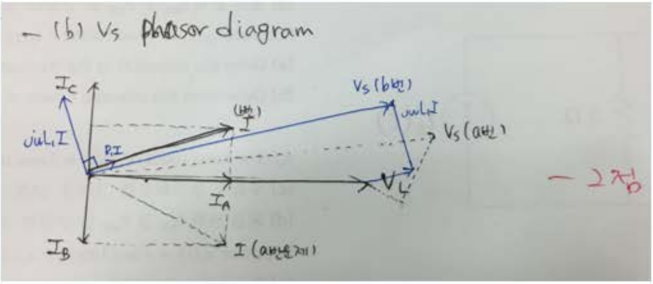
$\therefore V_s = (R_1 + j\omega L_1) I + V_L$ (KVL에 의해서)

$= (0.1+0.8j)(10+1.42j) + 240$

$\doteqdot 239.86 + 8.14j \doteqdot 240 \angle (1.94^\circ)$ — 1점

[혹은 $239.998 \angle (1.94^\circ)$]

◦ V_s의 페이저도 (용량성부하에 흐르는 전류를 I_C라 하자).



— 2점

용량성부하를 달게되면 $I = I_A + I_B + I_C$ 이므로 벡터합에 의해 I를 구할수있다.
이 경우 (a)번문제보다 작은 I가 구해진다. (I_C에 의해)
이로부터 마찬가지로 KVL에 의해 $V_s = R_1 I + j\omega L_1 I + V_L$ 을 벡터합에 의해 그릴수있다. 이때도 (a)번문제의 V_s보다 크기가 작은 V_s를 얻을수 있다.

[채점기준]

— V_s는 답이 맞으면 1점, 그외에는 0점

— 페이저도에서 $I = I_A + I_B + I_C$ 임을 이용하여 올바르게 그린경우 +1점
((a)번에서의 I보다 크기가 작은 벡터인 경우만 인정)

— V_L, I로부터 올바르게 V_s를 구한 경우에만 +2점부여
(I가 없는 경우에는(틀린경우 포함) 점수없음)

(c) [4점]

- (a)문제에서 line에서의 전력손실

line에서의 전류 $I = 10 - 7.5j \doteqdot 12.5\angle(-36.87^\circ)$

$\therefore P = \frac{(12.5)^2}{2} \times 0.1 = \underline{7.8125\ W}$ −1점

- (b)문제에서 line에서의 전력손실

line에서의 전류 $I = 10 + 1.42j \doteqdot 10.1\angle(8.08^\circ)$

$\therefore P = \frac{(10.1)^2}{2} \times 0.1 = \underline{5.1005\ W}$ −2점

$\therefore$ (b)에서의 line에서의 전력손실이 더 작다. −1점

[채점기준]

- 각각에 대해서 답이 맞는 경우에만 점수부여 ((a) +1점, (b) +2점)
- 단위를 쓰지 않으면 각각의 경우에 −1점씩
- power loss 를 (a)와 (b)의 경우 비교가 없거나 틀리면 −1점

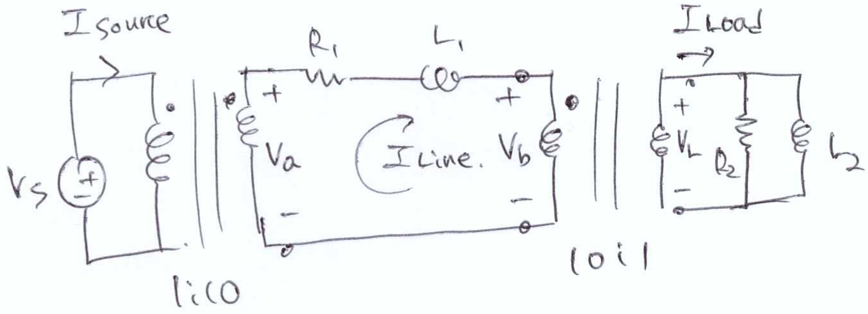
(d) [4점]

(a)~(c) 에서 미루어 보았을때 일반 시스템에서 용량성부하 (c) 를 병렬로 연결하게 되면, 동일한 V_L 전달에 대해서 낮은 V_S 값을 사용할수 있다. (2점) (이는 (a)와 (b)의 결과에서 알수 있다). 또한, 용량성부하를 추가함으로 인해서 동일한 V_L 에 대해 line 에서의 전력손실을 줄일 수 있다. (2점) (이는 (c)의 결과에서 알수있다)

[채점기준]

- 두가지 이유를 올바르게 서술한경우 +4점 (개당 +2점)
- 이외에 논리적으로 맞는 경우에만 점수부여
- 기타 0점

(e) [6점]



ideal-transformer 성질에 의하여, $V_b = \frac{10}{1} V_L = 2400 + 0j$

$I_{Line} = \frac{1}{10} I_{Load}$ 을 만족한다. $\left(I_{Load} = 10 - 7.5j \; (= 12.5 \angle (-36.87^\circ)) \right)$

$\therefore I_{Line} = 1 - 0.75j$

$V_a = (R_1 + j\omega L_1) I_{Line} + V_b$ 에서

$= (0.1 + 0.8j)(1 - 0.75j) + 2400$

$= 2400.7 + 0.725j$

ideal-transformer 성질에 의해, $V_s = \frac{1}{10} V_a = 240.07 + 0.0725j$

$\therefore V_s = 240.07 + 0.0725j \fallingdotseq 240.07 \angle (0.017^\circ)$ — 2점

line에서의 전력손실은 $I_{Line} = 1 - 0.75j \fallingdotseq 1.25 \angle (-36.87^\circ)$ 에서

$P = \frac{(1.25)^2}{2} \times 0.1 \fallingdotseq \underline{0.078 \text{ W}}$ — 2점

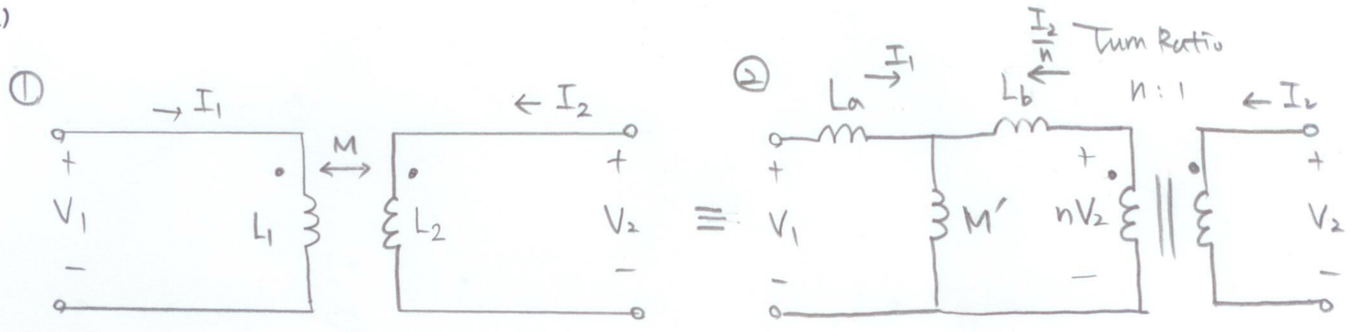
∴ (a)의 상황과 비교하였을때 ideal-transformer 를 이용하였을때 동일한 V_L 전달에 대해 낮은 V_s 값을 이용할 수 있고, 만일 동일한 V_s 라고 가정하였을때는, 승압을 해서 보내고 감압을 해서 Load 로 보낼때 (ideal-transformer 를 이용한 경우) line 부분에서의 전력손실을 줄일 수 있다. — 2점.

[채점기준]

- V_s, line에서의 전력 손실은 정답이 맞을 경우에만 각 2점씩 부여 +4점
- 이유를 논리적으로 설명하고, 비교와 ideal-transformer의 역할을 잘 설명할 경우 +2점 (승압/감압에 대한 개념과 power-loss (line에서) 에 대한 개념 반드시 포함)

#2. Solution.

(a)



①

$$V_1 = j\omega L_1 I_1 + j\omega M I_2$$

$$V_2 = j\omega L_2 I_2 + j\omega M I_1$$

②

$$V_1 = j\omega L_a I_1 + j\omega M' \left(I_1 + \frac{I_2}{n} \right)$$

$$nV_2 = j\omega L_b \frac{I_2}{n} + j\omega M' \left(I_1 + \frac{I_2}{n} \right)$$

$$\hookrightarrow V_2 = j\omega L_b \cdot \frac{I_2}{n^2} + j\omega M' \left(\frac{I_1}{n} + \frac{I_2}{n^2} \right)$$

① 번식을 변형하여 ② 번식의 전류로 표현하면

③

$$V_1 = j\omega (L_1 - M^*) I_1 + j\omega M^* \left(I_1 + \frac{I_2}{n} \right)$$

$$V_2 = j\omega (L_2^* - M^*) \cdot \frac{I_2}{n^2} + j\omega M^* \left(\frac{I_1}{n} + \frac{I_2}{n^2} \right)$$

, where $M^* = nM$, $L_2^* = n^2 \cdot L_2$

② = ③

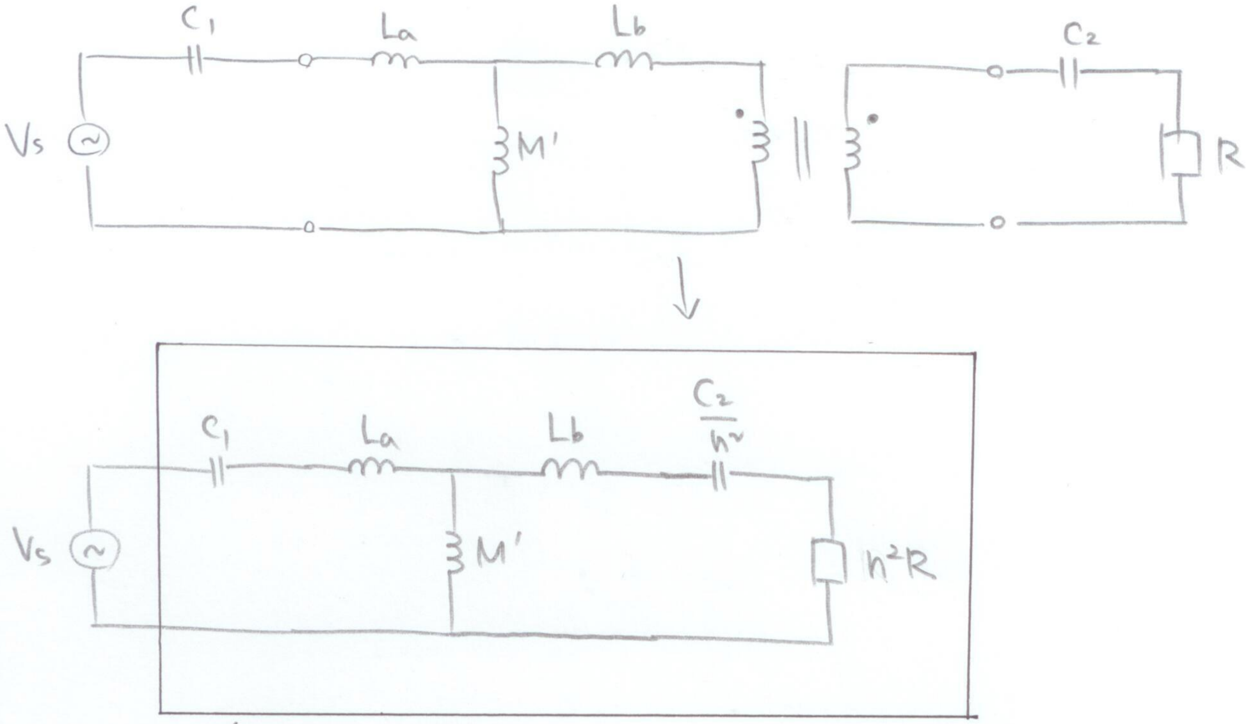
$$L_a = L_1 - M^*, \quad L_b = L_2^* - M^*, \quad M' = M^* = nM$$

1점

$$= L_1 - nM \qquad = n^2 L_2 - nM$$

2점 2점

(b)



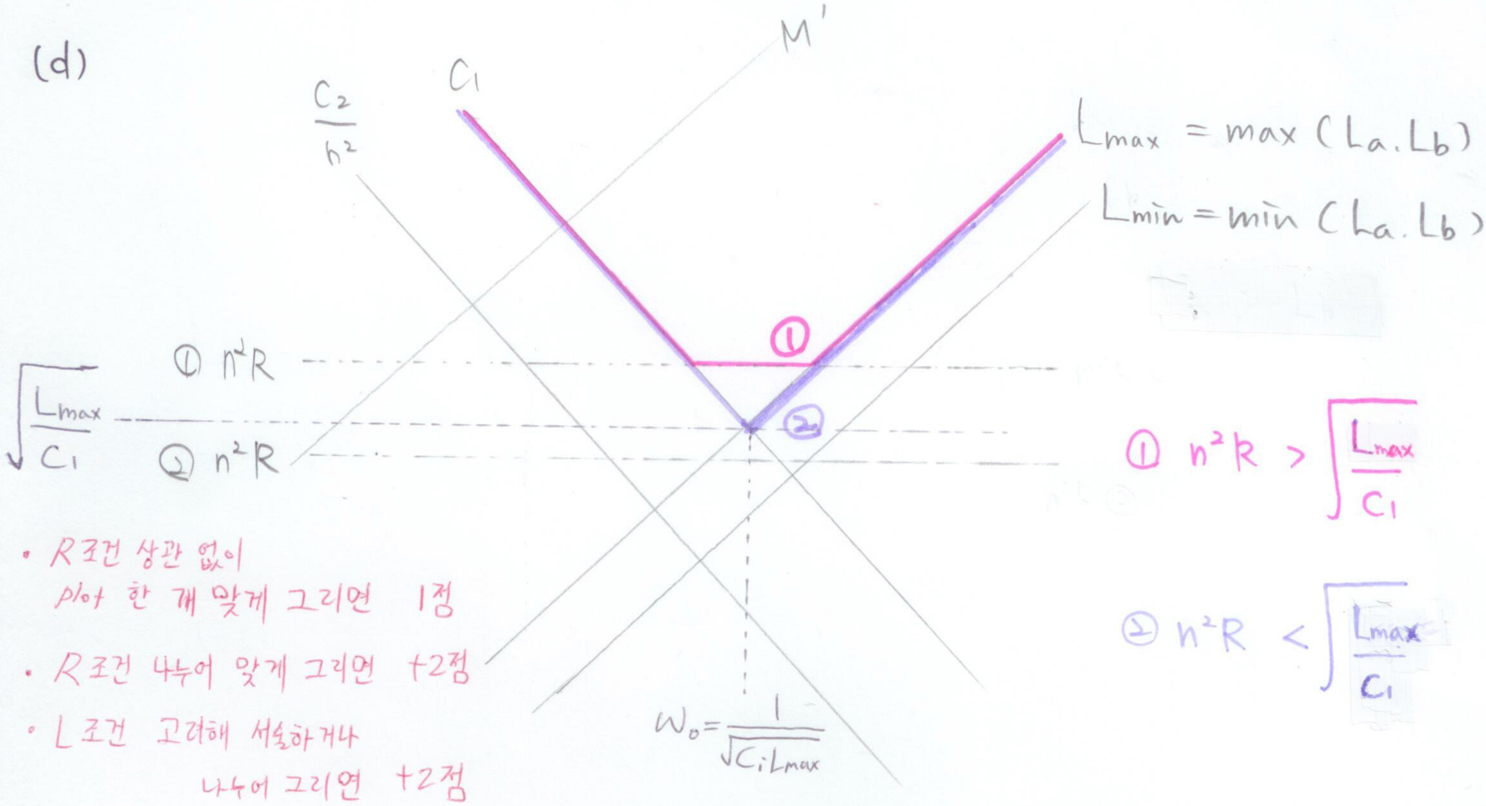
↳ Z circuit. 3점

(c)

$$Z = \left(\frac{1}{j\omega C_1} + j\omega L_a + \frac{j\omega M'\left(j\omega L_b + \frac{n^2}{j\omega C_2} + n^2R\right)}{\left(j\omega L_b + \frac{n^2}{j\omega C_2} + n^2R\right) + j\omega M'} \right. \quad 2점$$

↳ $C_1 + L_a + \left(M' \parallel \left(L_b + \frac{C_2}{n^2} + n^2R \right) \right)$: <개념>

(d)



① $n^2R > \sqrt{\frac{L_{max}}{C_1}}$

② $n^2R < \sqrt{\frac{L_{max}}{C_1}}$

- R 조건 상관 없이 plot 한 개 맞게 그리면 1점
- R 조건 나누어 맞게 그리면 +2점
- L 조건 고려해 서술하거나 나누어 그리면 +2점

(e)

최대전력전달 조건 : Reactive Power = 0

↳ Z가 resistive 하면 된다. (d)에서 Z는 C_1과 n^2R 그리고 L_{max}가 직렬연결된 형태임을 알 수 있다. 따라서 주어진 회로는 Series resonant circuit 이며, 공진점에서 reactive power가 0이 된다. (Z : resistive). 이 때 공진점 $w_0 = \frac{1}{\sqrt{C_1 \cdot L_{max}}}$ 이 된다.

Answer : $w = w_0 = \frac{1}{\sqrt{C_1 \cdot L_{max}}}$, where $L_{max} = max(L_a, L_b)$

3점 L_{max} 대신 L_a나 L_b 쓰면 1점

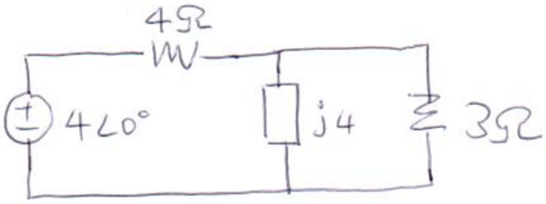
(f)

$P = \frac{\frac{1}{2}V_s^2}{n^2R} \rightarrow V_s = n\sqrt{2PR}$ [V] 2점

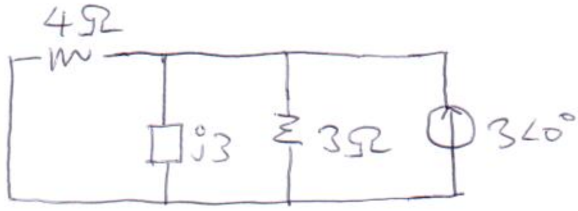
#3 solution

(1)

a) 전압원과 전류원의 주파수가 다르기 때문에, 두 가지의 주파수 영역 회로를 그려야 한다.



주파수 영역 회로1



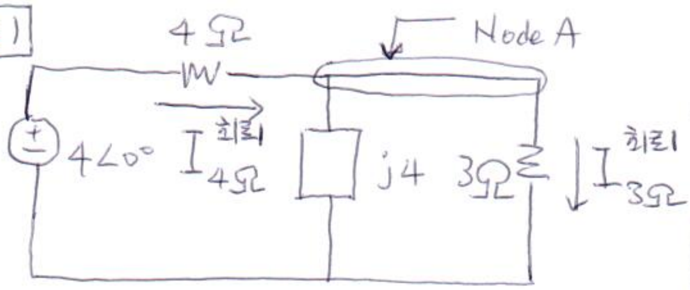
주파수 영역 회로 2

b) 전원의 주파수가 각각 다를 때 평균전력의 중첩의 원리가 적용된다.
따라서 $P_{4\Omega}$과 $P_{3\Omega}$을 회로1과 회로2 에서 각각 구한 후 더하면 된다.

$$\boxed{P_{4\Omega} = P_{4\Omega}^{회로1} + P_{4\Omega}^{회로2} \quad , \quad P_{3\Omega} = P_{3\Omega}^{회로1} + P_{3\Omega}^{회로2}}$$

$$\boxed{P = \frac{1}{2} V_m I_m \underbrace{\cos(\theta_V - \theta_I)}_{\theta_V = \theta_I \text{ 이므로 } 1} = \frac{1}{2} V_m I_m}$$

회로1



$$\mathbf{V}_A^{회로1} = \frac{j4//3}{(j4//3+4)} \times 4\angle 0° = 1.58\angle 23.20° \text{ V}$$

$$\mathbf{V}_{4\Omega}^{회로1} = \frac{4}{(j4//3+4)} \times 4\angle 0° = 2.63\angle -13.67° \text{ V}$$

$$\mathbf{I}_{3\Omega}^{회로1} = \frac{V_A^{회로1}}{3} = 0.53\angle 23.20° \text{ A}$$

$$\mathbf{I}_{4\Omega}^{회로1} = \frac{V_{4\Omega}^{회로1}}{4} = 0.66\angle -13.67° \text{ A}$$

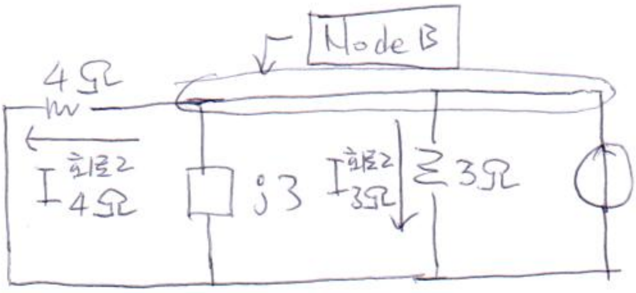
$$V_{4\Omega,m}^{회로1} = \frac{4}{|4+j4//3|} \times 4 = 2.63 \text{V}, \quad I_{4\Omega,m}^{회로1} = \frac{4}{|4+j4//3|} = 0.66 \text{ A}$$

$$P_{4\Omega}^{회로1} = \frac{1}{2} V_{4\Omega,m}^{회로1} I_{4\Omega,m}^{회로1} = 0.87 \text{W}$$

$$V_{3\Omega,m}^{회로1} = 4 \times \frac{|j4//3|}{|4+j4//3|} = 1.58 \text{V}, \quad I_{3\Omega,m}^{회로1} = 4 \times \frac{|j4//3|}{|4+j4//3|} \times \frac{1}{3} = 0.53 \text{A}$$

$$P_{3\Omega}^{회로1} = \frac{1}{2} V_{3\Omega,m}^{회로1} I_{3\Omega,m}^{회로1} = 0.42 \text{W}$$

회로2



$$\mathbf{V}_B^{회로2} = (4\|3\|j3)\times 3\angle 0° = 4.47\angle 29.74°$$

$$\mathbf{I}_{3Ω}^{회로2} = \frac{V_B^{회로2}}{3} = 1.49\angle 29.74°$$

$$\mathbf{I}_{4Ω}^{회로2} = \frac{V_B^{회로2}}{4} = 1.12\angle 29.74°$$

$$V^{회로2}_{4Ω,m} = 3\times\frac{|j3\|3|}{|j3\|3+4|}\times 4 = 4.47V,\ I^{회로2}_{4Ω,m} = 3\times\frac{|j3\|4|}{|j3\|3+4|} = 1.12A$$

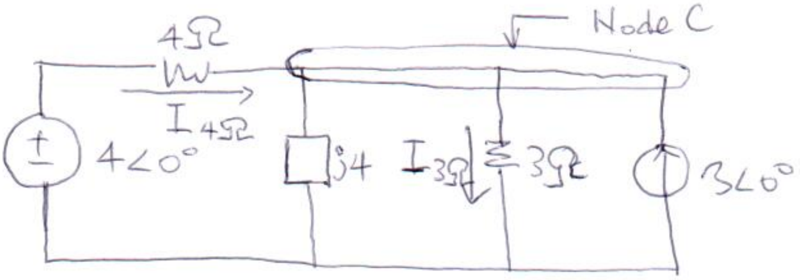
$$P^{회로2}_{4Ω} = \frac{1}{2}V^{회로2}_{4Ω}I^{회로2}_{4Ω} = 2.50W$$

$$V^{회로2}_{3Ω,m} = 3\times\frac{|4\|j3|}{|4\|j3+3|}\times 3 = 4.47V,\ I^{회로2}_{3Ω,m} = 3\times\frac{|4\|j3|}{|4\|j3+3|} = 1.49A$$

$$P^{회로2}_{3Ω} = \frac{1}{2}\mathbf{V}^{회로2}_{3Ω,m}I^{회로2}_{3Ω,m} = 3.33W$$

$$\therefore P_{4Ω} = 0.87+2.50 = 3.37W,\ P_{3Ω} = 0.42+3.33 = 3.75W$$

(2) a)



b) Node C에 KCL을 적용

$$\frac{V_c-4}{4}+\frac{V_c}{j4}+\frac{V_c}{3}-3=0$$

$$V_c = \frac{48}{7-j3}\angle 0° = 6.30\angle 23.20°V$$

$$\mathbf{V}_{4Ω} = 4\angle 0° - V_c = 3.06\angle 172.24°V,\ \mathbf{I}_{4Ω} = \frac{V_{4Ω}}{4} = 0.77\angle 172.24°A$$

$$\mathbf{V}_{3Ω} = 6.30\angle 23.20°V,\ \mathbf{I}_{3Ω} = \frac{V_c}{3} = 2.10\angle 23.20°A$$

$$V_{4Ω,m} = \left|4-\frac{48}{7-j3}\right| = 3.06V,\ I_{4Ω,m} = \left|4-\frac{48}{7-j3}\right|\times\frac{1}{4} = 0.77A$$

$$P_{4Ω} = \frac{1}{2}V_{4Ω,m}I_{4Ω,m} = 1.18W$$

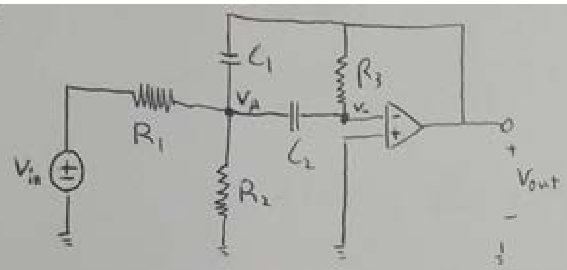
$$V_{3Ω,m} = \left|\frac{48}{7-j3}\right| = 6.30V,\ I_{3Ω,m} = \left|\frac{48}{7-j3}\right|\times\frac{1}{3} = 2.10A$$

$$P_{3Ω} = \frac{1}{2}V_{3Ω,m}I_{3Ω,m} = 6.62W$$

$$\therefore P_{4Ω} = 1.18W,\ P_{3Ω} = 6.62W$$

#4 solution

(a)



Node a 에서 KCL을 하면,

$$\frac{V_A - V_{in}}{R_1} + \frac{V_A}{R_2} + j\omega C_1 (V_A - V_{out}) + j\omega C_2 (V_A - V_-) = 0$$

$V_- = V_+ = 0$을 대입하고, V_A에 대해서 정리하면,

$$V_A = \frac{j\omega C_1 V_{out} + \frac{1}{R_1} V_{in}}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + j\omega (C_1 + C_2)} \quad \text{— ①}$$

op. Amp 의 − input에서 KCL을 하면,

$$j\omega C_2 (V_A - V_-) + \frac{1}{R_3} (V_{out} - V_-) = 0$$

$V_- = V_+ = 0$을 대입하고, V_A에 대해서 정리하면,

$$V_A = -\frac{V_{out}}{j\omega C_2 R_3} \quad \text{—— ②}$$

①과 ②를 연립하면,

$$-\frac{V_{out}}{j\omega C_2 R_3} = \frac{j\omega C_1 V_{out} + \frac{1}{R_1} V_{in}}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + j\omega (C_1 + C_2)}$$

$$-\left[\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + j\omega (C_1 + C_2)\right] V_{out} = (j\omega C_2 R_3)(j\omega C_1) V_{out} + \frac{j\omega C_2 R_3}{R_1} V_{in}$$

따라서, $$H_1(\omega) = \frac{V_{out}}{V_{in}} = -\frac{j\omega C_2 R_3}{R_1} \cdot \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + j\omega (C_1 + C_2) + j\omega C_2 R_3 \cdot j\omega C_1}$$

$$= -\frac{j\omega C_2 R_3}{1 + \frac{R_1}{R_2} + j\omega (C_1 + C_2) R_1 + (j\omega C_1 R_1)(j\omega C_2 R_3)}$$

$R_1 = R_2 = R_3 = 1k\Omega$, $C_1 = C_2 = 1\mu F$ 을 대입하면,

$$H_1(\omega) = -\frac{\frac{j\omega}{1000}}{2 + \frac{j\omega}{500} - \left(\frac{\omega}{1000}\right)^2} = -\frac{j\omega \cdot 1000}{(\sqrt{2} \cdot 1000)^2 + j\omega \cdot 2000 - \omega^2}$$

+5점

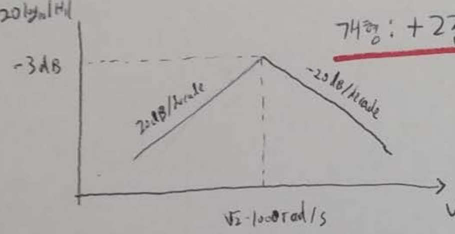
$H_1(w)$는 $w_0 = \sqrt{2}\cdot 1000$ rad/s 인 complex pole을 갖는다.

(b) $w \gg w_0 \Rightarrow H_1(w) = -\dfrac{\frac{jw}{1000}}{-\left(\frac{w}{1000}\right)^2} = j\dfrac{1000}{w}$, $20\log_{10}|H(w)| = 60_{dB} - 20\log_{10} w$

$w \ll w_0 \Rightarrow H_1(w) = -\dfrac{jw}{2000}$, $20\log_{10}|H(w)| = 20\log_{10} w - 66dB$

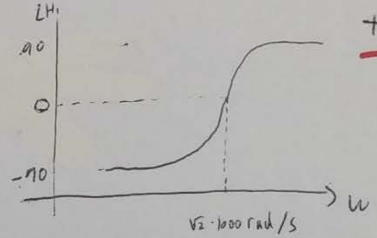
두 점근선은 $w_0 = \sqrt{2}\cdot 1000$ rad/s, $20\log_{10}|H(w)| = -3dB$에서 만난다.

+1점



개형 : +2점

+1점



+1점

(c) op. amp.가 이상적이라고 가정했으므로, output resistance가 0이고, 부하가 달려도 전압의 크기가 변하지 않는다. ③ +5점

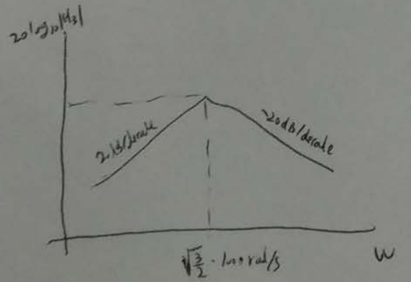
(d) (a)에서 $R_1 = 2K\Omega$인 경우와 같으므로,

$$H_3(w) = -\frac{\frac{jw}{1000}}{3 + \frac{jw}{250} - \frac{w^2}{500\cdot 1000}}$$

$$= -\frac{jw\cdot 500}{(\sqrt{6}\cdot 500)^2 + jw\cdot 2000 - w^2}, \quad w_0 = \sqrt{6}\cdot 500 \text{ rad/s}$$ +2점

Bode plot을 그려보면, $H_3(w) \simeq \begin{cases} j\frac{500}{w} & w > w_0 \\ -j\frac{w}{3000} & w < w_0 \end{cases}$

$$20\log_{10}|H(w)| \simeq \begin{cases} 54dB - 20\log_{10} w & w > w_0 \\ 20\log_{10} w - 69.5dB & w < w_0 \end{cases}$$



두 점근선은 $\sqrt{\frac{3}{2}}\cdot 1000$ rad/s, $-7.7dB$에서 만나고, $H_3(w) < H_1(w)$ 임을 알 수 있다. ② +3점