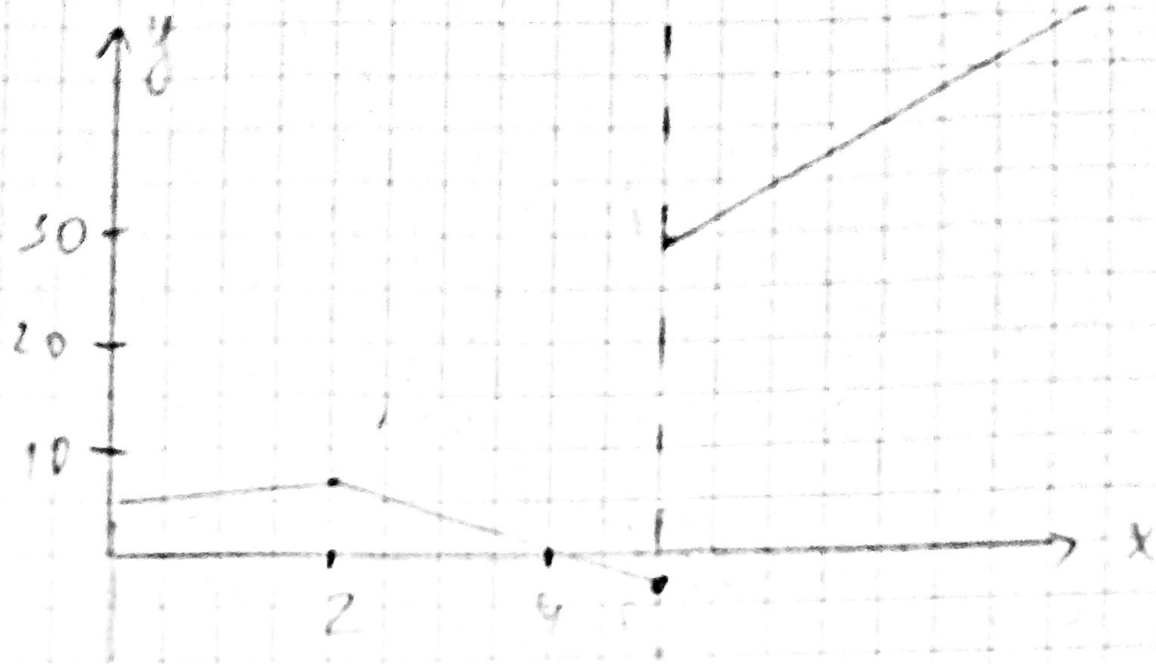
Скачок:

$x = 5$

$$\lim_{x\to5+0} f(x) - \lim_{x\to5-0} f(x) = 29 - (-3) = 32$$



Примеры:

№9.2.1.

$$\int_1^{+\infty}\frac{dx}{x^2} = \lim_{b\to+\infty}\int_1^b \frac{dx}{x^2} = \lim_{b\to+\infty}\int_1^b x^{-2}\,dx =$$

$$= \lim_{b\to+\infty}\left(\frac{x^{-2+1}}{-2+1}\Bigg|_1^b\right) = \lim_{b\to+\infty}\left(\frac{x^{-1}}{-1}\Bigg|_1^b\right) =$$

$$= \lim_{b\to+\infty}\left(-\frac{1}{x}\Bigg|_1^b\right) = \lim_{b\to+\infty}\left(-\frac{1}{b}+1\right) =$$

$\lim\limits_{b\to+\infty}\left(-\frac{1}{b}\right) + \lim\limits_{b\to+\infty} 1 = 0 + 1 = 1 \Rightarrow$

$\Rightarrow$ инт. сх.

<u>Примечание</u>. Можно показать что

$\int\limits_1^{+\infty} \frac{dx}{x^\alpha}$ сход. при $\alpha > 1$ и

расх. при $\alpha \le 1$

<u>№9.2.6</u>

$\int\limits_{-\infty}^{0} x\cos x\,dx = \lim\limits_{a\to-\infty} \int\limits_a^0 x\cos x\,dx =$

$= \left[\int\limits_a^b u v'\,dx = uv\Big|_a^b - \int\limits_a^b u'v\,dx\right] =$

$= \lim\limits_{a\to-\infty}\left(+x\sin x - \int\limits_a^0 \sin x\,dx\right) =$

$= \lim\limits_{a\to-\infty} x\sin x\Big|_a^0 - \lim\limits_{a\to-\infty}\int\limits_a^0 \sin x\,dx =$

$= \lim\limits_{a\to-\infty}(0\cdot\sin 0 - a\sin a) - \lim\limits_{a\to-\infty}(-\cos 0 + \cos a) =$

$= \lim\limits_{a\to-\infty}(0 - a\sin a + 1 - \cos a) =$

$= 1 - \lim\limits_{a\to\infty}(a\sin a + \cos a)$ — не сущ-ет

т.к. $\lim\limits_{a\to-\infty}(a\sin a)$, $\lim\limits_{a\to-\infty}(\cos a)$ — не сущ.

$\Rightarrow$ интеграл расх.

w 9.2.8

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx}{1+x^2} = \lim_{a\to-\infty} \int_a^0 \frac{dx}{1+x^2} + \lim_{b\to+\infty} \int_0^b \frac{dx}{1+x^2} =$$

$$= \lim_{a\to-\infty} \left(\operatorname{arctg} x \Big|_a^0\right) + \lim_{b\to+\infty} \left(\operatorname{arctg} x \Big|_0^b\right)$$

$$= \lim_{a\to-\infty} (\operatorname{arctg} 0 - \operatorname{arctg} a) +$$

$$+ \lim_{b\to+\infty} (\operatorname{arctg} b - \operatorname{arctg} 0) =$$

$$= \lim_{b\to+\infty} (\operatorname{arctg} b) - \lim_{a\to-\infty} (\operatorname{arctg} a) =$$

$$= \frac{\pi}{2} - \left(-\frac{\pi}{2}\right) = \frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{2} = \pi \Rightarrow$$

$\Rightarrow$ интеграл сх.

w 9.2.10

$$\int_1^{+\infty} \frac{x+2}{x^{2/3}} dx = \left[x+2 > x^{2/3}, \text{ т.к. } 1 > 2/3\right] =$$

$$= \cancel{\lim_{b\to+\infty} \int_1^{+\infty}} \lim_{b\to+\infty} \int_1^b (x+2)dx =$$

$$= \lim_{b\to+\infty} \left(\frac{x^2}{2} + 2x\right)\Big|_1^b =$$

$$= \lim_{b\to+\infty} \left(\frac{b^2}{2} + 2b - \frac{1^2}{2} - 2\cdot 1\right) =$$

$$= \lim_{b\to+\infty} \left(\frac{1}{2}b^2 + 2b - \frac{1}{2} - 2\right) =$$

$$= \lim_{b \to +\infty} \left(\frac{1}{2} b^2 + 2b - \frac{5}{2} \right) =$$

$$= +\infty + \infty - \frac{5}{2} = +\infty \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \int_1^{+\infty} (x+2)\,dx - \text{расх.} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \int_1^{+\infty} \frac{x+2}{\sqrt[3]{x^2}}\,dx - \text{расх.}$$

№ 9.2.12