Работа с матрицами в прикладной компьютерной программе Maxima

ЧАСТЬ 1. ЗАДАНИЕ 4.1.

Основные принципы и функции при работе с Maxima

Ввод и вывод матрицы.

Для ввода матрицы используются несколько функций.

- **Функция** *matrix*

возвращает матрицу, заданную поэлементно

A:matrix([1,2],[1,2]);

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$$

- **Функция** *genmatrix*

возвращает матрицу заданной размерности, составленную из элементов двух-индексного массива

genmatrix(ar1,2,2);

$$\begin{bmatrix} ar1_{1,1} & ar1_{1,2} \\ ar1_{2,1} & ar1_{2,2} \end{bmatrix}$$

при этом можно задать элемент массива в общем виде

ar2[i,j]:=10*i+2*j$

B:genmatrix(ar2,2,2);

$$\begin{bmatrix} 12 & 14 \\ 22 & 24 \end{bmatrix}$$

- **Функция** *zeromatrix*

возвращает матрицу заданной размерности, составленную из нулей

zeromatrix(2,2);

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

- **Функция** *ident*

возвращает единичную матрицу заданной размерности

E:ident(2);

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Действия с матрицами

Ранее мы уже ввели две матрицы А и В. Теперь на их примере рассмотрим действия с матрицами.

- Сложение

A+B;

$$\begin{bmatrix} 13 & 16 \\ 23 & 26 \end{bmatrix}$$

- Вычитание

A-B;

$$\begin{bmatrix} -11 & -12 \\ -21 & -22 \end{bmatrix}$$

Поэлементное умножение матриц

A*B;

$$\begin{bmatrix} 12 & 28 \\ 22 & 48 \end{bmatrix}$$

- Матричное умножение (умножение матрицы на матрицу)

A.B;

$$\begin{bmatrix} 56 & 62 \\ 56 & 62 \end{bmatrix}$$

- Умножение матрицы на число

3*A;

$$\begin{bmatrix} 3 & 6 \\ 3 & 6 \end{bmatrix}$$

- Поэлементное деление матриц

A/B;

$$\begin{bmatrix} \frac{1}{12} & \frac{1}{7} \\ \frac{1}{22} & \frac{1}{12} \end{bmatrix}$$

- Получение матрицы, в которой число e возводится в соответствующую значению элемента матрицы степень

  exp(B);

$$\begin{bmatrix} \%e^{12} & \%e^{14} \\ \%e^{22} & \%e^{24} \end{bmatrix}$$

- Получение и вычисление матрицы, в которой число e возводится в соответствующую значению элемента матрицы степень

  exp(B),numer;

$$\begin{bmatrix} 162754.7914190039 & 1202604.284164777 \\ 3.584912846131592\ 10^{9} & 2.648912212984347\ 10^{10} \end{bmatrix}$$

- Получение матрицы, элементами которой являются квадратные корни из элементов исходной матрицы

  sqrt(A);

$$\begin{bmatrix} 1 & \sqrt{2} \\ 1 & \sqrt{2} \end{bmatrix}$$

- Получение и вычисление матрицы, элементами которой являются квадратные корни из элементов исходной матрицы

  sqrt(A),numer;

$$\begin{bmatrix} 1.0 & 1.414213562373095 \\ 1.0 & 1.414213562373095 \end{bmatrix}$$

- Возведение каждого элемента матрицы в квадрат

  A^2;

$$\begin{bmatrix} 1 & 4 \\ 1 & 4 \end{bmatrix}$$

- Возведение матрицы в квадрат, т.е. матрица умножена сама на себя

  A^^2;

$$\begin{bmatrix} 3 & 6 \\ 3 & 6 \end{bmatrix}$$

Нахождение значения матричного многочлена

Зададим такой многочлен

p(w):=w^3-2*(w^2)+5*w+9;

$$p(w) \coloneqq w^3 - 2w^2 + 5w + 9$$

Для его матричного решения подставим вместо переменной *w* матрицу А, и, чтобы получить верный ответ, нам нужно свободный член полинома умножить на единичную матрицу, которую мы уже вводили ранее

‘p(‘A)=A^^3-2*(A^^2)+5*A+9*E;

$$p(A) = \begin{bmatrix} 17 & 16 \\ 8 & 25 \end{bmatrix}$$

Транспонирование матриц

Транспонировать матрицу можно с помощью функции *transpose*

transpose(A);

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 2 \end{bmatrix}$$

Вычисление определителя

Вычислить определитель можно единственным способом:

determinant(B);

-20

Нахождение обратной матрицы

ВАЖНО: обратная матрица может быть найдена, если для данной квадратной матрицы определитель не равен нулю.

Обратную матрицу можно найти двумя способами:

invert(B);

B^^-1;

Оба способа приведут к одному результату:

$$\begin{bmatrix} -\frac{6}{5} & \frac{7}{10} \\ \frac{11}{10} & -\frac{3}{5} \end{bmatrix}$$

Приведение матрицы к ступенчатому виду

Для приведения матрицы к ступенчатому виду можно использовать две функции: *triangularize* и *echelon*

triangularize(B);

$$\begin{bmatrix} 12 & 14 \\ 0 & -20 \end{bmatrix}$$

echelon(B);

$$\begin{bmatrix} 1 & \frac{7}{6} \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Функция *echelon* дополнительно нормирует элементы главной диагонали, то есть все элементы главной диагонали будут равны «1».

Ранг матрицы

Для нахождения ранга матрицы используют функцию *rank*

rank(B);

$$2$$

Удаление строк/столбцов из матрицы

Чтобы из исходной матрицы получить новую матрицу, удалив из нее одну/несколько строк и/или один/несколько столбцов, нужно использовать **функцию** *submatrix*

Введем матрицу С

C:matrix([1,2,3,4,5],[6,7,8,9,10],[11,12,13,14,15],[16,17,18,19,20]);

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 6 & 7 & 8 & 9 & 10 \\ 11 & 12 & 13 & 14 & 15 \\ 16 & 17 & 18 & 19 & 20 \end{bmatrix}$$

Удаление одной строки из матрицы

submatrix(2,C);

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 11 & 12 & 13 & 14 & 15 \\ 16 & 17 & 18 & 19 & 20 \end{bmatrix}$$

Удаление нескольких строк из матрицы

submatrix(2,4,C);

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 11 & 12 & 13 & 14 & 15 \end{bmatrix}$$

Удаление одного столбца из матрицы

submatrix(C,1);

$$\begin{bmatrix} 2 & 3 & 4 & 5 \\ 7 & 8 & 9 & 10 \\ 12 & 13 & 14 & 15 \\ 17 & 18 & 19 & 20 \end{bmatrix}$$

Удаление нескольких столбцов

submatrix(C,2,4);

$$\begin{bmatrix} 1 & 3 & 5 \\ 6 & 8 & 10 \\ 11 & 13 & 15 \\ 16 & 18 & 20 \end{bmatrix}$$

Удаление строк и столбцов матрицы

submatrix(3,4,C,5);

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 6 & 7 & 8 & 9 \end{bmatrix}$$

Минор второго порядка матрицы

Минор матрицы вычисляется при помощи функции *minor(M,i,j)*, где M – матрица, i,j – индексы элемента, для которого вычисляется минор.

minor(C,1,1);

$$\begin{bmatrix} 7 & 8 & 9 & 10 \\ 12 & 13 & 14 & 15 \\ 17 & 18 & 19 & 20 \end{bmatrix}$$

Это были все основные формулы, нужные при работе с матрицами. Спасибо за внимание!

Работу выполнила Елкина Галина, студентка ИВТ 1 курса,

3 подгруппа