Вариант 1

1.Пронумерованные 6 вариантов контрольной работы по математике распределяются случайным образом среди 4 студентов, сидящих в одном ряду. Каждый получает по одному варианту. Найти вероятность того, что:  
а) варианты 1'й и 2'й достанутся первым двум студентам;  
б) первые 4 вариантов распределятся последовательно.

Ответ:   
0,066667  
0,008333

2.В розыгрыше кубка по футболу участвуют 16 команд, среди которых 5 команд первой лиги. Все команды по жребию делятся на две группы по 8 команд. Найти вероятность того, что:  
а) все команды первой лиги попадут в одну группу;  
б) в одну группу попадут хотя бы 2 команды первой лиги.

Ответ:   
0,0128  
0,859

3.Электронная схема содержит три транзистора, четыре конденсатора и пять резисторов. Событие Tk — выход из строя k-го транзистора(k = 1, 2, 3), событие Сi — выход из строя i-го конденсатора(i = 1, 2, 3, 4), Rj — выход из строя j -го резистора (j = 1, 2, 3, 4, 5). Электронная схема считается исправной, если одновременно исправны все транзисторы, не менее двух конденсаторов и хотя бы один резистор.  
Записать в алгебре событий событие А: схема исправна.

Ответ: A = T1\*T2\*T3\*(C1\*C2+C1\*C3+C1\*C4+C2\*C3+C2\*C4+C3\*C4)\*(R1+R2+R3+R4+R5)

4.В библиотеке университета путей сообщения есть две книги по теории вероятностей: В. Е. Гмурмана и А. А. Боровкова. Вероятность того, что в течение семестра будет затребована книга первого автора, равна 0,8, второго — 0,5. Какова вероятность того, что к концу семестра:   
а) ни одна, ни другая книга не будут затребованы;  
б) хотя бы одна из книг будет выдана;  
в) будет выдана только книга А. А. Боровкова?

Ответ:   
0,1  
0,9  
0,1

5.Два гроссмейстера играют две партии в шахматы. Вероятность выигрыша в одной партии для первого шахматиста равна 0,4, для второго — 0,2; вероятность ничьей — 0,4. Какова вероятность того, что первый гроссмейстер выиграет матч?

Ответ: 0,48

6.В мешке 7 красных и 4 зеленых шаров. Проводится испытание по последовательному извлечению двух шаров без возвращения. Найдите вероятность того, что второй шар будет зеленый, если известно, что первый шар был красный.

Ответ: 0,4

7.К кладу ведут три дороги. Вероятность погибнуть на первой дороге равна 0,7, на второй — 0,3, на третьей — 0,2. Найти вероятность того, что ковбой доберется до клада по одной из них при условии, что дорога выбирается им наудачу.

Ответ: 0,4

8.Перед математической олимпиадой особой популярностью пользовались книги Якова Исидоровича Перельмана: в библиотеке 18 раз заказывали его книгу «Живая математика», 14 раз — «Занимательные задачи», 12 раз — «Загадки и диковинки в мире чисел». Подбор задач для олимпиады таков, что вероятность решить задачу студенту, прочитавшему книгу «Живая математика», равна 0,5, «Занимательные задачи» — 0,2, «Загадки» — 0,4. Студент Филькин радостно сообщил, что решил задачу на олимпиаде. Какую книгу Перельмана вероятнее всего он прочитал?

Ответ: Живая математика

9.При передаче сообщения вероятность искажения одного знака равна 0,18. Какова вероятность того, что сообщение из 5 знаков содержит:  
а) 3 неправильных знака;  
б) не менее 3 неправильных знаков?

Ответ: 0,039214  
0,043707

10.Имеется 90 станков равной мощности, работающих независимо друг от друга в одинаковом режиме при включенном приводе в течение 0,6 всего рабочего времени. Какова вероятность того, что в произвольный момент окажутся включенными:  
а) от 60 до 75 станков;  
б) ровно 80 станков?

Ответ:   
Ф(4,5185) - Ф(1,291)  
0,2152 \* ф(5,5943)

11.Некачественные сверла составляют 4% всей продукции фабрики. Изготовленные сверла упаковываются в ящики по 100 штук. Какова вероятность того, что в ящике окажется не более 3 некачественных сверл?

Ответ: 0,4335

12.В лотерее на 1000 билетов разыгрываются три вещи, стоимость которых 2400, 500, 250 руб. Составить ряд распределения суммы выигрыша для лица, имеющего один билет. Найти М(Х), D(X), σ(X), F(X) суммы выигрыша. Построить график F(X).

Ответ:   
P(x = 0) = 0,997  
P(x = 2400) = 0,001  
P(x = 500) = 0,001  
P(x = 250) = 0,001  
M(X) = 3,15  
D(X) = 6135,0003  
σ(X) = 78,3262  
F(X) =   
 | 0,997, x = 0  
 | 0,998, x = 250  
 | 0,999, x = 500  
 | 1, x = 2400

13.Вероятность приема сигнала равна 0,7. Сигнал передается 5 раз. Составить ряд распределения числа передач, в которых сигнал будет принят. Найти M(X) и D(X) этой случайной величины

Ответ:   
P(x = 0) = 0,0024  
P(x = 1) = 0,0284  
P(x = 2) = 0,1323  
P(x = 3) = 0,3087  
P(x = 4) = 0,3601  
P(x = 5) = 0,1681  
  
M(X) = 3,5  
D(X) = 13,3

14.Вероятность для любого абонента позвонить на коммутатор в течение одного часа равна 0,01. Телефонная станция обслуживает 400 абонентов. Составить формулу ряда распределения числа абонентов, которые могут позвонить на коммутатор в течение одного часа. Найти вероятность для первых 4-х абонентов в течение одного часа. Найти M(X) этой случайной величины.

Ответ:   
Pn(m) = ((4,0)^m) / (m!) \* exp(-4,0)  
Pn(1) = 0,0733  
Pn(2) = 0,1465  
Pn(3) = 0,1954  
Pn(4) = 0,1954  
M(X) = 4,0

15.Независимые случайные величины X и Y заданы таблицами распределений. Найти:  
1) M(X), M(Y), D(X), D(Y);  
2) таблицы распределения случайных величин Z1 = 2X + Y, Z2 = X \* Y;  
3) M(Z1), M(Z2), D(Z1), D(Z2) непосредственно по таблицам распределений и на основании свойств математического ожидания и дисперсии  
X | -3 | 2 | 3 |  
P | 0,3 | 0,4 | 0,3 |  
Y | 2 | 4 |  
P | 0,4 | 0,6 |

Ответ:   
1)M(X) = 0,8, D(X) = 7, M(Y) = 3,2, D(Y) = 11,2  
2)  
Z1 | -4 | -2 | 6 | 8 | 10 |  
P | 0,12 | 0,18 | 0,16 | 0,36 | 0,18 |  
Z2 | -6 | -12 | 4 | 8 | 6 | 12 |  
P | 0,12 | 0,18 | 0,16 | 0,24 | 0,12 | 0,18 |  
  
3)M(Z1) = 4,8, D(Z1) = 39,2, M(Z2) = 2,56, D(Z2) = 157,248

16.Дана функция распределения F(x) непрерывной случайной величины X. Требуется:  
1) найти плотность вероятности f(x);  
2) построить графики F(x) и f(x);  
3) найти Р(a < X < b) для данных a, b.  
F(x) =  
 | 0, x<=0;  
 | x^2/9, 0<x<=3;  
 | 1, x>3  
a = 1 , b = 3

Ответ:   
f(x) =  
 | 0, x<=0;  
 | 2\*x/9, 0<x<=3;  
 | 0, x>3  
P(a < X < b) = 0,8889

17.Дана плотность вероятности f(x) непрерывной случайной величины X. Требуется:  
1) найти параметр a;  
2) найти функцию распределения F(x);  
3) построить графики f(x) и F(x).  
f(x) = a/(1+x^2) x∈R

Ответ:   
a = 1/π  
F(x) = arctan(x)/π x∈R

18.Дана плотность вероятности f(x) непрерывной случайной величины X, имеющая две ненулевые составляющие формулы. Требуется:  
1)Проверить свойство -∞∫∞(f(x)dx)=1  
2)Построить график f(x)  
3)Найти функцию распределения F(x)  
4)Найти P(a <= X <= b) для данных a,b  
5)Найти M(X), D(x), σ(X)f(x) =  
 | 0, x<=-1;  
 | 1/2, -1<x<=0;  
 | 1/2-x/4, 0<x<=2;  
 | 0, x>2  
a = -1,6 , b = -0,4

Ответ:   
 Условие выполняется.  
 F(x)=  
 | 0, x<=-1;  
 | x/2+1/2, -1<x<=0;  
 | -x^2/8+x/2+1/2, 0<x<=2;  
 | 1, x>2  
P(a < X < b) = 0,3000  
M(X)=-0,2100;  
D(X)=0,1560;  
σ(X)=0,3950

19.Исследуется район массовой гибели судов в войне 1939–1945 гг. Вероятность обнаружения затонувшего судна за время поиска t задается формулой:  
Р(t) = 1– exp(–0,3\*t) Пусть случайная величина T — время, необходимое для обнаружения очередного судна(в часах). Найти среднее значение T.

Ответ: 3,3333

20.Для какого значения А функция f(x) =  
 | 0 , x<0;  
 | (6/A)\*exp(-4Ax) x>=0,  
 | является   
а)плотностью вероятности;  
б)плотностью вероятности экспоненциального закона?

Ответ: а) -inf<x<0 ⋃ 0<x<1,2247 ⋃ 1,2247<x<+inf  
б) √6/√4

21.Число вагонов в прибывающем на расформирование составе является случайной величиной, распределенной по нормальному закону с параметрами σ = 10, m = 100. Определить вероятность того, что в составе будет не более 70 вагонов.

Ответ: 0,5 - Ф(3)

Вариант 2

1.Наугад выбирается номер телефона из 6 цифр. Найти вероятность того, что:  
а) это номер телефона А. Б. Пугачевой;  
б) все цифры номера различны.

Ответ:   
0,000001  
0,1512

2.Колода карт, значения карт которой только с 6 по 10, (20 листов) разбивается наугад на две равные стопки по 10 листов. Найти вероятность того, что:  
а) в первой стопке окажется 2 десятки;  
б) в первой стопе окажется хотя бы 2 десятки.

Ответ:   
0,418  
0,709

3.Эксперимент состоит в двух выстрелах по мишени. Событие А — попадание в мишень первым выстрелом; событие В — попадание в мишень вторым выстрелом. Постройте множество элементарных исходов и выявите состав подмножеств, соответствующих событиям:  
а) А U В;  
б) А ∩ В;  
в) ¬А U ¬В.

Ответ: Ω = {q00, q01, q10, q11}  
А U В = { q10, q01, q11}  
А ∩ В ={q11}  
¬А U ¬В = {q00, q10, q01}  
Где q00 - промах двумя выстрелами, q10 - попадание только первым выстрелом, q01 - попадание только вторым выстрелом, q11 - попадание двумя выстрелами.

4.В библиотеке университета путей сообщения есть две книги по теории вероятностей: В. Е. Гмурмана и А. А. Боровкова. Вероятность того, что в течение семестра будет затребована книга первого автора, равна 0,6, второго — 0,4. Какова вероятность того, что к концу семестра:   
а) ни одна, ни другая книга не будут затребованы;  
б) хотя бы одна из книг будет выдана;  
в) будет выдана только книга А. А. Боровкова?

Ответ:   
0,24  
0,76  
0,16

5.Два гроссмейстера играют две партии в шахматы. Вероятность выигрыша в одной партии для первого шахматиста равна 0,2, для второго — 0,1; вероятность ничьей — 0,7. Какова вероятность того, что первый гроссмейстер выиграет матч?

Ответ: 0,32

6.В мешке 5 красных и 3 зеленых шаров. Проводится испытание по последовательному извлечению двух шаров без возвращения. Найдите вероятность того, что второй шар будет зеленый, если известно, что первый шар был красный.

Ответ: 0,4286

7.К кладу ведут три дороги. Вероятность погибнуть на первой дороге равна 0,4, на второй — 0,2, на третьей — 0,2. Найти вероятность того, что ковбой доберется до клада по одной из них при условии, что дорога выбирается им наудачу.

Ответ: 0,2667

8.Перед математической олимпиадой особой популярностью пользовались книги Якова Исидоровича Перельмана: в библиотеке 13 раз заказывали его книгу «Живая математика», 8 раз — «Занимательные задачи», 6 раз — «Загадки и диковинки в мире чисел». Подбор задач для олимпиады таков, что вероятность решить задачу студенту, прочитавшему книгу «Живая математика», равна 0,2, «Занимательные задачи» — 0,3, «Загадки» — 0,4. Студент Филькин радостно сообщил, что решил задачу на олимпиаде. Какую книгу Перельмана вероятнее всего он прочитал?

Ответ: Живая математика

9.При передаче сообщения вероятность искажения одного знака равна 0,13. Какова вероятность того, что сообщение из 5 знаков содержит:  
а) 3 неправильных знака;  
б) не менее 3 неправильных знаков?

Ответ: 0,016629  
0,017909

10.Вероятность рождения мальчика равна 0,48. Чему равна вероятность того, что среди 60 новорожденных:  
а) мальчиков ровно половина;  
б) не менее половины мальчиков

Ответ:   
0,2584 \* ф(0,3101)  
Ф(0,3101) - Ф(-7,4421)

11.Аппаратура состоит из 1000 элементов, каждый из которых независимо от остальных выходит из строя за время Т с вероятностью 0,003. Найти вероятность того, что за время Т откажет не более 2 элементов

Ответ: 0,4232

12.Имеется 5 ключей, из которых только один подходит к замку. Составить ряд распределения числа подбора ключа к замку, если не подошедший ключ в последующих опробованиях не участвует. Найти М(Х), D(X), σ(X), F(X) этой случайной величины. Построить график F(X).

Ответ:   
P(x = 1) = 0,2  
P(x = 2) = 0,2  
P(x = 3) = 0,2  
P(x = 4) = 0,2  
P(x = 5) = 0,2  
  
M(X) = 3  
D(X) = 11  
σ(X) = 3,3166  
F(X) =   
 | 0,2, x = 1  
 | 0,4, x = 2  
 | 0,6, x = 3  
 | 0,8, x = 4  
 | 1, x = 5

13.Устройство состоит из 3 независимо работающих элементов. Вероятность отказа каждого из них в одном опыте равна 0,3. Составить ряд распределения числа отказавших элементов в одном опыте. Найти M(X) и D(X) этой случайной величины.

Ответ:   
P(x = 0) = 0,343  
P(x = 1) = 0,441  
P(x = 2) = 0,189  
P(x = 3) = 0,027  
  
M(X) = 0,9  
D(X) = 1,44

14.Прядильщица обслуживает 2000 веретен. Вероятность обрыва нити на одном веретене в течение одной минуты равна 0,003. Составить формулу ряда распределения числа обрывов нити в течение одной минуты. Найти вероятность для первых 4-х нитей в течение одной минуты. Найти M(X) этой случайной величины.

Ответ:   
Pn(m) = ((6,0)^m) / (m!) \* exp(-6,0)  
Pn(1) = 0,0149  
Pn(2) = 0,0446  
Pn(3) = 0,0892  
Pn(4) = 0,1339  
M(X) = 6,0

15.Независимые случайные величины X и Y заданы таблицами распределений. Найти:  
1) M(X), M(Y), D(X), D(Y);  
2) таблицы распределения случайных величин Z1 = 2X + Y, Z2 = X \* Y;  
3) M(Z1), M(Z2), D(Z1), D(Z2) непосредственно по таблицам распределений и на основании свойств математического ожидания и дисперсии  
X | -2 | 1 | 4 |  
P | 0,2 | 0,4 | 0,4 |  
Y | 2 | 5 |  
P | 0,3 | 0,7 |

Ответ:   
1)M(X) = 1,6, D(X) = 7,6, M(Y) = 4,1, D(Y) = 18,7  
2)  
Z1 | -2 | 1 | 4 | 7 | 10 | 13 |  
P | 0,06 | 0,14 | 0,12 | 0,28 | 0,12 | 0,28 |  
Z2 | -4 | -10 | 2 | 5 | 8 | 20 |  
P | 0,06 | 0,14 | 0,12 | 0,28 | 0,12 | 0,28 |  
  
3)M(Z1) = 7,3, D(Z1) = 49,1, M(Z2) = 6,56, D(Z2) = 317,748

16.Дана функция распределения F(x) непрерывной случайной величины X. Требуется:  
1) найти плотность вероятности f(x);  
2) построить графики F(x) и f(x);  
3) найти Р(a < X < b) для данных a, b.  
F(x) =  
 | 0, x<=0;  
 | 3\*x^2+2x, 0<x<=1/3;  
 | 1, x>1/3  
a = 0,2 , b = 0,5

Ответ:   
f(x) =  
 | 0, x<=0;  
 | 6\*x+2, 0<x<=1/3;  
 | 0, x>1/3  
P(a < X < b) = 0,48

17.Дана плотность вероятности f(x) непрерывной случайной величины X. Требуется:  
1) найти параметр a;  
2) найти функцию распределения F(x);  
3) построить графики f(x) и F(x).  
f(x) =  
 | 0, x<0;  
 | a\*sin(x)/3, 0<=x<=π/3;  
 | 0, x>π/3

Ответ:   
a = 6  
F(x) =  
 | 0, x<0;  
 | -2\*cos(x)+2, 0<=x<=1/3;  
 | 1, x>1/3

18.Дана плотность вероятности f(x) непрерывной случайной величины X, имеющая две ненулевые составляющие формулы. Требуется:  
1)Проверить свойство -∞∫∞(f(x)dx)=1  
2)Построить график f(x)  
3)Найти функцию распределения F(x)  
4)Найти P(a <= X <= b) для данных a,b  
5)Найти M(X), D(x), σ(X)f(x) =  
 | 0, x<=0;  
 | x/8, 0<x<=2;  
 | 1, 2<x<11/4;  
 | 0, x>11/4   
a = -1 , b = 1,5

Ответ:   
 Условие выполняется.  
 F(x)=  
 | 0, x<=0;  
 | x^2/16, 0<x<=2;  
 | x-7/4, 2<x<11/4;  
 | 1, x>11/4   
P(a < X < b) = 0,1406M(X)=0,1406;  
D(X)=0,1582;  
σ(X)=0,3977

19.Дистанция X между двумя соседними самолетами в строю имеет показательное распределение с MX = 100 м. Опасность столкновения самолетов возникает при уменьшении дистанции до 80 м. Найти вероятность возникновения этой опасности.

Ответ: 0,5507

20.Диаметр детали, вытачиваемой на станке, есть нормальная случайная величина (a = 25 см; σ = 0,5 см).  
С какой вероятностью отклонение диаметра детали от среднего значения не превосходит по абсолютной величине 0,18 см?

Ответ: 2\*Ф(0,3600)

21.Колебание прибытия вагонов на промышленную станцию имеет нормальное распределение со средним квадратическим отклонением σ = 4 и средним значением, равным 40 вагонам в сутки. Определить вероятность того, что за сутки на станцию прибыло от 34 до 46 вагонов.

Ответ: 2\*Ф(1,5)

Вариант 3

1.Наугад выбирается номер телефона из 8 цифр. Найти вероятность того, что:  
а) это номер телефона А. Б. Пугачевой;  
б) все цифры номера различны.

Ответ:   
0,00000001  
0,0181

2.Колода карт, значения карт которой только с 6 по 10, (20 листов) разбивается наугад на две равные стопки по 10 листов. Найти вероятность того, что:  
а) в первой стопке окажется 4 десятки;  
б) в первой стопе окажется хотя бы 2 десятки.

Ответ:   
0,0433  
0,709

3.Эксперимент состоит в двух выстрелах по мишени. Событие А — попадание в мишень первым выстрелом; событие В — попадание в мишень вторым выстрелом. Постройте множество элементарных исходов и выявите состав подмножеств, соответствующих событиям:  
а) А U В;  
б) А ∩ В;  
в) ¬А U ¬В.

Ответ: Ω = {q00, q01, q10, q11}  
А U В = { q10, q01, q11}  
А ∩ В ={q11}  
¬А U ¬В = {q00, q10, q01}  
Где q00 - промах двумя выстрелами, q10 - попадание только первым выстрелом, q01 - попадание только вторым выстрелом, q11 - попадание двумя выстрелами.

4.В библиотеке университета путей сообщения есть две книги по теории вероятностей: В. Е. Гмурмана и А. А. Боровкова. Вероятность того, что в течение семестра будет затребована книга первого автора, равна 0,8, второго — 0,6. Какова вероятность того, что к концу семестра:   
а) ни одна, ни другая книга не будут затребованы;  
б) хотя бы одна из книг будет выдана;  
в) будет выдана только книга А. А. Боровкова?

Ответ:   
0,08  
0,92  
0,12

5.Два гроссмейстера играют две партии в шахматы. Вероятность выигрыша в одной партии для первого шахматиста равна 0,4, для второго — 0,2; вероятность ничьей — 0,4. Какова вероятность того, что первый гроссмейстер выиграет матч?

Ответ: 0,48

6.В мешке 7 красных и 5 зеленых шаров. Проводится испытание по последовательному извлечению двух шаров без возвращения. Найдите вероятность того, что второй шар будет зеленый, если известно, что первый шар был красный.

Ответ: 0,4545

7.К кладу ведут три дороги. Вероятность погибнуть на первой дороге равна 0,6, на второй — 0,3, на третьей — 0,3. Найти вероятность того, что ковбой доберется до клада по одной из них при условии, что дорога выбирается им наудачу.

Ответ: 0,4

8.Перед математической олимпиадой особой популярностью пользовались книги Якова Исидоровича Перельмана: в библиотеке 17 раз заказывали его книгу «Живая математика», 14 раз — «Занимательные задачи», 13 раз — «Загадки и диковинки в мире чисел». Подбор задач для олимпиады таков, что вероятность решить задачу студенту, прочитавшему книгу «Живая математика», равна 0,1, «Занимательные задачи» — 0,4, «Загадки» — 0,6. Студент Филькин радостно сообщил, что решил задачу на олимпиаде. Какую книгу Перельмана вероятнее всего он прочитал?

Ответ: Загадки и диковинки в мире чисел

9.При передаче сообщения вероятность искажения одного знака равна 0,17. Какова вероятность того, что сообщение из 5 знаков содержит:  
а) 4 неправильных знака;  
б) не менее 4 неправильных знаков?

Ответ: 0,003466  
0,003608

10.Вероятность рождения мальчика равна 0,56. Чему равна вероятность того, что среди 70 новорожденных:  
а) мальчиков ровно половина;  
б) не менее половины мальчиков

Ответ:   
0,2408 \* ф(-1,0113)  
Ф(-1,0113) - Ф(-9,4388)

11.Аппаратура состоит из 1000 элементов, каждый из которых независимо от остальных выходит из строя за время Т с вероятностью 0,005. Найти вероятность того, что за время Т откажет не более 3 элементов

Ответ: 0,265

12.Имеется 7 ключей, из которых только один подходит к замку. Составить ряд распределения числа подбора ключа к замку, если не подошедший ключ в последующих опробованиях не участвует. Найти М(Х), D(X), σ(X), F(X) этой случайной величины. Построить график F(X).

Ответ:   
P(x = 1) = 0,1429  
P(x = 2) = 0,1429  
P(x = 3) = 0,1429  
P(x = 4) = 0,1429  
P(x = 5) = 0,1429  
P(x = 6) = 0,1429  
P(x = 7) = 0,1429  
  
M(X) = 4  
D(X) = 20  
σ(X) = 4,4721  
F(X) =   
 | 0,1429, x = 1  
 | 0,2857, x = 2  
 | 0,4286, x = 3  
 | 0,5714, x = 4  
 | 0,7143, x = 5  
 | 0,8571, x = 6  
 | 1, x = 7

13.Устройство состоит из 3 независимо работающих элементов. Вероятность отказа каждого из них в одном опыте равна 0,3. Составить ряд распределения числа отказавших элементов в одном опыте. Найти M(X) и D(X) этой случайной величины.

Ответ:   
P(x = 0) = 0,343  
P(x = 1) = 0,441  
P(x = 2) = 0,189  
P(x = 3) = 0,027  
  
M(X) = 0,9  
D(X) = 1,44

14.Прядильщица обслуживает 2000 веретен. Вероятность обрыва нити на одном веретене в течение одной минуты равна 0,003. Составить формулу ряда распределения числа обрывов нити в течение одной минуты. Найти вероятность для первых 4-х нитей в течение одной минуты. Найти M(X) этой случайной величины.

Ответ:   
Pn(m) = ((6,0)^m) / (m!) \* exp(-6,0)  
Pn(1) = 0,0149  
Pn(2) = 0,0446  
Pn(3) = 0,0892  
Pn(4) = 0,1339  
M(X) = 6,0

15.Независимые случайные величины X и Y заданы таблицами распределений. Найти:  
1) M(X), M(Y), D(X), D(Y);  
2) таблицы распределения случайных величин Z1 = 2X + Y, Z2 = X \* Y;  
3) M(Z1), M(Z2), D(Z1), D(Z2) непосредственно по таблицам распределений и на основании свойств математического ожидания и дисперсии  
X | -2 | 1 | 4 |  
P | 0,2 | 0,4 | 0,4 |  
Y | 2 | 5 |  
P | 0,3 | 0,7 |

Ответ:   
1)M(X) = 1,6, D(X) = 7,6, M(Y) = 4,1, D(Y) = 18,7  
2)  
Z1 | -2 | 1 | 4 | 7 | 10 | 13 |  
P | 0,06 | 0,14 | 0,12 | 0,28 | 0,12 | 0,28 |  
Z2 | -4 | -10 | 2 | 5 | 8 | 20 |  
P | 0,06 | 0,14 | 0,12 | 0,28 | 0,12 | 0,28 |  
  
3)M(Z1) = 7,3, D(Z1) = 49,1, M(Z2) = 6,56, D(Z2) = 317,748

16.Дана функция распределения F(x) непрерывной случайной величины X. Требуется:  
1) найти плотность вероятности f(x);  
2) построить графики F(x) и f(x);  
3) найти Р(a < X < b) для данных a, b.  
F(x) =  
 | 0, x<=0;  
 | 3\*x^2+2x, 0<x<=1/3;  
 | 1, x>1/3  
a = 0,2 , b = 0,5

Ответ:   
f(x) =  
 | 0, x<=0;  
 | 6\*x+2, 0<x<=1/3;  
 | 0, x>1/3  
P(a < X < b) = 0,48

17.Дана плотность вероятности f(x) непрерывной случайной величины X. Требуется:  
1) найти параметр a;  
2) найти функцию распределения F(x);  
3) построить графики f(x) и F(x).  
f(x) =  
 | 0, x<0;  
 | a\*sin(x)/3, 0<=x<=π/3;  
 | 0, x>π/3

Ответ:   
a = 6  
F(x) =  
 | 0, x<0;  
 | -2\*cos(x)+2, 0<=x<=1/3;  
 | 1, x>1/3

18.Дана плотность вероятности f(x) непрерывной случайной величины X, имеющая две ненулевые составляющие формулы. Требуется:  
1)Проверить свойство -∞∫∞(f(x)dx)=1  
2)Построить график f(x)  
3)Найти функцию распределения F(x)  
4)Найти P(a <= X <= b) для данных a,b  
5)Найти M(X), D(x), σ(X)f(x) =  
 | 0, x<=-1;  
 | 1/2, -1<x<=0;  
 | 1/2-x/4, 0<x<=2;  
 | 0, x>2  
a = -1,5 , b = 1,6

Ответ:   
 Условие выполняется.  
 F(x)=  
 | 0, x<=-1;  
 | x/2+1/2, -1<x<=0;  
 | -x^2/8+x/2+1/2, 0<x<=2;  
 | 1, x>2  
P(a < X < b) = 0,9800  
M(X)=0,0487;  
D(X)=0,4397;  
σ(X)=0,6631

19.Исследуется район массовой гибели судов в войне 1939–1945 гг. Вероятность обнаружения затонувшего судна за время поиска t задается формулой:  
Р(t) = 1– exp(–0,25\*t) Пусть случайная величина T — время, необходимое для обнаружения очередного судна(в часах). Найти среднее значение T.

Ответ: 4

20.Для какого значения А функция f(x) =  
 | 0 , x<0;  
 | (5/A)\*exp(-11Ax) x>=0,  
 | является   
а)плотностью вероятности;  
б)плотностью вероятности экспоненциального закона?

Ответ: а) -inf<x<0 ⋃ 0<x<0,6742 ⋃ 0,6742<x<+inf  
б) √5/√11

21.Число вагонов в прибывающем на расформирование составе является случайной величиной, распределенной по нормальному закону с параметрами σ = 30, m = 100. Определить вероятность того, что в составе будет не более 80 вагонов.

Ответ: 0,5 - Ф(0,6667)

Вариант 4

1.Пронумерованные 6 вариантов контрольной работы по математике распределяются случайным образом среди 5 студентов, сидящих в одном ряду. Каждый получает по одному варианту. Найти вероятность того, что:  
а) варианты 1'й и 2'й достанутся первым двум студентам;  
б) первые 5 вариантов распределятся последовательно.

Ответ:   
0,066667  
0,002778

2.В розыгрыше кубка по футболу участвуют 16 команд, среди которых 6 команд первой лиги. Все команды по жребию делятся на две группы по 8 команд. Найти вероятность того, что:  
а) все команды первой лиги попадут в одну группу;  
б) в одну группу попадут хотя бы 5 команд первой лиги.

Ответ:   
0,0035  
0,0594

3.Электронная схема содержит три транзистора, четыре конденсатора и пять резисторов. Событие Tk — выход из строя k-го транзистора(k = 1, 2, 3), событие Сi — выход из строя i-го конденсатора(i = 1, 2, 3, 4), Rj — выход из строя j -го резистора (j = 1, 2, 3, 4, 5). Электронная схема считается исправной, если одновременно исправны все транзисторы, не менее двух конденсаторов и хотя бы один резистор.  
Записать в алгебре событий событие А: схема исправна.

Ответ: A = T1\*T2\*T3\*(C1\*C2+C1\*C3+C1\*C4+C2\*C3+C2\*C4+C3\*C4)\*(R1+R2+R3+R4+R5)

4.Два рыбака ловят рыбу на озере. Вероятность поймать на удочку карася для первого равна 0,6 для второго — 0,8. Какова вероятность того, что:  
а) они поймают хотя бы одного карася;  
б) вообще не поймают карасей;  
в) поймает карася только первый рыбак?

Ответ:   
0,92  
0,08  
0,12

5.Барон вызвал графа на дуэль. В пистолетах у дуэлянтов по два патрона. Вероятность попадания в своего противника для барона(он и начинает дуэль) равна 0,5, для графа — 0,6. Найти вероятность того, что барон останется невредимым, если дуэль продолжается либо до первого попадания в кого-либо из противников, либо до тех пор, пока не закончатся все патроны.

Ответ: 0,64

6.В корзине 22 шаров, среди которых 11 оранжевых. Из нее поочередно извлекаются три шара. Найти вероятность того, что все вынутые шары оранжевые

Ответ: 0,1071

7.В диагностическом центре прием больных ведут три невропатолога: Фридман, Гудман и Шеерман, которые ставят правильный диагноз с вероятностью 0,5, 0,4 и 0,4 соответственно. Какова вероятность того, что больному Сидорову будет поставлен неверный диагноз, если он выбирает врача случайным образом.

Ответ: 0,5667

8.В зоопарке живут 4 кенгуру, 8 муравьедов и 11 горилл. Условия содержания млекопитающих таковы, что вероятность заболеть у этих животных соответственно равна 0,3, 0,3 и 0,4. Животное, которое удалось поймать врачу, оказалось здоровым. Какова вероятность того, что врач осматривал муравьеда?

Ответ: 0,3733

9.В поезде 6 электрических лампочек. Каждая из них перегорает в течение года с вероятностью 0,14. Найти вероятность того, что в течение года перегорит не менее 5 лампочек.

Ответ: 0,0003

10.Имеется 100 станков равной мощности, работающих независимо друг от друга в одинаковом режиме при включенном приводе в течение 0,6 всего рабочего времени. Какова вероятность того, что в произвольный момент окажутся включенными:  
а) от 70 до 85 станков;  
б) ровно 90 станков?

Ответ:   
Ф(5,1031) - Ф(2,0412)  
0,2041 \* ф(6,1237)

11.Некачественные сверла составляют 4% всей продукции фабрики. Изготовленные сверла упаковываются в ящики по 100 штук. Какова вероятность того, что в ящике окажется не более 4 некачественных сверл?

Ответ: 0,6288

12.В лотерее на 1000 билетов разыгрываются три вещи, стоимость которых 2400, 700, 350 руб. Составить ряд распределения суммы выигрыша для лица, имеющего один билет. Найти М(Х), D(X), σ(X), F(X) суммы выигрыша. Построить график F(X).

Ответ:   
P(x = 0) = 0,997  
P(x = 2400) = 0,001  
P(x = 700) = 0,001  
P(x = 350) = 0,001  
M(X) = 3,45  
D(X) = 6495,0003  
σ(X) = 80,5916  
F(X) =   
 | 0,997, x = 0  
 | 0,998, x = 350  
 | 0,999, x = 700  
 | 1, x = 2400

13.Вероятность приема сигнала равна 0,7. Сигнал передается 6 раз. Составить ряд распределения числа передач, в которых сигнал будет принят. Найти M(X) и D(X) этой случайной величины

Ответ:   
P(x = 0) = 0,0007  
P(x = 1) = 0,0102  
P(x = 2) = 0,0595  
P(x = 3) = 0,1852  
P(x = 4) = 0,3241  
P(x = 5) = 0,3025  
P(x = 6) = 0,1176  
  
M(X) = 4,2  
D(X) = 18,9

14.Вероятность для любого абонента позвонить на коммутатор в течение одного часа равна 0,01. Телефонная станция обслуживает 300 абонентов. Составить формулу ряда распределения числа абонентов, которые могут позвонить на коммутатор в течение одного часа. Найти вероятность для первых 4-х абонентов в течение одного часа. Найти M(X) этой случайной величины.

Ответ:   
Pn(m) = ((3,0)^m) / (m!) \* exp(-3,0)  
Pn(1) = 0,1494  
Pn(2) = 0,2240  
Pn(3) = 0,2240  
Pn(4) = 0,1680  
M(X) = 3,0

15.Независимые случайные величины X и Y заданы таблицами распределений. Найти:  
1) M(X), M(Y), D(X), D(Y);  
2) таблицы распределения случайных величин Z1 = 2X + Y, Z2 = X \* Y;  
3) M(Z1), M(Z2), D(Z1), D(Z2) непосредственно по таблицам распределений и на основании свойств математического ожидания и дисперсии  
X | -3 | 1 | 4 |  
P | 0,3 | 0,3 | 0,4 |  
Y | 1 | 5 |  
P | 0,4 | 0,6 |

Ответ:   
1)M(X) = 1, D(X) = 9,4, M(Y) = 3,4, D(Y) = 15,4  
2)  
Z1 | -5 | -1 | 3 | 7 | 9 | 13 |  
P | 0,12 | 0,18 | 0,12 | 0,18 | 0,16 | 0,24 |  
Z2 | -3 | -15 | 1 | 5 | 4 | 20 |  
P | 0,12 | 0,18 | 0,12 | 0,18 | 0,16 | 0,24 |  
  
3)M(Z1) = 5,4, D(Z1) = 53, M(Z2) = 3,4, D(Z2) = 268,824

16.Дана функция распределения F(x) непрерывной случайной величины X. Требуется:  
1) найти плотность вероятности f(x);  
2) построить графики F(x) и f(x);  
3) найти Р(a < X < b) для данных a, b.  
F(x) =  
 | 0, x<=0;  
 | x^2/9, 0<x<=3;  
 | 1, x>3  
a = 1 , b = 3

Ответ:   
f(x) =  
 | 0, x<=0;  
 | 2\*x/9, 0<x<=3;  
 | 0, x>3  
P(a < X < b) = 0,8889

17.Дана плотность вероятности f(x) непрерывной случайной величины X. Требуется:  
1) найти параметр a;  
2) найти функцию распределения F(x);  
3) построить графики f(x) и F(x).  
f(x) = a/(1+x^2) x∈R

Ответ:   
a = 1/π  
F(x) = arctan(x)/π x∈R

18.Дана плотность вероятности f(x) непрерывной случайной величины X, имеющая две ненулевые составляющие формулы. Требуется:  
1)Проверить свойство -∞∫∞(f(x)dx)=1  
2)Построить график f(x)  
3)Найти функцию распределения F(x)  
4)Найти P(a <= X <= b) для данных a,b  
5)Найти M(X), D(x), σ(X)f(x) =  
 | 0, x<=-1;  
 | 1/2, -1<x<=0;  
 | 1/2-x/4, 0<x<=2;  
 | 0, x>2  
a = -1,5 , b = 1,6

Ответ:   
 Условие выполняется.  
 F(x)=  
 | 0, x<=-1;  
 | x/2+1/2, -1<x<=0;  
 | -x^2/8+x/2+1/2, 0<x<=2;  
 | 1, x>2  
P(a < X < b) = 0,9800  
M(X)=0,0487;  
D(X)=0,4397;  
σ(X)=0,6631

19.Исследуется район массовой гибели судов в войне 1939–1945 гг. Вероятность обнаружения затонувшего судна за время поиска t задается формулой:  
Р(t) = 1– exp(–0,25\*t) Пусть случайная величина T — время, необходимое для обнаружения очередного судна(в часах). Найти среднее значение T.

Ответ: 4

20.Для какого значения А функция f(x) =  
 | 0 , x<0;  
 | (2/A)\*exp(-13Ax) x>=0,  
 | является   
а)плотностью вероятности;  
б)плотностью вероятности экспоненциального закона?

Ответ: а) -inf<x<0 ⋃ 0<x<0,3922 ⋃ 0,3922<x<+inf  
б) √2/√13

21.Число вагонов в прибывающем на расформирование составе является случайной величиной, распределенной по нормальному закону с параметрами σ = 30, m = 100. Определить вероятность того, что в составе будет не более 90 вагонов.

Ответ: 0,5 - Ф(0,3333)

Вариант 5

1.Пронумерованные 6 вариантов контрольной работы по математике распределяются случайным образом среди 5 студентов, сидящих в одном ряду. Каждый получает по одному варианту. Найти вероятность того, что:  
а) варианты 1'й и 2'й достанутся первым двум студентам;  
б) первые 5 вариантов распределятся последовательно.

Ответ:   
0,066667  
0,008333

2.В розыгрыше кубка по футболу участвуют 16 команд, среди которых 5 команд первой лиги. Все команды по жребию делятся на две группы по 8 команд. Найти вероятность того, что:  
а) все команды первой лиги попадут в одну группу;  
б) в одну группу попадут хотя бы 4 команды первой лиги.

Ответ:   
0,0128  
0,141

3.Электронная схема содержит три транзистора, четыре конденсатора и пять резисторов. Событие Tk — выход из строя k-го транзистора(k = 1, 2, 3), событие Сi — выход из строя i-го конденсатора(i = 1, 2, 3, 4), Rj — выход из строя j -го резистора (j = 1, 2, 3, 4, 5). Электронная схема считается исправной, если одновременно исправны все транзисторы, не менее двух конденсаторов и хотя бы один резистор.  
Записать в алгебре событий событие А: схема исправна.

Ответ: A = T1\*T2\*T3\*(C1\*C2+C1\*C3+C1\*C4+C2\*C3+C2\*C4+C3\*C4)\*(R1+R2+R3+R4+R5)

4.Два рыбака ловят рыбу на озере. Вероятность поймать на удочку карася для первого равна 0,5 для второго — 0,9. Какова вероятность того, что:  
а) они поймают хотя бы одного карася;  
б) вообще не поймают карасей;  
в) поймает карася только первый рыбак?

Ответ:   
0,95  
0,05  
0,05

5.Два гроссмейстера играют две партии в шахматы. Вероятность выигрыша в одной партии для первого шахматиста равна 0,2, для второго — 0,3; вероятность ничьей — 0,5. Какова вероятность того, что первый гроссмейстер выиграет матч?

Ответ: 0,24

6.В мешке 4 красных и 6 зеленых шаров. Проводится испытание по последовательному извлечению двух шаров без возвращения. Найдите вероятность того, что второй шар будет зеленый, если известно, что первый шар был красный.

Ответ: 0,6667

7.К кладу ведут три дороги. Вероятность погибнуть на первой дороге равна 0,4, на второй — 0,4, на третьей — 0,1. Найти вероятность того, что ковбой доберется до клада по одной из них при условии, что дорога выбирается им наудачу.

Ответ: 0,3

8.Перед математической олимпиадой особой популярностью пользовались книги Якова Исидоровича Перельмана: в библиотеке 12 раз заказывали его книгу «Живая математика», 9 раз — «Занимательные задачи», 7 раз — «Загадки и диковинки в мире чисел». Подбор задач для олимпиады таков, что вероятность решить задачу студенту, прочитавшему книгу «Живая математика», равна 0,4, «Занимательные задачи» — 0,4, «Загадки» — 0,4. Студент Филькин радостно сообщил, что решил задачу на олимпиаде. Какую книгу Перельмана вероятнее всего он прочитал?

Ответ: Живая математика

9.При передаче сообщения вероятность искажения одного знака равна 0,12. Какова вероятность того, что сообщение из 6 знаков содержит:  
а) 4 неправильных знака;  
б) не менее 4 неправильных знаков?

Ответ: 0,002409  
0,002543

10.Вероятность рождения мальчика равна 0,45. Чему равна вероятность того, что среди 80 новорожденных:  
а) мальчиков ровно половина;  
б) не менее половины мальчиков

Ответ:   
0,2247 \* ф(0,8989)  
Ф(0,8989) - Ф(-8,0904)

11.Аппаратура состоит из 1000 элементов, каждый из которых независимо от остальных выходит из строя за время Т с вероятностью 0,003. Найти вероятность того, что за время Т откажет не более 3 элементов

Ответ: 0,6472

12.Имеется 5 ключей, из которых только один подходит к замку. Составить ряд распределения числа подбора ключа к замку, если не подошедший ключ в последующих опробованиях не участвует. Найти М(Х), D(X), σ(X), F(X) этой случайной величины. Построить график F(X).

Ответ:   
P(x = 1) = 0,2  
P(x = 2) = 0,2  
P(x = 3) = 0,2  
P(x = 4) = 0,2  
P(x = 5) = 0,2  
  
M(X) = 3  
D(X) = 11  
σ(X) = 3,3166  
F(X) =   
 | 0,2, x = 1  
 | 0,4, x = 2  
 | 0,6, x = 3  
 | 0,8, x = 4  
 | 1, x = 5

13.Устройство состоит из 3 независимо работающих элементов. Вероятность отказа каждого из них в одном опыте равна 0,1. Составить ряд распределения числа отказавших элементов в одном опыте. Найти M(X) и D(X) этой случайной величины.

Ответ:   
P(x = 0) = 0,729  
P(x = 1) = 0,243  
P(x = 2) = 0,027  
P(x = 3) = 0,001  
  
M(X) = 0,3  
D(X) = 0,36

14.Прядильщица обслуживает 1000 веретен. Вероятность обрыва нити на одном веретене в течение одной минуты равна 0,003. Составить формулу ряда распределения числа обрывов нити в течение одной минуты. Найти вероятность для первых 4-х нитей в течение одной минуты. Найти M(X) этой случайной величины.

Ответ:   
Pn(m) = ((3,0)^m) / (m!) \* exp(-3,0)  
Pn(1) = 0,1494  
Pn(2) = 0,2240  
Pn(3) = 0,2240  
Pn(4) = 0,1680  
M(X) = 3,0

15.Независимые случайные величины X и Y заданы таблицами распределений. Найти:  
1) M(X), M(Y), D(X), D(Y);  
2) таблицы распределения случайных величин Z1 = 2X + Y, Z2 = X \* Y;  
3) M(Z1), M(Z2), D(Z1), D(Z2) непосредственно по таблицам распределений и на основании свойств математического ожидания и дисперсии  
X | -1 | 2 | 4 |  
P | 0,2 | 0,2 | 0,6 |  
Y | 1 | 3 |  
P | 0,3 | 0,7 |

Ответ:   
1)M(X) = 2,6, D(X) = 10,6, M(Y) = 2,4, D(Y) = 6,6  
2)  
Z1 | -1 | 1 | 5 | 7 | 9 | 11 |  
P | 0,06 | 0,14 | 0,06 | 0,14 | 0,18 | 0,42 |  
Z2 | -1 | -3 | 2 | 6 | 4 | 12 |  
P | 0,06 | 0,14 | 0,06 | 0,14 | 0,18 | 0,42 |  
  
3)M(Z1) = 7,6, D(Z1) = 49, M(Z2) = 6,24, D(Z2) = 175,632

16.Дана функция распределения F(x) непрерывной случайной величины X. Требуется:  
1) найти плотность вероятности f(x);  
2) построить графики F(x) и f(x);  
3) найти Р(a < X < b) для данных a, b.  
F(x) =  
 | 0, x<=0;  
 | 3\*x^2+2x, 0<x<=1/3;  
 | 1, x>1/3  
a = 0,1 , b = 0,5

Ответ:   
f(x) =  
 | 0, x<=0;  
 | 6\*x+2, 0<x<=1/3;  
 | 0, x>1/3  
P(a < X < b) = 0,77

17.Дана плотность вероятности f(x) непрерывной случайной величины X. Требуется:  
1) найти параметр a;  
2) найти функцию распределения F(x);  
3) построить графики f(x) и F(x).  
f(x) =  
 | 0, x<0;  
 | a\*sin(x)/3, 0<=x<=π/3;  
 | 0, x>π/3

Ответ:   
a = 6  
F(x) =  
 | 0, x<0;  
 | -2\*cos(x)+2, 0<=x<=1/3;  
 | 1, x>1/3

18.Дана плотность вероятности f(x) непрерывной случайной величины X, имеющая две ненулевые составляющие формулы. Требуется:  
1)Проверить свойство -∞∫∞(f(x)dx)=1  
2)Построить график f(x)  
3)Найти функцию распределения F(x)  
4)Найти P(a <= X <= b) для данных a,b  
5)Найти M(X), D(x), σ(X)f(x) =  
 | 0, x<=0;  
 | x/8, 0<x<=2;  
 | 1, 2<x<11/4;  
 | 0, x>11/4   
a = -0,3 , b = 1,6

Ответ:   
 Условие выполняется.  
 F(x)=  
 | 0, x<=0;  
 | x^2/16, 0<x<=2;  
 | x-7/4, 2<x<11/4;  
 | 1, x>11/4   
P(a < X < b) = 0,1600M(X)=0,1707;  
D(X)=0,2048;  
σ(X)=0,4525

19.Дистанция X между двумя соседними самолетами в строю имеет показательное распределение с MX = 100 м. Опасность столкновения самолетов возникает при уменьшении дистанции до 40 м. Найти вероятность возникновения этой опасности.

Ответ: 0,3297

20.Диаметр детали, вытачиваемой на станке, есть нормальная случайная величина (a = 15 см; σ = 0,5 см).  
С какой вероятностью отклонение диаметра детали от среднего значения не превосходит по абсолютной величине 0,04 см?

Ответ: 2\*Ф(0,0800)

21.Колебание прибытия вагонов на промышленную станцию имеет нормальное распределение со средним квадратическим отклонением σ = 5 и средним значением, равным 40 вагонам в сутки. Определить вероятность того, что за сутки на станцию прибыло от 38 до 42 вагонов.

Ответ: 2\*Ф(0,4)