

Математические объекты и их представления

Задание 2.3

Алгебра/Algebra

Данный раздел предназначен для изучения и решения алгебраических задач, то есть изучение переменных в системах счисления, а также операций, которые воздействуют на числа и символы, и решение уравнений, исследование полиномов, изучение полей, групп, векторов и матриц.

Решение уравнений

Вы можете получить решение уравнения одной или нескольких переменных в символьном виде или численном, а также можете получить решение системы уравнений.

Для решения одного уравнения напишите ключевое слово *solve* и само уравнение. Вы получите максимально упрощенный вариант решения, а также график данного уравнения и другие полезные вычисления и представления.

[Extended Keyboard](#) [Upload](#) [Examples](#) [Random](#)

Input interpretation:

solve

$3x^2 - 9x - 8 = 0$

Results: [Approximate forms](#) [Step-by-step solution](#)

$$x = \frac{1}{6} \left(9 - \sqrt{177} \right)$$
$$x = \frac{1}{6} \left(9 + \sqrt{177} \right)$$

Решение для системы уравнений:

[Extended Keyboard](#) [Upload](#) [Examples](#) [Random](#)

Input:

$\{x - 2y = 3, 2x + y = 7\}$

Solution: [Decimal form](#) [Step-by-step solution](#)

$$x = \frac{17}{5}, \quad y = \frac{1}{5}$$

которое также можно получить в десятичном виде:

Solution:

Exact form

Step-by-step solution

$x = 3.4, \quad y = 0.2$

Чтобы получить решение уравнения или уравнений в символьном виде, нужно представить уравнение или систему уравнений в виде, представленном ниже. *Примечание:* чтобы обозначить умножение переменных, можно вместо привычной звездочки «*» писать пробел.

solve {a s1 + a0 s2 = s3, a s2 - a0 n = s4} for {a, a0}

Extended Keyboard

Upload

Examples

Random

Input interpretation:

solve

$a s1 + a0 s2 = s3$

$a s2 - a0 n = s4$

for

$a, a0$

Results:

More roots

Step-by-step solution

$$a = \frac{n s3 + s2 s4}{n s1 + s2^2} \text{ and } a0 = \frac{s2 s3 - s1 s4}{n s1 + s2^2} \text{ and } n s1 + s2^2 \neq 0 \text{ and } s2 \neq 0$$

$$a = \frac{s3}{s1} \text{ and } a0 = -\frac{s4}{n} \text{ and } s2 = 0 \text{ and } s1 \neq 0 \text{ and } n \neq 0$$

$$a0 = -\frac{s4}{n} \text{ and } s3 = 0 \text{ and } s2 = 0 \text{ and } s1 = 0 \text{ and } n \neq 0 \text{ and } s4 \neq 0$$

$$a = \frac{s3}{s1} \text{ and } s4 = 0 \text{ and } s2 = 0 \text{ and } n = 0 \text{ and } s1 \neq 0 \text{ and } s3 \neq 0$$

$$a = 0 \text{ and } s4 = 0 \text{ and } s3 = 0 \text{ and } s2 = 0 \text{ and } n = 0 \text{ and } s1 \neq 0$$

Так вы получите решение уравнения со всеми вытекающими ограничениями.

Многочлены

Вы можете решить, построить и найти альтернативные формы полиномиальных выражений в одной или нескольких переменных.

Вы можете узнать свойства многочлена от нескольких переменных:

$x^3 + x^2 y + x y^2 + y^4$

Extended Keyboard
Upload
Examples
Random

Input:

$$x^3 + x^2 y + x y^2 + y^4$$

Alternate forms:

$$x(x(x+y) + y^2) + y^4$$

$$x^3 + y(x^2 + y(x+y^2))$$

Polynomial discriminant:

$$\Delta_x = -27 y^8 + 14 y^7 - 3 y^6$$

Properties as a function:

Domain

$$\mathbb{R}^2$$

Range

$$\mathbb{R} \text{ (all real numbers)}$$

\mathbb{R} is the set of real numbers

Partial derivatives:
☒ Step-by-step solution

$$\frac{\partial}{\partial x}(x^3 + x^2 y + x y^2 + y^4) = 3x^2 + 2xy + y^2$$

$$\frac{\partial}{\partial y}(x^3 + x^2 y + x y^2 + y^4) = x^2 + 2xy + 4y^3$$

Indefinite integral:
☒ Step-by-step solution

$$\int (x^3 + x^2 y + x y^2 + y^4) dx = \frac{x^4}{4} + \frac{x^3 y}{3} + \frac{x^2 y^2}{2} + x y^4 + \text{constant}$$

А также можно узнать разложение многочлена на простейшие:

factor $2x^5 - 19x^4 + 58x^3 - 67x^2 + 56x - 48$

Extended Keyboard
Upload
Examples
Random

Input interpretation:

| | |
|--------|---|
| factor | $2x^5 - 19x^4 + 58x^3 - 67x^2 + 56x - 48$ |
|--------|---|

Result:

☒ Step-by-step solution

$$(2x - 3)(x - 4)^2(x^2 + 1)$$

Упрощение

Вы можете упростить функцию или выражение.

С помощью ключевого слова *simplify* можно получить следующее:

Extended Keyboard Upload Examples Random

Input interpretation:

| | |
|----------|--|
| simplify | $x^5 - 20x^4 + 163x^3 - 676x^2 + 1424x - 1209$ |
|----------|--|

Results:

$$(x - 4)^5 + 3(x - 4)^3 + 7$$
$$x(x(x((x - 20)x + 163) - 676) + 1424) - 1209$$

или:

Extended Keyboard Upload Examples Random

Input interpretation:

| | |
|----------|---|
| simplify | $\cos\left(\frac{1}{2} \sin^{-1}(x)\right)$ |
|----------|---|

$\sin^{-1}(x)$ is the inverse sine function

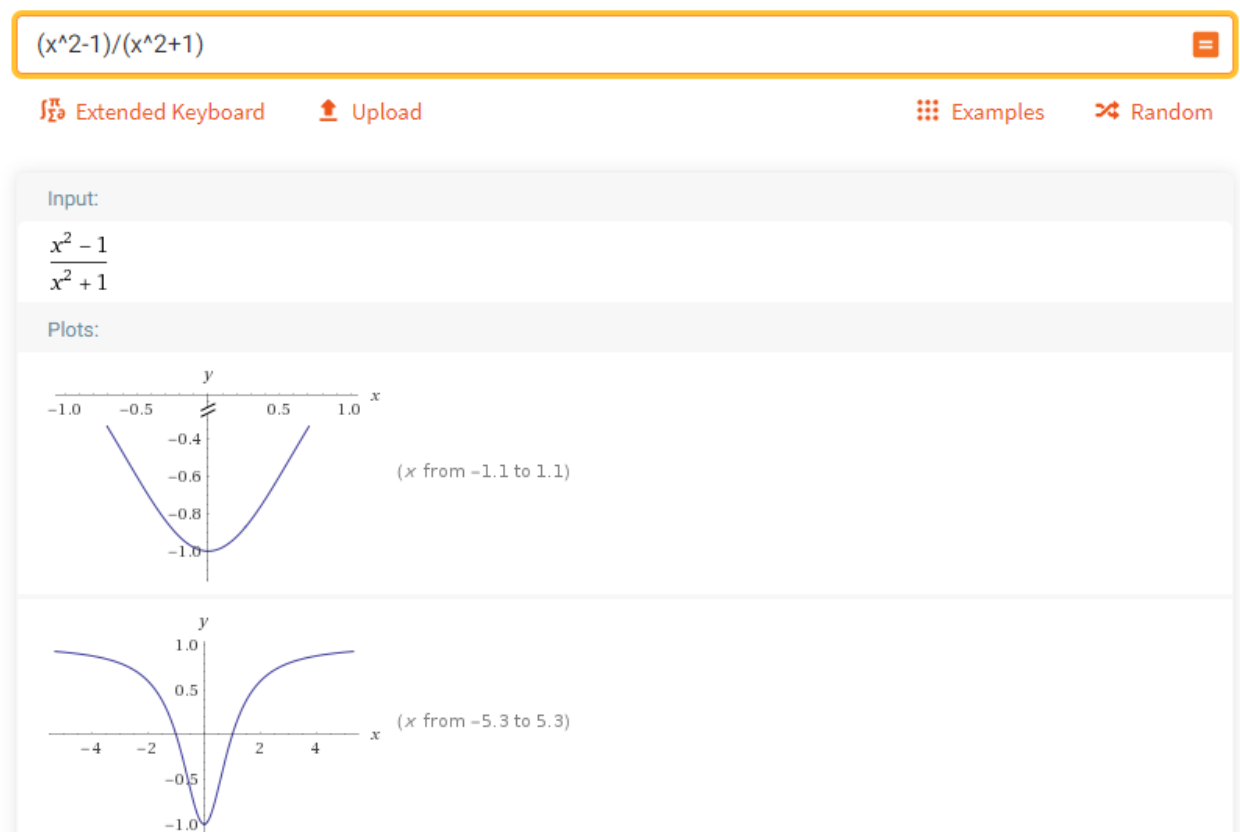
Results: [More](#)

$$\frac{1}{2} \left(\sqrt{1-x} + \sqrt{x+1} \right)$$
$$\frac{\sqrt{1-x}}{2} + \frac{\sqrt{x+1}}{2}$$
$$\frac{\sqrt{\sqrt{1-x} \sqrt{x+1} + 1}}{\sqrt{2}}$$

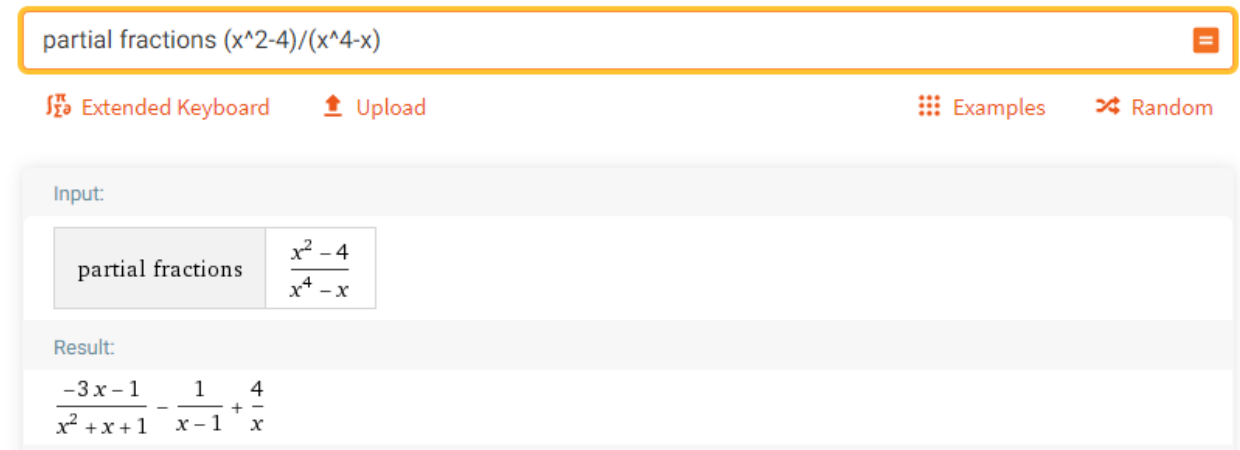
Рациональные функции

Вы можете увидеть простые свойства функции, а также вычислить некоторые ее нетривиальные свойства.

Просмотреть простые свойства рациональной функции можно, просто набрав функцию в поле ввода. Вы можете увидеть график функции, точки разрыва, предел и другие свойства функции.



Также при помощи ключевых слов *partial fractions* вы можете разложить рациональную дробь на простейшие:




Матрицы

Вы можете найти свойства и выполнить вычисления с матрицами.

Простейшие арифметические действия с матрицами – сложение, вычитание, умножение и деление. *Примечание:* матричное умножение производится через точку.

$\{(0,-1),\{1,0\}\}.\{(1,2),\{3,4\}\}+\{(2,-1),\{-1,2\}\}$
=

 Extended Keyboard
 Upload
 Examples
 Random

Input:





$$\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$$

Result:

$$\begin{pmatrix} -1 & -5 \\ 0 & 4 \end{pmatrix}$$

Также с помощью ключевого слова *eigenvalues* можно вычислить собственные значения и собственные векторы матрицы:

eigenvalues $\{(4,1),\{2,-1\}\}$
=

 Extended Keyboard
 Upload
 Examples
 Random

Input:

| | |
|-------------|---|
| eigenvalues | $\begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$ |
|-------------|---|

Results:

Approximate forms
☒ Step-by-step solution

$$\lambda_1 = \frac{1}{2} \left(3 + \sqrt{33} \right)$$

$$\lambda_2 = \frac{1}{2} \left(3 - \sqrt{33} \right)$$

Также в данном разделе можно открыть свойства групп, содержащих конечное число элементов, выполнить вычисления с системой кватернионных чисел, открыть свойства полей, содержащих конечное число элементов, а также найти область и диапазон математических функций.


Вычисления и анализ/Calculus & Analysis





Данный раздел предназначен для изучения скорости изменения количества и длины, площади и объема объектов, вычисления пределов, производных, интегралов и их приложений, включая касательные линии, экстремумы, длину дуги и многое другое.


Интегралы

Вы можете вычислить определенные и неопределенные интегралы, интегрировать функции по отношению к одной или нескольким переменным.

Вы можете вычислить неопределенный интеграл и узнать некоторые его свойства при помощи ключевого слова *integrate* или *int*, указывая, если нужно, по какой переменной производить интегрирование (dx):








 Extended Keyboard  Upload  Examples  Random


Indefinite integral: 

$$\int x^2 \sin^3(x) dx = \frac{1}{108} (-81 (x^2 - 2) \cos(x) + (9 x^2 - 2) \cos(3 x) - 6 x (\sin(3 x) - 27 \sin(x))) + \text{constant}$$


Также можно вычислить определенный интеграл, добавив пределы интегрирования двумя способами, представленными ниже.







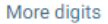
 Extended Keyboard  Upload  Examples  Random

Definite integral: 

$$\int_0^{\pi} \sin(x) dx = 2$$



 Extended Keyboard  Upload  Examples  Random

Definite integral: 





$$\int_0^{\infty} \frac{\sin(x)}{x} dx = \frac{\pi}{2} \approx 1.5708$$

Indefinite integral:

$$\int \frac{\sin(x)}{x} dx = \text{Si}(x) + \text{constant}$$

Si(x) is the sine integral





Вы также можете вычислить интеграл от функции нескольких переменных.

 Extended Keyboard  Upload  Examples  Random

Indefinite integral: Step-by-step solution

$$\int x^2 y \, dx = \frac{x^3 y}{3} + \text{constant}$$

Двойные интегралы Wolfram|Alpha также вычисляет:

 Extended Keyboard  Upload  Examples  Random





Indefinite integral:

$$\iint x^2 y \, dx \, dy = c_1 x + c_2 + \frac{x^3 y^2}{6}$$

Производные

С помощью данного раздела вы можете взять производную единичных или многомерных функций и вычислить частную производную выражений с более чем одной переменной.





С помощью ключевого выражения *derivative of* вы можете взять производную от функции:

 Extended Keyboard  Upload  Examples  Random

Derivative: Step-by-step solution

$$\frac{d}{dx}(x^4 \sin(x)) = x^3 (4 \sin(x) + x \cos(x))$$

Добавив слово *second/third* и т.д., вы можете вычислить производную второго/третьего и т.д. порядка от функции.

 Extended Keyboard  Upload  Examples  Random

Derivative: Step-by-step solution

$$\frac{d^2}{dx^2}(\sin(2x)) = -4 \sin(2x)$$

Но вы также можете сделать эти операции проще, написав следующим образом:

$$(x^4 \sin(x))'$$

Extended Keyboard Upload Examples Random

Derivative: Step-by-step solution

$$\frac{d}{dx}(x^4 \sin(x)) = x^3 (4 \sin(x) + x \cos(x))$$

а также:

$$\sin(2x)''$$

Extended Keyboard Upload Examples Random

Derivative: Step-by-step solution

$$\frac{d^2}{dx^2}(\sin(2x)) = -4 \sin(2x)$$

И также вы можете вычислить частные производные, используя обозначения дифференциалов.

$$d/dx x^2 y^4, d/dy x^2 y^4$$

Extended Keyboard Upload Examples Random

Input interpretation:

$$\left\{ \frac{\partial(x^2 y^4)}{\partial x}, \frac{\partial(x^2 y^4)}{\partial y} \right\}$$

Result:

$$\{2x y^4, 4x^2 y^3\}$$

Пределы

Вы можете изучить предельное поведение функции, когда она приближается к одной точке или асимптотически приближается к бесконечности. А также найти разрывы функции.

Вы можете вычислить предел, записав его одним из следующих способов:

lim (sin x - x)/x^3 as x->0

Extended Keyboard

Upload

Examples

Random

Limit:

Approximate form

Step-by-step solution

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(x) - x}{x^3} = -\frac{1}{6}$$

limit (1+1/n)^n, n->infinity

Extended Keyboard

Upload

Examples

Random

Limit:

Approximate form

Step-by-step solution

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n = e$$

А также вы можете вычислить односторонний предел функции:

lim x/|x|, x->0+

Extended Keyboard

Upload

Examples

Random

Limit:

Step-by-step solution

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x}{|x|} = 1$$

Найти разрывы функции можно с помощью ключевого слова *discontinuities*:

discontinuities (x^3+8)/(x^3+3x^2-4x-12)

Extended Keyboard

Upload

Examples

Random

Input interpretation:

$$y = \frac{x^3 + 8}{x^3 + 3x^2 - 4x - 12}$$

discontinuities

Result:

Show limits

Step-by-step solution

$x = -3$ (infinite discontinuity) | $x = -2$ (removable discontinuity) | $x = 2$ (infinite discontinuity)

Последовательности

В данном разделе вы можете рассчитать и изучить последовательности целых чисел или других числовых значений, найти продолжения и формулы для известных или неизвестных последовательностей.

Вы можете вычислить возможную формулу и продолжение последовательности следующим способом:

1, 4, 9, 16, 25, ...

Extended Keyboard

Upload

Examples

Random

Input interpretation:

(1, 4, 9, 16, 25, ...)

Possible sequence identification:

More

Closed form

$a_n = n^2$ (for all terms given)

Continuation

More

1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144, 169, 196, 225, 256, 289, 324, 361, ...

А также вы можете решить рекуррентную формулу последовательности, приведя ее к общему виду:

$g(n+1)=n^2+g(n)$

Extended Keyboard

Upload

Examples

Random

Input:

$g(n+1) = n^2 + g(n)$

Recurrence equation solution:

$g(n) = c_1 + \frac{1}{6} (n-1) n (2n-1)$ (where c_1 is an arbitrary parameter)

Суммирование

В этом разделе вы можете вычислить значение индексированных сумм или сумм последовательностей значений, вычислить бесконечные суммы и найти условия сходимости.

С помощью ключевого слова *sum* вы можете вычислить сумму последовательности, а также посмотреть некоторые ее свойства.

Вот некоторые примеры сумм последовательностей.

sum j^2 , $j=1$ to 100

Extended Keyboard

Upload

Examples

Random

Sum:

$$\sum_{j=1}^{100} j^2 = 338\,350$$

sum 1/n^2, n=1..inf



Extended Keyboard

Upload

Examples

Random

Infinite sum:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} = \frac{\pi^2}{6}$$

Произведение

Вы можете вычислить индексированное произведение путем умножения конечного или бесконечного числа термов.

С помощью ключевого слова *product* вы можете вычислить произведение последовательности. Например:

product (k+2)/k, k=1..25



Extended Keyboard

Upload

Examples

Random

Product:

$$\prod_{k=1}^{25} \frac{k+2}{k} = 351$$

product (1-1/n^4), n=2 to inf



Extended Keyboard

Upload

Examples

Random

Input interpretation:

$$\prod_{n=2}^{\infty} \left(1 - \frac{1}{n^4}\right)$$

Infinite product:

$$\prod_{n=2}^{\infty} \left(1 - \frac{1}{n^4}\right) = \frac{\sinh(\pi)}{4\pi}$$

$\sinh(x)$ is the hyperbolic sine function

Ряды

В данном разделе вы можете вычислить ряды разложением Тейлора, Лорана и другими способами от любой точки.

Вы можете найти разложение ряда по Тейлору, используя ключевую фразу *taylor series*:

taylor series sin x

Extended Keyboard
Upload
Examples
Random

Input interpretation:

| | |
|--------|--------|
| series | sin(x) |
|--------|--------|

Series expansion at x = 0:
More terms

$$x - \frac{x^3}{6} + \frac{x^5}{120} + O(x^7)$$

(Taylor series)

а также разложение функции в точке определенной точности:

series (sin x)/(x-pi) at x=pi to order 10

Extended Keyboard
Upload
Examples
Random

Input interpretation:

| | | | |
|--------|---------------------------|-------|-----------|
| series | $\frac{\sin(x)}{x - \pi}$ | point | $x = \pi$ |
| | | order | x^{10} |

Series expansion at x = π :
More terms

$$-1 + \frac{1}{6}(x - \pi)^2 - \frac{1}{120}(x - \pi)^4 + \frac{(x - \pi)^6}{5040} - \frac{(x - \pi)^8}{362880} + \frac{(x - \pi)^{10}}{39916800} - \frac{(x - \pi)^{12}}{6227020800} + O((x - \pi)^{13})$$

(Taylor series)





(converges when $x \neq \pi$)

Также в данном разделе можно, используя инструменты исчисления, производить расчеты свойств кривых, поверхностей, плоских областей и воспользоваться возможностями векторного анализа и интегральных преобразований.

Тригонометрия/ Trigonometry

Данный раздел предназначен для вычислений значений тригонометрических функций, решения уравнений с использованием тригонометрии и многого другого.

Вычислить значения тригонометрических функций можно, введя нужное выражение.

 Extended Keyboard  Upload  Examples  Random

Input:

$$\sin\left(\frac{\pi}{5}\right)$$

Exact result:

$$\sqrt{\frac{5}{8} - \frac{\sqrt{5}}{8}}$$





Decimal approximation: More digits

0.587785252292473129168705954639072768597652437643145991072...

Conversion from radians to degrees:

$\sin(36^\circ)$

Также можно вычислить и обратные тригонометрические функции:

 Extended Keyboard  Upload  Examples  Random

Input:

$$\sin^{-1}\left(\frac{1}{2}\right)$$

$\sin^{-1}(x)$ is the inverse sine function

Exact Result:

$$\frac{\pi}{6}$$

(result in radians)


Decimal approximation: More digits

0.523598775598298873077107230546583814032861566562517636829...


(result in radians)

И еще вы можете решить тригонометрические уравнения вида:

$$\sin(x) + \cos(x) = 1$$

 Extended Keyboard

 Upload

 Examples

 Random

Solutions:

[Approximate forms](#)

[Step-by-step solution](#)


$$x = 2\pi n, \quad n \in \mathbb{Z}$$


$$x = \frac{1}{2}(4\pi n + \pi), \quad n \in \mathbb{Z}$$


\mathbb{Z} is the set of integers

Вы можете построить график тригонометрической функции, используя ключевое слово *plot*.

plot sin x

 Extended Keyboard

 Upload

 Examples

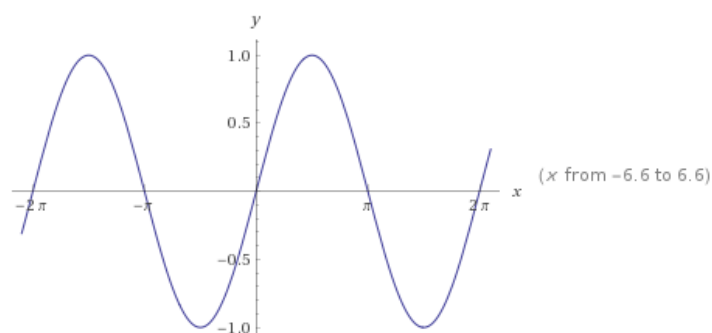
 Random

Input interpretation:

plot


sin(x)

Plots:




Введя нужную вам тригонометрическую функцию или тригонометрическое выражение, вы можете узнать ее или его свойства.

$$\cos(x) + \frac{1}{2} \cos(2x) + \frac{1}{4} \cos(4x)$$

 Extended Keyboard

 Upload

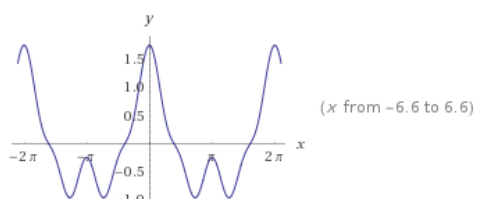
 Examples

 Random


Input:

$$\cos(x) + \frac{1}{2} \cos(2x) + \frac{1}{4} \cos(4x)$$

Plots:



С помощью ключевых слов *expand* и *factor* вы можете применить к тригонометрическим функциям формулы разложения на сумму и другие.





 Extended Keyboard  Upload  Examples  Random

Input interpretation:

| | |
|--------|------------|
| expand | sin(x + y) |
|--------|------------|

Result:

$$\sin(x) \cos(y) + \cos(x) \sin(y)$$

 Extended Keyboard  Upload  Examples  Random





Input interpretation:

| | |
|--------|-----------------|
| factor | sin(x) + sin(y) |
|--------|-----------------|

Result:

$$2 \sin\left(\frac{x}{2} + \frac{y}{2}\right) \cos\left(\frac{x}{2} - \frac{y}{2}\right)$$

А также при помощи ключевой фразы *law of* вы можете применить некоторые теоремы для нужных вам значений.

 Extended Keyboard  Upload  Examples  Random

Input information:

| Pythagorean theorem | |
|---------------------|----|
| first side length | 10 |
| second side length | 24 |

Result:

☒ Step-by-step solution

| | |
|------------|----|
| hypotenuse | 26 |
|------------|----|

law of cosines



Extended Keyboard



Upload



Examples



Random

Assuming "law of cosines" refers to a formula | Use as [referring to a mathematical definition](#) instead

Computational Inputs:

Calculate: third side length (c) ▾

» first side length (a):

» second side length (b):

» angle opposite third side (γ):

Compute

