Повторение

$f(x)$ непр. в т. $x=a$, если:

1. опр-на в точке
2. $\exists \lim\limits_{x\to a} f(x)$
3. $\lim\limits_{x\to a} f(x) = f(a)$

Если 1 из усл-вий нарушается, то ф-ция наз-ся <u>разрывной в т. $x=a$</u>, а сама т. $x=a$ наз-ся <u>точкой разрыва</u>.

Классификация точек разрыва

Т. x_0 наз-ся <u>точкой разрыва</u> <u>I рода</u> ф-ции $y=f(x)$, если $\exists$ ~~кон. од~~ $\lim\limits_{x\to a+0} f(x) = C_1 = const$

$\lim\limits_{x\to a-0} f(x) = C_2 = const$

Если выполняется хотя бы 1 из усл-вий:

$$\left[\begin{array}{l} \lim\limits_{x\to a+0} f(x) \neq f(a) \\ \lim\limits_{x\to a-0} f(x) \neq f(a) \\ \lim\limits_{x\to a+0} f(x) \neq \lim\limits_{x\to a-0} f(x) \end{array}\right.$$

то ф-ция в т. $x=a$ имеет
неустранимый разрыв I рода

$\lim\limits_{x\to a+0} f(x) = \lim\limits_{x\to a-0} f(x) \neq f(a) =>$

=> ф-ция в т. $x=a$ имеет
устранимый разрыв I рода

Т. x_0 наз-ся точкой разрыва
II рода ф-ции $y=f(x)$, если
$\nexists \lim\limits_{x\to a+0} f(x), \lim\limits_{x\to a-0} f(x)$ или
они $= \infty$

Скачком ф-ции в т. разрыва
$x=x_0$ наз-ся

$\lim\limits_{x\to a+0} f(x) - \lim\limits_{x\to a-0} f(x)$, если

~~они~~ $\exists \lim_{+} \neq \lim_{-} \neq \infty$

Правила нахождения т. разрыва ф-ции
1) Эл. ф-ция может иметь
разрыв только в отдельных т., но

не может быть разрывной на опр. интервале.

2) Эл. ф-ция может иметь разрыв в т., где она не опр-на при усл., что она будет опр-на хотя бы ~~..~~ с 1 стороны от этой точки.

3) Не эл. ф-ция может иметь разрывы как в точках, где она опр-на, так и в тех, где она не опр-на.

Задачи

1. $y = \frac{x}{x^2-1}$

ООФ: $x \neq \pm 1$

$D(f): x \in (-\infty; -1) \cup (-1; 1) \cup (1; +\infty)$

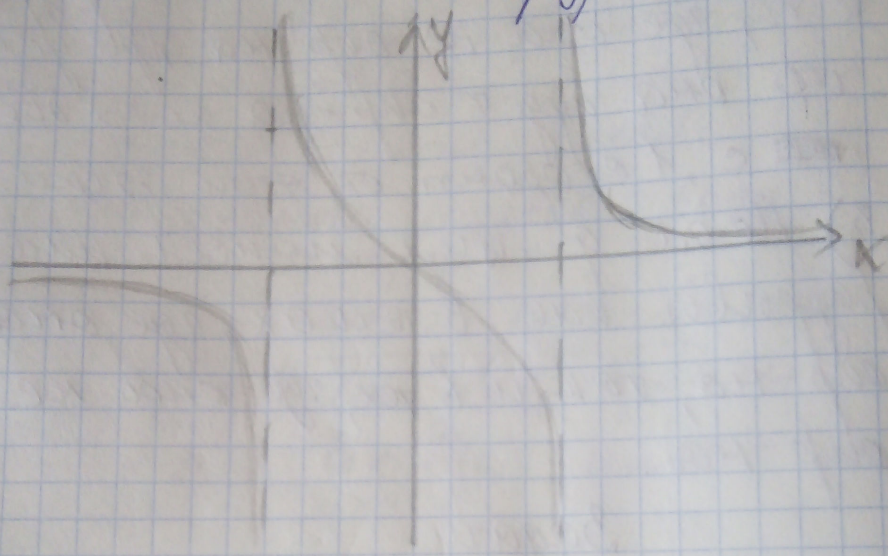
$$\lim_{x \to 1+0} \frac{x}{x^2-1} = \lim_{x \to 1+0} \frac{x}{(x-1)(x+1)} = \frac{1}{0} = +\infty$$

$$\lim_{x \to 1-0} \frac{x}{x^2-1} = -\frac{1}{0} = -\infty$$

$$\lim_{x \to -1+0} \frac{x}{x^2-1} = +\infty$$

$$\lim_{x\to -1-0} \frac{x}{x^2-1} = \frac{\overset{-1{,}5}{x}}{\underset{-2{,}5}{(x-1)}\underset{-0{,}5}{(x+1)}} = \left[\frac{-}{+} = -\right] = -\infty$$

Т.к. $\lim = \pm\infty \Rightarrow$ разрыв II рода



2. $y = \dfrac{1}{x^2+2x-3}$

$D(f): x \neq 1,\ x \neq -3$

$x \in (-\infty; -3) \cup (-3; 1) \cup (1; +\infty)$

$$\lim_{x\to -3-0} \frac{1}{x^2+2x-3} = \lim_{x\to -3-0} \frac{1}{(x-1)(x+3)} =$$

$$= +\infty$$

$$\lim_{x\to -3+0} \frac{1}{x^2+2x-3} = \lim_{x\to -3+0} \frac{1}{(x-1)(x+3)} =$$

$= -\infty$

$$\lim_{x \to 1-0} \frac{1}{(x-1)(x+3)} = -\infty$$

$$\lim_{x \to 1+0} \frac{1}{(x-1)(x+3)} = +\infty$$