Лабораторная работа 3

Функции распределения

Задача 1

$$F(x)=\begin{cases} 0 & \text{при} \quad x \le 1 \\ \dfrac{x^2}{8}-\dfrac{1}{8} & \text{при} \quad 1 < x \le 3 \\ 1 & \text{при} \quad x > 3 \end{cases}$$

Найти:

а) *дифференциальную функцию случайной величины X;*
б) *математическое ожидание, дисперсию, среднее квадратичное отклонение случайной величины X;*
в) *вероятность попадания случайной величины в интервал (1;2)*

Решение:

$$F'(x) = \begin{cases} 0 \text{ при } x \le 1 \\ \dfrac{x}{4} \text{ при } 1 < x \le 3 \\ 0 \text{ при } x > 3 \end{cases}$$

$$M(x) = \int_1^3 x \cdot \frac{x}{4} dx = \int_1^3 \frac{x^2}{4} dx = 2{,}1667$$

$$D(x) = M(x^2) - (M(x))^2$$

$$M(x^2) = \int_1^3 x^2 \cdot \frac{x}{4} dx = \int_1^3 \frac{x^3}{4} dx = 5$$

$$D(x) = 5 - (2{,}1667)^2 = 0{,}30541$$

$$\delta = \sqrt{D(x)} = 0{,}55264$$

$$P(x) = F(b) - F(a), \qquad a = 1, b = 2$$

$$P(x) = \frac{3}{8} - 0 = 0{,}375$$

Задание 2

$$F(x)=\begin{cases} 0 & при \quad x \le 0 \\ \dfrac{x^6}{4} & при \quad 0 < x \le \sqrt[3]{2} \\ 1 & при \quad x > \sqrt[3]{2} \end{cases}$$

Найти вероятность того, что в результате шести испытаний случайная величина X два раза примет значение, принадлежащее интервалу (0;1)

Решение:

$$P_n(k) = C_n^k \cdot p^k \cdot (1-p)^{n-k}$$

$$p = F(b) - F(a) = F(1) - F(0) = \frac{1^6}{4} - 0 = 0{,}25$$

$$C_6^2 = \frac{6!}{2!\,(6-2)!} = 15$$

$$P_6(2) = 15 \cdot (0{,}25)^2 \cdot (1-0{,}25)^4 = 15 \cdot \frac{1}{16} \cdot \frac{9}{16} = \frac{135}{256} = 0{,}527$$

Задание 3

$$p(x)=\begin{cases} 0 & npu \quad x<-1 \\ 1+x & npu \quad -1\leq x\leq 0 \\ 1-x & npu \quad 0<x\leq 1 \\ 0 & npu \quad x>-1 \end{cases}$$

Подсчитайте вероятность того, что соответствующая случайная величина примет значение от -0,5 до 1.

Решение:

$$\int(1+x)dx=\frac{x^2}{2}-x$$

$$\int(1-x)dx=x-\frac{x^2}{2}$$

$$P(x)=\begin{cases} 0 \text{ при } x<-1 \\ \frac{x^2}{2}+x \text{ при} -1\leq x\leq 0 \\ x-\frac{x^2}{2} \text{ при } 0<x\leq 1 \\ 1 \text{ при } x>1 \end{cases}$$

$$p=P(b)-P(a)=P(1)-P(-0{,}5)=1-\frac{1^2}{2}-\frac{(-0{,}5)^2}{2}+0{,}5=1-0{,}125=0{,}875$$