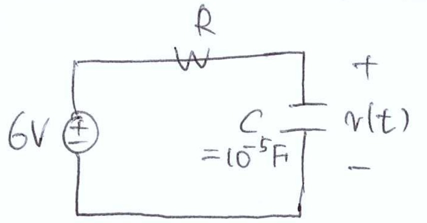
기초회로이론 중간고사 2 정답지 (05.09 시행)

#1. (20점)

(a) [3점]

Capacitor 양단의 전압을 $v(t)$라 하자.
Lamp의 불은 $v(t)=1V$ 가 되면 꺼지며, 이때 Lamp는 open-circuit을 띠게 되므로, 아래와 같은 회로를 얻을 수 있다.



이때, 회로는 RC 직렬회로이므로, $v(t)$에 대한 1차미방 형태이고,

t_1 : 빛이 $v(t)=1V$가 되면서 꺼질 때의 시간
t_2 : 빛이 $v(t)=4V$가 되면서 켜질 때의 시간

으로 놓게되면,

위 회로가 이전의 불이 켜진상태에서 lamp양단 전압이 1V가 되어 open-circuit이 되면서 만들어지고, 이때의 회로가 충전회로라고 가정하면,

$$v(t) = v_{oc} + (v(t_1) - v_{oc})\, e^{-\frac{t-t_1}{RC}}$$ 이 되며, 이때,

$v(t_1)=1V$, $v_{oc}=6V$ 이므로,

$$v(t_2) = 6 + (1-6)\, e^{-\frac{t_2-t_1}{RC}}$$ 이 된다. $v(t_2)=4V$ 이므로,

$$\frac{4-6}{1-6} = e^{-\frac{t_2-t_1}{RC}} \rightarrow \underline{t_2 - t_1 = RC\ln\left(\frac{5}{2}\right)}$$ — 1점

$$\therefore t_2 - t_1 = RC\ln\left(\frac{5}{2}\right) < 10 \Rightarrow R < \frac{10}{C\ln\frac{5}{2}} \approx 1.091M\Omega$$

∴ 소수 첫째자리에서 반올림하면, $\boxed{R = 1M\Omega}$ — 3점

[채점기준]

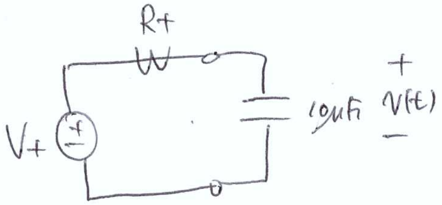
- 풀이과정과 정답이 모두 맞으면 +3점
- t_1, t_2 .. 등의 시간 설정, 상황설명.. 등이 적정히 없으면 −1점
- 반올림하기전 값이 틀리거나 식이 다른데 답만 맞는경우 : +1점
- 답은 틀리지만 풀이과정 ($t_2 - t_1$ (at)) 까지 맞은경우 : +1점
- 그 외 : 0점
- 최종답에 단위를 쓰지않으면 : −1점

※ 이후 (b)와 (c)의 경우에는 (a)가 0점인 경우 점수 없음. 만일 (a)가 풀이가 틀리지만 답이 맞아 이를 이용하여 문제를 푼 경우에는 (1점 이상의 경우) 풀이 과정을 감안하여 (b) 최대 2점, (c) 최대 4점까지 받을 수 있음.

(b) [5점]

Lamp의 불이 Lamp가 꺼져있는 상태에서 $v(t) = 4V$ 가 되어 동작하여 빛이 들어오게 되면, Lamp는 20kΩ의 저항으로 동작하므로, 아래와 같은 회로를 얻을 수 있다.

Thevenin equivalent circuit 을 구하면,



$$\begin{cases} V_t = V_{oc} = 6V \times \dfrac{2\times10^4}{10^6 + 2\times10^4} \approx 0.1176V \\ R_t = 10^6 \,//\, (2\times10^4) \approx 19.6078\,k\Omega \end{cases}$$

— 2점

가 되고, (a)와 마찬가지로 위 회로가 불이 꺼져있는 회로에서 4V가 되어 Lamp가 20kΩ으로 동작하여 만들어지고, 방전회로라고 가정하면.

t_2 : 빛이 $v(t)=4V$ 가 되면서 켜질 때의 시간
t_3 : 빛이 $v(t)=1V$ 가 되면서 꺼질 때의 시간
으로 놓았을 때,

$$v(t) = V_{oc} + (v(t_2) - V_{oc})\,e^{-\frac{t-t_2}{\tau}}, \quad \left(\begin{matrix} v(t_2)=4, \ v(t_3)=1 \\ V_{oc}=0.1176V \end{matrix} \right) \text{에서,}$$

$$v(t_3) = 1 = 0.1176 + (4-0.1176)\,e^{-\frac{t_3-t_2}{R_tC}}$$

$$\rightarrow t_3 - t_2 = R_tC \ln\left(\frac{3.8824}{0.8824}\right) \approx 0.2905\,s$$

∴ 빛이 켜져있다 꺼질 때까지의 시간 = 빛이 켜져 있는 시간 = $\boxed{0.29s}$

— 5점

[채점기준]

- 풀이과정과 정답이 모두 맞으면 +5점
- 답은 다르지만 Thevenin circuit 까지 맞은 경우 : +2점
- 시간설정, 가정.. 등이 적정히 없으면 : −1점
- 그 외 : 0점
- 정답에 단위가 없는 경우 : −1점

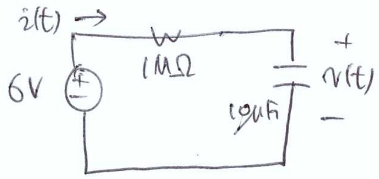
(c) [12점]

(a), (b)의 상황을 참고하여

t_1 : $v(t)=1V$ 가 되어 빛이 꺼지는 시간
t_2 : $v(t)=4V$ 가 되어 빛이 켜지는 시간
t_3 : $v(t)=1V$ 가 되어 빛이 다시 꺼지는 시간 　　이라고 한다면,

(a), (b)로부터 $t_1 \sim t_3$ 까지의 상황 (1V가 되어 빛이 꺼지면 다시 $v(t)$가 C가 충전되면서 4V가 되어 빛이 켜지게 되고, 이후 다시 C가 방전되어 $v(t)=1V$ 가 되면서 빛이 꺼지는 상황) 이 반복됨을 알 수 있다.

① $t_1 \le t \le t_2$ 에서, lamp는 turn-off 상태



$$i(t)=\frac{6-v(t)}{10^6}$$

$$v(t)=V_{oc}+(v(t_1)-V_{oc})e^{-\frac{t-t_1}{\tau}} \quad (\tau=10^6\cdot10^{-5}=10)$$

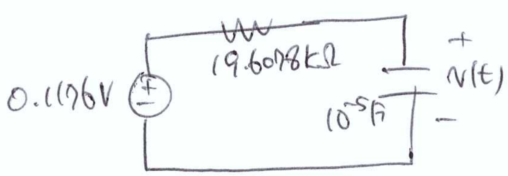
$$=6+(1-6)e^{-\frac{t-t_1}{10}}$$

$$=6-5e^{-\frac{t-t_1}{10}}$$

$$\therefore v(t_2)=4=6-5e^{-\frac{t_2-t_1}{10}} \Rightarrow t_2-t_1=9.165$$ — 1점

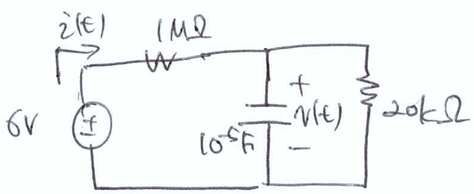
$$\therefore i(t)=\frac{5}{10^6}e^{-\frac{t-t_1}{10}} \quad (t_1<t<t_2)$$ — 1점

② $t_2 \le t \le t_3$ 에서, lamp는 빛이 들어온 (turn-on) 상태.



$$v(t)=V_{oc}+(v(t_2)-V_{oc})e^{-\frac{t-t_2}{\tau}} \quad (\tau=R_t\cdot C \doteqdot 0.196)$$

$$=0.1176+3.8824e^{-\frac{t-t_2}{0.196}}$$



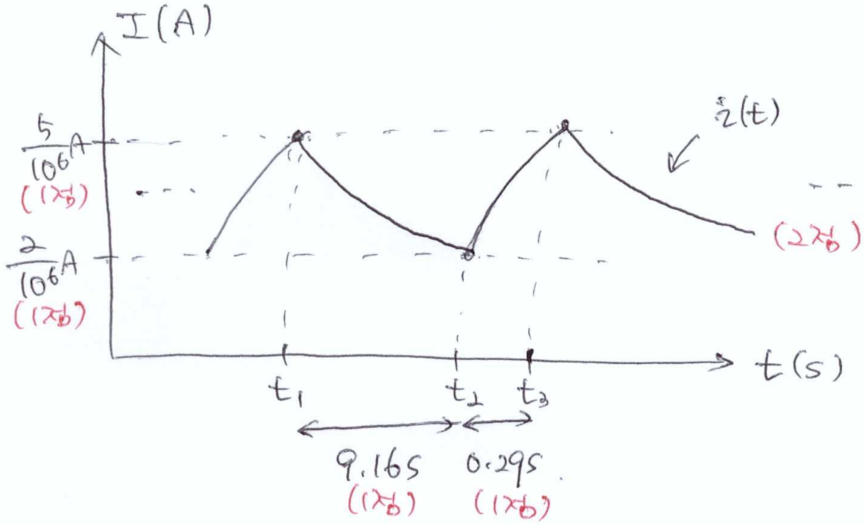
$$i(t)=\frac{6-v(t)}{10^6}$$

$$\therefore v(t_3)=1=0.1176+3.8824e^{-\frac{t_3-t_2}{0.196}} \Rightarrow t_3-t_2=0.295$$

$$\therefore i(t)=\frac{5.8824-3.8824e^{-\frac{t-t_2}{0.196}}}{10^6} \quad (t_2<t<t_3)$$ — 1점

— 3점

∴ ①, ② 로부터,



− 6점

평균전류량 =

$$i_{avg} = \frac{1}{T}\int_{t_1}^{t_3} i(t)\,dt = \frac{1}{t_3 - t_1}\left(\int_{t_1}^{t_2} i(t)\,dt + \int_{t_2}^{t_3} i(t)\,dt\right)$$

$$= \frac{1}{9.45}\left(\int_{t_1}^{t_2} \frac{5}{10^6} e^{-\frac{t-t_1}{10}}\,dt + \int_{t_2}^{t_3} \frac{5.8824 - 3.8824 e^{-\frac{t-t_2}{0.196}}}{10^6}\,dt\right)$$

$$= \frac{1}{9.45}\left(\int_{0}^{t_2 - t_1 = 9.16} \frac{5}{10^6} e^{-\frac{t}{10}}\,dt + \int_{0}^{t_3 - t_2 = 0.29} \frac{5.8824 - 3.8824 e^{-\frac{t}{0.196}}}{10^6}\,dt\right)$$

$\approx \underline{3.292 \times 10^{-6} A}$ $(\approx 3.3 \times 10^{-6} A)$ − 3점

[채점기준] ① + ② = 12점

① $i(t)$의 그래프 개형 그리기 : 9점

- 식과 함께 정확한 그래프를 모두 그릴 경우 9점
  (식 3점, 그래프 6점 (그래프에서 각 요소별 부분점수 표시))
- 그래프에서 축이 무엇인지 명시 안 할 경우 : −1점
- $t_1 \sim t_3$가 반복됨이 표시되지 않은 경우 : −2점
- 정확한 식의 유도 없이 그래프만 있는 경우 ; 0점
- $t_1 = 0$ 이라 설정하고 문제를 푼 경우 ; 정확한 가정이 없으면 −1점.

② 평균전류량 구하기 : 3점

- 답이 맞으면 3점, 틀리면 0점
- 최종답에 단위가 없을 경우 : −1점

#2

(a) $i_{c,avg} = 0$ (by hint) & $i_{R,avg} = \frac{V_c}{R} = 5\ [A]$

$i_{L,avg} = i_{R,avg} + i_{c,avg} = \underline{5\ [A]}$

5점

(b) $V_s = 15\ [V]$ 일 때 $V_L = V_s - V_c = 10\ [V]$ & $V_L = L\frac{di_L}{dt} \Rightarrow \Delta i_L = \frac{10}{L} \times T_{on} = \underline{0.1\ [A]}$

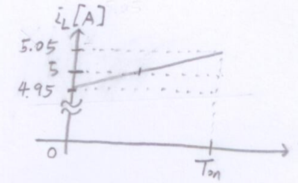
1점

평균이 5 [A] 이므로 $i_L(0) = i_{L,avg} - \frac{1}{2}\Delta i_L = 5 - 0.05 = \underline{4.95\ [A]}$

2점

$i_L(T_{on}) = i_{L,avg} + \frac{1}{2}\Delta i_L = \underline{5.05\ [A]}$

2점



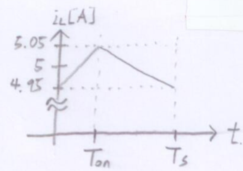
(c) $V_L = V_s - V_c$, $L\frac{di_L}{dt} = V_L$

$\left.\frac{di_L}{dt}\right|_{V_s=15[V]} = \frac{15-5}{10^{-3}} = 10 \times 10^3$ & $\left.\frac{di_L}{dt}\right|_{V_s=0[V]} = \frac{0-5}{10^{-3}} = -5 \times 10^3$

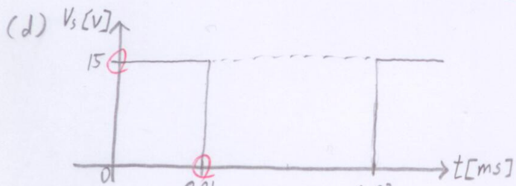
기울기 비가 2 : -1 이므로 $T_{off} = 2\ T_{on} = 0.02\ [ms]$

$\therefore T_s = T_{on} + T_{off} = \underline{0.03\ [ms]}$

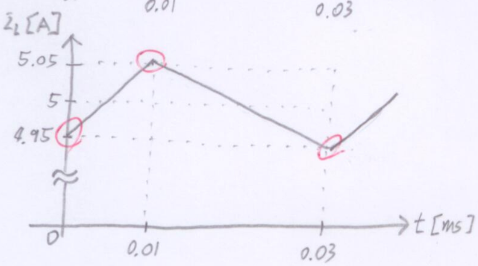
5점



(d)



2점



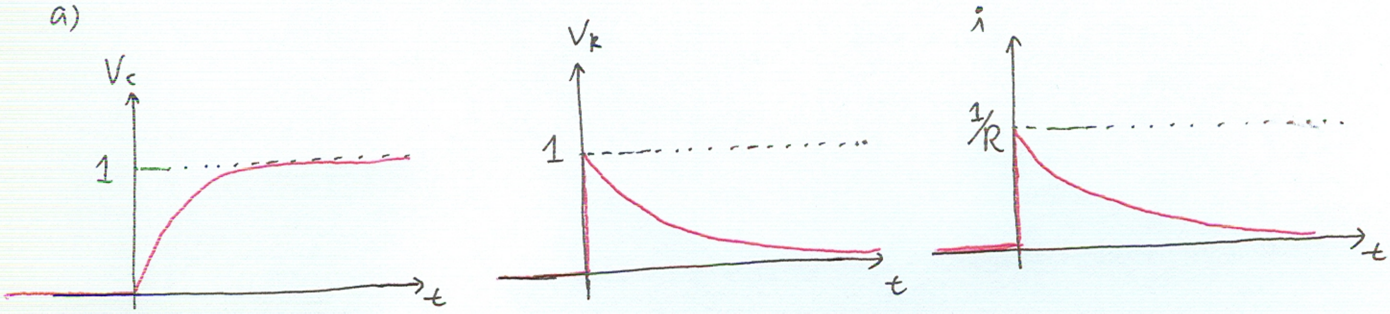
3점

point 당 1점

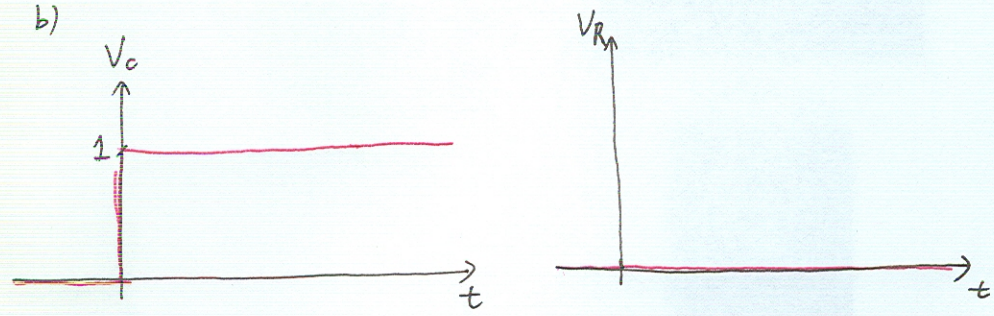
T_s 틀려도 T_{on}, T_s 에 대해 값이 맞으면 okay.

[3]

a)



b)



[4]

a) 컴패러터가 2V 에서 5V 로 바뀌는 시점 (t_c) 찾기.

$V_c(t) = V_o^+(t) = 12 + (0-12)e^{-t/\tau_1}$

축전기 전압 ($V_c(\infty) = 12$, $V_c(0) = V(0^-) = 0V$, τ_1 (컴패러터 이전 단의 시정수) $= (1\times10^3)\times(1\times10^{-6})$ $= 1msec$)

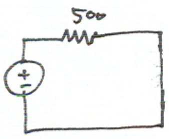
$V_o^+(t) = 12(1-e^{-1000t}) \geq 3$

$1 - e^{-1000t} \geq 0.25$ $\quad 0.75 \geq e^{-1000t}$ $\quad -\frac{1}{1000}\ln 0.75 \leq t$

$t \geq 0.288\ msec = t_c$

b) i_L 구하기.

i) $t < t_c$



$\sim i = \frac{2}{500} = 4mA$

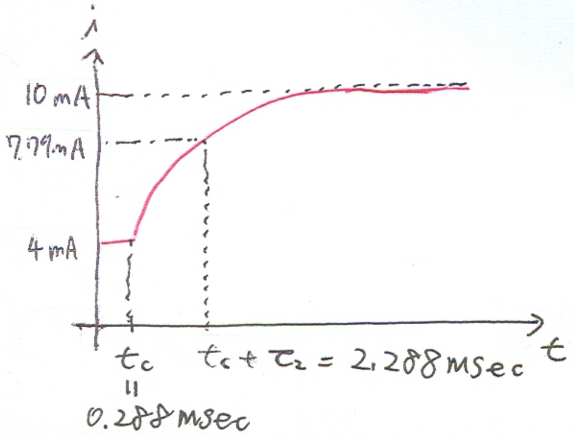
ii) $t \geq t_c$

$i_L = i(\infty) + (i(t_c) - i(\infty))e^{-(t-t_c)/\tau_2}$

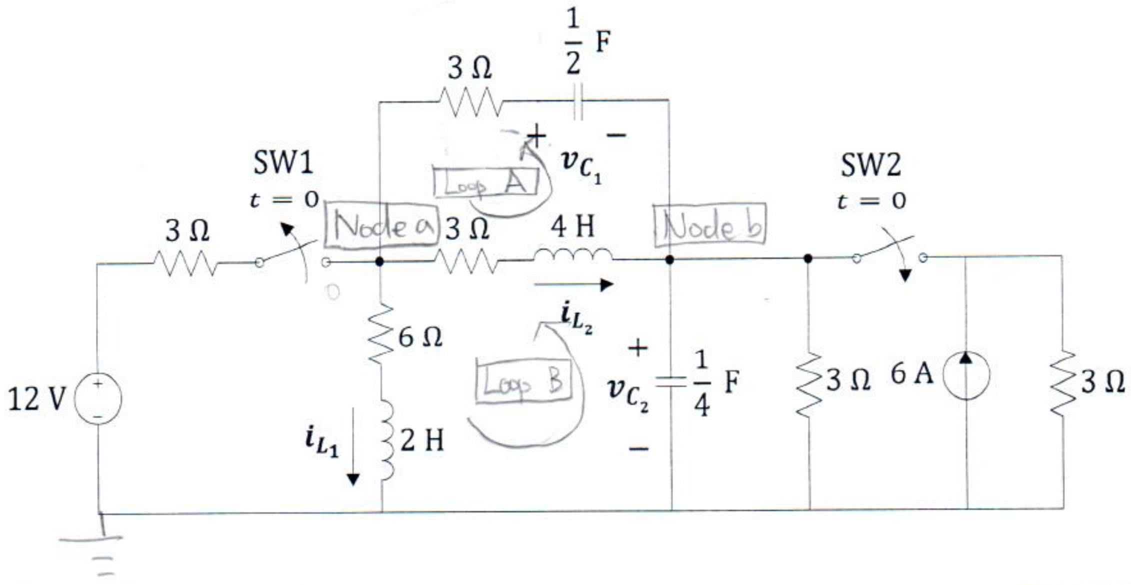
($i(\infty) = \frac{5}{500}$, $i(t_c^-) = i(t_c^+) = \frac{2}{500}$

τ_2 (컴패러터 이후 단의 시정수) $= 1/500 = 2msec$)

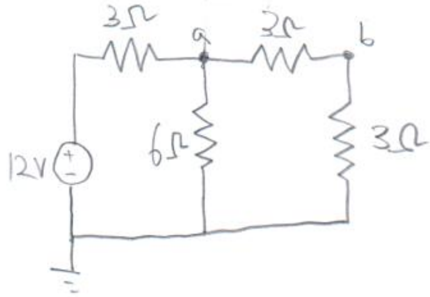
$= (10 - 6e^{-500(t-0.288\times10^{-3})})\times10^{-3}$ [A]



[5]



a) $t < 0^-$ 일때 회로는 다음과 같고, 이때 회로 특성은



$$i_{L_1}(0^-) = 1A$$
$$i_{L_2}(0^-) = 1A$$
$$V_{C_1}(0^-) = V_a - V_b = 3V$$
$$V_{C_2}(0^-) = V_b = 3V$$

이다. 이때 각 수동소자의 단자 특성에 의해

+2 +2

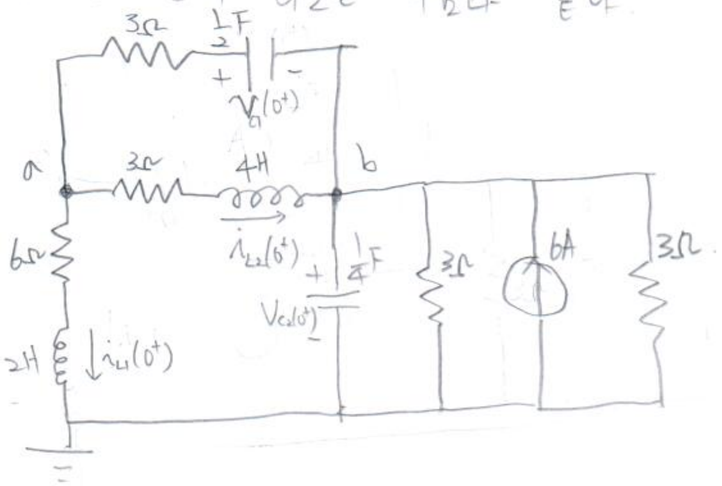
$V_{C_1}(0^+) = V_{C_1}(0^-) = 3V$, $V_{C_2}(0^+) = V_{C_2}(0^-) = 3V$

$i_{L_1}(0^+) = i_{L_1}(0^-) = 1A$, $i_{L_2}(0^+) = i_{L_2}(0^-) = 1A$.

이다.

+2 +2

b) $t = 0^+$ 일때 회로는 다음과 같다



이때, 회로의 특성은

KCL in Node a ~> $i_{L_1}(0^+) + i_{L_2}(0^+) + \overbrace{(\frac{1}{2}F)\frac{dv_{c_1}}{dt}\Big|_{0+}}^{i_{c_1}(0^+)} = 0$ +1

~> $\frac{dv_{c_1}}{dt}\Big|_{0+} = -4 \ V/s$ +1

KCL in Node b ~> $-(\frac{1}{2}F)\frac{dv_{c_1}}{dt}\Big|_{0+} - i_{L_2}(0^+) + (\frac{1}{4}F)\frac{dv_{c_2}}{dt}\Big|_{0+} + \frac{v_{c_2}(0^+)}{3\Omega} + \frac{v_{c_2}(0^+)}{3\Omega} - 6 = 0$ +1

~> $2 - 1 + \frac{1}{4}\frac{dv_{c_2}}{dt}\Big|_{0+} + 2 - 6 = 0$ ~> $\frac{dv_{c_2}}{dt}\Big| = 12 \ V/s$ +1

KVL in Loop A ~> $-v_{c_1}(0^+) - (3\Omega)\underbrace{i_{c_1}(0^+)}_{=(\frac{1}{2}F)\frac{dv_{c_1}}{dt}\Big|_{0+}} + (3\Omega)\cdot i_{L_2}(0^+) + L\frac{di_{L_2}}{dt}\Big|_{0+} = 0$ +1

~> $-3 - 3\cdot(-2) + 3\cdot 1 + 4\frac{di_{L_2}}{dt}\Big|_{0+} = 0$

~> $\frac{di_{L_2}}{dt}\Big|_{0+} = -\frac{3}{2} \ A/s$ +1

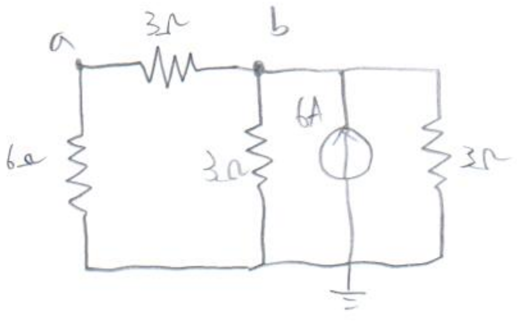
KVL in Loop B ~> $-v_{c_2}(0^+) - (4H)\frac{di_{L_2}}{dt}\Big|_{0+} - (3\Omega)\cdot i_{L_2}(0^+) + (6\Omega)\, i_{L_1}(0^+) + (2H)\frac{di_{L_1}}{dt}\Big|_{0+} = 0$

~> $-3 + 6 - 3 + 6 + 2\frac{di_{L_1}}{dt}\Big|_{0+} = 0$ +1

~> $\frac{di_{L_1}}{dt}\Big|_{0+} = -3 \ A/s$ +1

이다.

c) $t \to \infty$ 일때 회로와 이때 전압, 전류 특성은 아래와 같다



~> $v_{c_1}(\infty) = -v_b + v_a = \frac{-\frac{1}{9}*6}{\frac{1}{9}+\frac{1}{3}+\frac{1}{3}}\cdot 3 = -\frac{18}{7} \ V$ +1

$v_{c_2}(\infty) = \frac{54}{7} \ V$ +1

$i_{L_1}(\infty) = \frac{6}{7} \ A$ +1

$i_{L_2}(\infty) = -\frac{6}{7} A$ +1