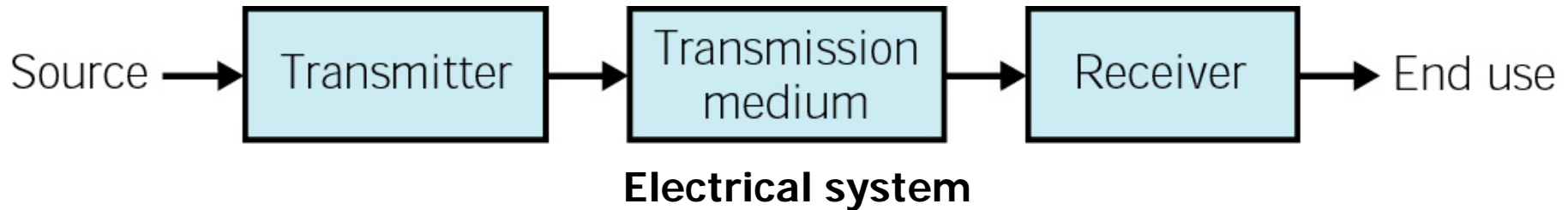


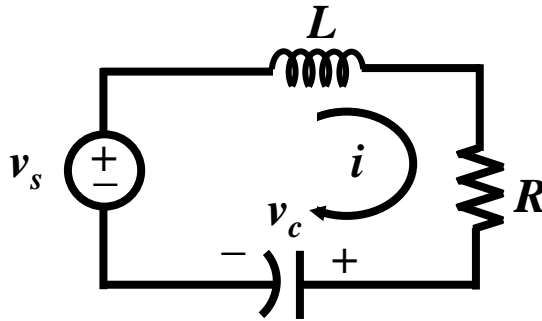
# Communications and Power System

- 전기 회로는 **electrical signal** 또는 **electrical power**를 전송하는 데 사용한다.



- **통신 시스템** (예: **Morse code**, **radio**)에서는 전압 신호 등과 같은 입력 신호가 전원이 된다.
- 변환기는 전파 매체에 적당하도록 신호를 변환한다.
- 변환기의 출력은 수신기에 도착할 때까지 매체를 진행한다.
- 수신기는 사용자가 쓰기에 적절한 형태로 변환시킨다.
- **전력 시스템**에서는 발전기가 **30 - 70 MW**의 전력을 발생시킨다.
- 전선을 통해서 전력을 효율적으로 수용가에 수송한다.
- 통신시스템: **undistorted transmission**, 전력시스템: **efficient power transmission**.

# Natural Response of Second-Order Circuits



$$\text{KVL} \quad L \frac{di}{dt} + Ri + v_c - v_s = 0$$

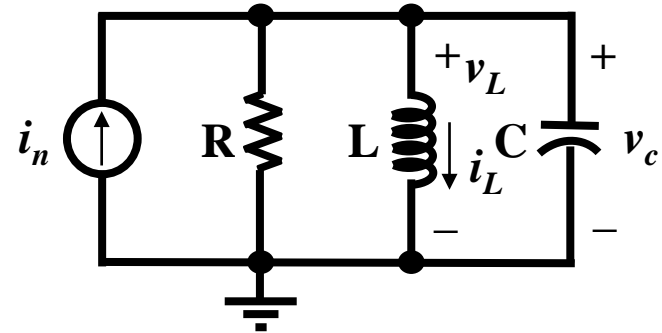
$$i = C \frac{dv_c}{dt}$$

$$LC \frac{d^2 v_c}{dt^2} + RC \frac{dv_c}{dt} + v_c = v_s$$

$$\frac{d^2 v_c}{dt^2} + \frac{R}{L} \frac{dv_c}{dt} + \frac{v_c}{LC} = \frac{v_s}{LC}$$

$$\frac{d^2 x}{dt^2} + 2\alpha \frac{dx}{dt} + \omega_0^2 x = f(t)$$

$$\alpha = \frac{R}{2L}, \quad \omega_0^2 = \frac{1}{LC}, \quad f = \frac{v_s}{LC}$$



$$\text{KCL} \quad (-i_n) + \frac{v_c}{R} + i_L + C \frac{dv_c}{dt} = 0$$

$$v_c = v_L, \quad v_L = L \frac{di_L}{dt}$$

$$\frac{v_L}{R} + i_L + C \frac{dv_L}{dt} = i_n$$

$$\frac{d^2 i_L}{dt^2} + \frac{1}{RC} \frac{di_L}{dt} + \frac{i_L}{LC} = \frac{i_n}{LC}$$

$$\alpha = \frac{1}{2RC}, \quad \omega_0^2 = \frac{1}{LC}, \quad f = \frac{i_n}{LC}$$

# Second-Order Differential Equation

$$\frac{d^2x}{dt^2} + 2\alpha \frac{dx}{dt} + \omega_0^2 x = f, \quad x = x_h + x_p$$

$$\frac{d^2x_h}{dt^2} + 2\alpha \frac{dx_h}{dt} + \omega_0^2 x_h = 0 \Rightarrow x_h = Ke^{st} \text{ 로 가정.}$$

$$Ke^{st}(s^2 + 2\alpha s + \omega_0^2) = 0 \Rightarrow \text{특성방정식} \quad s^2 + 2\alpha s + \omega_0^2 = 0$$

$$s_1 = -\alpha + \sqrt{\alpha^2 - \omega_0^2}, \quad s_2 = -\alpha - \sqrt{\alpha^2 - \omega_0^2}$$

damping ratio  $\zeta = \alpha / \omega_0$

1. Over damped ( $\zeta > 1, \alpha > \omega_0$ )

$s_1, s_2$  : negative real

2. Critically damped ( $\zeta = 1, \alpha = \omega_0$ )

$s_1$  : negative real

$$x_h = K_1 e^{s_1 t} + K_2 t e^{s_1 t}$$

3. Under damped ( $\zeta < 1, \alpha < \omega_0$ )

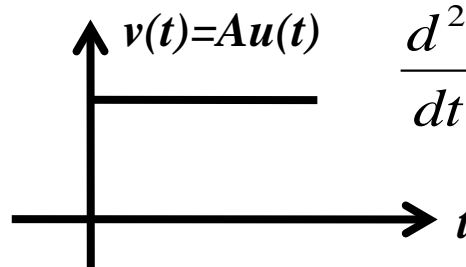
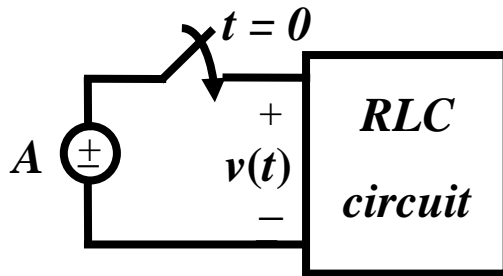
$s_1, s_2$  : complex with negative real

$$x_h = K_1 e^{(-\alpha + j\omega_d)t} + K_2 e^{(-\alpha - j\omega_d)t} \quad (\omega_d = \sqrt{\omega_0^2 - \alpha^2}) \quad \text{damped resonant frequency}$$

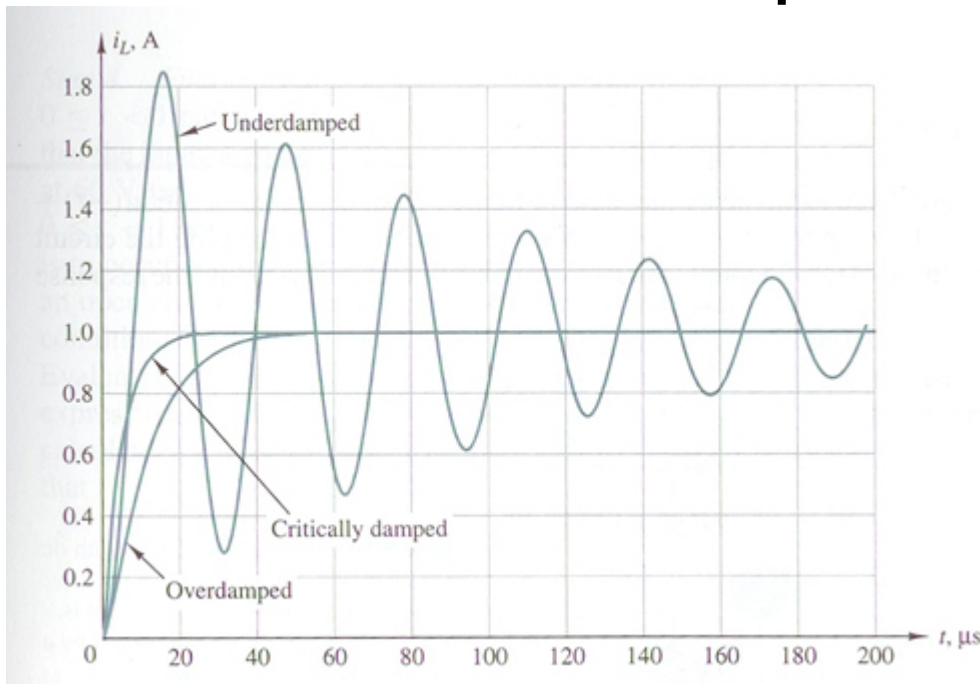
$$= K_3 e^{-\alpha t} \cos \omega_d t + K_4 e^{-\alpha t} \sin \omega_d t$$

# Normalized Step Response of Second-Order Systems

- RLC 회로에 step function의 전압을 가했다.



$$\frac{d^2 x}{dt^2} + 2\alpha \frac{dx}{dt} + \omega_0^2 x = Au(t)$$

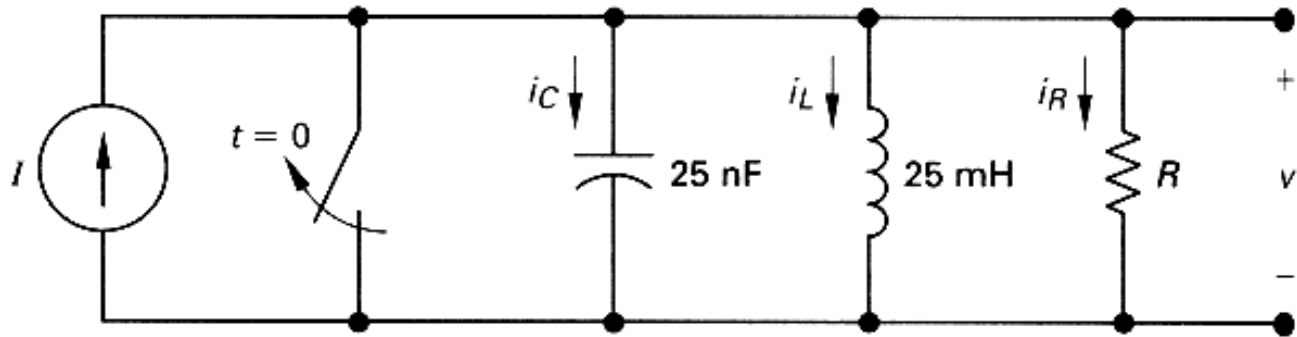


- $\zeta = \alpha / \omega_0$ 의 값에 따라 출력 값에 변화가 있음.
- 특히  $\zeta = 1$  을 경계로 **overshoot** 보인다.
- 응용의 특성에 따라 **damping ratio**을 변화시킨다.

Underdamped, critically damped, and overdamped response curves for parallel RCL circuit of example 9.7.

# Parallel RLC Circuit (I)

$t = 0$  인 순간 switch가 열리고 전류 24 mA가 회로에 가해진다.  
저항 값은  $400\ \Omega$  이다.



$$a) i_L(0^+) = ? \quad i_L(0^-) = 0 \quad \text{이므로} \quad i_L(0^+) = i_L(0^-) = 0.$$

$$b) \left. \frac{di_L}{dt} \right|_{t=0^+} = ? \quad v(0^-) = 0 \quad \text{이므로} \quad v(0^+) = 0 \therefore \left. \frac{di_L}{dt} \right|_{t=0^+} = 0.$$

$$c) C \frac{dv_c}{dt} + i_L + \frac{v_c}{R} = I, \quad L \frac{di_L}{dt} = v_c, \quad LC \frac{d^2 i_L}{dt^2} + i_L + \frac{L}{R} \frac{di_L}{dt} = I.$$

$$\frac{d^2 i_L}{dt^2} + \frac{1}{RC} \frac{di_L}{dt} + \frac{1}{LC} i_L = \frac{I}{LC}$$

# Parallel RLC Circuit (II)

특성방정식

$$s^2 + \frac{1}{RC}s + \frac{1}{LC} = 0, \quad s^2 + 100000s + 16 \times 10^8 = 0$$

$$\alpha = \frac{1}{2RC} = 5 \times 10^4, \quad \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} = 4 \times 10^4$$

$$s = -5 \times 10^4 \pm 3 \times 10^4, \quad s_1 = -20000, \quad s_2 = -80000$$

$$i_L = 24 \times 10^{-3} + A_1 e^{-20000t} + A_2 e^{-80000t}$$

$$i_L(0^+) = 0, \quad \frac{di_L}{dt}(0^+) = 0$$

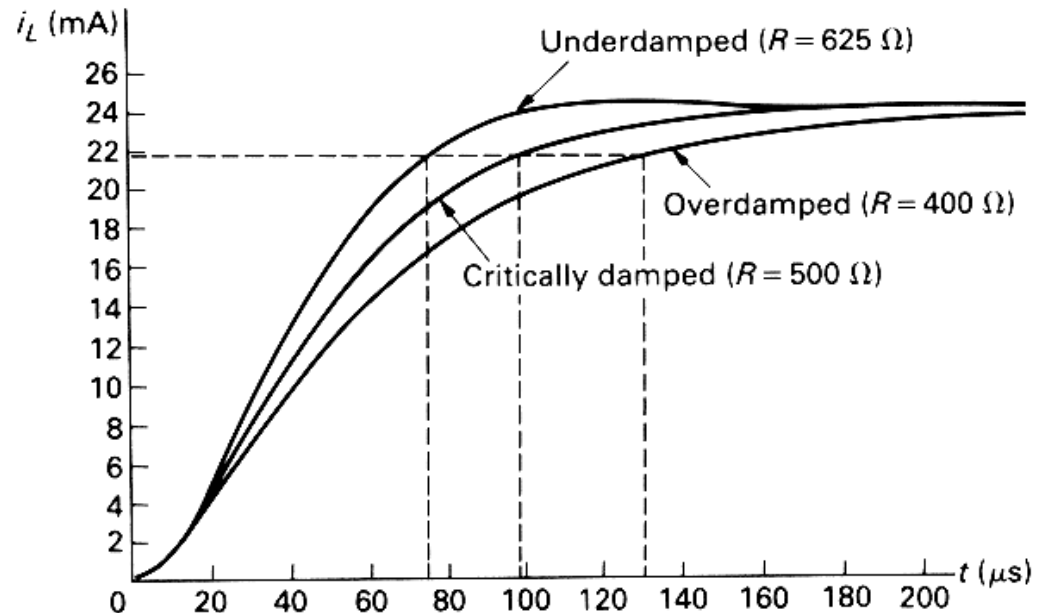
$$\Rightarrow A_1 = 8 \times 10^{-3}, \quad A_2 = -32 \times 10^{-3}$$

If  $R = 625 \Omega$ ,

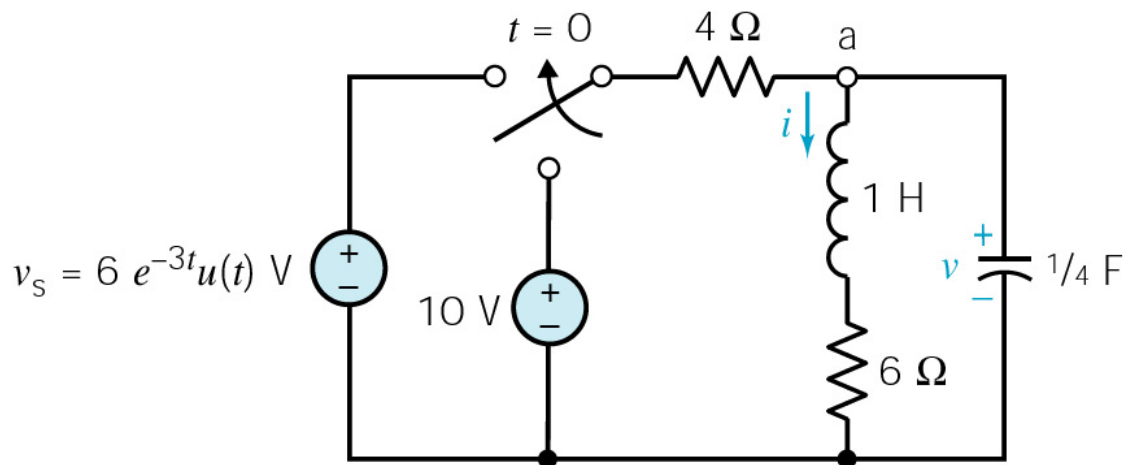
$$\alpha = 3.2 \times 10^4 < \omega_0$$

If  $R = 500 \Omega$ ,

$$\alpha = 4 \times 10^4 = \omega_0$$



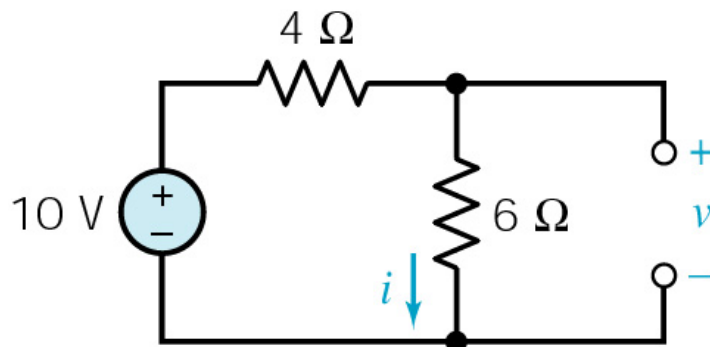
# Complete Response of RLC Circuits (I)



전압  $v$ 를 구하라.

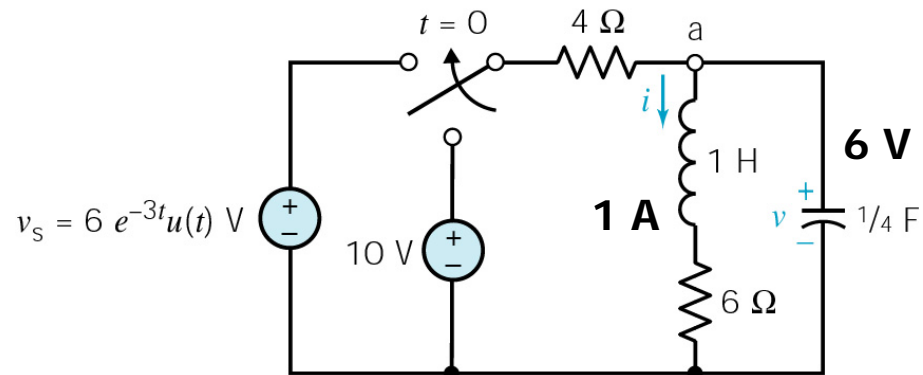
(a) 초기조건을 구하라.

-  $t = 0^-$  의 회로



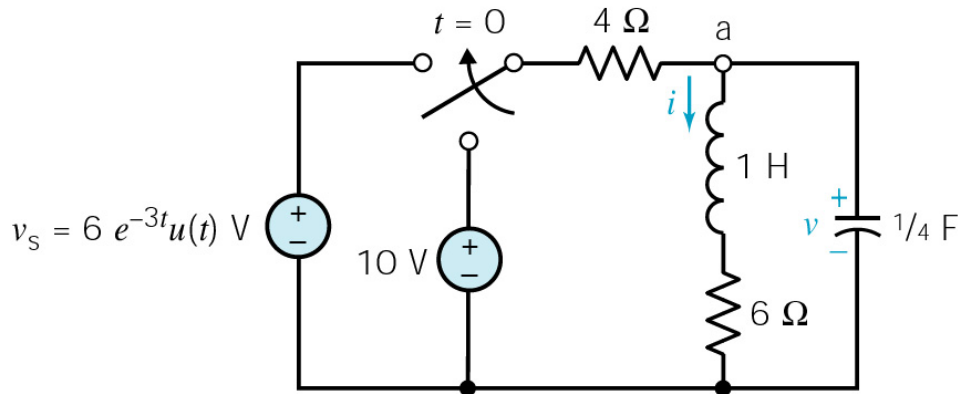
$$v_C(0^-) = 6 \text{ V}, \quad i_L(0^-) = 1 \text{ A}$$

-  $t = 0^+$  의 회로



$$v_L(0^+) = L \left. \frac{di_L}{dt} \right|_{0^+} = 0 \quad \therefore \left. \frac{di_L}{dt} \right|_{0^+} = 0$$

# Complete Response of RLC Circuits (II)



(b) KCL 로 식을 세워라.

$$\frac{v_C - v_s}{4} + i_L + 0.25 \frac{dv_C}{dt} = 0$$

$$v_C = 1 \frac{di_L}{dt} + 6i_L$$

$$\left(\frac{di_L}{dt} + 6i_L\right) - v_s + 4i_L + \frac{d}{dt}\left(\frac{di_L}{dt} + 6i_L\right) = 0$$

$$\frac{d^2 i_L}{dt^2} + 7 \frac{di_L}{dt} + 10i_L = v_s = 6e^{-3t}u(t)$$

$$i_L = i_{Lh} + i_{Lp}$$

$$\text{set } i_{Lp} = Ae^{-3t}$$

$$9A + (-21A) + 10A = 6$$

$$A = -3$$

$$\text{set } i_{Lh} = Ke^{st}$$

$$s^2 + 7s + 10 = 0$$

$$s = -2, -5$$

$$i_{Lh} = K_1 e^{-2t} + K_2 e^{-5t}$$

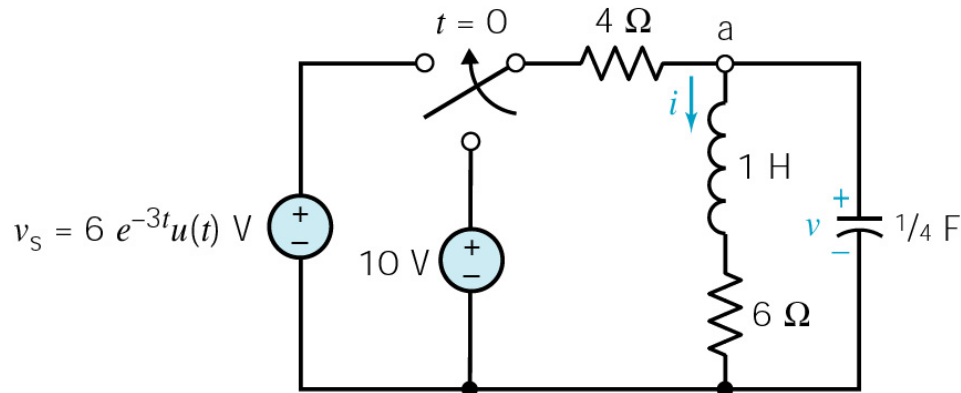
$$i_L = K_1 e^{-2t} + K_2 e^{-5t} - 3e^{-3t}$$

$$i_L(0^+) = 1 = K_1 + K_2 - 3$$

$$i_L'(0^+) = 0 = -2K_1 - 5K_2 + 9$$



# Complete Response of RLC Circuits (III)



$$K_1 + K_2 = 4$$

$$2K_1 + 5K_2 = 9$$

$$K_1 = 11/3, \quad K_2 = 1/3$$

$$i_L = \frac{11}{3}e^{-2t} + \frac{1}{3}e^{-5t} - 3e^{-3t}$$

$$v_C = 1 \frac{di_L}{dt} + 6i_L \quad \text{이므로}$$

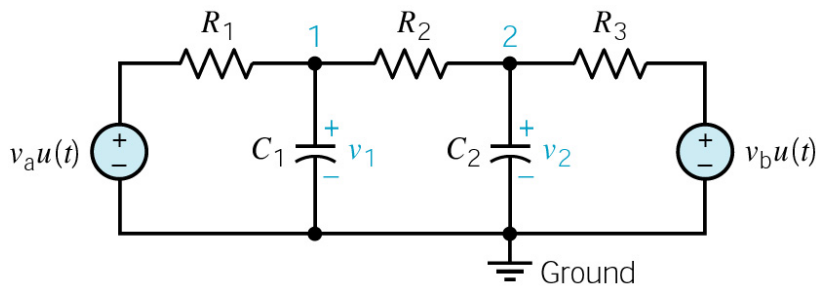
$$v_C = \frac{d}{dt} \left( \frac{11}{3}e^{-2t} + \frac{1}{3}e^{-5t} - 3e^{-3t} \right) + 6 \left( \frac{11}{3}e^{-2t} + \frac{1}{3}e^{-5t} - 3e^{-3t} \right)$$

$$= -\frac{22}{3}e^{-2t} - \frac{5}{3}e^{-5t} + 9e^{-3t} + \frac{66}{3}e^{-2t} + \frac{6}{3}e^{-5t} - 18e^{-3t}$$

$$= \frac{44}{3}e^{-2t} + \frac{1}{3}e^{-5t} - 9e^{-3t}$$

# State Variable Approach to Circuit Analysis

- **State variable method** : 회로의 전체 응답을 구하기 위해서 **state variable**의 1계 미분방정식을 이용한다.
- **Inductor**의 전류나 **capacitor**의 전압을 **state variable**로 이용한다.



*KCL*

$$\text{node 1: } C_1 \frac{dv_1}{dt} + \frac{v_1 - v_a}{R_1} + \frac{v_1 - v_2}{R_2} = 0$$

$$\text{node 2: } C_2 \frac{dv_2}{dt} + \frac{v_2 - v_1}{R_2} + \frac{v_2 - v_b}{R_3} = 0$$

$\frac{d}{dt}$  를 **operator s**로 써서 정리하면,

$$\begin{bmatrix} C_1 s + 1/R_1 + 1/R_2, & -1/R_2 \\ -1/R_2, & C_2 s + 1/R_2 + 1/R_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1/R_1, & 0 \\ 0, & 1/R_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_a \\ v_b \end{bmatrix}$$

$v_1$ 과  $v_2$ 는 아래의 꼴로 쓰여진다.

$$v_1, v_2 = \frac{(Cs + D)v_a + (Es + F)v_b}{s^2 + As + B}$$

이것의 해를 구하는 방법은 14장 **Laplace transform**에서 다루겠다.

# Roots in the Complex Plane (I)

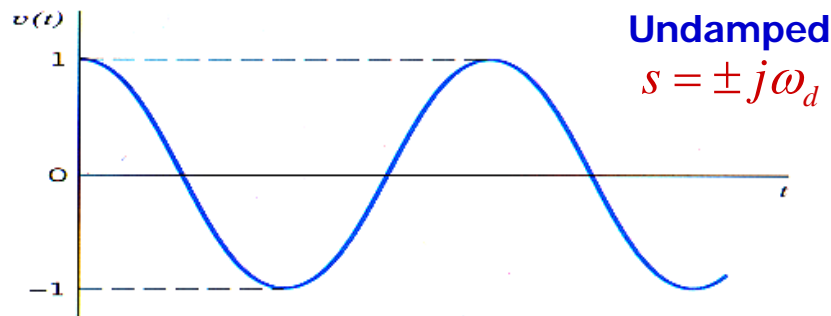
- 2계 미분 방정식 시스템  
( parallel RLC 회로 )

$$s^2 + \frac{s}{RC} + \frac{1}{LC} = 0$$

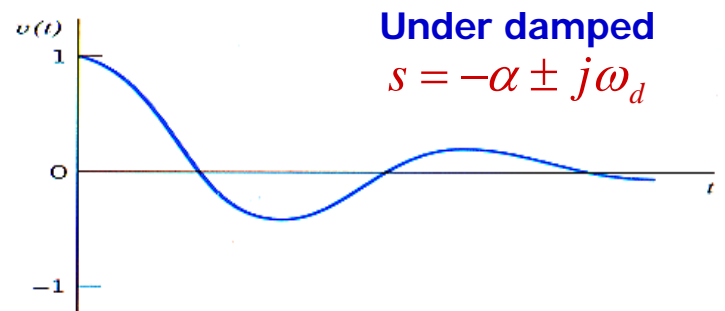
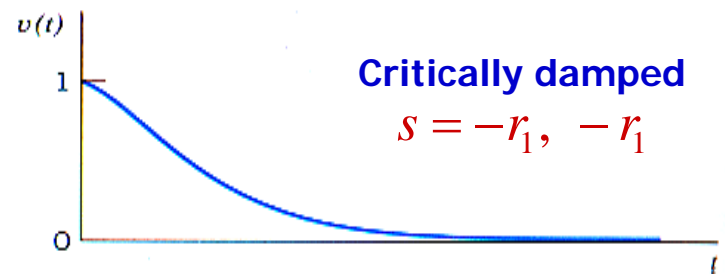
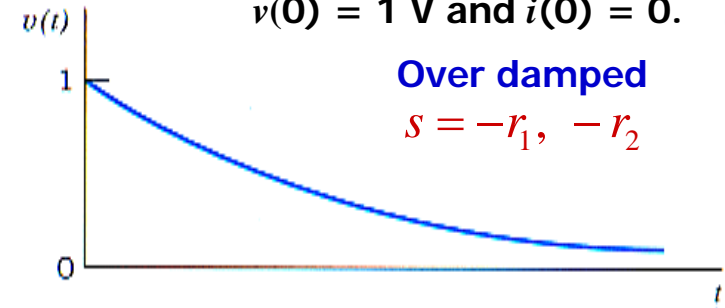
$$s = -\alpha \pm \sqrt{\alpha^2 - \omega_0^2}$$

$$\text{if } \omega_0 > \alpha, \quad s = -\alpha \pm j\sqrt{\omega_0^2 - \alpha^2} = -\alpha \pm j\omega_d$$

- 해를 복소 평면에 그릴 수 있다.
- 실수 축과 허수 축,  $\sigma$  and  $j\omega$



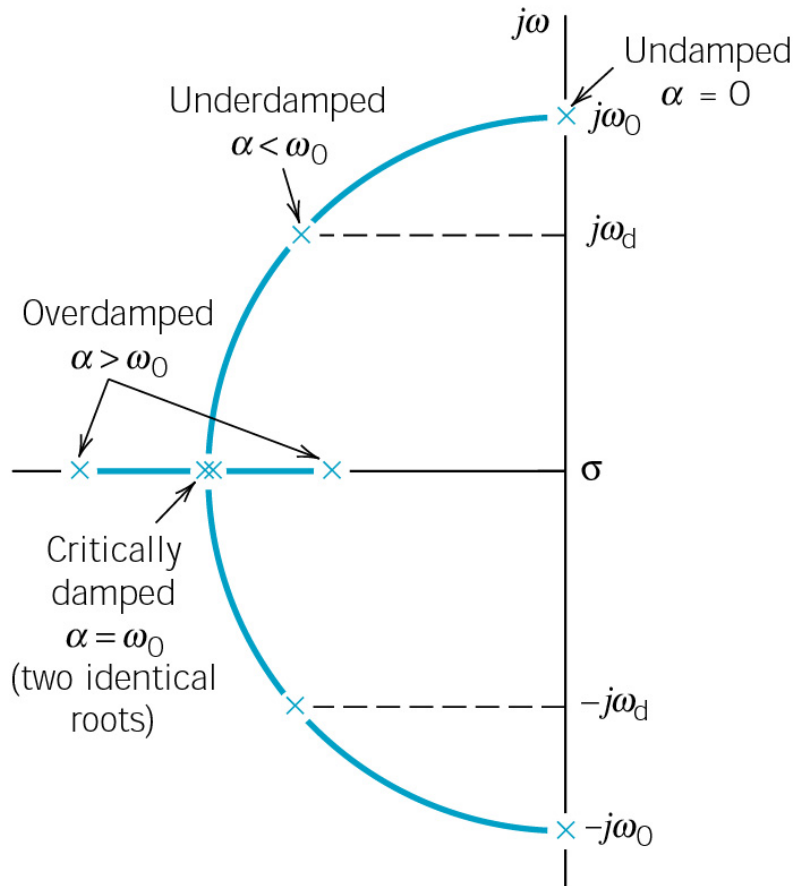
Form of response for  
 $v(0) = 1 \text{ V}$  and  $i(0) = 0$ .



Natural response of a parallel RLC circuit

Richard C. Dorf & James A. Svoboda, Introduction to Electric Circuits, 8th edition, John Wiley & Sons, 2010, p. 395

# Roots in the Complex Plane (II)



해의 각 경우를 복소 평면에 그려 보면

## i) Over damped

$$s = -r_1, -r_2 \quad (\text{음의 실수 축 위의 두 점})$$

## ii) Critically damped

$$s = -r_1, -r_1 \quad (\text{음의 실수 축 위의 한 점})$$

## iii) Under damped

$$s = -\alpha \pm j \omega_d \quad (\text{음의 실수 평면 위의 두 점})$$

## iv) Undamped

$$s = \pm j \omega_d \quad (\text{허수 축 위의 두 점})$$

*The complete s-plane showing the location of the two roots,  $s_1$  and  $s_2$ , of the characteristic equation in the left-hand portion of the s-plane. The roots are designated by the  $\times$  symbol.*

# Application – Flash Lamp Circuits (I)

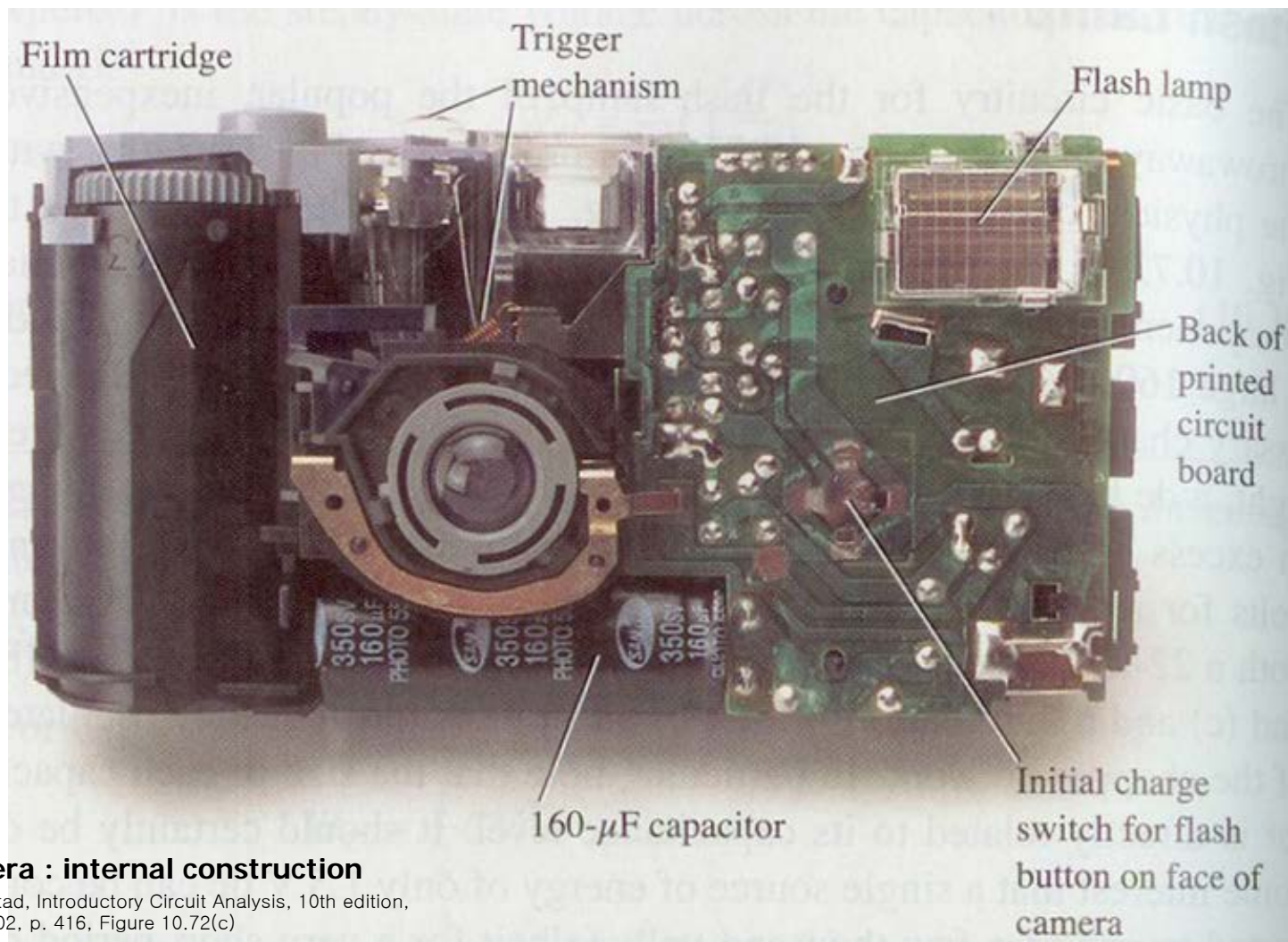
- 일회용 플래시가 달린 카메라.
- 1.5 V 의 건전지로 수천 V 를 발생시켜 플래시를 동작.
- 캐패시터가 에너지( $W=Pt=(VI) t$ )를 저장했다가 짧은 시간에 작은 전류를 흘려서 큰 전압을 얻는다.
- 주요 부품 :
  - (1) 160  $\mu\text{F}$ , 330 V 극성화된 전해 캐패시터 : 플래시 램프에 필요한 전하를 축적.
  - (2) 플래시 램프
  - (3) 1.5 V 건전지
  - (4) chopper 회로 : 300 V 를 넘는 직류 전압을 발생 시킴.
  - (5) trigger 회로 : 짧은 시간이지만 수천 V 를 발생시킴.



**Flash camera : general appearance**

Robert L. Boylestad, Introductory Circuit Analysis, 10th edition, Prentice Hall, 2002, p. 415, Figure 10.72(a)

# Application – Flash Lamp Circuits (II)



## Flash camera : internal construction

Robert L. Boylestad, Introductory Circuit Analysis, 10th edition, Prentice Hall, 2002, p. 416, Figure 10.72(c)



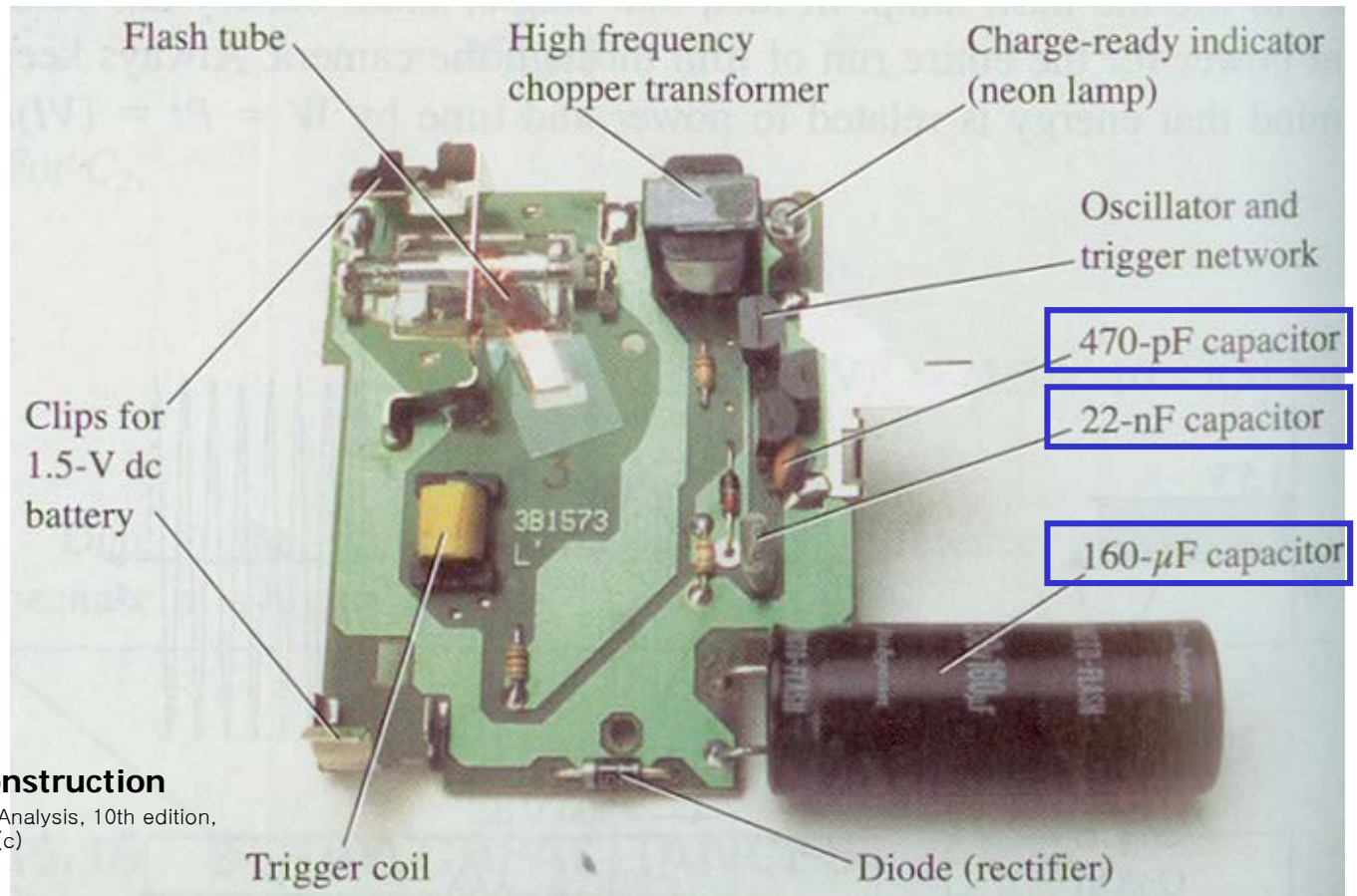
# Application – Flash Lamp Circuits (III)

- 세 종류의 캐패시터가 사용됨

(1)  $160\ \mu\text{F}$ ,  $330\ \text{V}$  극성화된 전해 캐패시터 : 플래시 램프에 필요한 전하를 축적.

(2)  $22\ \text{nF}$  캐패시터 : trigger 회로에 사용.

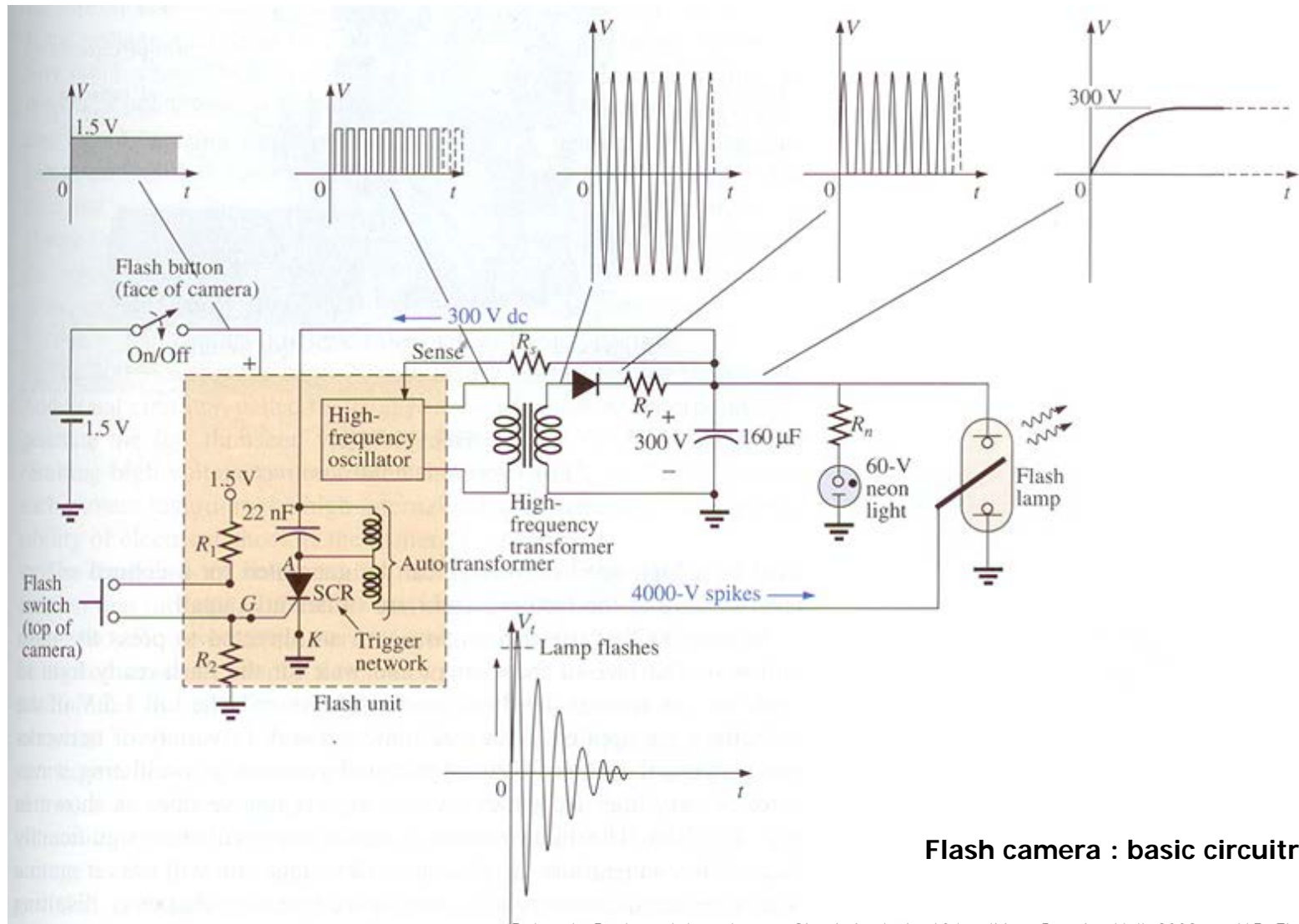
(3)  $470\ \text{pF}$  캐패시터 : chopper 회로에서 고주파 발진에 사용.



## Flash camera : internal construction

Robert L. Boylestad, Introductory Circuit Analysis, 10th edition, Prentice Hall, 2002, p. 416, Figure 10.72(c)

# Application – Flash Lamp Circuits (IV)



Flash camera : basic circuitry

Robert L. Boylestad, Introductory Circuit Analysis, 10th edition, Prentice Hall, 2002, p. 415, Figure 10.72(b)



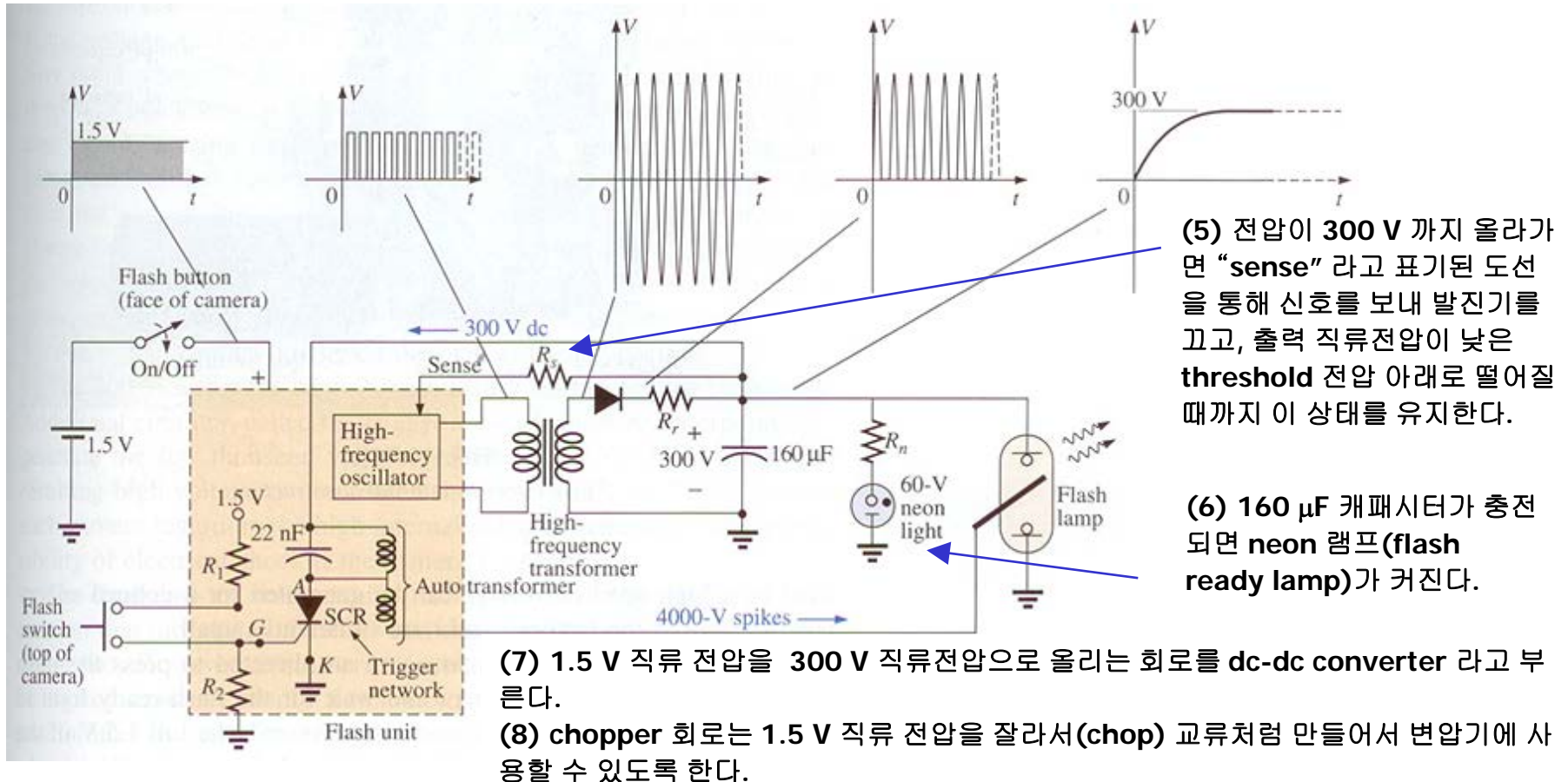
# Application – Flash Lamp Circuits (V)

(1) 플래시 버튼을 누르면 1.5 V가 전자회로에 가해진다.

(2) 이 회로는 고주파 발진 파형을 만든다.

(3) 고주파 변압기가 발생한 전압의 크기를 크게 해서 반파(半波) 정류기에 전압이 걸린다.

(4) 이 전압은  $160\ \mu\text{F}$  캐패시터를 충전해서 300 V까지 전압이 올라간다.



Robert L. Boylestad, Introductory Circuit Analysis, 10th edition, Prentice Hall, 2002, p. 415

# Application – Flash Lamp Circuits (VI)

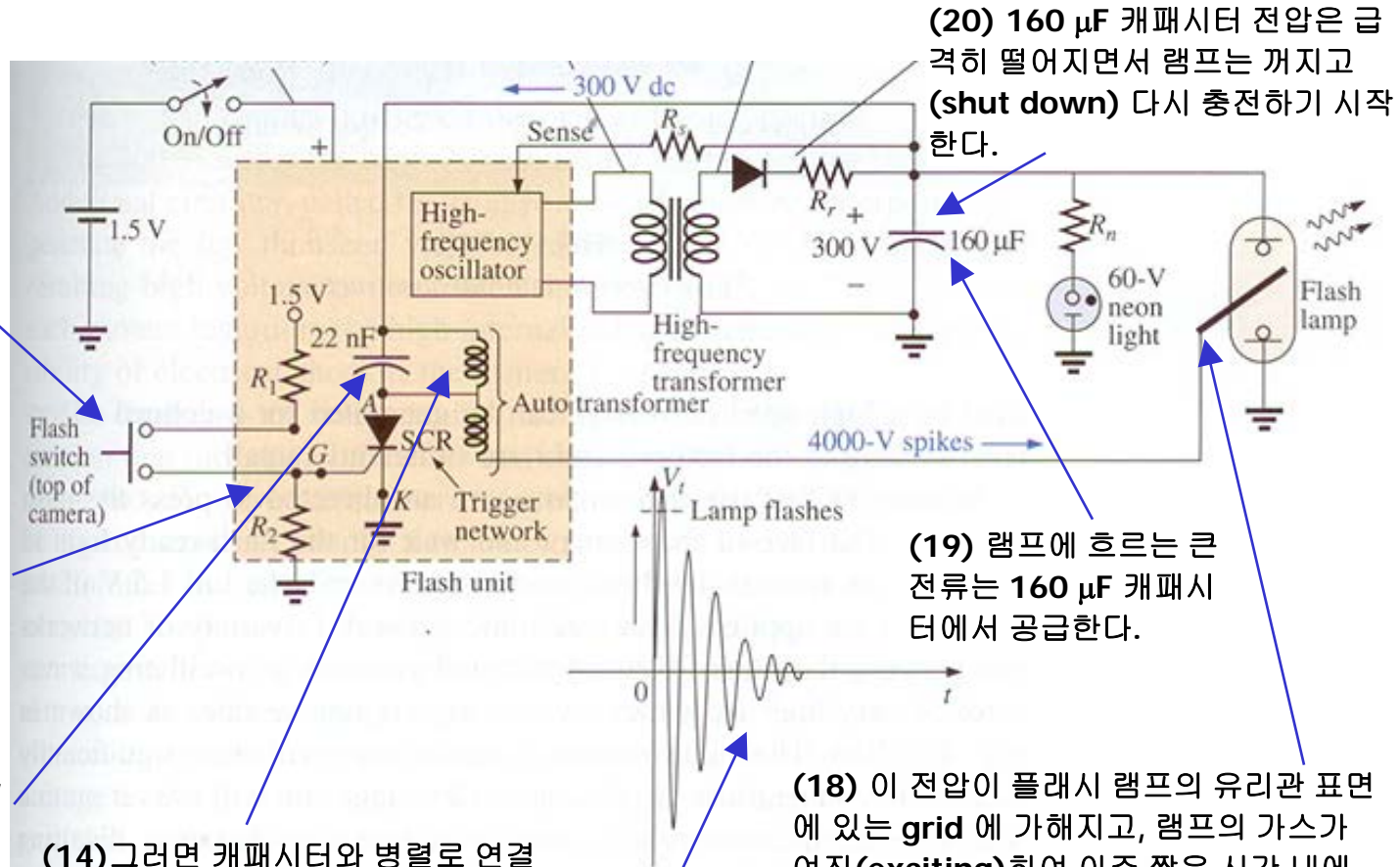
(9) trigger 회로는 300 V 를 수천 V 로 높여서 플래시 램프를 점화 (“firing”)시킨다.

(10) flash switch 가 닫히면 저항  $R_1$ 과  $R_2$  가 분압 회로를 구성하게 된다.

(11)  $R_2$  에 걸리는 전압은 SCR(silicon-controlled rectifier)의 gate G 에 인가하여 SCR을 동작시켜 SCR 의 A(anode) 단자와 K(cathode) 단자 사이를 short 으로 만든다.

(12) 22 nF 의 캐패시터는 300 V 로 충전되고, 300 V 에 다다르면 전류가 흐르지 않게 된다.

(13) SCR 에 흐르는 전류가 영이 되므로 소자 특성에 의해서 SCR 은 다시 open 이 된다.



(14) 그러면 캐패시터와 병렬로 연결된 coil 을 통해서 방전하기 시작한다.

(15) 병렬 coil 은 인덕터와 저항으로 모델링 된다. 이 때 에너지는 캐패시터와 인덕터 사이를 오가게 되고, 이를 “flyback effect” 라고 한다.

(16) coil 전압은 진동(“ringing”)하면서 감쇄하게 된다.

(17) 이 전압은 변압기를 통해서 크기가 커져서 플래시를 점화 (“firing”) 할 수 있는 4,000 V에 이르게 된다.

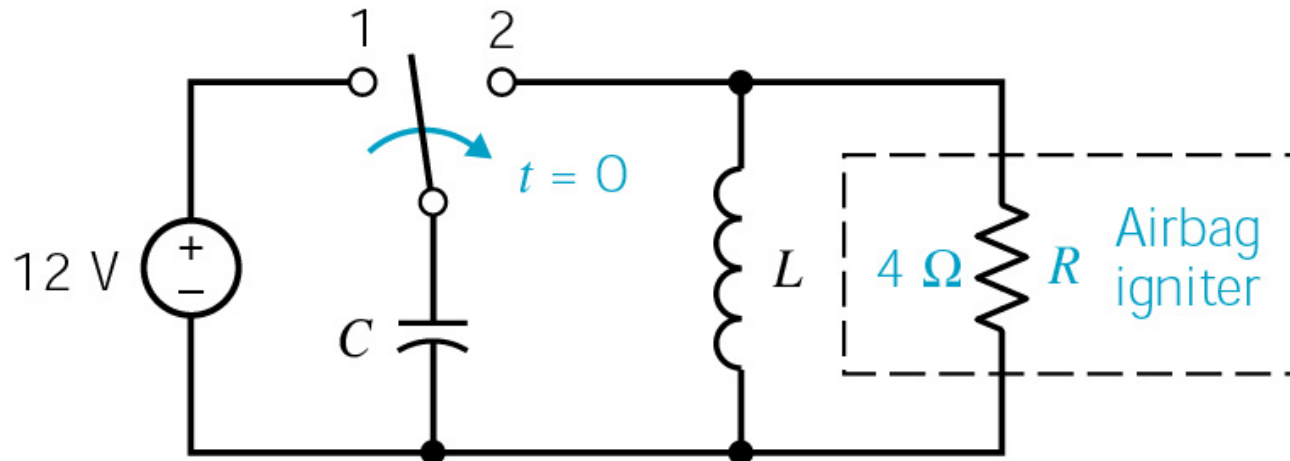
(20) 160 μF 캐패시터 전압은 급격히 떨어지면서 램프는 꺼지고 (shut down) 다시 충전하기 시작한다.

(19) 램프에 흐르는 큰 전류는 160 μF 캐패시터에서 공급한다.

(18) 이 전압이 플래시 램프의 유리관 표면에 있는 grid 에 가해지고, 램프의 가스가 여진(exciting)하여 아주 짧은 시간 내에 큰 전류가 흐르면서 발광한다.

Robert L. Boylestad, Introductory Circuit Analysis, 10th edition, Prentice Hall, 2002, p. 415

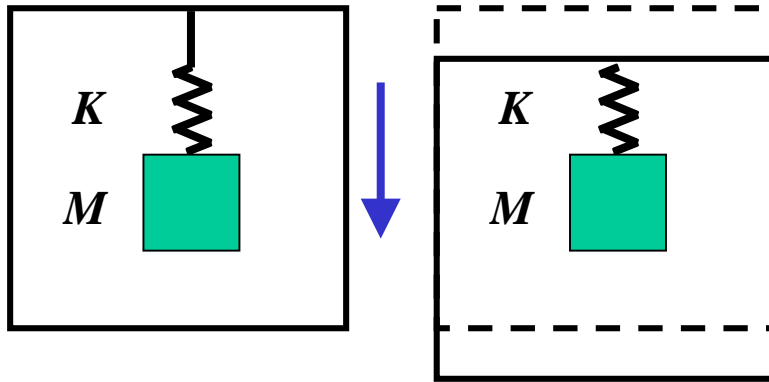
# Auto Airbag Igniter (I)



An automobile airbag ignition device

- Airbag은 운전자의 안전을 위해서 이용된다.
- Pendulum이 capacitor energy를 igniter로 보내도록 스위치한다.
- 저항  $R$ 에서 받은 에너지로 화약 등을 폭발시켜 airbag을 팽창시킨다.
- 저항  $R$ 에서 1 J의 에너지를 소모해야 하고, 0.1 초 이내에 트리거해야 한다.
- $L$ ,  $C$ 의 값을 정하라.

# Auto Airbag Igniter (II)



- Box의 위, 아래 벽에 전극을 설치하고, pendulum을 전극으로 이용한다.
- Box의 위, 아래 벽 전극과 pendulum 전극에 전압을 인가한다.
- pendulum의 위치 변화에 따라 위 아래 전극과의 정전용량이 변화한다.
- 이들 값의 차분을 구하면 위치변화분을 알 수 있다.

$$C_1 = \frac{\epsilon_0 A}{d - \Delta x}, \quad C_2 = \frac{\epsilon_0 A}{d + \Delta x}$$

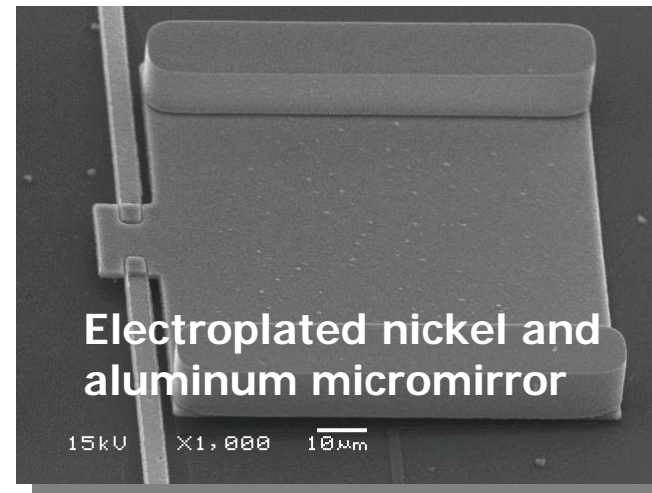
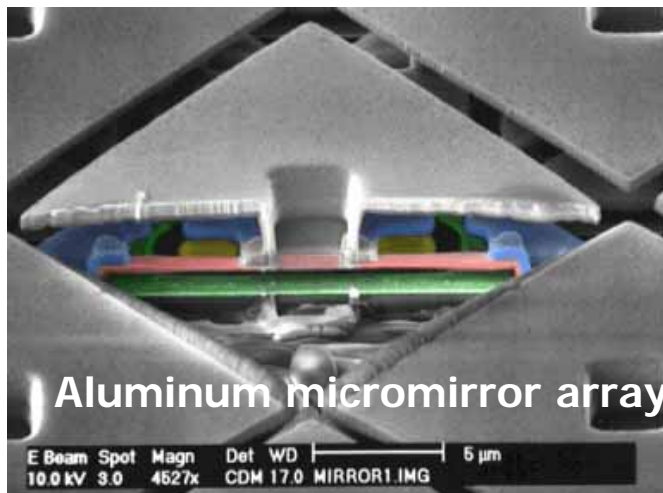
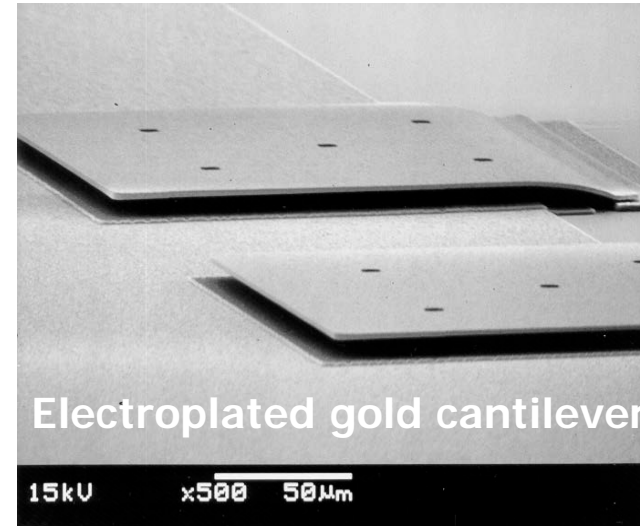
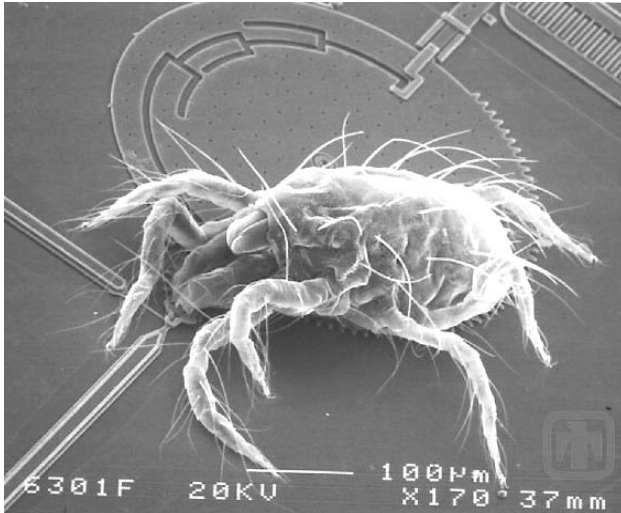
- Box 안에 pendulum 이 매달려 있다.
- 가속도가 가해지면 관성력에 의하여 pendulum 과 box벽의 거리가 변화한다.

$$ma = k\Delta x \Rightarrow a = \frac{k}{m} \Delta x$$

---


$$\begin{aligned} \Delta C &= C_1 - C_2 \\ &= \frac{\epsilon_0 A}{d - \Delta x} - \frac{\epsilon_0 A}{d + \Delta x} \\ &= \frac{\epsilon_0 A}{d} \left( \frac{1}{1 - \Delta x/d} - \frac{1}{1 + \Delta x/d} \right) \\ &\approx \frac{\epsilon_0 A}{d} \left[ (1 + \Delta x/d) - (1 - \Delta x/d) \right] \\ &= \frac{\epsilon_0 A}{d} \frac{2}{d} \Delta x \end{aligned}$$

# Auto Airbag Igniter (III)

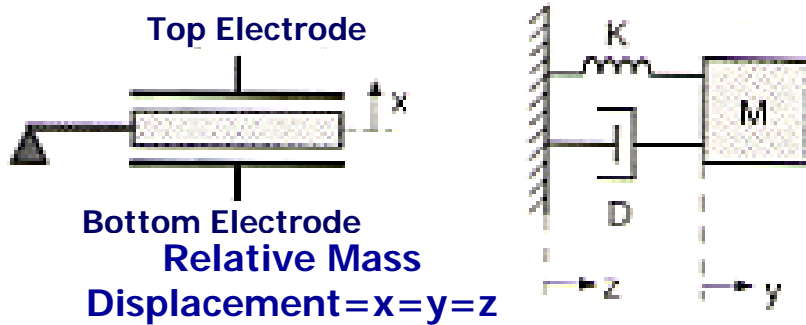


[http://www.tf.uni-kiel.de/matwis/amat/elmat\\_en/kap\\_6/backbone/r6\\_1\\_3.html](http://www.tf.uni-kiel.de/matwis/amat/elmat_en/kap_6/backbone/r6_1_3.html)

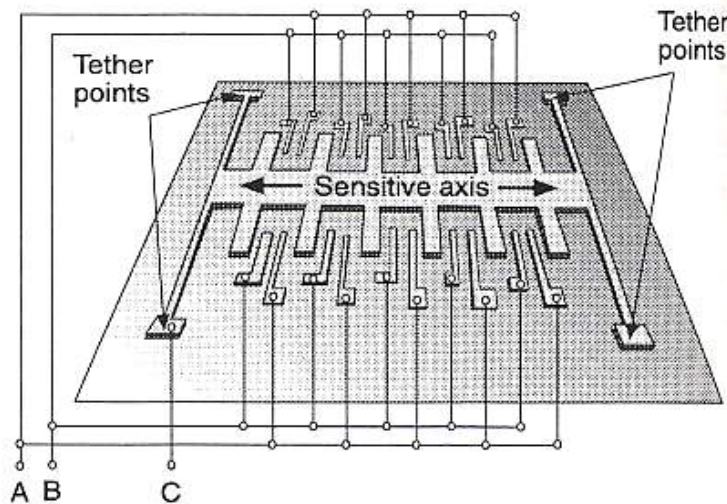
<http://lennyramirez-crf2.blogspot.kr/2010/06/process-modeling-of-mems-ic-dlp-mirror.html>



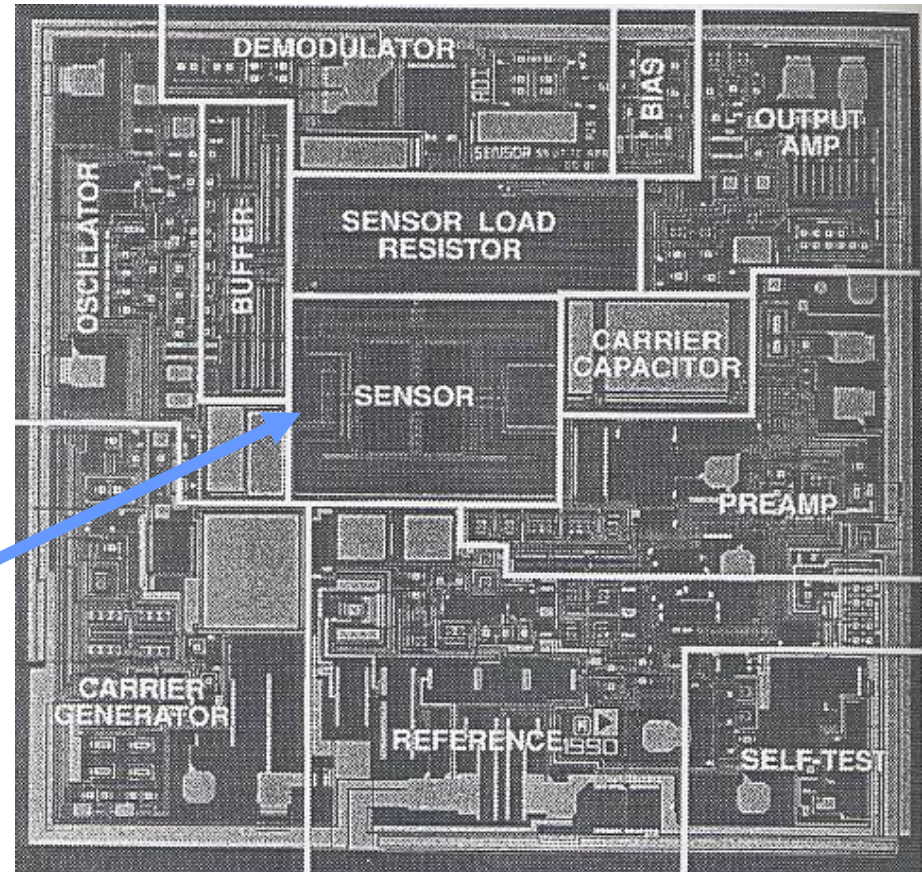
# MEMS Accelerometer



General accelerometer structure and its mechanical lumped model.



ADXL 50 accelerometer



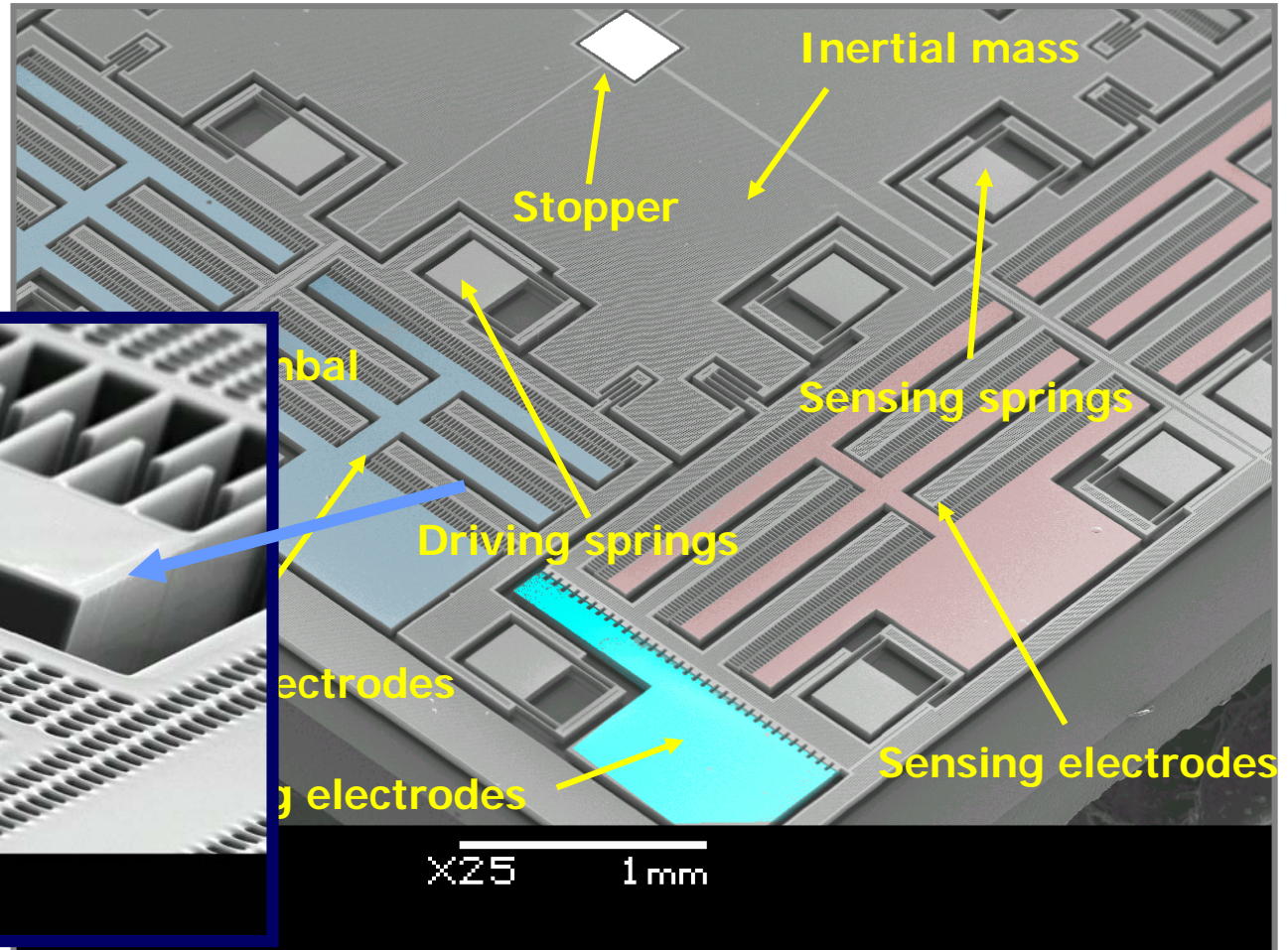
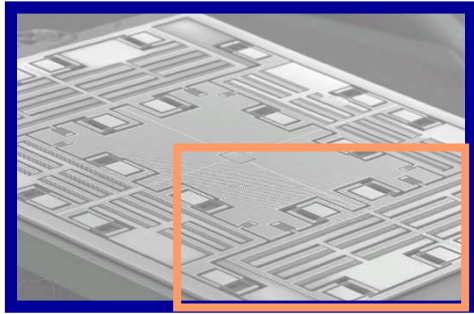
ADXL 50 accelerometer. The sensing element in the center is surrounded by active electronics. Chip size is 3 mm x 3 mm.

*From Analog Devices, Inc.*

[http://www.nap.edu/openbook.php?record\\_id=5977&page=8](http://www.nap.edu/openbook.php?record_id=5977&page=8)



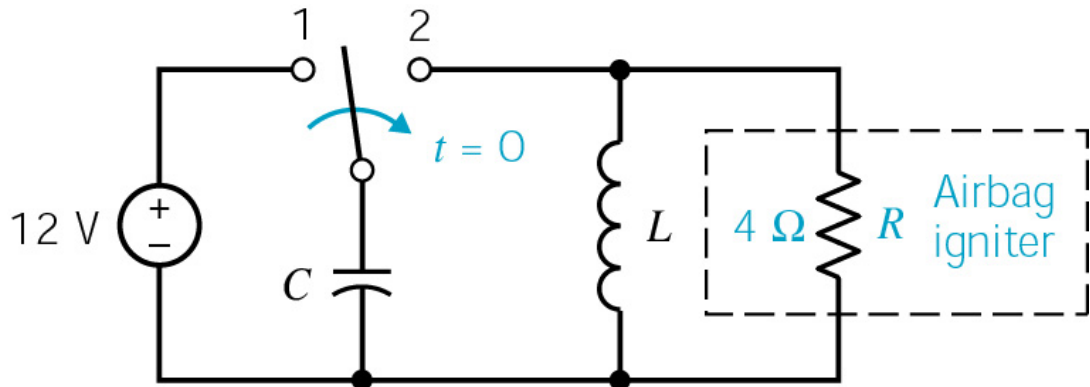
# Non-Vacuum Sealed MEMS Gyroscope



Comb electrodes after deep RIE(DRIE)

From Lab. for MiSA, SNU

# Auto Airbag Igniter (IV)



$$v_C(0^-) = 12 \text{ V} = v_C(0^+)$$

$$i_L(0^-) = 0 \text{ A} = i_L(0^+)$$

- 0.1 초 이내에서 트리거되려면 **under damped response**를 보여야 한다.
- 0.1 초가 주기의 1/4 정도가 되어야 한다.

$$C \frac{dv}{dt} + i_L + \frac{v}{R} = 0, v = L \frac{di_L}{dt}$$

$$\therefore LC \frac{d^2 i_L}{dt^2} + \frac{L}{R} \frac{di_L}{dt} + i_L = 0$$

$$\frac{d^2 i_L}{dt^2} + \frac{1}{RC} \frac{di_L}{dt} + \frac{i_L}{LC} = 0$$

$$\alpha = 1/2RC, \omega_0 = 1/\sqrt{LC}$$

underdamped condition :  $\alpha < \omega_0$

$$i_L = K_1 e^{-\alpha t} \cos \omega_d t + K_2 e^{-\alpha t} \sin \omega_d t$$

$$(\omega_d = \sqrt{\omega_0^2 - \alpha^2})$$



# Auto Airbag Igniter (V)

$$i_L = K_1 e^{-\alpha t} \cos \omega_d t + K_2 e^{-\alpha t} \sin \omega_d t$$

- 빠른 응답을 위하여  $\alpha = 2$  로 선택한다.

$$\alpha = 1/2RC, \omega_0 = 1/\sqrt{LC} \text{ 이므로}$$

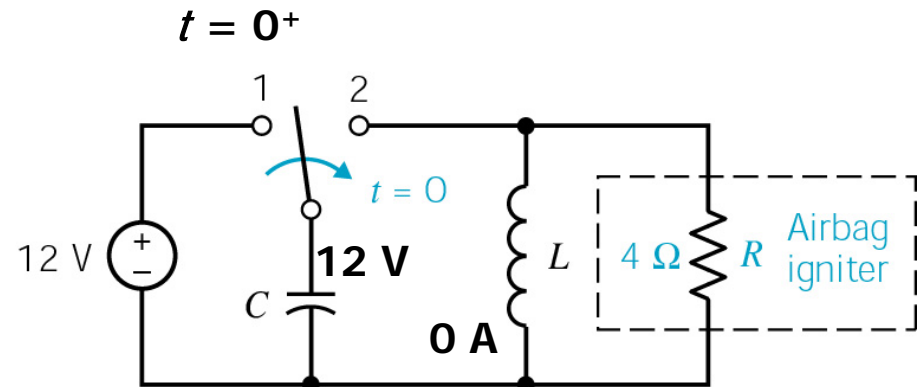
$$C = 1/2R\alpha = 1/16 \text{ F 이고}$$

$$T = \frac{1}{f} = \frac{2\pi}{\omega_d} \approx \frac{2\pi}{\omega_0} = 0.4 \text{ 이므로}$$

$$L = (0.4/2\pi)^2 / C = 16(0.4/2\pi)^2 = 65 \text{ mH}$$

$$i_L = K_1 e^{-2t} \cos 15.57t + K_2 e^{-2t} \sin 15.57t$$

$$(\omega_d = \sqrt{\omega_0^2 - \alpha^2} = 15.57)$$



$$i_L(0^-) = 0 \text{ A} = i_L(0^+)$$

$$v_L(0^+) = 12 \text{ V} = L \left. \frac{di_L}{dt} \right|_{0^+}$$

$$K_1 = 0$$

$$\left. \frac{di_L}{dt} \right|_{0^+} = \frac{12}{L} = K_2 15.57$$

$$K_2 = \frac{12}{15.57L} = 11.86$$

# Auto Airbag Igniter (VI)

$$i_L = 11.86e^{-2t} \sin 15.57t$$

$$v = L \frac{di_L}{dt}$$

$$= 0.065 \times 11.86(-2e^{-2t} \sin 15.57t + 15.57e^{-2t} \cos 15.57t)$$

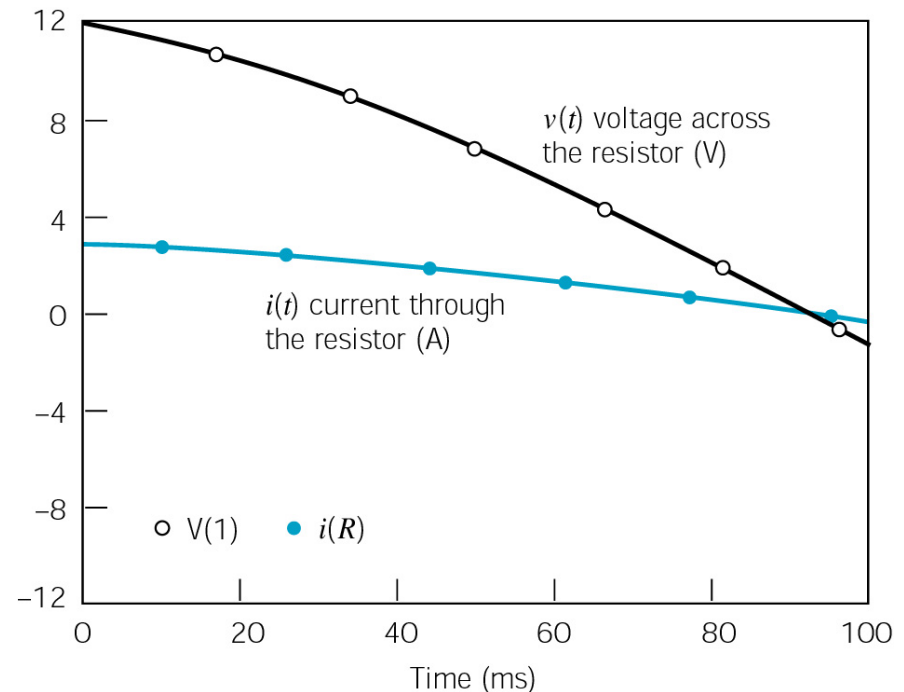
$$\approx 12e^{-2t} \cos 15.57t$$

$$p = v^2/R = 36e^{-4t} \cos^2 15.57t$$

- 저항의 전압과 전류를 보여준다.
- 0 초에서 0.1 초 까지 거의 직선적으로 변하기 때문에 전력을 삼각형으로 여기고 에너지를 구한다.

$$W = \int_0^{0.1} p dt = \int_0^{0.1} v i dt$$

$$= \frac{1}{2} 36 \times 0.095 = 1.71 \text{ J} > 1 \text{ J}$$



Richard C. Dorf & James A. Svoboda, Introduction to Electric Circuits, 8th edition, John Wiley & Sons, 2010, p. 399