부록 1 : 실험보고서

실험보고서는 실험의 목적, 방법, 결과, 고찰을 기술하므로써 실험에 대해 명확히 설명해야 한다. 따라서, 문장은 짧고 명료하게 기술되어야 하며, 자료는 유효 숫자 등을 고려하여 정확하게 기록되어야 한다. 결과와 고찰도 가장 중요한 것부터 기술하여 읽는 이의 이해를 도와야 한다.

보고서 부분 : 실험값, 계산, 고찰, 결과

1. 실험값

관찰된 실제 값들의 기록을 확실히 해라. 어림잡은 계산의 결과를 기록하지 않는다. 다음의 간단한 표는 가속도를 결정하는 시간과 거리의 측정실험을 말해준다. 이 간단한 표에서 첫 번째 세로줄은 실험값들의 이름이고, 두 번째, 세 번째 세로줄은 실험값들이다.

표 1 : 구르는 수레의 가속도를 구하기 위해 거리-시간 측정값

횟수	거리 (d) ± 0.2 cm	시간 (t) ± 0.1초
1	25.6	2.3
2	41.7	2.9
3	..	...

2. 계산

측정 값 중에서 적어도 하나의 값에 대해 자세하게 일련의 계산을 보여라. "계산" 부분이 구별되어 있는 것이 바람직하며, 가능하면 실험값을 계산에 넣어라. 무슨 계산이 수행되었는지 분명하게 확인할 수 있는 부제목을 사용하여라.

3. 고찰

실험결과에 영향을 미칠 수 있는 요소들에 대해서 간단히 고찰한다. 오차의 주요 원인들이 확인되어야 하며, 각 요소가 결과에 미칠 수 있는 영향을 언급하도록 한다. 가능하면, 다른 비슷한 환경에서 오차를 감소시키거나, 이를 피할 수 있는 방법을 제시하여라. 결과가 타당하다면, 실험의 결과와 기대 결과(이론 값)을 비교하는 것이 유용하다.

매뉴얼의 실험 설명부분에 질문이 있다면, 이 부분에 기재한다.

4. 결론

실험에서 나타난 결과에 대해 3개의 문장 정도의 간단명료한 서술을 한다.

예를 들어 떨어지는 물체의 가속도와 같은 특정 값이 결정되면, 최종 결과 값을 표기한다. 에너지 보존법칙과 같이 일반적인 원리가 적용될 때, 여러분의 결과가 이 원리를 지지하는지, 원리에 반대되는지 진술하여라. 결론은 보고서의 시작에서 진술된 실험목적에 근거하여 일관성을 유지하며 기술되어야 한다. 실험 결과를 요약하여야 한다.

5. 그래프

많은 실험은 그래프를 필요로 한다. 학생들은 "모눈종이"등과 같은 그래프용지를 준비한다. 컴퓨터를 이용하여 그래프 응용프로그램(엑셀, Origin, Matlab 등)으로 완성한다.

보고서는 여러분 자신의 보고서가 어떠한 생각으로 작성되었는지 참고가 된다. 여러분이 무엇을 측정하고, 무엇을 계산하였으며, 어떤 실험값을 이용하였는지 등을 자세하게 기록하는 습관을 형성한다.

컴퓨터 프로그래밍에 있어서, 적어도 3줄에 한 줄은 설명하는 주석을 표기한다 (이것은 실험 보고서에서 제목이나 부제목을 다는 것과 같은 목적입니다). 실험을 하는 동안 확실한 것들도 여러 달 후에 보고서를 볼 때, 의미가 불분명해질 수 있기 때문에 실험 보고서 작성 시 명확히 기록해야 한다. 이공계 분야에서 계속 연구를 수행 한다면, 실험을 체계화 하여 기록하는 습관을 길러야만 한다.

부록 2 : 측정 오차와 중요한 값 측정

실험에서 측정할 때, 오차 값들은 그 측정값과 연관된다. 보고서의 실험값의 항목이 완벽하게 되기 위해서 여러분들은 그 실험값들의 오차를 알아야 한다. 여러분이 측정한 정밀도를 표기해야 한다.

예를 들어, 미터자(m)를 이용하여 어떤 잘 정의된 물체의 길이를 측정한다고 가정하면, 측정실험은 가장 작은 단위가 mm(밀리미터)가 된다. 길이가 25.5와 25.6 cm사이에 있는지 판단해야 한다. 그 값이 "참값" 길이이지만 다소 불확실성이 있다. 매뉴얼이나 안내서에는 가장 작은 단위(0.5 mm나 0.05 cm)의 절반으로 절대적인 불확실한 값이다. 두 값의 평균값, 25.55 cm로 측정 기록되어야 한다. 25.55 ± 0.05 cm로 기록 한다.

허용오차는 측정 실험시 생각 해야 한다. 뿐만 아니라 측정의 기본이 된다. 만약 정확하게 정의되지 않은 경계부분을 측정하였다면, 보다 합리적인 길이의 기록은 25.5 ± 0.1 cm가 될 수도 있다. 실험에서 허용 오차의 범위는 정해진 규칙이 있을 수 없다. 단지 측정된 양의 참값이 표시된 간격에 있다는 것을 증명할 만큼 크고 여러분의 관찰이 실제 측정값의 정밀도를 반영할 만큼 작기 때문에 허용 오차는 논리적인 것이고, 확신할 수 있는 값이 선택되어야 한다.

실수라는 말이 강조되기 때문에 어쩔 수 없는 표현인 "오차"라는 말은 종종 불확실성으로 사용 된다.

1. 측정 단위

일반적으로 완전히 다른 여러 측정법들은 한가지로 말 할 수 있다. 측정값들은 자에서 눈금자들의 위치로 나타낸다. 단위에 따라 소수점에 대한 방법을 습득하게 되면, 실험실에서 사용할 미터법이나 다른 단위로 읽는 것에 응용할 수 있다. 그림1에서 세 가지 다른 소수점 위치들을 가진 단위를 보여주고 있다.

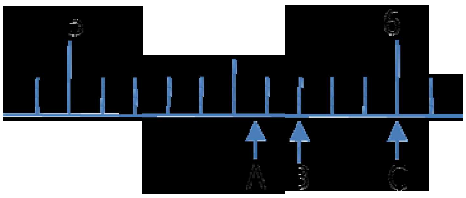

그림 1 눈금 읽기

A 부분

소수점은 5.5와 5.6사이에 있다. 단위는 5.5와 5.6사이의 10개의 작은 부분으로 충분히 나눌 수 있다. 이 방법은 5.58이 될 수 있는 소수점 위치를 "어림" 할 수 있다. 어림에 의해

8이란 숫자를 얻을 수 있다. 어림법은 측정에 기본을 두었기 때문에 받아들일 수 있다. 어떤 사람들은 5.57로, 다른 이들은 5.59로 읽을지도 모르지만 불확실한 값은 근사치로 추정 된다.

숫자를 기록하는 방법은 그 값에서 오차가 따른다. 소수점 위치의 가장 좋은 근사값으로 세 개의 숫자로 5.58을 기록해야 한다. 우리가 5.6, 즉 두 개의 숫자로 완성한다면 소수점의 위치가 5.6보다 작지만 5.5보다 크다는 것을 우리가 분명히 알 수 있기 때문에 정보를 잃어버린다.

반면, 정확한 단위로 읽을 수 없기 때문에 네 개의 숫자로 표현되는, 즉 5.582는 정보가 늘어나지 않는다 (마지막 자리는 의미가 없다). 이 원리는 그 단위로부터 실제적으로 읽을 수 있는 그러한 숫자들을 기록한다. 이것을 "유효숫자"라고 한다. 유효의 의미는 측정으로부터 기술되고 근거가 되며 과학적으로 유효하다는 것이다.

측정은 정밀도의 다른 정도로 구성될 수 있다. 12.00 cm를 읽음은 12.0 cm보다 더욱 정밀한 것이다. 12.00 cm를 읽는 측정소자는 12.0 cm를 읽는 소자보다 세밀한 단위를 가지고 있다. 단위는 12.0와 11.9 또는 12.1 cm사이를 구별 지을 수 있는 반면에 더욱 세밀한 단위는 11.99 cm, 또는 12.01 cm 보다 12.00에 가까운 길이를 보여준다. 내포된 의미는 마지막에 쓰여진 숫자의 의미가 중요한 것이다. 12.00에서 마지막 0은 다른 숫자만큼이나 중요하다.

B 부분

그림1로 돌아가서 생각해보자. 소수점의 위치는 5.7 또는 5.70 또는 5.700일까? 그 단위는 소수 2번째 자리까지 허용한다. 그러므로 5.70으로 읽는 것이 맞다. 만일 세 번째 자리가 중요하다면, 여러분들은 5.70과 5.71사이의 다른 값과 확인 할 수 있어야 한다. 5.700과 5.701사이 차이를 구분할 수 있는가?

C 부분

6 또는 6.0 또는 6.00 또는 6.000 중에 어떤 것일까? 두 번째 소수점자리는 소수점의 위치에서 두드러지는 차이가 있다. 3개의 유효숫자로 표현하는 6.00이 정확한 표현이다.

2. 유효숫자

1. 유효숫자(significant figures)들의 적절한 수 사용은 실험값의 기록에 있어서 정확도를 높이는 방법이다. 측정의 보다 높은 정밀도는 방법에 있어서 유효숫자의 수를 많게 하는 것으로 정의 된다. 예를 들자면, 길이측정에 있어서 25.55 값은 4개의 유효숫자를 가지고 있다. 반면에 25.5나 25.6은 단지 3개의 유효숫자를 가지게 된다. 세 가지의 각각의 값들에 있어서, 마지막 자리 수는 실험에서의 근사치를 반영한다. 일반적으로, 확실한 값으로

알려져 있는 자리 수와 첫 번째 근사 자리는 유효숫자들로 알려져 있다.

2. 유효숫자의 수는 소수점자리의 위치와 관계되지 않는다. 더욱이 단지 소수점 자리를 말하는데 사용되는 “0”들은 유효숫자가 아니다. 예를 들자면, 1706, 170.6, 17.06 그리고 0.001706 모두 4개의 유효숫자를 가지고 있다.

3. 3.1540을 표현 할 때, 0 이 유효숫자 인지 아닌지 분명하지 않다. 유효숫자 표기법은 이를 분명하게 하는 데 사용된다. 유효숫자를 분명하게 표기하기 위해 1.540×10^3 과 같이 표현한다. 1.54×10^3 는 유효숫자를 표기하는 것이 아니다.

4. 덧셈, 뺄셈, 곱셈, 나눗셈으로 측정된 값은 포함하고 있는 자리 수를 주의해야 한다.

다음 규칙들을 주목하라. 여러분들은 유효숫자들의 수를 증가시킬 수 없지만 수학적인 조작에 의해서 감소할 수도 있다.

① 덧셈 또는 뺄셈

결과에서 소수점 자리 수는 소수점 위치의 수 중에 가장 작은 수가 결정 한다.

(주의: 마지막 답은 유효숫자의 정확한 수입니다.)

a) $145.23+22.6=167.83=167.8$

b) $145.23-22.6=122.63=122.6$

c) $3.421\times10^2+4.2\times10^2=7.6\times10^2$

d) $3.4211\times10^3+4.2\times10^2=(3.421+0.42)\times10^3=3.84\times10^3$

② 곱셈 또는 나눗셈

결과에서 유효숫자의 수는 최소 유효숫자를 가지고 있는 수이다.

a) $3.27\times1.2=3.924=3.9$

b) $4764/3.82=121.623=122$

③ 변수를 이용한 곱셈 또는 나눗셈

변수는 유효숫자의 무한한 수 또는 무한한 정밀도를 가지고 있는 것으로 다루어야 한다.

a) $2\Delta D=2\times3.33=6.66$

b) $1/2(12.8)=6.40$

*** 유효숫자 –연습문제**

연습문제1: 최종 답란에 유효숫자의 수를 넣으시오.

계산	값(계산기로부터)	유효숫자의 개수
$24.56+0.0912=$		

$1/2(37.45) =$		
$5.23 \times 2.435678 =$		
$2a\Delta D = 2 \times 3.45 \times 5.678 =$		
$(12.8)^2 =$		
$(16.2 \times 25.6)/3.2 =$		

3. 허용오차

① 허용오차들의 확장

최종 결과나 값들이 실험값 항목을 이용하여 계산될 때, 계산되는 값이나 결과와 관계되는 허용오차는 데이터와 관련된 오차의 항목이 평가된다.

예를 들어, 속도는 변위를 시간으로 나누면 속도가 시간과 길이의 측정에 대한 불확실성으로부터 계산된 허용오차를 갖게 된다.

예제들의 다음 규칙들은 실험에서 구하는 양과 관계되는 허용오차들의 계산에 도움을 줄 것이다.

② 덧셈과 뺄셈

결과에 대한 절대적인 허용 오차는 각각의 절대적 오차의 합이 된다.

오차는 측정된 값과 같은 단위입니다.

a) $(10.5 \pm 0.1\ \text{cm}) + (6.1 \pm 0.2\ \text{cm}) = 16.6 \pm 0.3\ \text{cm}$

b) $(10.5 \pm 0.1\ \text{cm}) - (6.1 \pm 0.2\ \text{cm}) = 4.4 \pm 0.3\ \text{cm}$

③ 곱셈과 나눗셈

퍼센트 오차는 각각의 합들의 백분율이다. 오차가 측정된 값의 비율로 표현될 때 사용된다.

$$(4.5 \pm 0.2) \times (1.9 \pm 0.1) = (4.5 \pm 4\%) \times (1.9 \pm 5\%) = 8.6 \pm 9\%$$

$= 8.6 \pm 0.774$ (오차의 유효숫자를 하나로 맞춘다)

$= 8.6 \pm 0.8$

주의 : $\text{확률 오차} = \dfrac{\text{절대오차}}{\text{측정치}} \times 100\%$

④ 급수

*n*차 급수에서 확률오차는 원래 확률오차의 *n*배이다.

$$(5.3 \pm 0.2)^2 = (5.3 \pm 4\%)^2 = 28 \pm (4\% \times 2) = 28 \pm 8\% = 28 \pm 2$$

⑤ 제곱근

*n*차 근호에서 확률오차는 원래 확률오차의 1/*n*배이다.

$$\sqrt{25 \pm 5} = \sqrt{25 \pm 20\%} = (25 \pm 20\%)^{\frac{1}{2}} = 5 \pm (\frac{1}{2} \times 20\%) = 5 \pm 10\%$$

⑥ 상수의 곱

결과에서 절대오차는 원래 절대오차의 상수 배와 같다. 확률오차는 같다.

a) $(4.5 \pm 0.2) \times 2 = 9.0 \pm 0.4$

b) $(4.5 \pm 0.2) \times 2 = (4.5 \pm 4\%) \times 2 = 9.0 \pm 4\%$

⑦ 상수에 의한 나눗셈

원래값을 상수로 나누었을 때, 결과값의 절대오차는 원래값의 절대오차를 상수로 나눈 값과 같습니다.

a) $(6.6 \pm 0.5) \div 3 = 2.2 \pm 0.2$

b) $(20.4 \pm 5\%) \div 4 = 5.1 \pm 5\%$

⑧ 삼각함수

삼각함수에서의 절대오차는 삼각함수의 미분식으로부터 알 수 있다.

이것을 이용해서 삼각함수의 절대오차를 구하면 다음의 식이 된다.

$$\sin(\theta \pm \Delta\theta) = \sin\theta \pm (\Delta\theta \times \cos\theta)$$

$$\cos(\theta \pm \Delta\theta) = \cos\theta \pm (\Delta\theta \times \cos\theta)$$

(단, 이 때 θ값은 radian을 기준으로 합니다.)

먼저, $\dfrac{d\sin\theta}{d\theta} = \cos\theta$ 이고 이 때 $d\sin\theta = \cos\theta\, d\theta$ 가 된다.

예를 들어 측정된 값이 $\theta = 14 \pm 1^\circ$ 일 때 이것을 radian으로 변환하면

$\theta = 14 \pm 1^\circ = 0.244 \pm 0.017$ radians 또는 $14^\circ \pm 0.017$ rad 으로 표기할 수 있다.

유효숫자가 소수점 둘째 자리까지일 때, $\theta = 14^\circ \pm 0.02$ rad 으로 표기할 수 있다.

이것을 삼각함수에 대입해서 삼각함수에서의 절대오차를 구해보면

$$\sin(\theta \pm \Delta\theta) = \sin\theta \pm (\Delta\theta \times \cos\theta)$$
$$= \sin 14^\circ \pm (0.02 \times \cos 14^\circ)$$
$$= 0.24 \pm (0.02 \times 0.97) = 0.24 \pm 0.02$$

이 되어 절대오차가 θ의 절대오차의 radian값과 동일함을 알 수 있다.

* 허용오차 연습 문제

연습문제2 : 정확한 자릿수를 알맞게 찾아 넣어라

계산	값(계산기로부터)	자릿수 보정 값
$(24.5 \pm 0.2) + (3.9 \pm 0.2) =$		
$\frac{1}{2}(37.4 \pm 0.3) =$		
$(5.23 \pm 0.03) \times (2.43568 \pm 0.00005) =$		
$\sqrt{36 \pm 6} =$		
$\frac{(4.3 \pm 0.4)}{(8.6 \pm 0.6)} =$		
$(24.5 \pm 0.2) - (3.9 \pm 0.2) =$		
$\cos(1.2 \pm 0.2 radians) =$		
$2a\Delta D = 2 \times (3.45 \pm 0.05) \times (5.6 \pm 0.2) =$		
$(9.8 \pm 0.3)^2 =$		
$\sin(20 \pm 1°) =$		

4. 확률 모순 또는 확률 편차

여러분은 주어진 값과 측정치를 비교해야 한다. 한가지 방법은 두 가지의 서로 다른 값을 찾고, 주어진 값의 퍼센트를 찾아내는 것이다.

$$\%\text{편차} = \frac{|(\text{주어진값}) - (\text{실험값})|}{(\text{주어진값})} \times 100\%$$

연습문제 3 : 주어진 값이 9.81 m/s^2 이고 측정값이 9.3 ± 0.6 m/s^2 일 때, 모순 퍼센트는 얼마인가? 주어진 값의 불확실한 실험값의 제한 안에 실험값이 있는가?

답 :

연습문제 4 : 아래 테이블의 모순 퍼센트를 구하시오

실험값	주어진 값	모순 퍼센트	한계
825 ± 5	800		
$7.8 \pm 4\%$	8.1		
825 ± 5	1002		
$513 \pm 4\%$	540		