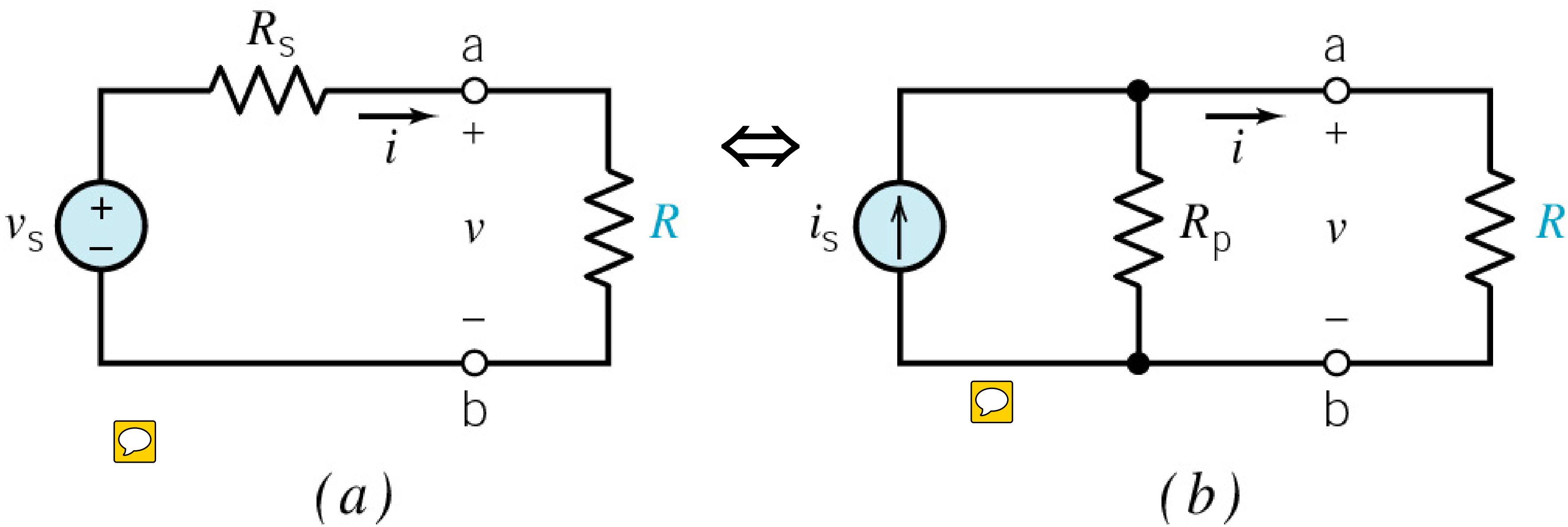
Source Transformations

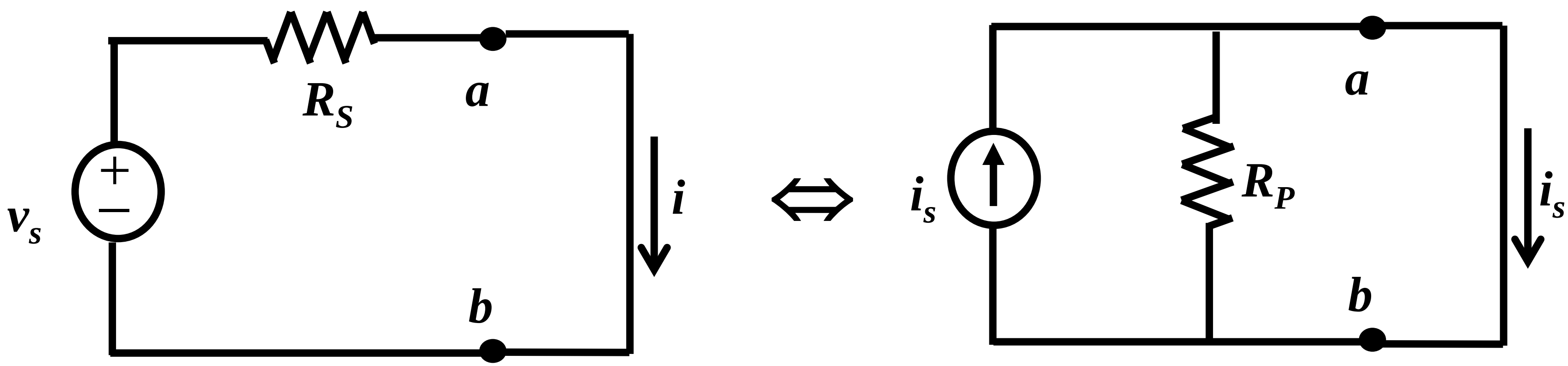


- Nonideal voltage source 나 nonideal current source 를 그림과 같이 등가회로로 표현한다.

- *R* 을 ab단자에 연결해도 같은 단자 전압 및 전류를 유지.

Richard C. Dorf and James A. Svoboda, Introduction to Electric Circuits, 8th edition, John Wiley and Sons, 2010, p. 163

Source Transformations – R_s and R_p



– R_L을 ab단자에 연결해도 같은 단자 전압 및 전류를 유지해야 하므로,
극단적인 예로 short circuit 와 open circuit 가 연결된 경우를 생각하자.

For open circuit, ab 단자 사이의 전압 $v = v_s = i_s R_p$

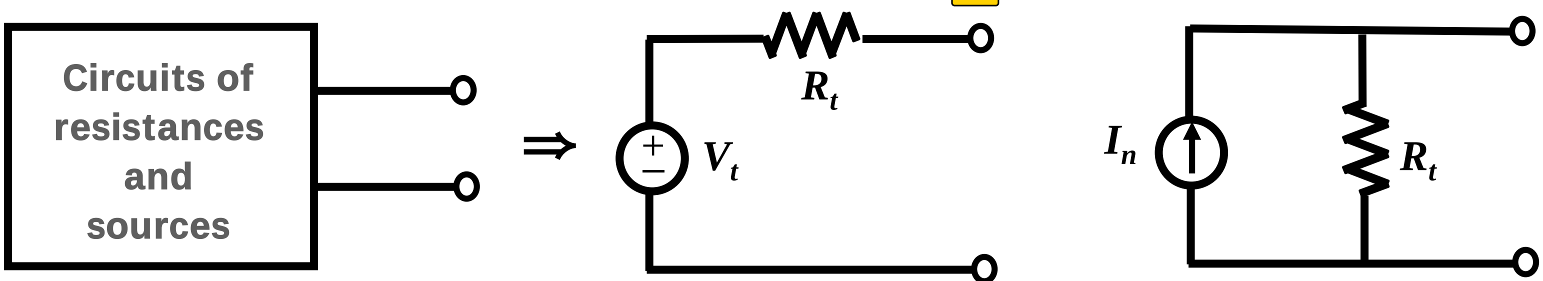
For short circuit, ab 단자 사이의 전류 $i = \dfrac{v_s}{R_s} = i_s$ $\quad \therefore R_s = R_p$

종속 전원인 경우에도 **source transformation**은 마찬가지로 가능하다.

단**,** 이 경우에는 변환에 의해 종속 전원의 제어 변수가 변화하지 않아야 한다**.**

Thévenin and Norton Equivalent Circuits for Networks

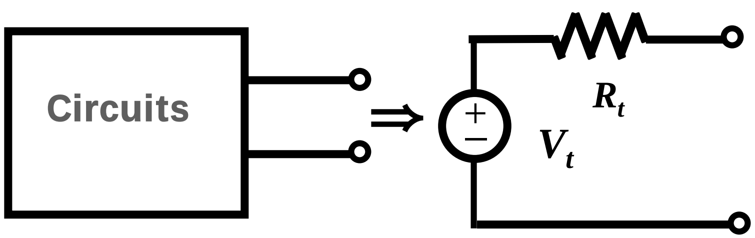
– 복잡한 회로를 단순화시킨 등가 회로화 하여 해석.



The'venin equivalent circuit　　Norton equivalent circuit

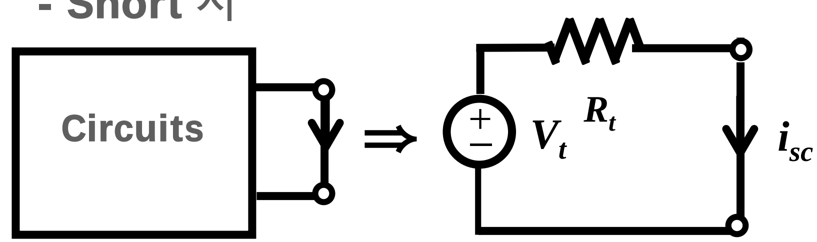
- 저항 회로만이 아니라 모든 선형 회로 소자로 이루어진 회로는 등가화가 가능.

- **Open시**



$v_{oc} = V_t$

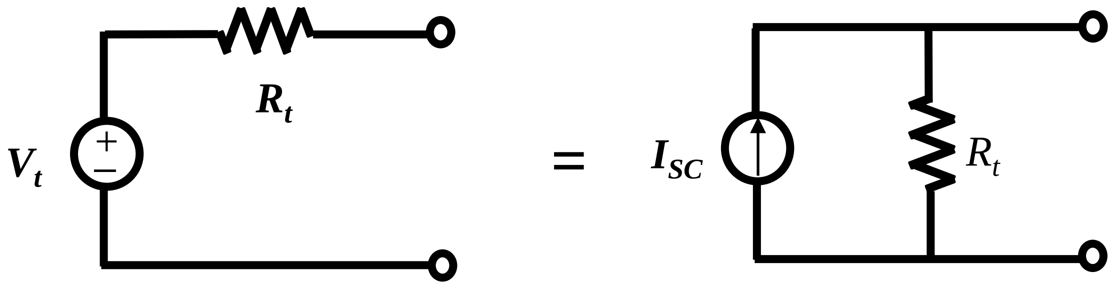
- Short 시



$R_t = V_t / i_{sc}$

- **Open과 short 상태로 V_t와 R_t를 알 수 있다.**

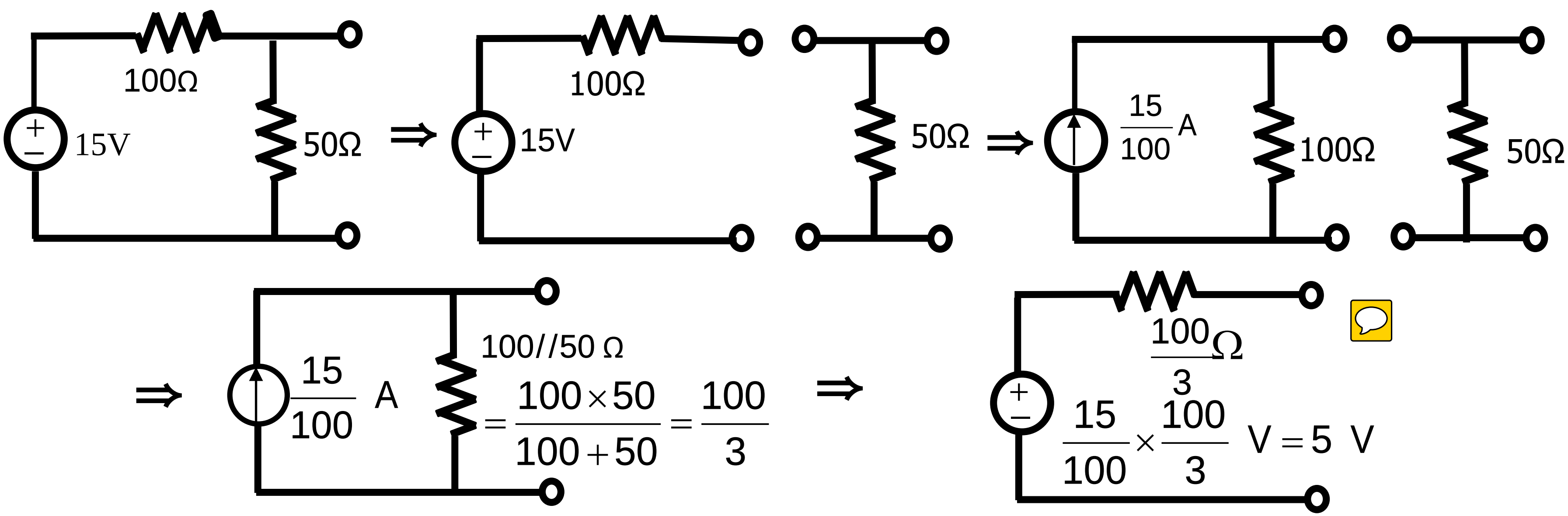
Thévenin and Norton Equivalents



$v_{oc} = V_t$
$i_{sc} = V_t / R_t$

$v_{oc} = I_{sc} \cdot R_t = V_t$
$i_{sc} = I_{sc}$

Example (Source Transformation)



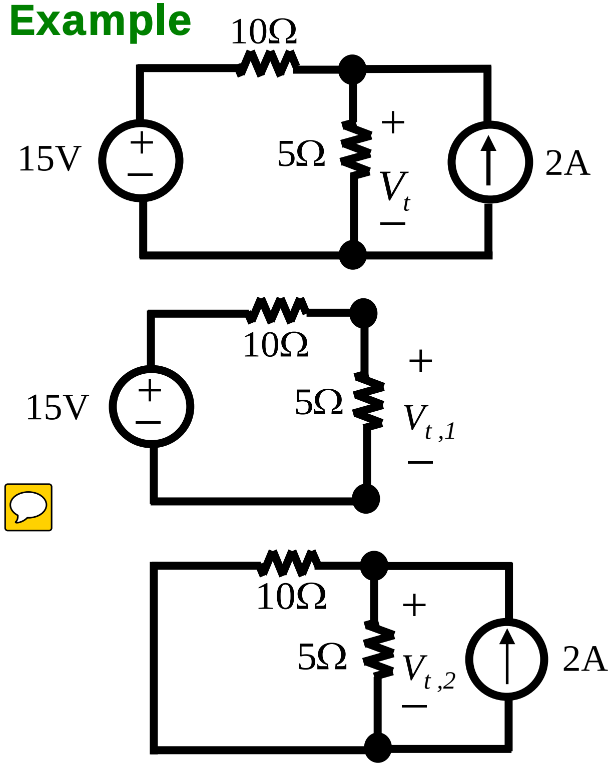
Superposition Principle

- **Linear system의 특성 : superposition**

$$y = ax_1 + bx_2$$

- **회로에 있어서는 한 개 이상의 indep. source가 있으면 각각의 indep. source의 해(응답)를 합한 것은 전체 source 의 해(응답)와 같다. 단, 전력에는 적용되지 않는다.**

Example



우선 전류원을 deactivate , 전류 = 0 . => open.

그러면 $V_{t,1}$ = 15 x 5/ (10+5) = 5 V

다음에 전압원을 deactivate, 전압 = 0 . => short.

$V_{t,2}$ = 5 x (5Ω에 흐르는 전류)

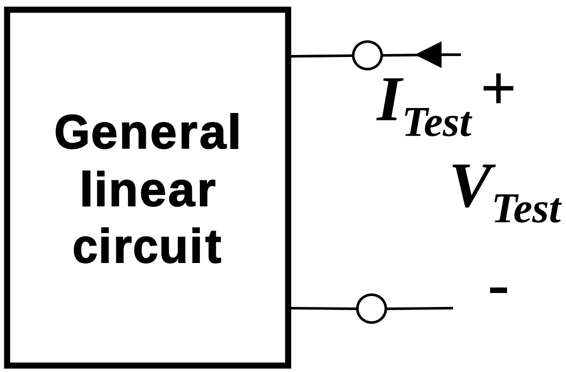
5 Ω과 10 Ω에 흐르는 전류의 합은 2 A이고, 비율은 10 : 5로 나뉘어서 흐른다.

5 Ω에 흐르는 전류 = 2 x 10 / (10+5) = 4/3 A

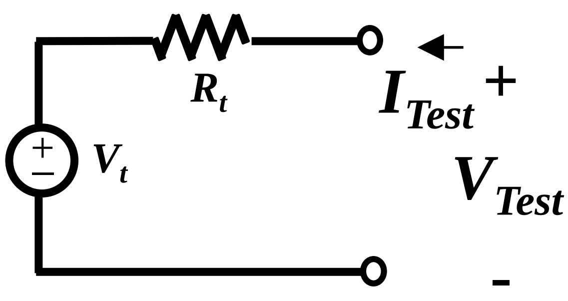
$$\text{따라서, } V_{t,2} = 5 \times 4/3 = 20/3$$

$$\text{그러므로, } V_t = V_{t,1} + V_{t,2} = 5 + \frac{20}{3} = 11\frac{2}{3}\text{ V}$$

Thévenin Equivalent Circuit를 구하는 방법
독립 전원과 종속 전원을 가리지 않음



- 회로에 독립 전원과 종속 전원이같이 있는 경우 또는 독립전원만 있는 경우, 종속 전원만 있는 경우 등 모든 경우에 사용할 수 있는 방법.

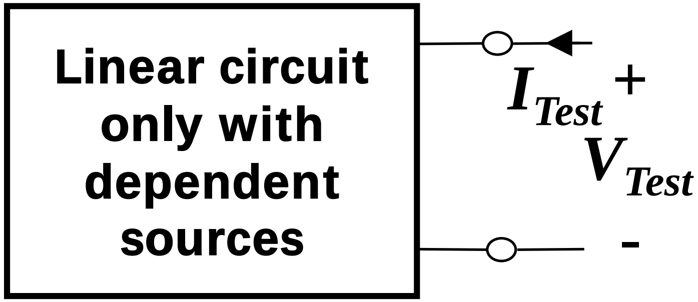


The'venin equivalent circuit

$$\frac{V_{Test} - V_t}{R_t} = I_{Test}$$

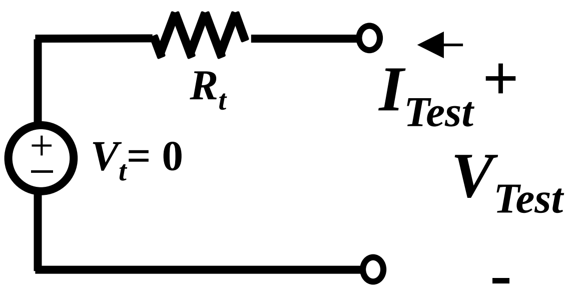
$$\therefore\ V_{Test} = R_t I_{Test} + V_t$$

Thévenin Equivalent Circuit를 구하는 방법
종속 전원만 갖는 경우



- 회로에 종속 전원만 있는 경우.
- 개방시 단자 간 전압이 영이므로

The'venin 등가회로의 전원 전압은 영이 된다.

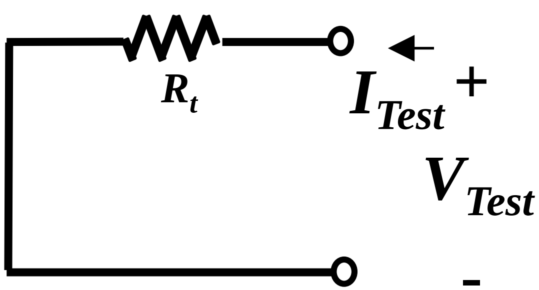


The'venin equivalent circuit

$$\frac{V_{Test} - V_t}{R_t} = I_{Test}$$

$$\therefore\ V_{Test} = R_t I_{Test}$$

$$R_t = V_{Test} / I_{Test}$$

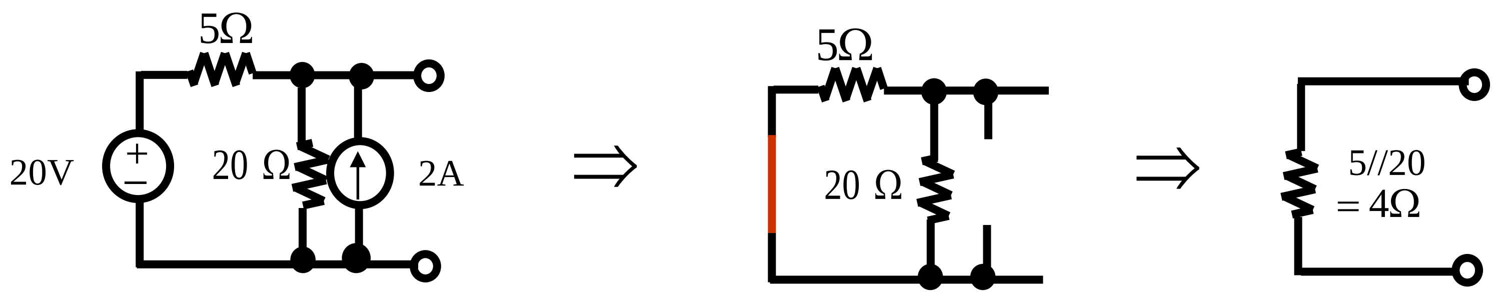


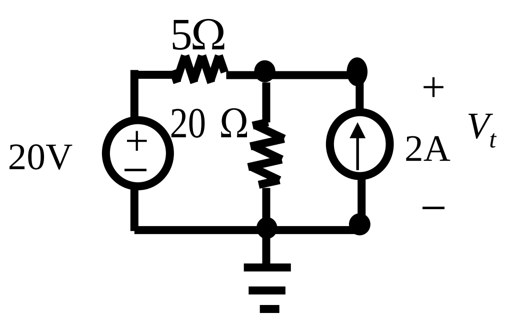
The'venin equivalent circuit

Thévenin Equivalent Circuit를 구하는 방법
독립 전원만 있는 경우

독립전원만을 갖고 있는 회로

- V_t : **Open circuit**로 구함
- R_t : 독립 전압원 → **short ,** 독립 전류원 → **open**으로 놓고**,** 두 단자 사이의 등가 저항을 구한다**.** 즉**,** 전원을 **deactivate** 시킨다**.**



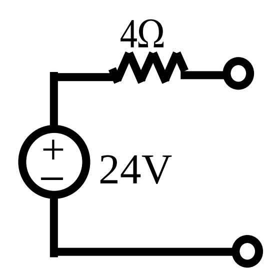


KCL

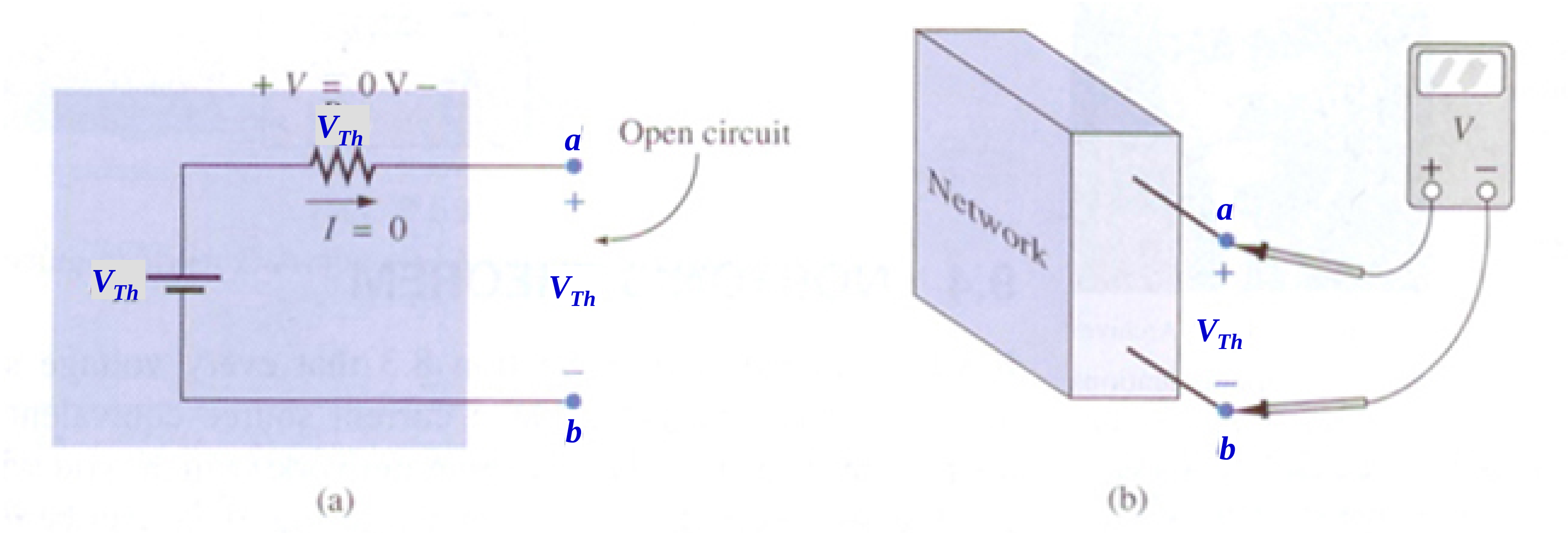
$$\frac{V_t - 20}{5} + \frac{V_t}{20} + (-2) = 0$$

$$4(V_t - 20) + V_t - 40 = 0$$

$$V_t = 24\ \mathrm{V}$$



Experimental Procedures for Thévenin Equivalent Circuit (I)



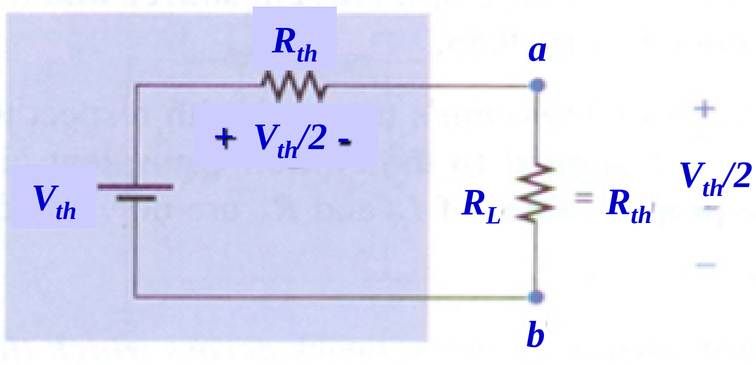
Determining V_{Th} experimentally

Robert L. Boylestad, Introductory Circuit Analysis, 10th edition, Prentice Hall, 2002, p. 337, Figure 9.55

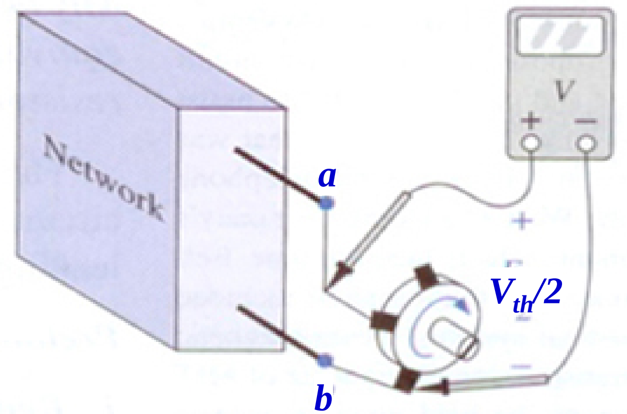
- **The'venin 등가회로를 실험적으로 구할 수 있다.**

$$V_t(=V_{th}) = v_{OC} = v_{ab}$$

Experimental Procedures for Thévenin Equivalent Circuit (II)



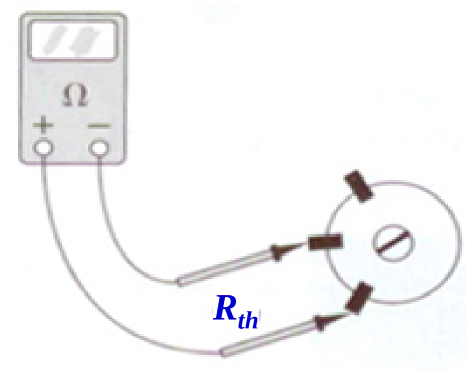
(a)



(b)

Determining R_{Th} experimentally

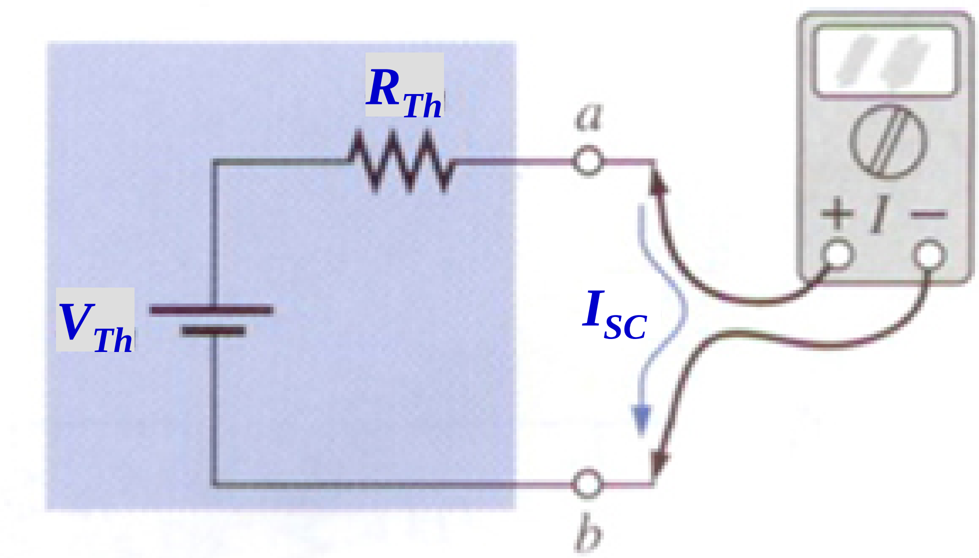
Robert L. Boylestad, Introductory Circuit Analysis, 10th edition, Prentice Hall, 2002, p. 337, Figure 9.56



(c)

- 가변 저항을 연결하고 개방 시의 단자 전압의 ½ 이 되도록 가변 저항을 조정한다.
- 그런 후, 가변 저항의 값을 측정한다.
- 가변 저항의 값이 등가회로의 저항 값이다.

Experimental Procedures for Thévenin Equivalent Circuit (III)



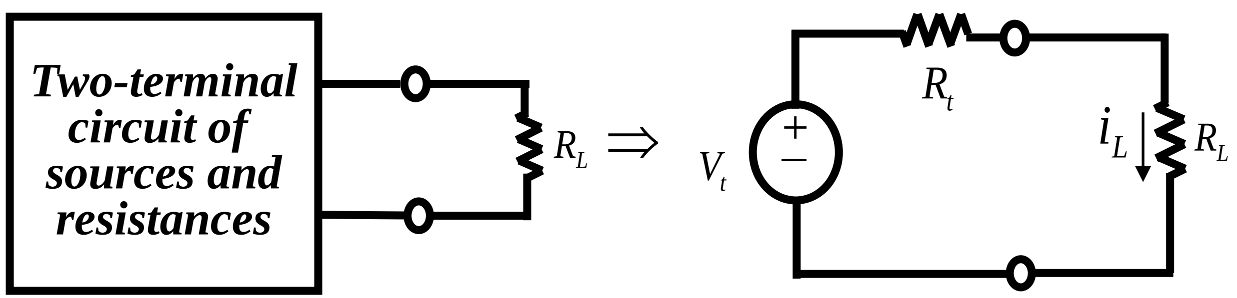
Measuring I_{sc}
Boylestad 책 338쪽 그림 9.57

- 개방시의 전압을 측정하고, 위와 같이 단락시의 전류를 측정한다.
- 아래의 관계에서 등가회로를 실험적으로 구할 수 있다.

$$I_{SC} = V_t (= V_{Th}) / R_t$$

Maximum Power Transfer

- 효율보다는 최대 전력 전달이 중요시 되는 시스템, 예를 들면, **radio receiver**와 같이 수신 안테나로부터 수신 신호를 최대한으로 얻어야 하는 시스템 등에서 사용.



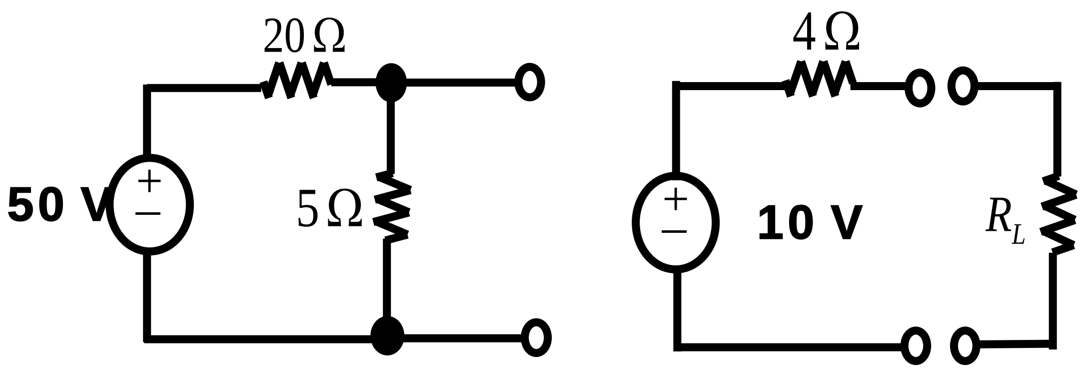
R_L에서의 **power** $$p = R_L i_L^2 = R_L \left(\frac{V_t}{R_t + R_L}\right)^2$$

R_L에서의 **power**를 최대로 하는 R_L $$\frac{dp}{dR_L} = V_t^2 \frac{d}{dR_L}\left\{\frac{R_L}{(R_t + R_L)^2}\right\} = 0 \Rightarrow \boxed{R_L = R_t}$$

그 때의 **power** $$\boxed{p_{\max} = \frac{1}{4}\frac{V_t^2}{R_L}}$$

Maximum Power Transfer (Example)

Example. 두 단자로 전달되는 최대 전력은 ?



우선 이 회로를 **Thévenin** 등가회로로 변환

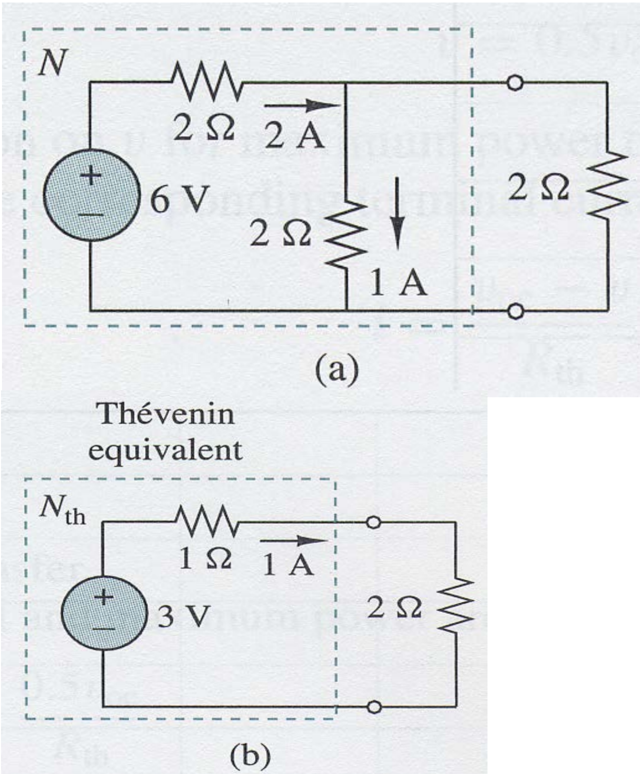
$$V_t = 50 \cdot 5/(20+5) = 10\ \mathrm{V} \quad R_t = 20 // 5 = 4\,\Omega$$

R_L은 **4** Ω 일 때 최대 전력이 전달

$$p_{\max} = R_L \left(\frac{V_t}{R_t + R_L} \right)^2 = 4 \cdot \left(\frac{10}{4+4} \right)^2 = 6.25\ \mathrm{W}$$

Power in Equivalent Circuits

The The'venin equivalent cannot be used to calculate power consumption within the network N.



Compute the power loss within the actual N and within it's The'venin equivalent.

Within N,

$$P_N = 2\times 2^2 + 1\times 2 = 10\ \mathrm{W}$$

Within N_{th},

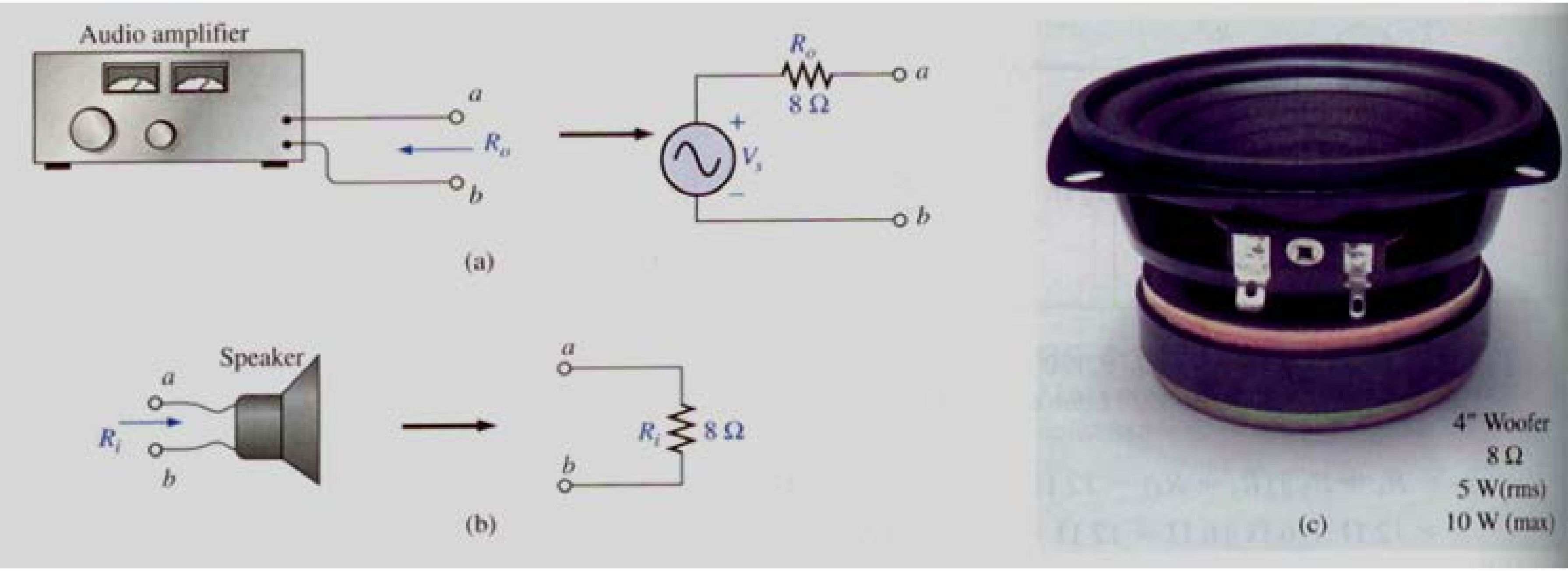
$$P_{N_{th}} = 1\times 1 = 1\ \mathrm{W}$$

Clearly, $P_N \neq P_{N_{th}}$

- The The'venin equivalent is not in general representative of power relationships within the network.

- The The'venin equivalent simply maintains terminal *i-v* relationships.

Applications – Speaker System (I)

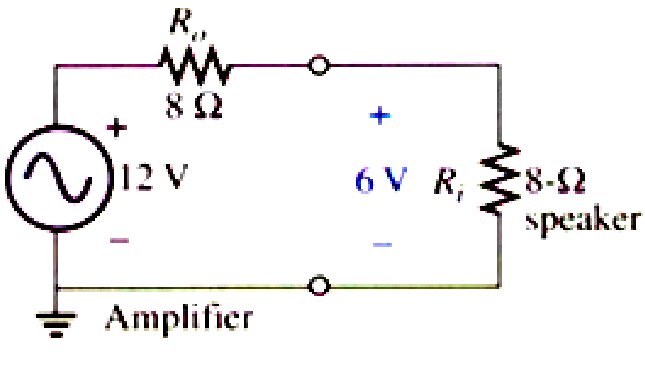


Component of a speaker system:
(a) amplifier; (b) speaker; (c) commercially

Robert L. Boylestad, Introductory Circuit Analysis, 10th edition, Prentice Hall, 2002, p. 358, Figure 9.111

- **Audio amp 는 출력 임피던스(저항)을 갖고 있고,**
- **Speaker 도 내부 임피던스(저항)을 갖고 있다.**
- **그림 (b) 는 표준 8 Ω 스피커이고, 그림 (c) 는 8 Ω woofer 를 보이고 있다.**

Applications – Speaker System (II)



(a)

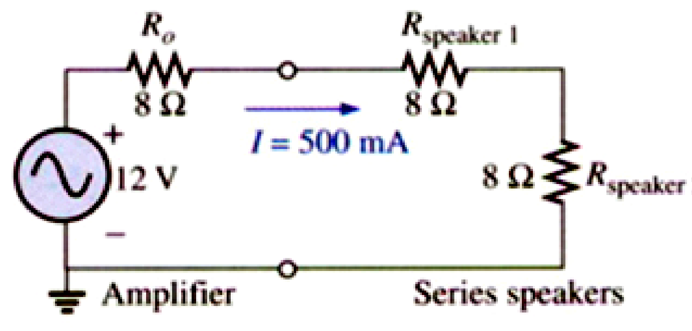
- **8 Ω 스피커의 최대 출력은 $6^2/8=4.5$ W 이다.**

Speaker connections:
(a) single unit; (b) in series; (c) in parallel

Robert L. Boylestad, Introductory Circuit Analysis, 10th edition, Prentice Hall, 2002, p. 358, Figure 9.112

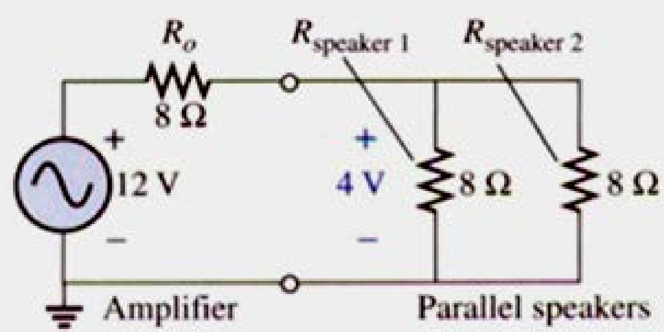
- **8 Ω 스피커를 두 개를 접속하여 얻을 수 있는 출력은 얼마일까?**

- 직렬로 연결한 경우가 **(b)** 이며, 스피커 각각의 출력은 최대 출력은 $4^2/8=2$ W 이고, 합이 4 W이다.



(b)

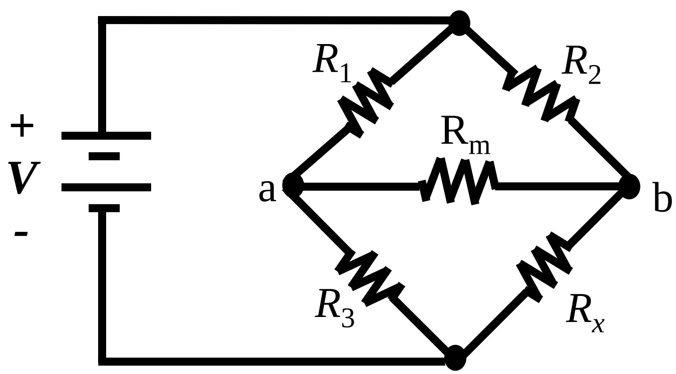
- 병렬로 연결한 경우가 **(c)** 이며, 스피커 각각의 출력은 최대 출력은 $4^2/8=2$ W 이고, 합이 4 W이다.

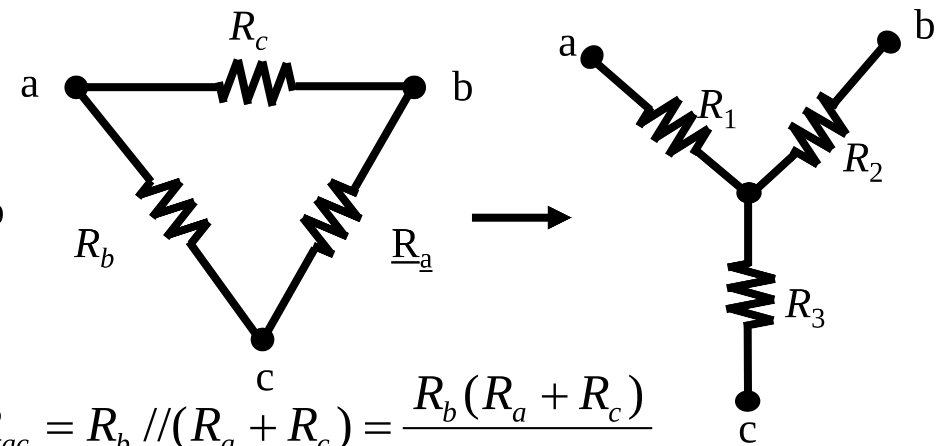


(c)

-임의의 같은 저항을 갖는 스피커 두 개를 직렬 또는 병렬로 연결해서 최대 전력이 전달되도록 한다면 어떤 저항을 갖는 스피커를 사용해야 할까?

Delta-to-Wye Equivalent Circuits (I)





Delta : ac간의 저항

$$R_{ac} = R_b // (R_a + R_c) = \frac{R_b(R_a + R_c)}{R_a + R_b + R_c}$$

bc간의 저항

$$R_{bc} = R_a // (R_b + R_c) = \frac{R_a(R_b + R_c)}{R_a + R_b + R_c}$$

ab간의 저항

$$R_{ab} = R_c // (R_a + R_b) = \frac{R_c(R_a + R_b)}{R_a + R_b + R_c}$$

$$R_{ac} + R_{bc} + R_{ab} = \frac{2(R_aR_b + R_bR_c + R_cR_a)}{R_a + R_b + R_c}$$

Wye : $R_{ac} = R_1 + R_3, \quad R_{bc} = R_2 + R_3, \quad R_{ab} = R_1 + R_2$

$$R_1 + R_2 + R_3 = \frac{1}{2}(R_{ac} + R_{bc} + R_{ab}) = \frac{R_aR_b + R_bR_c + R_cR_a}{R_a + R_b + R_c} = S$$

Delta-to-Wye Equivalent Circuits (II)

- Delta to Wye

$$R_1 = S - (R_2 + R_3) = S - R_{bc} = \frac{R_a R_b + R_b R_c + R_c R_a}{R_a + R_b + R_c} - \frac{R_a (R_b + R_c)}{R_a + R_b + R_c} = \frac{R_b R_c}{R_a + R_b + R_c}$$

$$R_2 = S - (R_3 + R_1) = S - R_{ac} = \frac{R_a R_c}{R_a + R_b + R_c}$$

$$R_3 = S - (R_1 + R_2) = S - R_{ab} = \frac{R_a R_b}{R_a + R_b + R_c}$$

- Wye to Delta

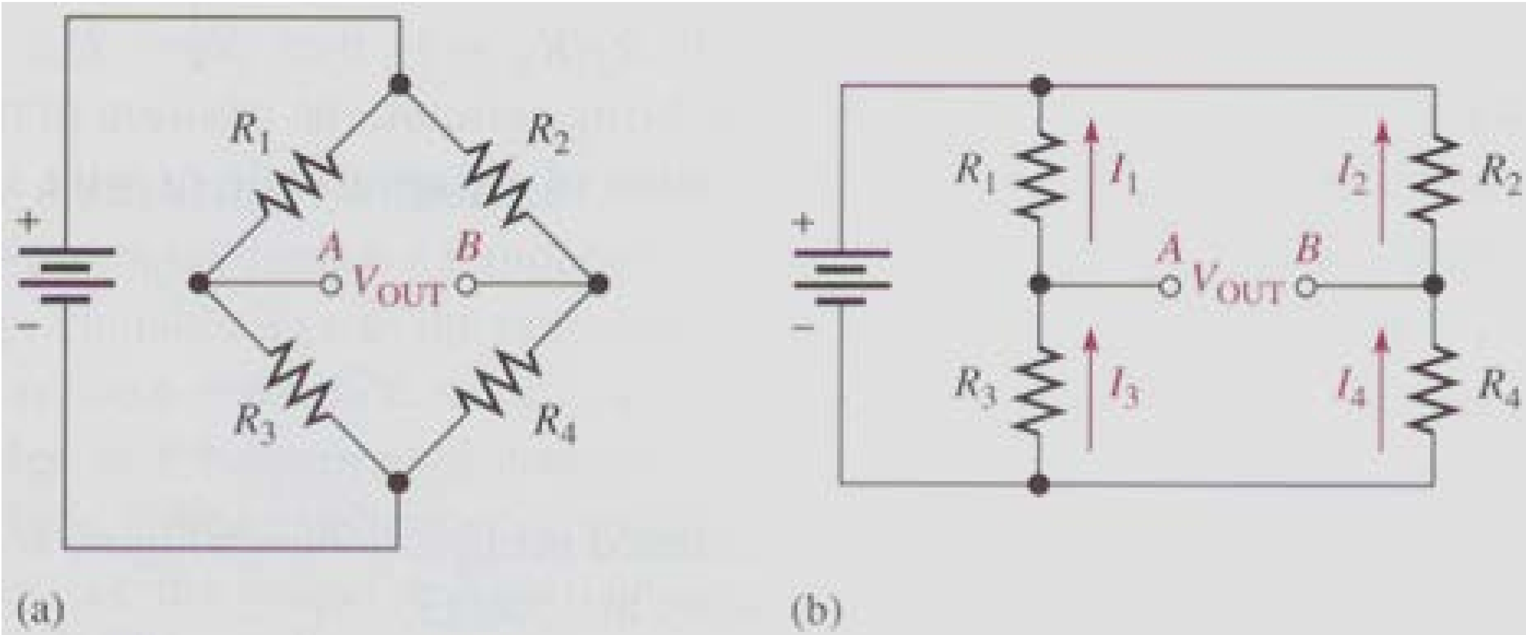
$$R_1 R_a = \frac{R_a R_b R_c}{R_a + R_b + R_c} = R_2 R_b = R_3 R_c = T, \quad R_a = \frac{T}{R_1}, \quad R_b = \frac{T}{R_2}, \quad R_c = \frac{T}{R_3}$$

$$R_1 R_a = T = \frac{T^3 / (R_1 R_2 R_3)}{T(1/R_1 + 1/R_2 + 1/R_3)} = \frac{T^2}{R_1 R_2 + R_2 R_3 + R_3 R_1} = \frac{(R_1 R_a)^2}{R_1 R_2 + R_2 R_3 + R_3 R_1}$$

$$\therefore R_a = \frac{1}{R_1}(R_1 R_2 + R_2 R_3 + R_3 R_1), \quad R_b = \frac{1}{R_2}(R_1 R_2 + R_2 R_3 + R_3 R_1),$$

$$R_c = \frac{1}{R_3}(R_1 R_2 + R_2 R_3 + R_3 R_1)$$

Wheatstone Bridge



Thomas L. Floyd and David M. Buchla, Electronics Fundamentals: Circuits, Devices, and Applications, 8th edition, Prentice Hall, 2009, p. 240

$$V_o = V_A - V_B = \frac{R_3}{R_1 + R_3} V_S - \frac{R_4}{R_2 + R_4} V_S$$

If V_o **= 0 V,** $\frac{R_3}{R_1 + R_3} V_S = \frac{R_4}{R_2 + R_4} V_S$

$$\therefore \frac{R_1}{R_3} = \frac{R_2}{R_4}$$

$$R_x = R_v \left(\frac{R_2}{R_4} \right)$$

Unknown resistor

Variable resistor

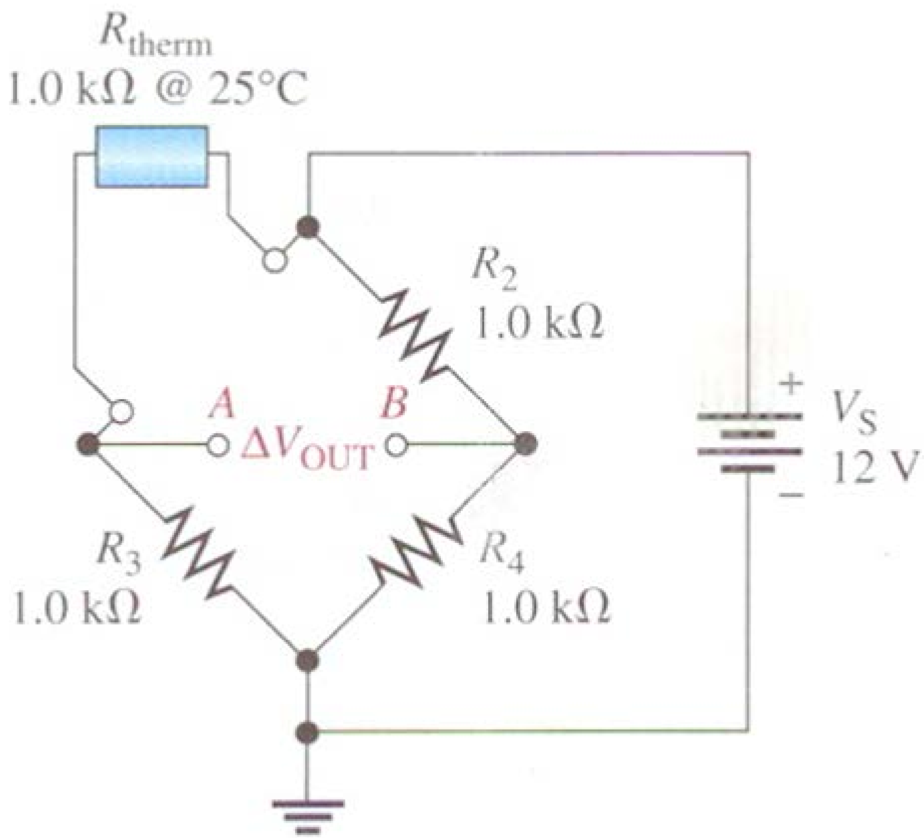
Scale factor

출력 전압이 영이 되도록 조정

Unbalanced Wheatstone Bridge

-측정하려는 물리량의 변화에 따라 저항이 선형적으로 변화할 때 사용.

- 평형상태로부터의 편차가 측정하려는 물리량을 의미.



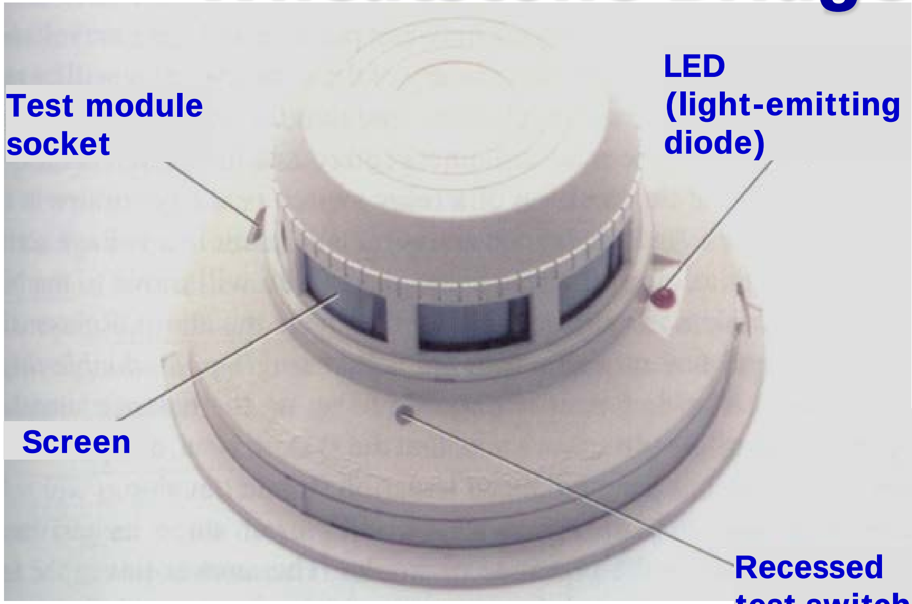
(예제)

섭씨 **25**도에서 **1.0 kΩ** 인 **thermistor** 가 있다. **50**도가 되면 **0.9 kΩ** 이다라고 가정하면 이 때 출력 전압은 몇 **V** 인가?

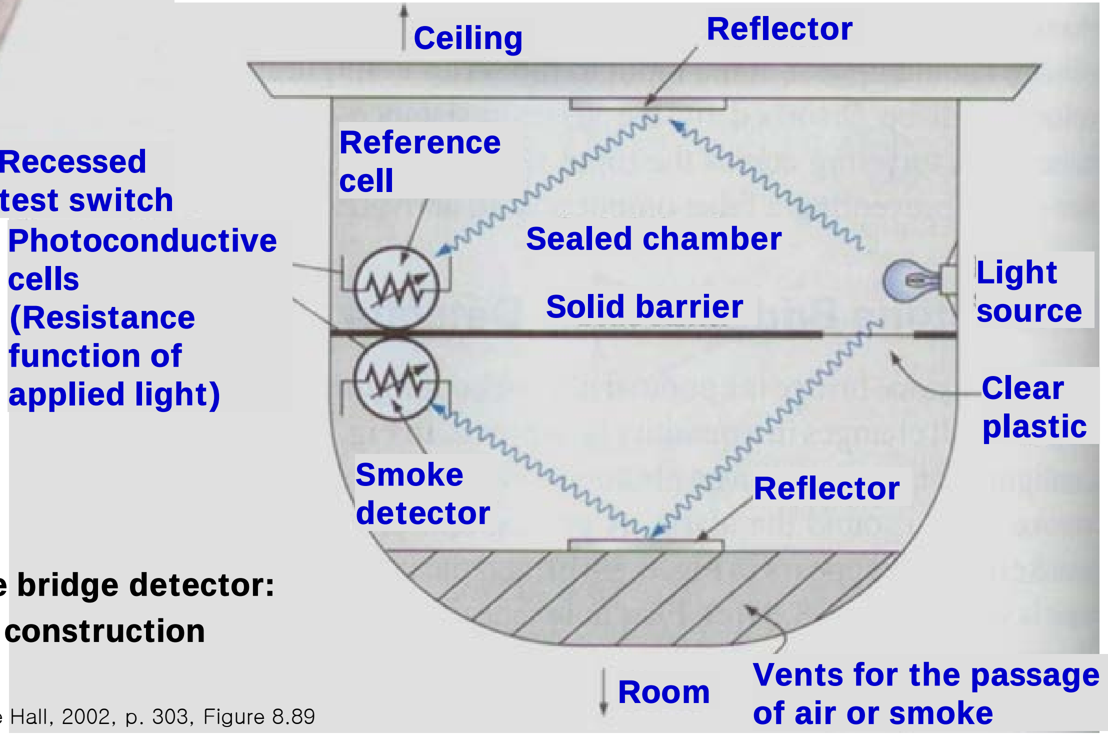
$$
\begin{aligned}
V_o &= V_A - V_B \\
&= \frac{1.0}{1.0+0.9}12 - \frac{1.0}{1.0+1.0}12 \\
&= 6.32 - 6.0 \\
&= 0.32 \ \text{V}
\end{aligned}
$$

Thomas L. Floyd and David M. Buchla, Electronics Fundamentals: Circuits, Devices, and Applications, 8th edition, Prentice Hall, 2009, p. 242

Wheatstone Bridge Smoke Detector (I)



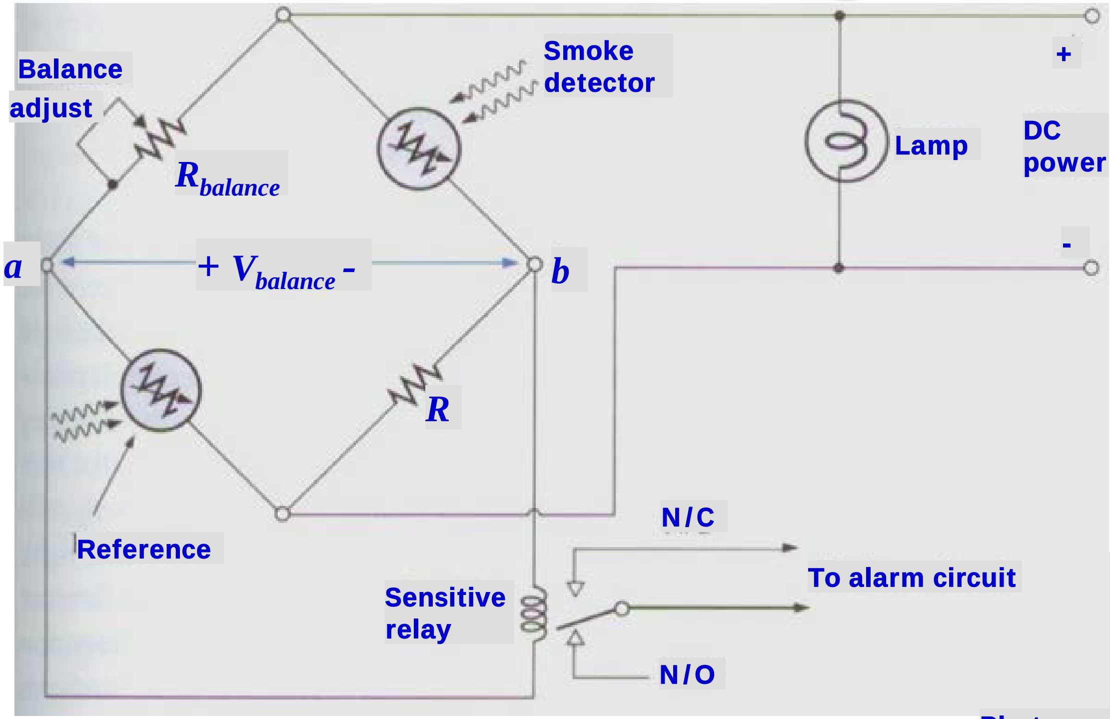
Wheatstone bridge detector:
(b) outside appearance



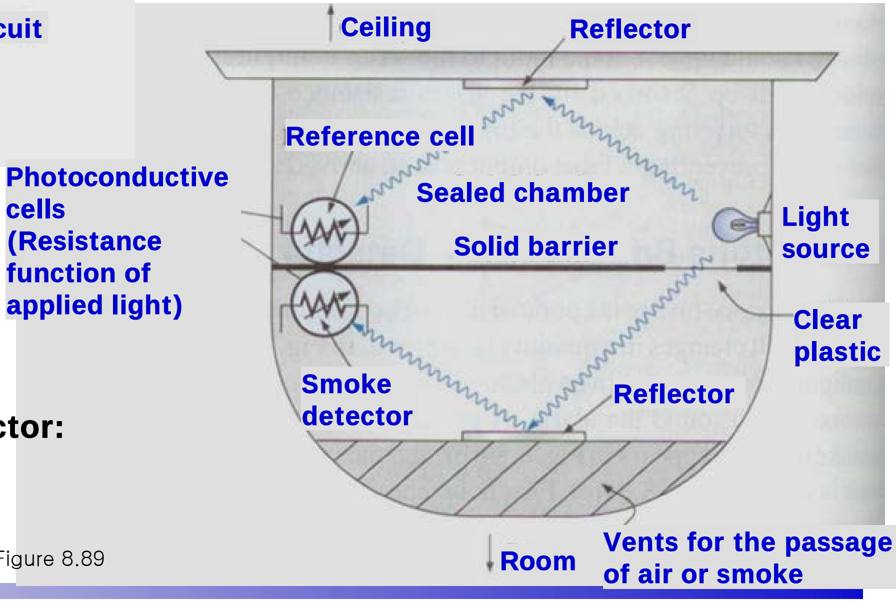
Wheatstone bridge detector:
(c) internal construction

Robert L. Boylestad, Introductory Circuit Analysis, 10th edition, Prentice Hall, 2002, p. 303, Figure 8.89

Wheatstone Bridge Smoke Detector (II)



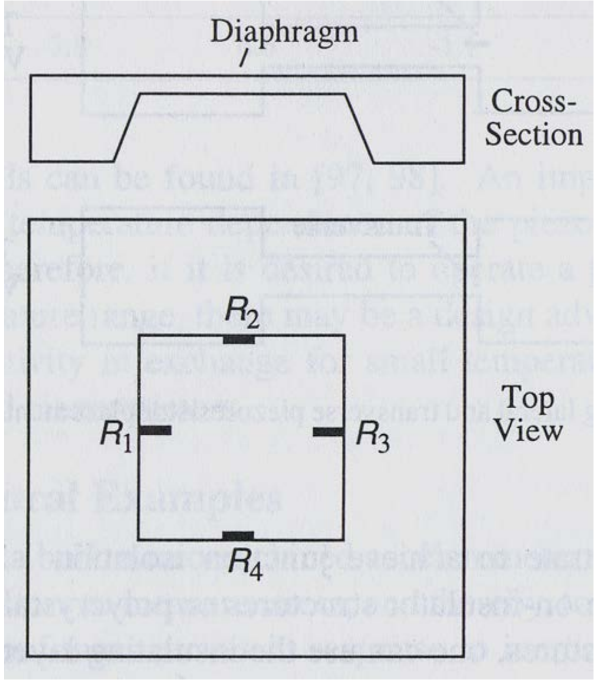
Wheatstone bridge detector:
(a) dc bridge configuration



Wheatstone bridge detector:
(c) internal construction

Robert L. Boylestad, Introductory Circuit Analysis, 10th edition, Prentice Hall, 2002, p. 303, Figure 8.89

Silicon Pressure Sensors - Structural Examples (I)

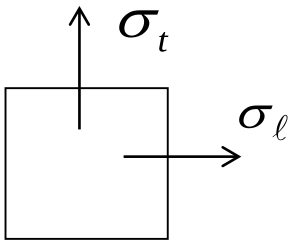


- All resistor axes are along one of the <110> directions.
- The longitudinal stress on R_1 and R_3 is the transverse stress at R_2 and R_4, and vice versa.
- If resistor R_1 experiences a longitudinal stress σ_l, it must simultaneously experience a transverse stress $\nu\,\sigma_l$ (ν is the Poisson ratio).
- The total change in resistance for R_1 would be

$$\frac{\Delta R_1}{R_1} = \pi_\ell \sigma_\ell + \pi_t \sigma_t = (\pi_\ell + \nu \pi_t)\sigma_\ell$$

$\nu = 0.064$ in the [110] direction of (100) plane.

p-type

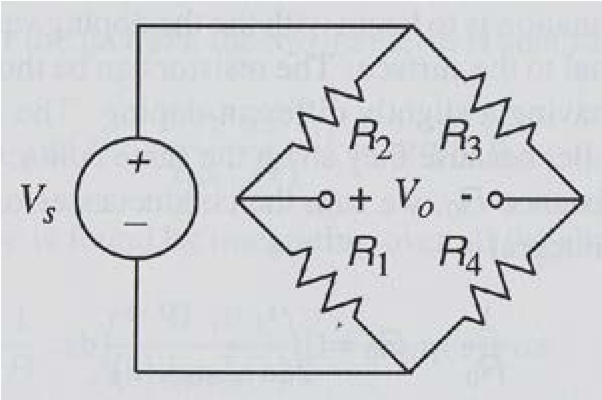


$$\pi_\ell = 71.8\times10^{-11}, \pi_t = -66.3\times10^{-11} \rightarrow \frac{\Delta R_1}{R_1} = 67.556\times10^{-11}\sigma_\ell$$

$$\frac{\Delta R_2}{R_2} = (-66.3 + 0.064\times71.8)\sigma_\ell = -61.704\times10^{-11}\sigma_\ell$$

From Microsystem Design

Silicon Pressure Sensors - Structural Examples (II)



- Wheatstone-bridge circuit

$$R_1 = R_3 = (1+\alpha_1)R_o, \quad R_2 = R_4 = (1-\alpha_2)R_o$$

- α_1 and α_2 represent the product of the effective piezoresistive coefficient and the stress.

$$V_o = \frac{R_1}{R_1+R_2}V_S - \frac{R_4}{R_3+R_4}V_S = \frac{R_1R_3 - R_2R_4}{(R_1+R_2)(R_3+R_4)}V_S \qquad \because R_1 = R_3, R_2 = R_4$$

$$= \frac{R_1 - R_2}{R_1+R_2}V_S = \frac{(1+\alpha_1)-(1-\alpha_2)}{(1+\alpha_1)+(1-\alpha_2)} = \frac{\alpha_1+\alpha_2}{2+\alpha_1-\alpha_2}$$

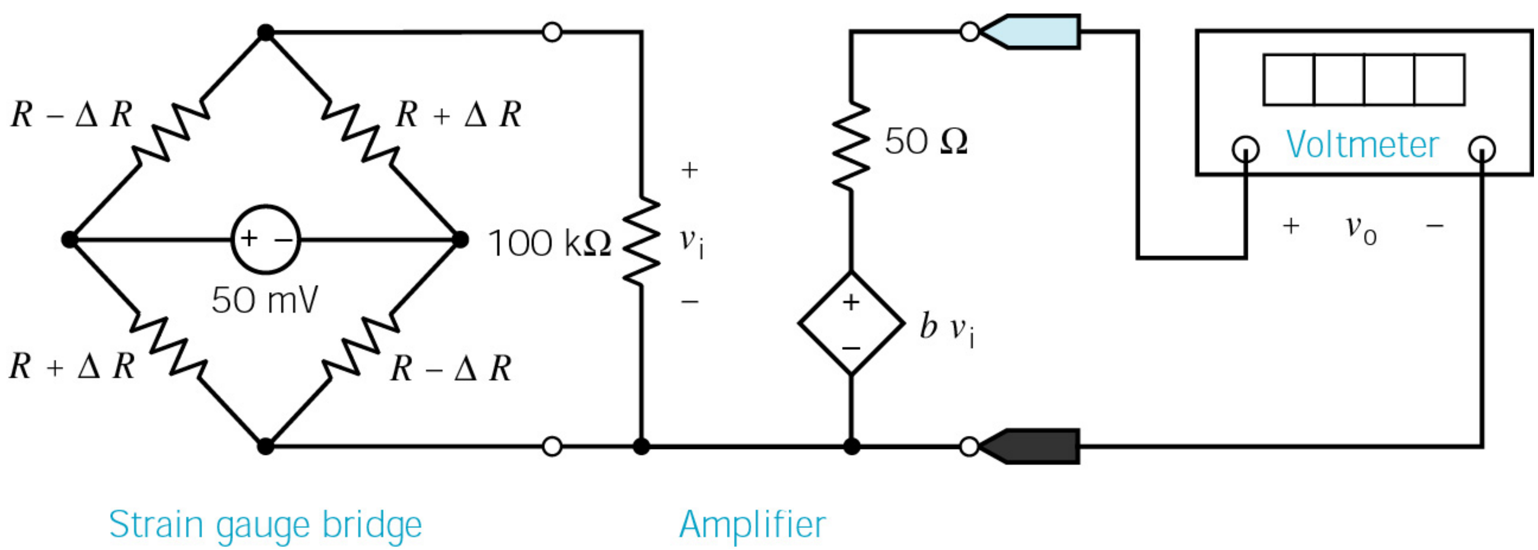
Therefore, $\dfrac{V_o}{V_S} = \dfrac{\alpha_1+\alpha_2}{2+\alpha_1-\alpha_2}$

- Since α_1 and α_2 are typically small (on the order of 0.02 or less), and differ from each other by only 10 %, this bridge gives an optimally large output without a large nonlinearity.

From Microsystem Design

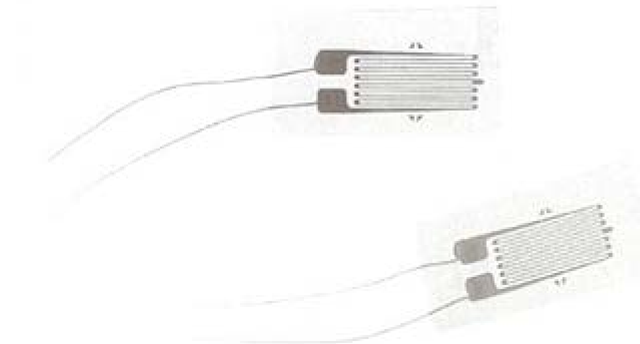
Strain Gauge Bridge

- **Strain gauge:** 힘으로부터 유발되는 기계적인 변위**(strain)**을 측정하는 변환기**.**
- 압저항 성질을 이용**.** 변위에 비례하는 저항의 변화를 발생**.**
- 네 개의 압저항으로 **Bridge** 회로를 구성하여 힘이나 압력센서를 구성한다**.**
- **Bridge** 회로의 출력 전압 v_i 는 작기 때문에 증폭하여 전압계로 읽는다**.**

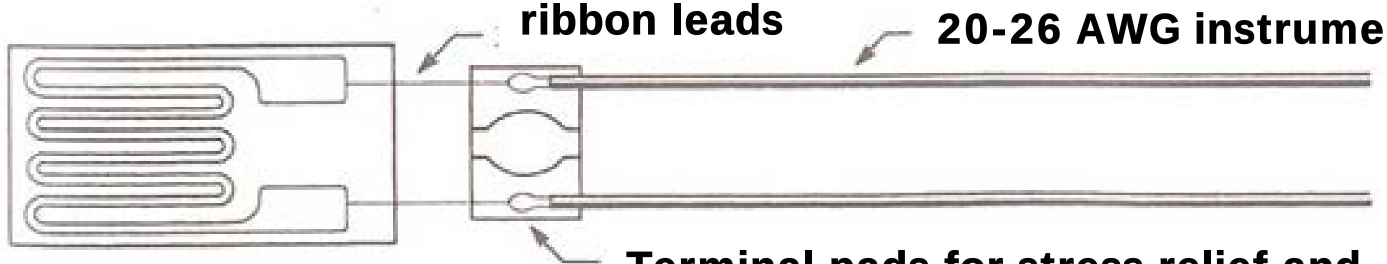


Resistive Strain Gauge

- **Stress** 를 받으면 저항이 변화
- **Strain gauge** 는 반도체 소자이며 비 선형적으로 저항이 변화.
- 응용 분야 : 지진 활동 감시기, 경보시스템, 교량 안전성 센서, 대형 발전기 안전 센서 등



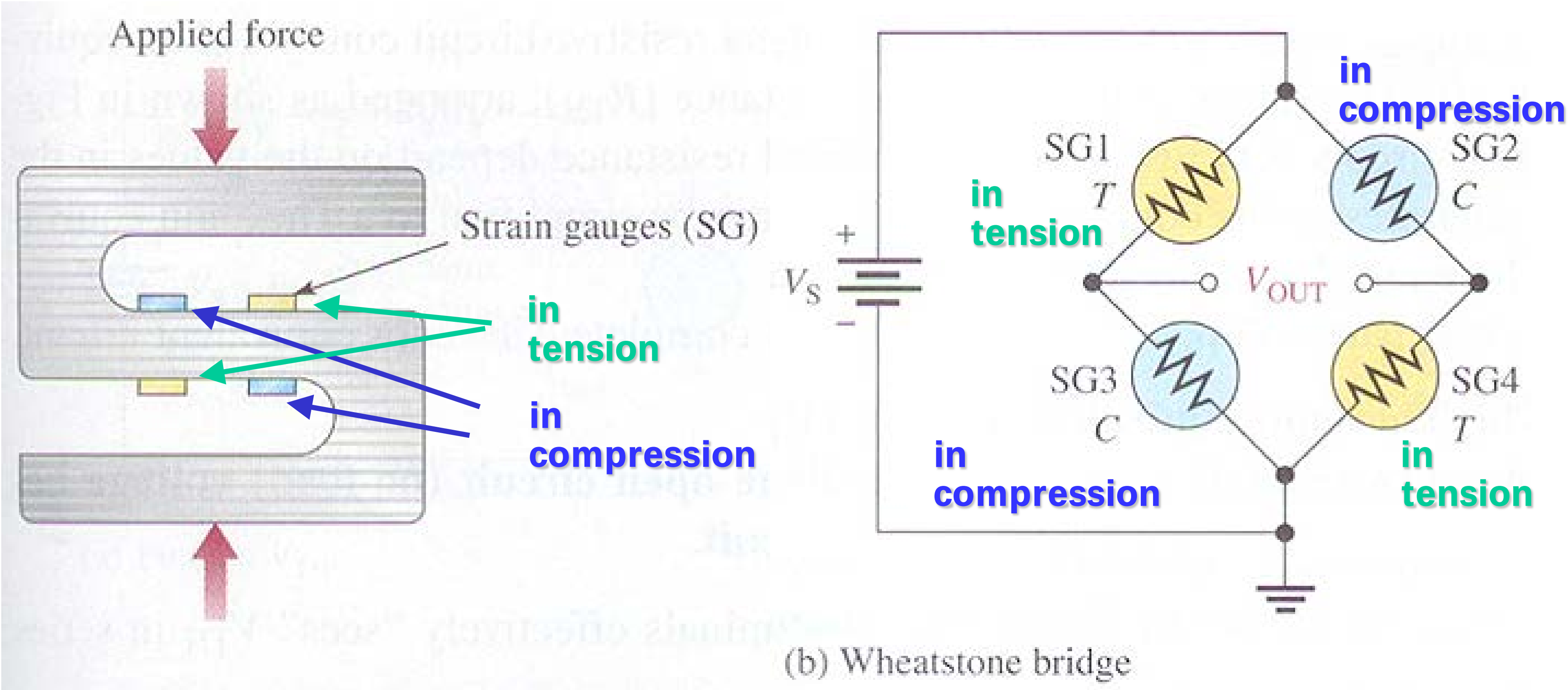
Model SGN- 4/12
12 terminal resistance
Overall length: 5.5 mm



Typical Installation

Robert L. Boylestad, Introductory Circuit Analysis, 10th edition, Prentice Hall, 2002, p. 89

Load Cell



(a) A typical load cell with four active strain gauges (two compression and two tension)

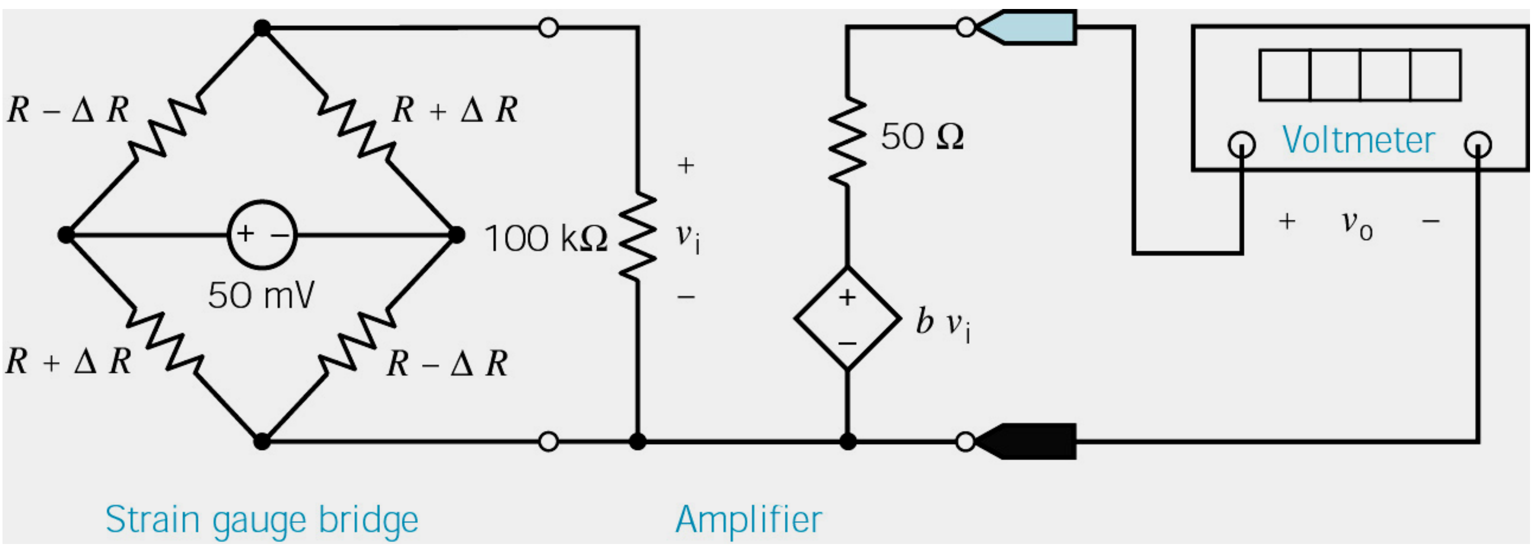
(b) Wheatstone bridge

Thomas L. Floyd and David M. Buchla, Electronics Fundamentals: Circuits, Devices, and Applications, 8th edition, Prentice Hall, 2009, p. 239, Figure 6.40

Strain Gauge Bridge – Situation, Assumptions and Goals

- R = 120 Ω when the strain is zero.
- -2 Ω ≤ ΔR ≤ 2 Ω
- -2 Ω ≤ ΔR ≤ 2 Ω 로 변할 때 v_o는 – 10 V 에서 10 V 로 변해야 한다.
- 따라서, 다음과 같이 설계해야 한다.

$$v_o = 5\frac{\mathrm{V}}{\Omega}\cdot \Delta R$$

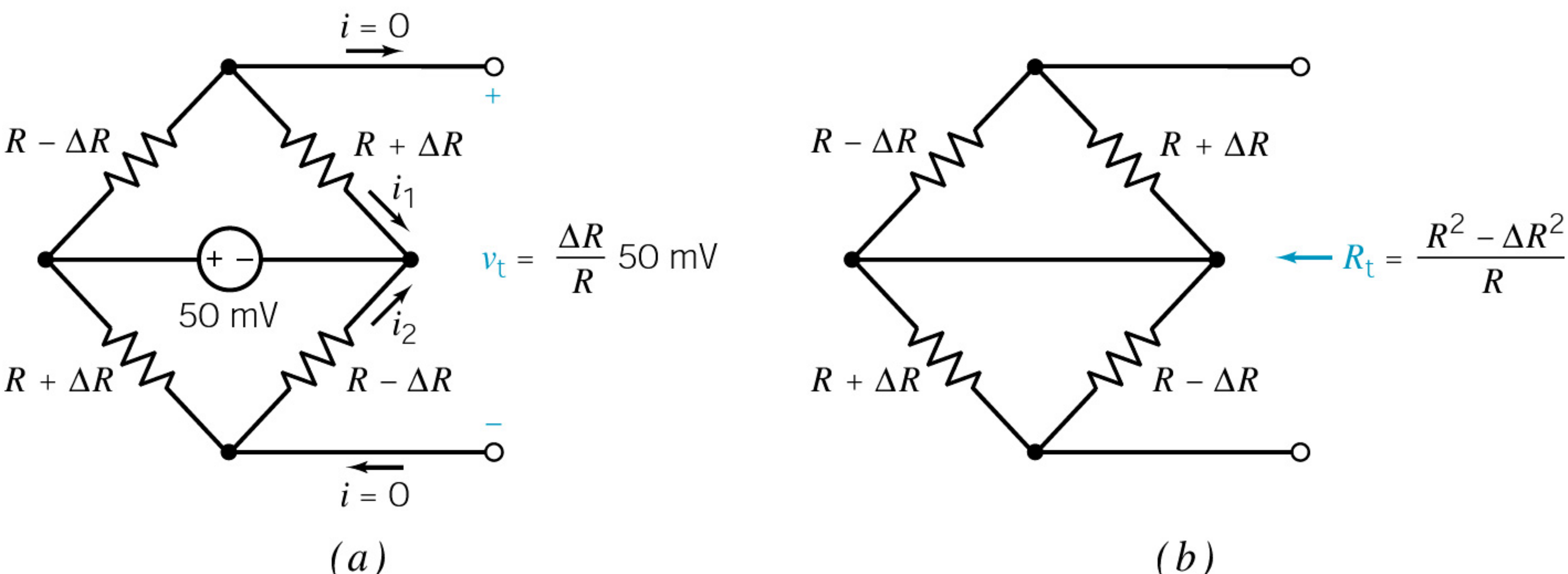


Strain Gauge Bridge – Plan

- **Bridge** 회로의 **The'venin** 등가회로를 구한다.
- 개방시의 전압과 등가 저항을 구한다.
- 개방시 전압 :

$$v_t = 50\,\mathrm{mV}\frac{\Delta R}{R}$$

- 등가 저항 : $R >> \Delta R$ 이면 $R_t = R$.



Strain Gauge Bridge – Solution

- **Bridge 회로의 출력 전압 v_i 는 분압 회로에 의하여 구한다.**

$$v_i = 50\,\text{mV}\frac{\Delta R}{R}\times\frac{100\,\text{k}\Omega}{100\,\text{k}\Omega + R_t} = 50\,\text{mV}\frac{\Delta R}{R}\times 0.9988 = 0.4162\cdot\Delta R\,\text{mV}$$

- 전압계의 전압

$$v_o = bv_i = b\cdot 0.4162\cdot\Delta R\,\text{mV}$$

$$b\cdot 0.4162/1000 = 5 \qquad \because v_o = 5\frac{\text{V}}{\Omega}\cdot\Delta R$$

$$b = 12{,}013$$

- 최종 설계

$$v_o = 12{,}013\times 0.4162/1000\cdot\Delta R = 4.9998\cdot\Delta R\ \ \text{V}$$