

# Y1436366

分类号: \_\_\_\_\_

密级: \_\_\_\_\_

U D C: \_\_\_\_\_

编号: \_\_\_\_\_

## 工学硕士学位论文

# 基于最大似然算法的 DOA 估计方法研究

硕士研究生 : 李晓刚

指导教师 : 刁 鸣 教授

学位级别 : 工学硕士

学科、专业 : 信号与信息处理

所在单位 : 信息与通信工程学院

论文提交日期: 2008 年 1 月

论文答辩日期: 2008 年 1 月

学位授予单位: 哈尔滨工程大学

## 摘 要

空间谱估计是阵列信号处理的一个重要的研究方向，克服了传统的基于常规波束形成方法的“瑞利限”问题，具有多信号同时测向能力、测向精度高、超分辨能力等等。最大似然算法是一种重要的高分辨空间谱估计方法，它的估计性能优良，在相干源情况下仍能有效估计。而且在理论上最大似然估计可以获得最优的性能，但实现这种估计的算法是极其繁重的，需要进行多变量非线性最大值的全局搜索，其搜索的运算量惊人，这个问题是 MLE 方法应用的瓶颈问题，在现有芯片条件下，没有可实现性。而计算智能算法的主要应用对象是优化问题的难解问题，有鉴于此，本文根据在非合作参数估计中的实际情况，把计算智能中的混沌优化算法、文化算法及其改进算法适宜的用在多信号源波达方向的最大似然估计中取得了一定的效果，另外本文也在如何提高阵元利用率方面进行了一定的探索。

文中主要研究了几种基于最大似然算法的 DOA 估计方法：(1)基于四阶累积量的最大似然测向方法(2)基于混沌优化的最大似然测向方法(3)基于文化算法的最大似然测向方法(4)改进的文化算法用于最大似然测向(5)广义最大似然算法，并使用 MATLAB 仿真工具对几种算法进行了仿真分析。研究发现，四阶累积量可以产生大量的虚拟阵元，有效的提高阵元利用率，而且可以有效抑制空间色噪声，但对于相干源它没有很好的解决办法；广义最大似然算法，可以解相干，而且分辨的信源数可以大于阵元数，但是这个算法的实现需要对空间信源数和信源的相干结构有准确的估计或先验知识，这也是它最大的局限性；文化以及混沌优化等计算智能算法可以大大降低最大似然算法的计算量，而且其搜索方式不仅可以避免局部收敛还易于并行实现，是一个非常良好的研究方向。

**关键词：**最大似然测向；四阶累积量；混沌优化；文化算法；广义最大似然算法

## ABSTRACT

Spatial spectrum estimation is an important area in array signal processing, it overcome the problem of “Rayleigh limit” in the conventional beam-forming method and have the excellent merits, such as ability to estimate multiple sources at the same time, high resolution ability and so on. As a very important method of Spatial spectrum estimation, The ML direction finding’s capability is very excellent, which can work when the incident sources are coherent. And theoretically the ML estimation can get the best capability. Although the Performance of the MLE is the most optimal, it involves the High computational load of the MLE multivariate nonlinear maximization problem. The Computational load of the MLE limits its practical application in the Present chip technology. The main application area of the computational intelligence methods is the hard solved problems in the optimization. Based on this consideration, this thesis is dedicated to the application of the computational intelligence methods such as chaos optimization algorithm, cultural algorithm and their improved algorithms to solve the maximum likelihood localization of multiple sources in the non-cooperative context. Additional this thesis also does some research on how to improve the use efficiency of the array elements.

The main work of this thesis is on several DOA estimation methods based on the ML algorithm: (1)ML Direction Finding Method Based on Fourth-Order cumulant (2) ML Direction Finding Method Based on chaos optimization algorithm (3) ML Direction Finding Method Based on cultural algorithm (4) An improved Cultural algorithm used on ML Direction Finding (5) The GML algorithm. We give some simulation results and performance analysis using MATLAB tools. Research show that: Fourth-Order cumulant have the ability of fourth-order array extension which can improve the use the use efficiency of the array elements remarkably ,it can also restrain the Gaussian color noise ,but it

can't work when the incident sources are coherent; The GML algorithm, the incident sources may be a mixture of multi-clusters of coherent sources, and the number of the sources can be more than the number of the array elements, but we must have the exact estimation or prior knowledge of the number and structure of the coherent sources, which is a big limit of GML; computational intelligence methods such as chaos optimization algorithm, cultural algorithm and their improved algorithms can reduce the Computational load of the MLE markedly, and the search patterns of them are easy to parallel implementation while it can avoid the local convergence, so it's a very valuable direction in the research.

**Key Words:** ML direction finding; Fourth-Order cumulant; chaos optimization algorithm; cultural algorithm; GML algorithm

# 哈尔滨工程大学

## 学位论文原创性声明

本人郑重声明：本论文的所有工作，是在导师的指导下，由作者本人独立完成的。有关观点、方法、数据和文献的引用已在文中指出，并与参考文献相对应。除文中已注明引用的内容外，本论文不包含任何其他个人或集体已经公开发表的作品成果。对本文的研究做出重要贡献的个人和集体，均已在文中以明确方式标明。本人完全意识到本声明的法律结果由本人承担。

作者（签字）：李映刚

日期：2008 年 1 月 18 日

## 第1章 绪论

### 1.1 选题依据

近年来,用传感器阵列对辐射源进行测向和定位,已成为信号处理领域研究的一个热点和难点,在雷达、被动声纳、地震学、射电天文学、地球物理、麦克风阵列、视频会议、卫星和移动通信系统等方面有着广泛的应用。随着阵列测向技术研究工作的不断深入,有若干问题成为当前研究的热点,例如,相干信号源的空间谱估计,低计算复杂度的空间谱估计以及针对各种算法的性能分析和比较等等。此外,由于在一些实际应用场合,由于严重多径传播的存在,空间信源数通常都较阵元数要大,传统的测向方法在这时往往都显得无能为力。因而,在电子对抗领域,面对非合作信号环境,研究相干信号下低计算复杂度、高阵元利用率的阵列测向技术具有重要的理论意义和工程实用价值。

### 1.2 课题研究背景及国内外动态

#### 1.2.1 阵列信号处理

阵列信号处理作为信号处理领域的一个重要分支,随着其在移动通信、电子对抗、参数估计、信号识别等领域的应用的不断扩大,人们对空域信号处理研究的兴趣逐渐增大,相应的将时域、频域信号处理的一些研究成果扩展到空域上来,形成了空间谱的概念。与频谱表示信号在各个频率上的能量分布相对应,空间谱则可解释为信号在空间各个方向上的能量分布。

一般来讲,阵列信号处理是通过将多个传感器设置在空间的不同位置来组成传感器阵列,通过对多通道接收机输出的数据进行处理,利用各个信号在空间位置上的差异,最大程度增强所需要的信号,抑制干扰和噪声,最终达到提取与空间各个信号源特征相对应的信息的目的。这些信息包括:空间信号源的方向、数目、频率、相位、调制形式等。其中估计空间信号源的方向是人们广泛研究的内容之一,迄今为止,阵列测向已有大量的研究成果见

于各种文献和报道。

概括起来,阵列信号处理主要的研究内容就是:如何利用信号的空域特性来增强接收的有用信号以及如何有效地提取包括信号空域信息在内的信号的其它信息。其主要的研究领域可以分为波束形成技术、零点技术和空间谱估计技术等几个方面。它们都是基于对信号进行空间采样的数据进行处理,因此,这些技术是相互渗透和相互关联的。由于处理的目的不同,其着眼点有所差别。因此导致有不同的算法。从发展历史上来看,这三个内容,实质上是阵列信号处理的发展过程。波束形成技术的主要目的是要使阵列天线方向图的主瓣指向所需的方向,零点技术的主要目的是使天线的零点对准干扰方向,换句话说,前者是提高阵列输出所需信号的强度,后者是减小干扰信号的强度,实质上都是提高阵列输出的信噪比的问题。而空间谱估计则主要研究在带宽内空间信号到达方向的问题。

波束形成的目的就是用一定形状的波束通过有用或需要的信号,并抑制不需要信号,实现空域滤波。波束形成又可分为数据独立波束形成、最佳波束形成和自适应波束形成。数据独立波束形成器是根据系统使用要求来设计波束,不需要阵列输入信号的知识,可实现并行多波束和系统需要的赋形波束。最佳波束形成器利用了信号干扰环境的先验知识,并按一定的最佳准则进行设计。自适应波束形成器则实时利用输入信号和干扰矢量采用自适应算法进行处理。

目前,在处理带宽内很可能存在多个空间信号(独立、部分相关和相干信号)。以抑制干扰信号为目的的零点技术为解决多源信号到达角的估计奠定了基础,由于零点值总是比波束方向图更尖锐,故从这种方向图中可得到更精确的信号方位。但由于天线阵列分辨率受到瑞利极限的限制,要区分角度间隔小于阵列波束宽度的同频信号,就必须增加天线的口径大小。为了在天线口径不变的情况下,区分波束宽度内的两个信号,就需要寻求超分辨算法。

## 1.2.2 空间谱估计发展及研究动态

最早基于阵列的 DOA(direction-of-arrival,DOA)算法为常规波束形成法(CBF<sup>[1]</sup>),这种方法是时域傅里叶谱估计方法中的一种空域扩展形式。但是受到阵列的物理孔径限制,在同一个波束宽度内的空间目标不可分辨。因此,

为了达到高精度测向的目的，最有效的办法就是通过增大天线孔径来实现减小波束宽度。但是，在实际情况下采用这种方法是不合适的。

1967 年，Burg 提出了最大熵法 (MEM<sup>[2]</sup>)，使谱估计进入了一个新的阶段，形成了基于非线性方法的现代谱估计理论阶段。在非线性谱估计方法中比较经典的有：最大熵法 (MEM)、Capon 的最小方差法 (MVM<sup>[3]</sup>)、Pisarenko 的谐波分析法<sup>[4]</sup>和基于线性预测模型 (ARMA、AR 及 MA) 的非线性估计方法。但是，这些估计方法均假定信号源在空间中是连续分布的，信号是空间平稳的随机过程。这样的假设在大多数情况下是不成立的，因而这些方法具有很大的局限性。

从 20 世纪 70 年代末开始，在空间谱估计方面取得了大量的研究成果。其中以美国的 Schmidt R.O. 等人提出的多重信号分类 (MUSIC<sup>[5]</sup>) 算法最为突出，它实现了向现代超分辨测向技术的飞跃，MUSIC 算法的提出也促进了特征子空间类 (或称空间分解类) 算法的兴起。子空间分解类算法从处理方式上分为两大类：一类是以 MUSIC 为代表的一类噪声子空间类算法，另一类是以旋转不变子空间 (ESPRIT) 为代表的信号子空间类算法。以 MUSIC 算法为代表的算法包括特征矢量法<sup>[6]</sup>、MUSIC、求根 MUSIC 法<sup>[7]</sup>及 MNM<sup>[8]</sup>等；以 ESPRIT 为代表的算法主要有 TAM<sup>[9]</sup>、LS-ESPRIT<sup>[10]</sup>及 TLS-ESPRIT<sup>[11]</sup>等。

20 世纪 80 年代后期开始，又出现了一类子空间拟合类算法，其中比较有代表性的算法有最大似然 (ML<sup>[12,13]</sup>) 算法、加权子空间拟合 (WSF<sup>[14]</sup>) 算法及多维 MUSIC (MD-MUSIC<sup>[15]</sup>) 算法等。最大似然 (ML) 参数估计类方法是参数估计理论中一种典型的估计方法，它包括确定性最大似然算法 (DML<sup>[12]</sup>) 和随机性最大似然算法 (SML<sup>[13]</sup>)。1988 年，Ziskind L<sup>[16]</sup>与 Max M 讨论了将最大似然参数估计方法应用于波达方向估计，由于方向估计似然函数是非线性的，求解其最优解需进行多维搜索，运算量巨大。但与子空间分解类算法相比，它的估计性能优良，尤其是低信噪比、小快拍数据情况下，此类算法比 MUSIC 及别的子空间分解类算法性能好得多。另外 ML、WSF 等子空间拟合算法在相干源情况下仍能有效估计，而此时子空间分解类算法若不作特别处理则失效。

以 MUSIC、ESPRIT、ML 等为代表的空间谱估计算法具有极高的分辨力和优良的超分辨特性，可以用于高密度信号环境下无线电测向。南京 14 所采



用 MUSIC 算法, 在米波雷达实现角度超分辨估计进行了外场试验。通过仿真和外场试验, MUSIC 算法在信噪比不是很低的情况下具有良好的分辨率, 并可以满足对特定区域进行超分辨实时处理的要求。

1985 年加拿大通信研究中心的 CRC 系统。64 单元面阵由二维 FFT 进行处理并可以在  $3.2\mu\text{s}$  内形成 256 波束。1986 年美国通用电气公司的 DBF 试验台, 工作于 C 波段, 32 阵元。A/D 12 位, 中频采样。有通道校正, 校正前  $\Delta A = \pm 2\text{dB}$ ,  $\Delta\phi = \pm 30^\circ$  校正后  $\Delta A = 0.26\text{dB}$ ,  $\Delta\phi = 2.5^\circ$ 。1996 年美国罗姆实验室 DBF 试验系统, C 波段 32 元阵, 3 次变频接收机, 10 位 A/D 变换器。进行了自适应干扰置零实验 (未说明是实时或是脱机处理)。自适应干扰置零采用 SMI 算法, 同时对于干扰进行了高分辨测向处理, 测向采用 MUSIC 算法。

由加拿大 McMaster 大学与美国波音公司合作研制了 McMaster 系统, 目的是研究和验证基于最大似然估计的空间谱估计方法, 用于多径反射环境下海平面低仰角跟踪雷达的测向性能。在这个系统中, 空间谱测向取得了以下突破: 1) 在 X 波段解决了天线互耦及射频和中频通道的一致性问题; 2) 具有对高维数据矩阵的快速运算能力; 3) 实现了对多径信号进行精确测向; 4) 测向分辨角度远小于天线阵波束宽度, 实现了超分辨。

英国 Siemens-Plessey 公司研制的超分辨测向演示系统。其目的是验证空间谱估计方法对多径信号和跳频信号的测向能力, 该系统中空间谱测向已取得了以下进展: 1) 解决了 VHF 频段空间谱估计测向天线阵和多通道接收机的设计调试, 突破了阵元互耦校正及通道失配校正等关键技术; 2) 在  $S/N = 0\text{dB}$  条件下具有有效的测向能力; 3) 实现了小于天线阵波束宽度二分之一的超分辨测向。

美国 Unisys 公司研制的 Unisys 船载系统, 可准确测出船体上层结构反射的多径信号入射角。使用小孔径阵, 采用 MUSIC 算法, 实现了非常高的分辨率。另外, 美国的 Anaren, Lucasata, TCI 和 W-J 等公司都已研制出了空间谱估计测向系统。

在时一空二维谱估计算法上, 电子科技大学通过在高速 DSP 上进行了仿真研究, 证实了高分辨时一空二维谱估计测频测向的硬件实现可行性。而在电子对抗领域的应用, 由于系统的工作频带和瞬时带宽更宽, 面临目标信号的非配合性等因素, 应用的难度较大, 在宽带测向的电子侦察领域应用还未

见公开报道。

### 1.3 本文的主要内容及章节安排

本文主要研究的内容是多信号源波达方向的最大似然估计，主要从两个不同的方向对其性能进行了改进：

1、由于方向似然函数的求解是一个多维非线性极值问题，需进行多维搜索，运算量巨大，实时性非常差，不利于工程应用，这也是最大似然算法最大的瓶颈。而计算智能中的混沌优化算法、文化算法在解决优化中的难解问题方面有独到之处，往往比传统的优化方法更快的发现最优解。本文将在计算智能算法在最大似然 DOA 估计的应用方面进行研究。

2、虽然最大似然算法对阵列的几何形状没有特殊的约束，而且在相干信源存在的情况下仍然有效，但是在阵列无源探测、智能天线等新型应用领域中，由于严重多径传播的存在，空间信源数通常都较阵元数要大，通常的 DOA 估计方法在这时往往都显得无能为力。因此寻求一种对阵列的几何结构没有约束而且分辨的信源数可以大于阵元数的 DOA 估计算法具有较大的实用价值。本文也将在提高阵列利用率方面进行一些探索。

基于此本文的主要安排如下：

第一章绪论，概述了课题的立题依据以及空间谱估计的研究背景、发展现状，并提出了本文的研究内容以及主要工作。

第二章介绍了在空间谱估计的理论研究中所用的一般的数学模型以及针对相干信号所用的数学模型，同时也介绍了几种估计信号源数目的方法，为后续章节的算法研究和分析奠定基础。

第三章首先假定入射信号为确定性信号，推导出二阶矩下窄带确定性最大似然测向算法的代价函数，然后应用最常用的交替投影算法对以入射方向为变量的代价函数进行非线性全局优化，接着给出了一种改进的最大似然算法：基于四阶累积量的最大似然测向算法，并对它们进行了仿真比较。

第四章针对最大似然算法计算量过大的缺点，分别用混沌优化算法以及文化算法实现了多信号源波达方向(DOA)的最大似然估计。仿真表明这两种方法在较小的计算代价下无论是测向精度还是测向的分辨率都可至少获得与 AP 算法相当的性能。

第五章在文化算法的基础上结合混沌优化和模拟退火给出了一种改进的文化算法,并将其应用于最大似然 DOA 估计。与普通的文化算法相比,这种算法具有相对较少的计算代价和更加优异的性能,大大增加了文化算法的工程适用性,而且随着问题的复杂化这种优势会更加明显。

第六章基于文化算法实现了 DOA 估计的广义最大似然算法,它可以同时分辨多个相干源组,对阵列的几何结构也没有任何的约束,更为重要的是它分辨的信源数可以大于阵元数(只要相干源组数和最大的相干源数小于阵元数),这些特点对于无源探测、智能天线等多径传播严重的应用环境具有重要的意义。

最后对全文进行了总结,并指出了下一步的研究方向。

## 第2章 空间谱估计的理论基础

### 2.1 空间谱估计数学模型

信号源的数学模型在空间谱估计的理论分析中起着关键的作用，如果数学模型的构建是错误的或是误差很大，那么研究出来的空间谱估计的理论知识就会失去意义。下面将给出常用的两种理想情况下的数学模型。

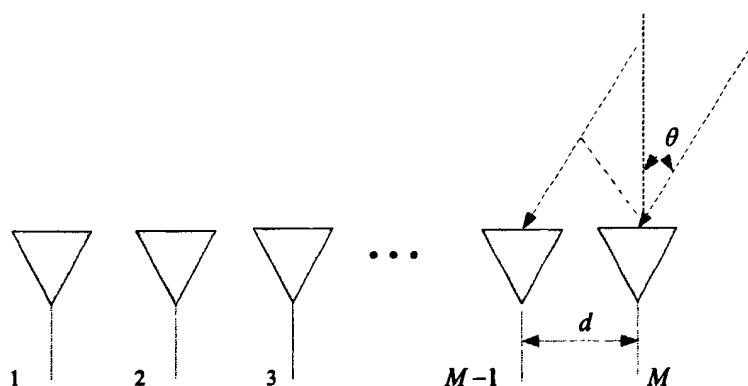


图 2.1 阵列测向的基本模型

#### 2.1.1 通常情况下的数学模型

如图 2.1 所示：假设有  $D$  个远场窄带信号入射到天线阵列上，其中天线阵列由  $M$  个阵元组成。在不考虑阵元间的互耦、通道不一致、频带不一致等因素的情况下，信号可用如下的复包络形式表示：

$$\begin{cases} s_i(t) = u_i(t)e^{j(\omega_0 t + \varphi(t))} \\ s_i(t - \tau) = u_i(t - \tau)e^{j(\omega_0(t - \tau) + \varphi(t - \tau))} \end{cases} \quad (2-1)$$

式中， $u_i(t)$  是接收信号的幅度， $\varphi(t)$  是接收信号的相位， $\omega_0$  是接收信号的频率。由于信号是远场的窄带信号，所以存在下式：

$$\begin{cases} u_i(t - \tau) \approx u_i(t) \\ \varphi(t - \tau) \approx \varphi(t) \end{cases} \quad (2-2)$$

那么, 由式(2-1)和式(2-2), 可以得到下式:

$$s_i(t - \tau) \approx s_i(t) e^{-j\omega_0 \tau} \quad i = 1, 2, \dots, D \quad (2-3)$$

则可以得到第  $l$  个阵元接收的信号为

$$x_l(t) = \sum_{i=1}^N g_{li} s_i(t - \tau_{li}) + n_l(t) \quad l = 1, 2, \dots, M \quad (2-4)$$

式中,  $g_{li}$  为第  $l$  个阵元对第  $i$  个信号的增益,  $n_l(t)$  表示第  $l$  个阵元在  $t$  时刻的噪声,  $\tau_{li}$  表示第  $i$  个信号到达第  $l$  个阵元时相对于参考阵元的时延。

将  $M$  个阵元在同一时刻接收的信号排列成一个列矢量, 可得

$$\begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ \vdots \\ x_M(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} g_{11} e^{-j\omega_0 \tau_{11}} & g_{12} e^{-j\omega_0 \tau_{12}} & \dots & g_{1D} e^{-j\omega_0 \tau_{1D}} \\ g_{21} e^{-j\omega_0 \tau_{21}} & g_{22} e^{-j\omega_0 \tau_{22}} & \dots & g_{2D} e^{-j\omega_0 \tau_{2D}} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ g_{M1} e^{-j\omega_0 \tau_{M1}} & g_{M2} e^{-j\omega_0 \tau_{M2}} & \dots & g_{MD} e^{-j\omega_0 \tau_{MD}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} s_1(t) \\ s_2(t) \\ \vdots \\ s_D(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} n_1(t) \\ n_2(t) \\ \vdots \\ n_M(t) \end{bmatrix} \quad (2-5)$$

在理想的情况下, 假设阵列中各阵元为各向同性, 且不存在通道不一致、互耦等因素的影响, 则式(2-5)中的增益可以省略(即归一化为 1), 因此式(2-5)可以简化为

$$\begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ \vdots \\ x_M(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} e^{-j\omega_0 \tau_{11}} & e^{-j\omega_0 \tau_{12}} & \dots & e^{-j\omega_0 \tau_{1D}} \\ e^{-j\omega_0 \tau_{21}} & e^{-j\omega_0 \tau_{22}} & \dots & e^{-j\omega_0 \tau_{2D}} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ e^{-j\omega_0 \tau_{M1}} & e^{-j\omega_0 \tau_{M2}} & \dots & e^{-j\omega_0 \tau_{MD}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} s_1(t) \\ s_2(t) \\ \vdots \\ s_D(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} n_1(t) \\ n_2(t) \\ \vdots \\ n_M(t) \end{bmatrix} \quad (2-6)$$

将式(2-6)写为矢量形式<sup>[17]</sup>如下:

$$\mathbf{X}(t) = \mathbf{A} \mathbf{S}(t) + \mathbf{N}(t) \quad (2-7)$$

式中,  $\mathbf{X}(t)$  为阵列的  $M \times 1$  维数据矢量,  $\mathbf{N}(t)$  为阵列的  $M \times 1$  维噪声数据矢量,  $\mathbf{S}(t)$  为空间信号的  $D \times 1$  维矢量,  $\mathbf{A}$  为  $M \times D$  维的空间阵列流型矩阵, 且

$$\mathbf{A} = [\mathbf{a}_1(\omega_0) \quad \mathbf{a}_2(\omega_0) \quad \dots \quad \mathbf{a}_D(\omega_0)] \quad (2-8)$$

其中, 导向矢量

$$\mathbf{a}_i(\omega_0) = \begin{bmatrix} \exp(-j\omega_0 \tau_{1i}) \\ \exp(-j\omega_0 \tau_{2i}) \\ \vdots \\ \exp(-j\omega_0 \tau_{Mi}) \end{bmatrix} \quad i = 1, 2, \dots, D \quad (2-9)$$

式中,  $\omega_0 = 2\pi f = 2\pi \frac{c}{\lambda}$ ,  $c$  为光速,  $f$  为入射信号的频率,  $\lambda$  为入射信号的波长。

同时定义阵列接收数据的协方差矩阵为

$$\mathbf{R} = E[\mathbf{X}(t)\mathbf{X}^H(t)] = A E[\mathbf{S}(t)\mathbf{S}^H(t)] A^H + E[\mathbf{N}(t)\mathbf{N}^H(t)] = \mathbf{A}\mathbf{R}_s\mathbf{A}^H + \mathbf{R}_N \quad (2-10)$$

式中,  $\mathbf{R}_s$  为信号的协方差矩阵,  $\mathbf{R}_N$  为噪声的协方差矩阵。

由上述知识可知, 只要知道了阵元间的延迟表达式  $\tau$ , 就很容易得到空间阵列流型矩阵。如图 2.2 所示, 假设空间有任意的两个阵元, 其中一个作为参考阵元 (坐标原点)。另外一个阵元的坐标为  $(x_k, y_k, z_k)$ , 图中 “●” 表示阵元。

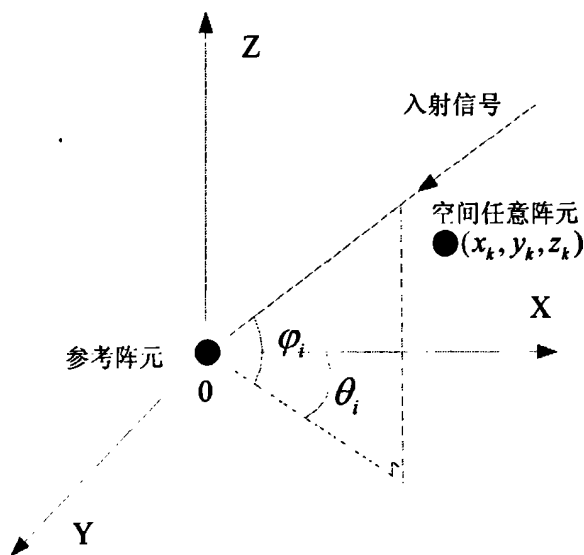


图 2.2 空间任意两阵元的几何关系

那么可以得到空间两阵元之间的波程差为

$$\tau_{ki} = \frac{1}{c}(x_k \cos \theta_i \cos \varphi_i + y_k \sin \theta_i \cos \varphi_i + z_k \sin \varphi_i) \quad (2-11)$$

从上面的式子可以看出, 只要知道空间阵元之间的波程差就可以估计出入射信号的方位角和俯仰角。但是, 由于有时根据实际情况而选择了不同的阵列结构, 那么阵元间的延迟表达式就可以有不同的表示方法。下面将给出

在实际环境中常用的几种阵列及阵元间的延迟表达式。

### 1) 平面阵

设阵元的坐标表示为  $(x_k, y_k)$  ( $k=1, 2, \dots, M$ ), 以原点为参考点, 入射信号的二维波达方向为  $(\theta_i, \varphi_i)$  ( $k=1, 2, \dots, M$ ), 其中,  $\theta_i$  为信号到达的方位角,  $\varphi_i$  为信号到达的俯仰角, 则延迟表达式可以简化为

$$\tau_{ki} = \frac{1}{c}(x_k \cos \theta_i \cos \varphi_i + y_k \sin \theta_i \cos \varphi_i) \quad (2-12)$$

### 2) 线阵

设阵元的位置表示为  $x_k$  ( $k=1, 2, \dots, M$ ), 以原点作为参考点, 入射的信号一维波达方向为  $\theta_i$  ( $i=1, 2, \dots, M$ ), 且该角是入射信号与 Y 轴的夹角, 则延迟表达式可以简化为

$$\tau_{ki} = \frac{1}{c}(x_k \sin \theta_i) \quad (2-13)$$

### 3) 均匀圆阵

设以均匀圆阵的圆心为参考点, 入射的信号一维波达方向为  $\theta_i$  ( $i=1, 2, \dots, M$ ), 且该角是入射信号与 X 轴的夹角, 则延迟表达式可以简化为

$$\tau_{ki} = \frac{r}{c}(\cos(\frac{2\pi(k-1)}{M} - \theta_i) \cos \varphi_i) \quad (2-14)$$

式中,  $r$  为圆阵的半径。

## 2.1.2 相干信号的数学模型

由于电磁环境的复杂性, 在实际环境中相关或是相干信号是普遍存在的, 如信号传输过程中的多径现象, 以及在战争中敌方有意设置的电磁干扰等。强相关或相干信号源的检测与估计是空间谱估计中的一个十分棘手的问题。在实际情况下, 很少是只有一个信号的情况, 所以, 当考察多个信号时, 这些信号可以是不相关的、相关的或者相干的。对于两个平稳信号  $s_i(t)$  和  $s_k(t)$ , 定义它们的相关系数为

$$\rho_{ik} = \frac{E[s_i(t)s_k^*(t)]}{\sqrt{E[|s_i(t)|^2]E[|s_k(t)|^2]}} \quad (2-15)$$

式中,  $(\bullet)^*$  一元素共轭。由 Schwartz 不等式可知  $|\rho_{ik}| \leq 1$ , 因此, 两个信号之间的相关性定义为

- 1) 当  $\rho_{ik} = 0$  时,  $s_i(t), s_k(t)$  独立
- 2) 当  $0 < |\rho_{ik}| < 1$  时,  $s_i(t), s_k(t)$  相关
- 3) 当  $|\rho_{ik}| = 1$  时,  $s_i(t), s_k(t)$  相干

因此, 根据上面的定义可以得到, 当两个信号是相关或是相干时, 它们满足下式:

$$s_i(t) = w_i s_k(t) \quad (2-16)$$

其中,  $w_i$  为一个复常数。那么, 假设有  $n$  个相关或相干信号源入射到天线阵列上, 我们可以得到相关或相干信号源的模型<sup>[18-20]</sup>

$$\begin{aligned} X(t) &= AS(t) + N(t) = A \begin{bmatrix} s_1(t) \\ s_2(t) \\ \vdots \\ s_n(t) \end{bmatrix} + N(t) \\ &= A \begin{bmatrix} w_1 \\ w_2 \\ \vdots \\ w_n \end{bmatrix} s_0(t) + N(t) \\ &= AWs_0(t) + N(t) \end{aligned} \quad (2-17)$$

式中,  $W$  是由一系列复数组成的  $n \times 1$  维矢量。

## 2.2 信号源数的估计

在空间谱估计中, 信号源数的准确估计是实现信号源的 DOA 估计的一个基本条件。当对信号源数的估计错误的时候, 将给信号源的 DOA 估计带来很大的影响<sup>[21]</sup>。因此, 为了准确地估计出信号源数, 很多学者提出了一些比较有效的估计方法, 包括信息论方法<sup>[22-24]</sup>、平滑秩法<sup>[25,26]</sup>、矩阵分解法<sup>[26]</sup>和盖氏圆方法<sup>[27,28]</sup>等, 其中, 信息论方法和盖氏圆方法不可以对有相干源存在情况



下的信号源数进行估计，但可以结合空间平滑技术，比如平滑秩法，矩阵分解法也是一个比较好的针对有相干信号存在情况下的信号源数估计方法。下面将信息论方法、盖氏圆方法和平滑秩法作一下介绍。

## 2.2.1 信息论方法

信息论方法最早是由 Wax M 和 Kailath T 提出的，包括 Akaike 信息论(AIC) 准则、最小描述长度 (MDL) 准则以及有效检测 (EDC) 准则等方法。

信息论方法的统一表达式为

$$J(k) = L(k) + p(k) \quad (2-18)$$

式中， $L(k)$  是对数似然函数， $p(k)$  是罚函数。通过选择不同的  $L(k)$  和  $p(k)$ ，可以得到不同的信号源数的估计准则。如 EDC 信息论准则可以表示为

$$\text{EDC}(n) = L(M - n) \ln \Lambda(n) + n(2M - n)C(L) \quad (2-19)$$

式中， $n$  为待估计的信号源数， $L$  为采样数，且  $C(L)$  需满足下列条件：

$$\begin{cases} \lim_{L \rightarrow \infty} (C(L) / L) = 0 \\ \lim_{L \rightarrow \infty} (C(L) / \log(\log L)) = \infty \end{cases} \quad (2-20)$$

式(2-19)中的  $\Lambda(n)$  为似然函数，可以表示为

$$\Lambda(n) = \frac{1}{M - n} \frac{\sum_{i=n+1}^M \lambda_i}{\left( \prod_{i=n+1}^M \lambda_i \right)^{\frac{1}{M-n}}} \quad (2-21)$$

式中， $\lambda_i$  为接收数据的协方差矩阵  $\mathbf{R}$  的特征值。

当式(2-19)中选择  $C(L)$  分别为 1， $(\ln L)/2$  以及  $(\ln(\ln L))/2$  时，就可以得到 AIC，MDL 及 HQ 准则的求解方程，如下：

$$\text{AIC}(n) = 2L(M - n) \ln \Lambda(n) + 2n(2M - n) \quad (2-22)$$

$$\text{MDL}(n) = L(M - n) \ln \Lambda(n) + \frac{1}{2} n(2M - n) \ln L \quad (2-23)$$

$$\text{HQ}(n) = L(M - n) \ln \Lambda(n) + \frac{1}{2} n(2M - n) \ln(\ln L) \quad (2-24)$$

## 2.2.2 平滑秩序列法

平滑秩序列法是一种相干源结构检测的方法，能够在估计总源数的同时估计信号源的相关结构。它其实就是将空间平滑技术与其它估计技术的结合。下面将空间平滑技术与 MDL 准则结合在一起，得到相干信号源的数目结构测量。当然，也可以将空间平滑技术与其它的技术结合在一起，比如说 AIC 准则、HQ 准则以及盖氏圆准则。

设  $R_0$  是一个  $M \times M$  维矩阵， $k$  是正整数，定义一个  $(M-k) \times M$  维矩阵  $I_{(M-k),n}$

$$I_{(M-k),n} = [0 \quad \cdots \quad 0 \quad I \quad 0 \quad \cdots \quad 0] \quad (2-25)$$

它的前  $n$  列和后  $k-n$  列为 0 的矢量， $I$  为单位矩阵。将  $R_0$  分成交叉重叠矩阵  $\{R_0^{(i)}\}_{i=1}^{M-1}$ ，即

$$R_0^{(k)} = \frac{1}{k+1} \sum_{i=0}^k I_{M-k,i} R_0 I_{M-k,i}^T \quad k=1,2,\dots,M-1 \quad (2-26)$$

式 (2-26) 中的交叉重叠矩阵序列实质上是前向空间平滑矩阵。假设信号源由  $P$  组相关源的群组成，分别表示为  $g_i (i=1,2,\dots,P)$ ， $i=1$  则表明该群是个单个独立信号； $i=3$  说明该群有三个相干源， $P$  是最大的相关源数。则信号的相关群的数目为

$$Q = \sum_{i=1}^L g_i \quad (2-27)$$

根据上面的假设，可以得到总的信号源数目：

$$D = \sum_{q=1}^Q f_q \quad (2-28)$$

式中， $f_q$  表示第  $q$  组相关群的信号源数。

如果从有限次快拍的数据中获得数据协方差矩阵，此时

$$R^{(k)} = R_0^{(k)} + \sigma^2 I \quad (2-29)$$

而  $R^{(k)}$  的信号子空间维数就是  $R_0^{(k)}$  的秩，故平滑秩序列为

$$\dim\{R_0^{(k)}\} = \begin{cases} \sum_{i=1}^P g_i & k=0 \\ \min[M-k, \sum_{i=1}^k ig_i + (k+1) \sum_{i=k+1}^P g_i] & 1 \leq k \leq M-1 \end{cases} \quad (2-30)$$

同时, 根据 MDL 准则可得

$$\dim\{R^{(k)}\} = \min_{k=0,1,\dots,M-1} \text{MDL}(k) \quad (2-31)$$

根据式(2-44)和式(2-45)可以求得信号源的相关结构及信号源数。上述的平滑秩算法可以推广到双向平滑秩算法, 这时平滑秩序列需作如下修正:

$$\dim\{R_0^{(k)}\} = \begin{cases} \sum_{i=1}^L g_i & k=0 \\ \min[M - \frac{k}{2}, \sum_{i=1}^k ig_i + (k+1) \sum_{i=k+1}^L g_i] & k \geq 1 \end{cases} \quad (2-32)$$

经上述分析, 我们对平滑秩算法步骤作一总结如下:

1.  $k=0$ ;
2. 利用式 2-31 求  $R_0^{(k)}$  的维数;
3.  $k=k+1$ ;
4. 判断结束条件, 是则执行步骤 5, 否则转到步骤 2;
5. 根据得到的平滑秩序列判断源数及结构。

### 2.2.3 盖氏圆方法

由于在低信噪比的情况下, 输入协方差矩阵  $R$  的特征值很分散, 矩阵的 Gerschgorin 圆盘严重重叠。通过保持特征值不变的适当的酉变换, 可以减少 Gerschgorin 圆盘的重叠, 因此可以有效的用于信源数的检测。

首先对接收到的  $M \times M$  维协方差矩阵  $R$  进行如下分块:

$$R = \begin{bmatrix} R_{(M-1) \times (M-1)} & \mathbf{r} \\ \mathbf{r}^H & r_{MM} \end{bmatrix} \quad (2-33)$$

式中,  $R_{(M-1) \times (M-1)}$  是  $R_{M \times M}$  除去末行末列的子矩阵,  $\mathbf{r}$  是列向量, 且可以表示为

$$\mathbf{r} = [\mathbf{R}(1, M) \quad \mathbf{R}(1, M) \quad \dots \quad \mathbf{R}(M-1, M)]^T \quad (2-34)$$

将  $\mathbf{R}_{(M-1) \times (M-1)}$  进行特征值分解为

$$\mathbf{R}_{(M-1) \times (M-1)} = \mathbf{U}_1 \boldsymbol{\Sigma}_1 \mathbf{U}_1^H \quad (2-35)$$

式中,  $\mathbf{U}_1$  是  $\mathbf{R}_{(M-1) \times (M-1)}$  的特征向量矩阵, 可以表示为

$$\mathbf{U}_1 = [\mathbf{e}_1 \quad \mathbf{e}_2 \quad \dots \quad \mathbf{e}_i \quad \dots \quad \mathbf{e}_{M-1}] \quad (2-36)$$

式(2-35)中,  $\boldsymbol{\Sigma}_1$  是相应特征值按降序排列构成的对角矩阵, 即

$$\boldsymbol{\Sigma}_1 = \text{diag}[\lambda_1 \quad \lambda_2 \quad \dots \quad \lambda_i \quad \dots \quad \lambda_{M-1}] \quad (2-37)$$

式中  $\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \dots \geq \lambda_i \geq \dots \geq \lambda_{M-1}$ 。定义酉变换矩阵  $\mathbf{T}$

$$\mathbf{T} = \begin{bmatrix} \mathbf{U}_1 & 0 \\ 0^T & 1 \end{bmatrix} \quad (2-38)$$

将信号协方差矩阵  $\mathbf{R}$  进行酉变换, 得到下式:

$$\begin{aligned} \mathbf{R}_T &= \mathbf{T}^H \mathbf{R} \mathbf{T} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\Sigma}_1 & \mathbf{U}_1^H \mathbf{r} \\ \mathbf{r}^H \mathbf{U} & r_{MM} \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} \lambda_1 & 0 & 0 & \dots & 0 & \rho_1 \\ 0 & \lambda_2 & 0 & \dots & 0 & \rho_2 \\ 0 & 0 & \lambda_3 & \dots & 0 & \rho_3 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & \lambda_{M-1} & \rho_{M-1} \\ \rho_1^* & \rho_2^* & \rho_3^* & \dots & \rho_{M-1}^* & r_{MM} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (2-39)$$

根据上面求得的  $\rho_i$ , 定义盖氏圆半径如下:

$$r_i = |\rho_i| = |\mathbf{e}_i^H \mathbf{r}| \quad (i=1, 2, \dots, M-1) \quad (2-40)$$

则判决信号源数的准则如下:

$$\text{GDE}(k) = r_k - \frac{D(L)}{M-1} \sum_{i=1}^{M-1} r_i > 0 \quad (k=1, 2, \dots, M-2) \quad (2-41)$$

式中,  $L$  是快拍数,  $D(L)$  是一个与快拍数有关的调整因子, 它在 1 与 0 之间选取, 当快拍数趋于无穷时其取 0; 当  $k$  从小到大时, 假设  $\text{GDE}(k)$  第一次出现负数时的数为  $k_0$ , 则源数为  $D = k_0 - 1$ 。

从盖氏圆准则的表达式可以看出, 准则值  $GDE(k)$  是第  $k$  个盖氏圆的半径  $r_k$  减去某个门限值的差值, 该门限值是所有  $M-1$  个盖氏圆半径的平均值再乘以一个调整因子  $D(L)$ 。实际上, 盖氏圆准则是将变换后的协方差矩阵的盖氏圆半径与一门限值进行比较, 根据比较的结果来确定信号源的数目。

根据式(2-32)可知, 盖氏圆盘估计的精度由特征矢量  $e_i$  及第  $i$  个阵元与第  $M$  个阵元相关函数来决定。为了提高估计精度, 矢量  $r$  可以由任意两阵元的相关函数来确定, 这样就可以得到  $M$  个不同的酉变换矩阵  $T$ 。例如将协方差矩阵  $R$  做下面变换:

$$R^{(n+1)} = ER^{(n)}E^H \quad n=0,1,\dots,M-1 \quad (2-42)$$

式中,  $R^{(0)} = R$ ;  $E$  是交换矩阵:

$$E = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \end{bmatrix} \quad (2-43)$$

于是可以得到  $M$  个修正的酉矩阵:

$$T^{(n+1)} = ET^{(n)} \quad n=0,1,\dots,M-1 \quad (2-44)$$

式中,  $T^{(0)}$  为式(2-30)所示的  $T$ 。因此, 判断信号源数准则可以作如下修正:

$$GDE^{(n)}(k) = r_k^{(n)} - \frac{D(L)}{M-1} \sum_{i=1}^{M-1} r_i^{(n)} > 0 \quad (2-45)$$

然后对  $M$  次计算的结果进行平均, 可得修正的盖氏圆方法<sup>[29]</sup>的信号源数:

$$D = \frac{1}{M} \sum_{n=0}^{M-1} (k_0^{(n)} - 1) \quad (2-46)$$

下面我们总结以下盖氏圆估计信号源数的方法如下:

1.  $n=0$ ;
2. 利用式 2-38 构造酉变换矩阵  $T$ , 当  $n$  不等于 0 时, 用式 2-44 修正;
3. 利用式 2-39 并求绝对值得到各盖氏圆半径;
4. 利用式 2-45 准则, 得到一系列数;
5.  $n=n+1$ , 直至结束;

6. 将  $M$  次迭代过程中一系列数进行平均, 然后估计信号源数。

## 2.3 本章小结

本章主要介绍了在空间谱估计的理论研究中所用的一般的数学模型以及针对相干信号所用的数学模型, 同时也介绍了几种估计信号源数目的方法, 为后续章节的算法研究和分析奠定基础。

## 第3章 最大似然(ML)测向算法

众所周知, 贝叶斯方法是基于统计理论的一种经典方法, 适用于有关参数估计问题。最大似然(ML)估计方法就是贝叶斯方法的一种特例, 是在已知白噪声情况下的贝叶斯最优估计。在 ML 算法中, 观测所得信号的似然函数被定义为含有未知参数的条件概率密度函数, 目的是选定未知的参数以使得该似然函数尽可能大, 通过最大化似然函数求出的解都被认为是未知参数的一个估计。1988 年, Ziskind L 与 Max M 讨论了将最大似然参数估计方法应用于波达方向估计, 目前 ML 算法<sup>[12,13]</sup>在空间谱估计领域中已有大量的研究成果。与 MUSIC 等子空间分解类算法相比, ML 算法的估计性能优良, 具有很好的鲁棒性和稳定性, 尤其是低信噪比、小快拍数据情况下, ML 算法比 MUSIC 及其它的子空间分解类算法性能好得多。另外 ML 算法在相干源情况下仍能有效估计, 而此时子空间分解类算法若不作特别处理则失效。然而方向估计似然函数是非线性的, 求解其最优解需进行多维搜索, 运算量是非常巨大的。但随着超高速处理芯片与超大规模集成电路的迅速发展, 以 ML 算法为代表的子空间拟合类算法必将成为未来的首选算法, 故对此类算法的深入研究显得十分必要。本章首先假定入射信号为确定性信号, 推导出二阶矩下窄带确定性最大似然测向算法的代价函数, 然后应用最常用的交替投影算法<sup>[30]</sup>对以入射方向为变量的代价函数进行非线性全局优化。接着给出了一种改进的 ML 算法: 基于四阶累积量的最大似然测向算法, 最后通过仿真实验对这些算法的性能进行了检验。

### 3.1 最大似然测向算法

#### 3.1.1 确定性最大似然估计算子

最大似然算法包括确定性最大似然算法(DML)和随机性最大似然算法(SML)。本节假定入射信号为确定性信号, 推导出窄带确定性最大似然测向算法的代价函数。

由窄带信号 DOA 估计的数学模型, 我们可以得到阵列接收数据的协方差阵为

$$\mathbf{R} = E(\mathbf{X}\mathbf{X}^H) = \mathbf{A}\mathbf{R}_s\mathbf{A}^H + \mathbf{R}_N \quad (3-1)$$

式中,  $\mathbf{R}_s$  为信号的协方差矩阵,  $\mathbf{R}_N$  为噪声的协方差矩阵。

假设噪声为遍历、平稳、空时不相关的零均值高斯随机过程, 方差为  $\sigma^2$ ; 源信号为未知确定性信号, 则有

$$E(\mathbf{X}(t)) = \mathbf{A}\mathbf{S}(t) \quad (3-2)$$

$$\text{cov}(\mathbf{X}(t)) = \sigma^2 \mathbf{I} \quad (3-3)$$

由概率论可知, 几个独立同高斯分布随机过程的概率密度函数为

$$f = \prod_i \frac{1}{((2\pi)^M |\sigma^2 \mathbf{I}|)^{\frac{1}{2}}} \exp(-\frac{1}{2\sigma^2} \|\mathbf{X}(t) - \mathbf{A}\mathbf{S}(t)\|^2) \quad (3-4)$$

这里  $\|\cdot\|$  表示矩阵的 Frobenius 范数,  $|\cdot|$  表示行列式的值。

经过数学推导后可得代价函数

$$\hat{\boldsymbol{\theta}} = \arg \max_{\boldsymbol{\theta}} \text{tr}(\mathbf{P}_{\mathbf{A}(\boldsymbol{\theta})} \hat{\mathbf{R}}) \quad (3-5)$$

式中, 正交投影矩阵  $\mathbf{P}_{\mathbf{A}(\boldsymbol{\theta})} = \mathbf{A}(\boldsymbol{\theta})(\mathbf{A}^H(\boldsymbol{\theta})\mathbf{A}(\boldsymbol{\theta}))^{-1}\mathbf{A}^H(\boldsymbol{\theta})$ , 阵列时域采样空间相关矩阵的估计值  $\hat{\mathbf{R}} = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M \mathbf{X}(i)\mathbf{X}^H(i)$ ,  $\text{tr}()$  表示矩阵的求迹运算。

观察(3-5)式目标函数可知, 它是一个关于入射方向  $\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_D$  的非线性函数, 直接进行多维搜索, 运算量大, 且由于其复杂的局部极大值结构, 很难保证收敛到全局最大值; 另一方面来说, 求其导数比较困难, 因此使用需要目标函数值和目标函数导数值的传统优化算法, 很难对其全局优化。

### 3.1.2 交替投影算法

Wax 提出了用交替投影叠代(AP)算法求解似然函数的最优解, 大大的减少了运算量, 交替投影算法把多源参数搜索分成一系列单源参数搜索, 可以产生较快的收敛速率。下面给出  $D$  源情形下的交替投影算法。

1、第一个信源的方向估计初值

$$\theta_1^0 = \arg \max_{\theta_1} (\text{tr}(\mathbf{P}_{\mathbf{A}(\theta_1)} \hat{\mathbf{R}})) \quad (3-6)$$



2、根据已估计出的  $p-1$  个信源的初值, 估计第  $p$  个信源的方向估计初值

$$\theta_p^0 = \arg \max_{\theta_p} (\text{tr}(\mathbf{P}_{[A(\theta_1^0, \dots, \theta_{p-1}^0), a(\theta_p)]} \hat{\mathbf{R}})) \quad (3-7)$$

按下述步骤 3 进行第  $i$  次迭代操作, 直到满足收敛条件

$|\theta_p^i - \theta_p^{i-1}| < \varepsilon (p=1, \dots, D)$  为止 ( $\varepsilon$  为任意小的正数):

3、保持第  $i-1$  步得到的第  $p+1, \dots, D$  个信源和第  $i$  步得到的第  $1, \dots, p-1$  个信源的方向估计值不变, 估计第  $p$  个信源的方向

$$\theta_p = \arg \max_{\theta_p} (\text{tr}(\mathbf{P}_{[A(\theta_1^i, \dots, \theta_{p-1}^i, \theta_{p+1}^{i-1}, \dots, \theta_D^{i-1}), a(\theta_p)]} \hat{\mathbf{R}})) \quad (3-8)$$

显然, 该算法在对每个参数进行优化时都能找到其似然函数的一个极值点, 由于每次叠代都得到最大值, 似然函数的值不会减小, 这就导致该算法容易收敛于局部极大值。根据初值的不同, 该局部极大值可能不是全局最大值, 因此这种方法对初值选择较为敏感。

### 3.1.3 交替投影算法用于最大似然测向仿真与分析

实验 1 考虑阵元数为 4 的均匀线阵, 阵元间距为  $1/2$  波长。本实验将两个独立的窄带远场信号分别从  $(30^\circ, 70^\circ)$  两个方向入射到该阵列, 噪声为零均值的高斯白噪声, 信噪比从  $-10\text{dB}$  到  $20\text{dB}$  之间变化, 快拍数取 100, 每个信噪比下独立的进行了 50 次 Monte Carlo 试验。

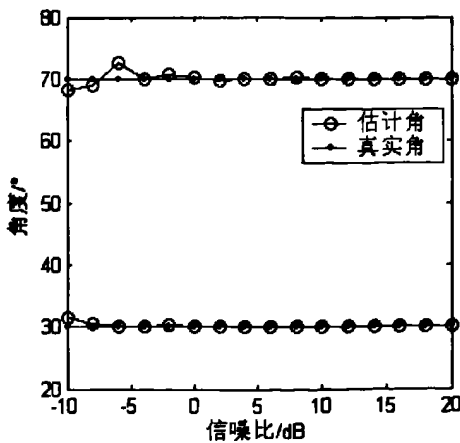


图 3.1 测向结果图

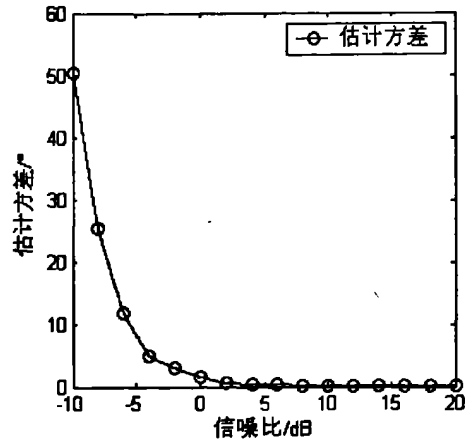


图 3.2 估计方差图

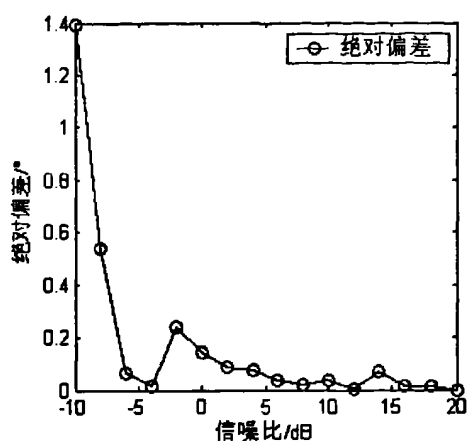


图 3.3 绝对偏差图

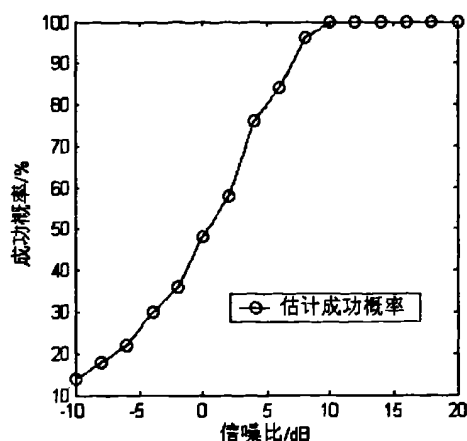


图 3.4 估计成功概率图

图 3.1 为本次实验的测向结果，图 3.2 和图 3.3 分别是选择  $\theta = 30^\circ$  的信号进行 DOA 估计的估计方差图和绝对偏差图。图 3.4 给出了算法的测角成功概率（文中设定测量值与真实值间绝对误差在  $0.8^\circ$  以内为估计成功）。从以上仿真图可以明显看出在低信噪比、小快拍数据情况下，ML 算法仍然能保持良好的估计性能，而传统的 MUSIC 算法在同等快拍数（100 次）情况下已经完全失效。

实验 2 条件与实验 1 完全相同，但是两个信号完全相干。

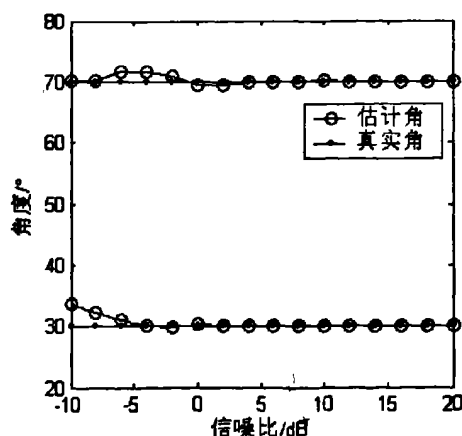


图 3.5 测向结果图

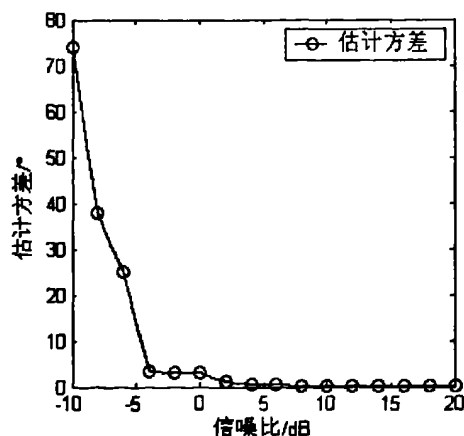


图 3.6 估计方差图

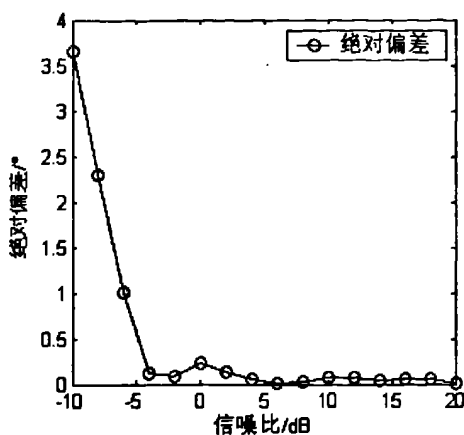


图 3.7 绝对偏差图

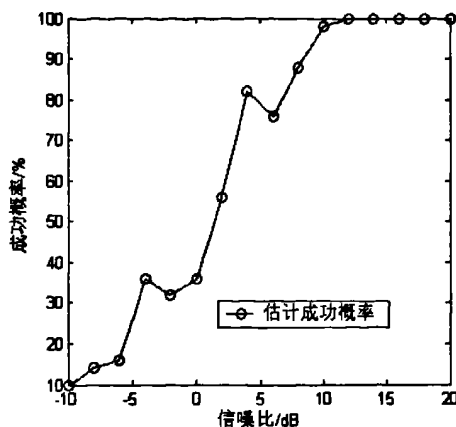


图 3.8 估计成功概率图

这些结果验证了 ML 算法在相干源情况下的测向能力，而此时以 MUSIC 算法为代表的子空间分解类若不作特殊处理则失效。

## 3.2 基于四阶累积量的最大似然测向方法

最大似然(ML)算法是一类估计性能优良但运算量较大的参数类 DOA 估计算法，它们对阵列的几何形状没有特殊的约束，而且在相干信源存在的情况下仍然有效。但是在阵列无源探测、智能天线等新型应用领域中，由于严重多径传播的存在，空间信源数通常都较阵元数要大，通常的 DOA 估计方法在这时往往都显得无能为力。因此寻求一种对阵列的几何结构没有约束而且分辨的信源数可以大于阵元数的 DOA 估计算法具有较大的实用价值。四阶累积量<sup>[31-36]</sup>作为一种有效的预处理手段，已经被应用到了很多空间谱估计算法中。下面给出一种基于四阶累积量的最大似然算法，与普通的基于二阶矩的最大似然算法相比，本方法具有对阵列进行四阶扩展的能力，可以解决信号源数大于阵元数时的测向问题，并且由于四阶累积量自身的盲高斯性，还可以有效抑制高斯色噪声。

### 3.2.1 高阶累积量特性分析

空间谱估计算法大多利用了接收信号的二阶统计特性，即阵列接收数据的自协方差矩阵或互协方差矩阵。在信号(这里的信号包含噪声)服从高斯分布且可以被一阶、二阶矩完全描述时，利用接收信号的二阶统计特性就足够

了。然而在实际应用场合，遇到的信号通常是非高斯信号，且其一阶、二阶矩并不能完全描述信号的统计特性，这时采用高阶矩的形式不仅可以获得比二阶矩更好的性能，而且可以解决二阶矩不能解决的很多问题，如重构非最小相位系统、提取有色噪声中非高斯噪声的能力等。由于高阶累积量有这些优良的性质，使得基于高阶累积量的方法无论在 Gaussian 白噪声环境还是在有色噪声环境下均具有很好的 DOA 估计性能，而不同于二阶统计量方法需要在 Gaussian 白噪声的假设前提下进行。更为重要的是在空域中利用高阶累积量具有一些时域信号处理中不具备的特性：阵列孔径扩展<sup>[7]</sup>。

基于高阶统计量(HOS)的 DOA 估计大多利用信号的四阶累积量，这是由于雷达通信中的许多信号具有对称的分布，它们的三阶累积量恒为零。零均值平稳过程的空间四阶累积量定义为

$$\begin{aligned} C_{4x}(k_1, k_2, k_3, k_4) &= \text{cum}\{x_{k_1}, x_{k_2}, x_{k_3}, x_{k_4}\} \\ &= E\{x_{k_1} x_{k_2} x_{k_3} x_{k_4}\} - E\{x_{k_1} x_{k_3}\} E\{x_{k_2} x_{k_4}\} \\ &\quad - E\{x_{k_1} x_{k_4}\} E\{x_{k_2} x_{k_3}\} - E\{x_{k_1} x_{k_2}\} E\{x_{k_3} x_{k_4}\} \end{aligned} \quad (3-9)$$

其中  $E\{x_{k_1} x_{k_2} x_{k_3} x_{k_4}\}$  为  $x$  的四阶矩， $E\{x_{k_i} x_{k_j}\}$  为  $x$  的二阶矩。

累积量具有很多重要性质，在此直接给出如下主要性质：

性质 1 设  $\alpha_i (i=1, 2, \dots, n)$  为常数，如果  $x_i (i=1, 2, \dots, n)$  为随机变量，则

$$\text{cum}\{\alpha_1 x_1, \alpha_2 x_2, \dots, \alpha_n x_n\} = \prod_{i=1}^n \alpha_i \text{cum}\{x_1, x_2, \dots, x_n\} \quad (3-10)$$

性质 2 如果  $x_i (i=1, 2, \dots, n)$  为随机变量，设  $k_i (i=1, 2, \dots, n)$  且  $(k_1, k_2, \dots, k_n)$  为  $(1, 2, \dots, n)$  的一个排序，那么，有下式成立：

$$\text{cum}\{x_1, x_2, \dots, x_n\} = \text{cum}\{x_{k_1}, x_{k_2}, \dots, x_{k_n}\} \quad (3-11)$$

性质 3 累积量相对其变元是加性的，即

$$\text{cum}\{x_1 + y_1, x_2, \dots, x_n\} = \text{cum}\{x_1, x_2, \dots, x_n\} + \text{cum}\{y_1, x_2, \dots, x_n\} \quad (3-12)$$

性质 4 如果随机变量  $\{x_i\}$  与  $\{y_i\}$  相互独立，那么有下式成立：

$$\text{cum}\{x_1 + y_1, x_2 + y_2, \dots, x_n + y_n\} = \text{cum}\{x_1, x_2, \dots, x_n\} + \text{cum}\{y_1, y_2, \dots, y_n\} \quad (3-13)$$

性质 5 如果  $n$  个随机变量  $\{x_i\}$  的一个子集同其他部分独立，则有

$$\text{cum}\{x_1, x_2, \dots, x_n\} = 0 \quad (3-14)$$

性质 6 若  $\alpha$  为一个常数, 则

$$\text{cum}\{x_1 + \alpha, x_2, \dots, x_n\} = \text{cum}\{x_1, x_2, \dots, x_n\} \quad (3-15)$$

由高阶矩和高阶累积量的公式可得如下结论:

- 1、高斯随机变量  $x$  的一阶累积量就是其均值, 二阶累积量恰好是其方差;
- 2、高斯随机变量  $x$  的高阶累积量 ( $k \geq 2$ ) 恒等于零;
- 3、高阶随机变量  $x$  的高阶矩只取决于二阶矩  $\sigma^2$ , 它们并不提供更多的信息, 即高阶矩的信息是冗余的。

为了说明四阶累积量在阵列处理中的应用, 考虑如图 3.9 所示的三元阵, 三个实心元表示三个实阵元, 分别用  $r(t), x(t), y(t)$  表示; 虚圆表示虚拟阵元, 并用  $v(t)$  表示。设一功率为  $\sigma_s^2$ 、四阶累积量为  $C_{4,s}$  的窄带信号  $s(t)$  入射该三元阵, 方向为  $\vec{k}$ ,  $\vec{k} = k_x \vec{a}_x + k_y \vec{a}_y$  ( $\vec{a}_x$  和  $\vec{a}_y$  分别表示  $x$  和  $y$  方向的单位矢量)。

令  $r(t) = s(t)$ , 则

$$x(t) = s(t) \exp(-j \vec{k} \bullet \vec{d}_x) \quad (3-16a)$$

$$y(t) = s(t) \exp(-j \vec{k} \bullet \vec{d}_y) \quad (3-16b)$$

$$v(t) = s(t) \exp(-j \vec{k} \bullet \vec{d}) \quad (3-16c)$$

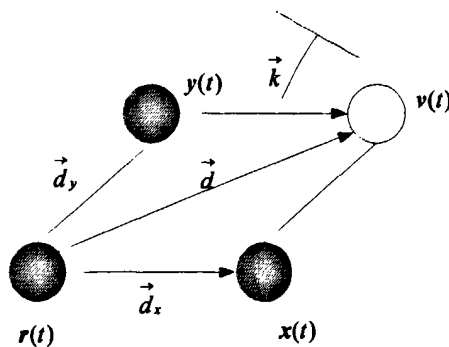


图 3.9 三元阵位置图

那么由(3-16), 实阵元输出信号  $r(t)$  与虚阵元信号  $v(t)$  的互协方差可表示为

$$C_{r,v} = E[r^*(t)v(t)] = \sigma_s^2 \exp(j \vec{k} \bullet \vec{d}) \quad (3-17)$$

由式 3-17 可见, 互协方差所提供的方向信息由  $\mathbf{r}^*(t)$  指向  $\mathbf{v}(t)$ 。由式 3-9 和式 3-16 空间四阶累积量  $C_{r,x}^{r,y}$  可以表示为

$$\begin{aligned} C_{r,x}^{r,y} &= \text{cum}(\mathbf{r}^*(t), \mathbf{x}(t), \mathbf{r}^*(t), \mathbf{y}(t)) \\ &= \text{cum}\{\mathbf{s}^*(t), \mathbf{s}(t) \exp(-j\vec{k} \bullet \vec{d}_x), \mathbf{s}^*(t), \mathbf{s}(t) \exp(-j\vec{k} \bullet \vec{d}_y)\} \end{aligned} \quad (3-18)$$

由性质 1 可得

$$\begin{aligned} u_{r,x}^{r,y} &= \text{cum}\{\mathbf{r}^*(t), \mathbf{x}(t), \mathbf{r}^*(t), \mathbf{y}(t)\} \\ &= C_{4,s} \exp(-j\vec{k} \bullet \vec{d}_x) \exp(-j\vec{k} \bullet \vec{d}_y) \\ &= C_{4,s} \exp(-j\vec{k} \bullet \vec{d}) \end{aligned} \quad (3-19)$$

综合式(3-16)和(3-19)可得

$$E\{\mathbf{r}^*(t)\mathbf{v}(t)\} = \frac{\sigma_s^2}{C_{4,s}} \text{cum}(\mathbf{r}^*(t), \mathbf{x}(t), \mathbf{r}^*(t), \mathbf{y}(t)) \quad (3-20)$$

式(3-20)将协方差与四阶累积量联系起来了, 说明用四阶累积量可以得到实阵元输出信号  $\mathbf{r}(t)$  与虚拟阵元输出信号  $\mathbf{v}(t)$  的协方差, 这意味着阵列信号处理中可利用非高斯信号的方向信息, 即扩大了阵列的孔径; 式(3-20)中的协方差只包含了非高斯信号的方向信息, 空间四阶累积量计算抑制了白的和有色的的高斯分量; 由(3-16)、(3-19)和(3-20)式可以看出, 协方差  $C_{r,v}$  与四阶累积量  $C_{r,x}^{r,y}$  中包含有相同的方向信息, 因此空间四阶累积量可以解释为两矢量的

叠加, 即  $\vec{d}_x + \vec{d}_y = \vec{d}$ ; 根据性质 3 和 4, 可知式(5-30)对多个独立源和加性有色高斯噪声也成立。

同理可得实阵元间的协方差

$$E\{\mathbf{r}^*(t)\mathbf{y}(t)\} = \frac{\sigma_s^2}{C_{4,s}} \text{cum}(\mathbf{r}^*(t), \mathbf{y}(t), \mathbf{r}^*(t), \mathbf{r}(t)) \quad (3-21)$$

从式(3-20)和式(3-21)可以看出, 协方差可以用累积量乘以一个常数来代替, 那么在形成协方差矩阵时, 将协方差矩阵的每个元素都乘以一个常数, 则协方差阵的每个元素就用相应的具有相同方位信息的累积量来代替。定义用空间四阶累积量计算所得的协方差为修正的协方差。由式(3-20)和式(3-21)可得修正的协方差  $\tilde{\mathbf{R}}$  分别为

$$\tilde{\mathbf{R}}_{r,v} = \text{cum}(\mathbf{r}^*(t), \mathbf{x}(t), \mathbf{r}^*(t), \mathbf{y}(t)) \quad (3-22)$$

$$\tilde{R}_y = \text{cum}(\dot{r}(t), y(t), \dot{r}(t), r(t)) \quad (3-23)$$

综上所述,在阵列信号处理中,空间四阶累积量从物理意义上具有不损失方位信息的虚拟阵元合成功能,即虚拟阵元技术;空间累积量从几何上可解释为两矢量叠加,我们称之为叠加定理。利用虚拟阵元技术和叠加原理,就可以用空间四阶累积量计算协方差。

### 3.2.2 基于四阶累积量的最大似然测向

考虑  $M$  元均匀线阵:设空间有  $D$  个信源,信道特性一致;信号与噪声不相关;信号间两两相关系数不为 1,阵列接收数据的四阶累积量可表示为

$$\begin{aligned} C_{4x}(k_1, k_2, k_3, k_4) = & \text{cum}\{x_{k_1}, x_{k_2}, x_{k_3}^*, x_{k_4}^*\} = \\ & E\{x_{k_1}x_{k_2}x_{k_3}^*x_{k_4}^*\} - E\{x_{k_1}x_{k_3}^*\}E\{x_{k_2}x_{k_4}^*\} \\ & - E\{x_{k_1}x_{k_4}^*\}E\{x_{k_2}x_{k_3}^*\} - E\{x_{k_1}x_{k_2}\}E\{x_{k_3}^*x_{k_4}^*\} \end{aligned} \quad (3-24)$$

对于  $M$  元阵列而言,式中的变量的取值范围为  $1 \leq k_1, k_2, k_3, k_4 \leq M$ , 因此随着  $k_1, k_2, k_3, k_4$  的变化,共有  $M^4$  个值,为了便于操作,我们将  $M^4$  个值放入如下  $M^2 \times M^2$  的矩阵  $R_4$  中:

$$R_4((k_1-1)M+k_2, (k_3-1)M+k_4) = C_{4x}(k_1, k_2, k_3, k_4) \quad (3-25)$$

则很容易得到<sup>[32]</sup>:

$$R_4 = B(\theta)C_s B(\theta)^H \quad (3-26)$$

其中:

$$B(\theta) = [b(\theta_1) \ b(\theta_2) \ \cdots \ b(\theta_D)] = [a(\theta_1) \otimes a(\theta_1), \cdots, a(\theta_D) \otimes a(\theta_D)]$$

$$C_s = \text{diag}(r_1, r_2, \cdots, r_D), r_k = \text{cum}(s_k s_k^* s_k^* s_k^*)$$

其扩展以后的阵列导向矢量为

$$\begin{aligned} b(\theta_i) = a(\theta_i) \otimes a(\theta_i) = & [1, u_i, \cdots, u_i^{M-1}, u_i, u_i^2, \cdots, u_i^{M-1}, \\ & u_i^M, \cdots, u_i^{M-1}, u_i^M, \cdots, u_i^{2M-2}]^T \end{aligned} \quad (3-27)$$

图 3.10 为  $M$  个均匀阵元经过四阶累计量扩展形成虚拟阵列的示意图,其中实心圆为原物理阵元,空心圆为扩展的虚拟阵元。显然从式(3-27)和图 3.10 可以看到,  $M^2$  个导向矢量元素中只有  $2M-1$  个不同的元素,所以对于  $M$  元均匀线阵,其扩展后的虚拟阵列为  $2M-1$  个,可以分辨的信号数为  $2(M-1)$  个<sup>[34]</sup>。

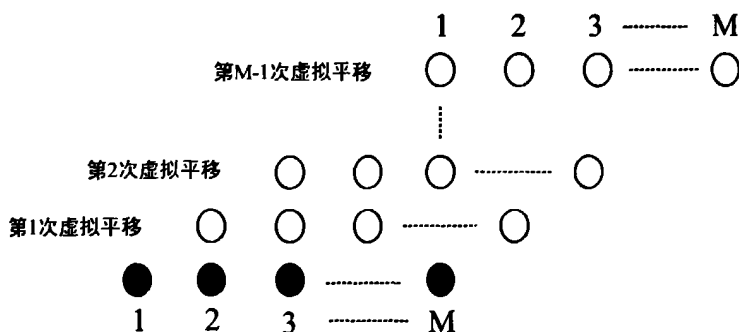


图 3.10 虚拟阵列形成示意图

利用上述结论，可以将最大似然算法推广得到基于四阶累积量的最大似然算法。

首先可以得到四阶累积量下的似然方程：

$$L_1(\theta) = \text{tr}[\mathbf{P}_{B(\theta)} \mathbf{R}_4] \quad (3-28)$$

其中：

$$\mathbf{P}_{B(\theta)} = \mathbf{B}(\theta)(\mathbf{B}^H(\theta)\mathbf{B}(\theta))^{-1}\mathbf{B}^H(\theta)$$

然后采用传统的方法对式(3-28)进行求解即可得到  $\theta$  的估计值。

构成算法的步骤如下：

- 1) 利用阵列接受数据  $\mathbf{X}(t)$  构造四阶累积量矩阵。
- 2) 对二阶累积量下的阵列流型进行扩展得到四阶累积量下的阵列流型。
- 3) 由前两个步骤得到四阶累积量下的似然方程。
- 4) 利用常规的基于二阶矩的阵列处理方法求解此似然方程得到 DOA 估计(本章主要采用交替投影迭代算法(AP))。

### 3.2.3 基于四阶累积量的最大似然测向实验结果及分析

实验 1 考虑阵元数为 3 的均匀线阵，阵元间距为 1/2 波长，四阶累积量下可以将其扩展为 5 个阵元，理论上可以对 4 个独立的信号源进行 DOA 估计。本实验将四个独立的窄带远场信号分别从  $(10^\circ, 30^\circ, 50^\circ, 80^\circ)$  四个方向入射到该阵列，噪声为零均值的高斯白噪声，信噪比从 0dB 到 30dB 之间变化，每个信噪比下独立的进行了 50 次 Monte Carlo 试验。



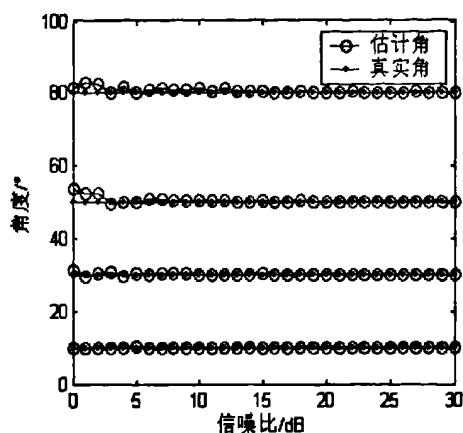


图 3.11 测向结果图

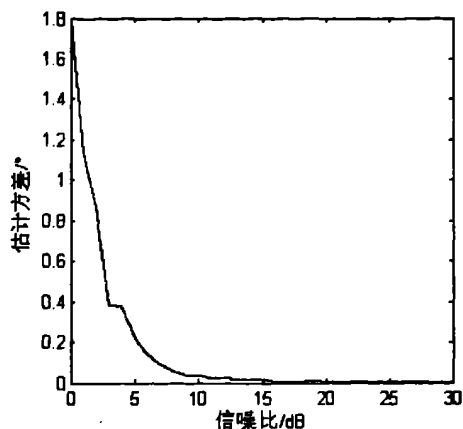


图 3.12 估计方差图

从图 3.11 可以看出, 阵元数为 3 的均匀线阵可以对 4 个独立源进行有效测向, 验证了前文分析。图 3.12 是选择  $\theta = 10^\circ$  的信号进行 DOA 估计的估计方差图。

实验 2 考虑阵元数为 4 的均匀线阵, 阵元间距为  $1/2$  波长, 将两个独立的窄带远场信号从两个比较接近的角度 ( $10^\circ$ ,  $12^\circ$ ) 入射到该阵列, 噪声采用零均值高斯色噪声, 信噪比 SNR 从 -10dB 到 20dB 之间变化, 每个信噪比下独立的进行了 50 次 Monte Carlo 试验。分别用基于二阶矩的最大似然算法和基于四阶累积量的最大似然算法进行仿真。

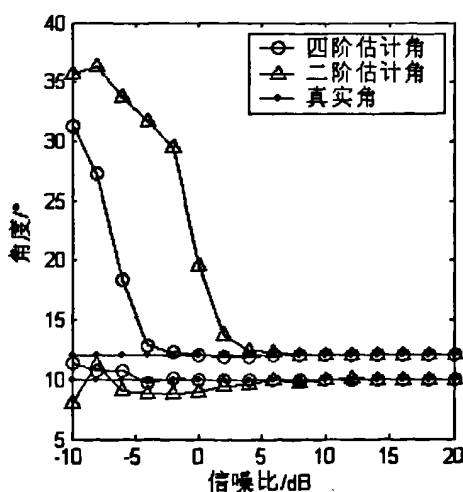


图 3.13 测向结果图

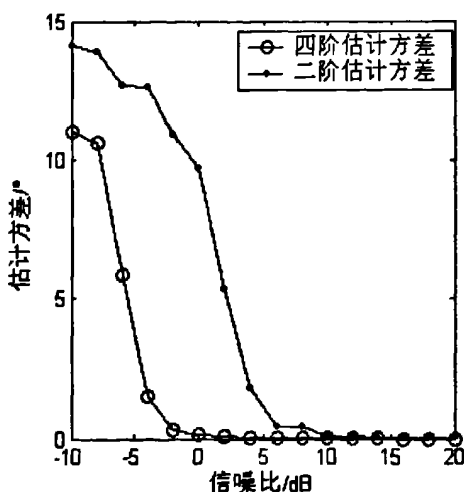


图 3.14 估计方差对比图

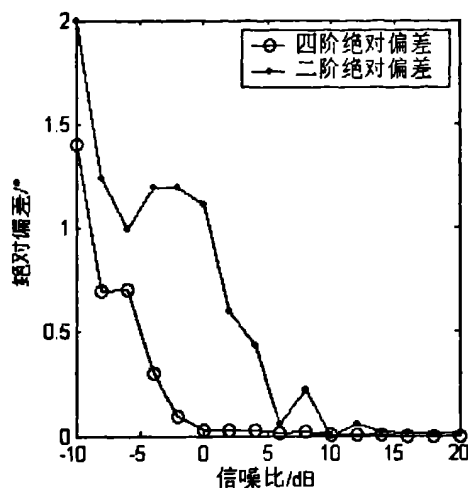


图 3.15 绝对偏差对比图

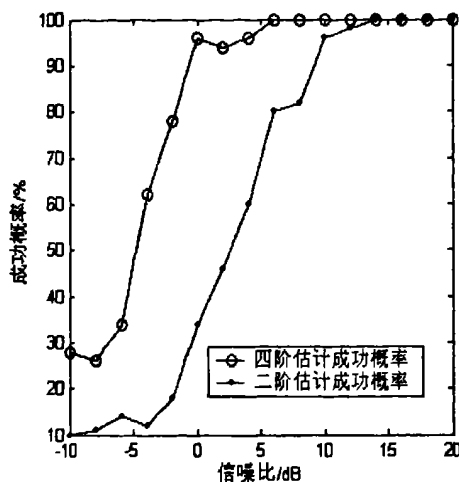


图 3.16 估计成功概率对比图

从图 3.13 可以看出,在色噪声情况下,信噪比达到 $-4\text{dB}$  时基于四阶累积量的最大似然算法就能正确分辨两个信号,而基于二阶矩的最大似然算法在 $5\text{dB}$  以上才能正确分辨。图 3.14 和图 3.15 分别是选择 $\theta=10^\circ$  的信号进行 DOA 估计的估计方差图和绝对偏差图。图 3.16 给出了两种算法的测角成功概率。从以上仿真图可以明显看出在色噪声和低信噪比的情况下基于四阶累积量的最大似然算法的估计性能要优于基于二阶矩的最大似然算法。

### 3.3 本章小结

本章首先假定入射信号为确定性信号,推导出二阶矩下窄带确定性最大似然测向算法的代价函数。然后应用最常用的交替投影算法对以入射方向为变量的代价函数进行非线性全局优化,接着给出了一种改进的 ML 算法:基于四阶累积量的最大似然测向算法。仿真实验表明:二阶矩下基于交替投影的最大似然测向算法在低信噪比、小快拍数据情况下,仍然能保持良好的估计性能,而且在相干源情况下仍能有效估计,是一种非常优秀的测向算法;而在此基础上扩展的基于四阶累积量的最大似然算法具有很强的阵列扩展能力,可以大大提高阵元利用率,解决信号源数大于阵元数时的测向问题,而且由于四阶累积量的自身的盲高斯性,还可以有效抑制高斯色噪声。但是交替投影算法在对每个参数进行优化时都要找到其似然函数的一个极值点,由于每次叠代都得到最大值,因此似然函数的值不会减小,这就导致该算法容

易收敛于局部极大值，不能保证全局最优；另外其分维搜索也只是相对的降低了计算量，随着待优化参量数的增加交替投影算法的计算量会大大增加，而计算量偏大也是最大似然算法最大的缺陷，故此下文将着重以降低最大似然算法的计算量为目标，引入了一些计算智能算法对最大似然算法进行全局优化，最大程度上降低运算时间，增加最大似然算法的工程适用性。

## 第4章 计算智能算法在最大似然测向中的应用

最大似然估计(MLE)作为一种经典的多参数估计方法,具有优越的估计性能,在统计性能方面,该方法比基于特征空间的谱估计方法更好,并且在具有相关信号的情况下算法不会失效。但是由于该方法是在一个多维的非线性超平面上的参数估计,真实信号 DOA 估计的搜索是一个复杂耗时的过程,为解决该问题,通常采用特殊的搜索算法,如增量多参数算法,交替投影算法等。这类搜索算法实际上是在多信号的非线性超平面上,采用一些特殊的单维搜索过程的组合实现的。为了解决多维非线性空间中搜索可能收敛到局部极值,从而导致算法失效的问题,这些方法都采用稳定性较好的起始点搜索算法,避免极值搜索的错误收敛。但是这类方法都是基于经验之上,没有理论证明采用这种方法一定保证算法收敛到超平面上的似然函数极大值,即真实参数估计值。此外,由于似然函数的非线性特性,在搜索过程中很难得到似然函数的方向斜率,单次搜索方向上通常只能采取网格搜索方法。尽管最大似然估计方法的方差很小,但是算法的精度实际上却受到搜索网格的限制:当搜索网格较大时, DOA 估计方差较大,最大似然估计方法的优点无法体现出来;当搜索网格减小时,谱搜索算法的计算量则会大大增加。文献[37,38]提出利用遗传算法来实现测向的最大似然估计,遗传算法是模拟生物进化的一种求解复杂的优化问题方法,有较大的概率求得全局最优解,可实现无网格搜索,但遗传算法存在早熟和收敛速度慢的问题。基于此,本章将在计算智能算法在多信号源的波达方向(DOA)的最大似然估计的应用方面展开研究,下文中将混沌优化算法以及文化算法引入了最大似然测向,并通过仿真实验得出了一些有益的结论,具有一定的理论意义和实用价值。

### 4.1 计算智能方法概述

计算智能是指采用计算的手段来实现智能的方法,一般来说,包括神经网络(Neural Network, NN), 模糊逻辑(Fuzzy Logic, FL), 遗传算法(Genetic Algorithm, GA), 禁忌搜索算法(Tabu Search, TS), 模拟退火(Simulated

Annealing,SA), 混沌寻优算法(Chaos optimization algorithm,COA), 分形(Fractal)科学,蚁群算法(Ant Colony Algorithm,ACA)和文化算法(Cultural Algorithm)等。本章的研究工作主要是用计算智能的方法来实现 DOA 估计,着重对混沌优化算法以及文化算法进行介绍。

## 4.2 混沌优化算法用于最大似然测向

混沌现象是非线性系统中普遍存在的现象,而非线性系统则广泛存在于物理、化学和生物等自然科学领域。混沌理论也被誉为是二十世纪继相对论和量子力学之后的第三次物理学革命<sup>[39,40]</sup>。

一个动力学系统呈现出混沌现象,既不是因为系统中存在随机力或受环境噪声的影响,也不是由于无穷多自由度的相互作用,更不是与量子力学不确定有关。决定论的非线性,才是混沌运动存在的必要条件<sup>[41,42]</sup>。非线性系统的内在对称性,又赋予混沌行为以某种结构和次序。而混沌行为的起源乃在于系统对初始条件的敏感依赖性:初始邻近的轨道将在一个有限的相空间中迅速分离,分离的程度随指数规律增长。因此,混沌信号在时域上具有类随机信号的特点,对初始值的扰动是非常敏感的,很小的初始值扰动也会使它偏离原来的解很远。在信号的相关性上,混沌信号的相关函数类似于随机信号的相关函数,具有类似冲激函数的特性。因此,利用混沌变量进行优化搜索,无疑会比随机搜索更具优越性。

混沌优化算法就是利用类似载波的方法将混沌状态引入到优化变量中,并把混沌运动的遍历范围“放大”到优化变量的取值范围,然后利用混沌变量对初始值的敏感性进行搜索。在获得一个近似最优解后,再用混沌变量进行最优解的邻域内的细搜索,从而大大提高搜索速度。

混沌优化方法直接采用混沌变量进行搜索,搜索过程按混沌运动自身的规律进行,不需要通过按某种概率接受“劣化”解的方式来跳出局部最优解,因此混沌优化方法更容易跳出局部极值点,搜索效率高,而且结构简单,使用方便,是解决优化问题方便有效的途径。

### 4.2.1 混沌优化的基本步骤

首先选择用于载波的混沌变量。我们选用式(4-1)所示的 logistic 映射<sup>[40]</sup>,

其中  $\mu$  是控制参量。当  $\mu=4$  时, logistic 映射是满映射, 并且系统处于完全混沌状态,  $y_0 \in (0,1)$ ,  $n=0,1,2,\dots$ 。

$$y_{n+1} = \mu y_n (1 - y_n) \quad (4-1)$$

混沌优化算法的基本步骤如下:

步骤 1 算法初始化: 利用混沌对初值敏感的特点, 对式(4-1)赋予  $m$  个微小差异的初值  $y_{i,0} (i=1,2,\dots,m)$ , 产生  $m$  个不同轨迹的混沌变量集合  $\{y_{i,n}\}$ 。

步骤 2 第一次载波: 通过式(4-2)将选定的  $m$  个混沌变量  $y_{i,n}$  分别引入到相应的第  $i$  个优化变量中使其变成混沌变量  $x_{i,n}$ , 使混沌变量的变化范围分别“放大”到相应的优化量的取值范围。

$$x_{i,n} = c_i + d_i y_{i,n} \quad (4-2)$$

其中  $c_i, d_i$  为常数, 相当于“放大”倍数。

步骤 3 粗搜索: 令  $x(k) = x_{i,n}$  计算相应的性能指标  $f(k)$ , 其中  $f(k)$  由适应度函数确定。令  $x^* = x(0), f^* = f(0)$ ; 如果  $f(k) \geq f^*$ , 则  $f^* = f(k), x^* = x(k)$  如果  $f(k) < f^*$  则放弃  $x(k)$ 。

步骤 4 如果经过步骤 3 的若干步搜索,  $f^*$  都保持不变, 则按式(4-3)进行第二次载波:

$$x'_{i,n} = x^* + \alpha_i y_{i,n} \quad (4-3)$$

其中  $\alpha_i y_{i,n}$  为遍历区间很小的混沌变量,  $\alpha_i$  为调节常数,  $x^*$  为当前最优解。

反之, 返回步骤 3。

步骤 5 精搜索: 令  $x(k') = x'_{i,n}$  计算相应的性能指标  $f(k')$ ; 如果  $f_i(k') \geq f^*$ , 则  $f^* = f(k'), x^* = x(k')$  如果  $f(k') < f^*$  则放弃  $x(k')$ 。

步骤 6 如果经过步骤 5 的若干步搜索  $f^*$  都保持不变则终止搜索, 输出估计值  $x^*$ , 反之返回步骤 5。

#### 4.2.2 混沌优化用于最大似然 DOA 估计

前面的章节介绍过在假设观测信号为确定性信号的情况下, 进行 DOA 估计就是选择  $\theta = [\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_D]$  使对数极大似然估计函数  $L(\theta)$  最大化, 即

$$L(\theta) = \sum_{i=1}^M |P_{A(\theta)} X(i)|^2 = \text{tr}[P_{A(\theta)} \hat{R}] \quad (4-4)$$

$$P_{A(\theta)} = A(\theta)(A^H(\theta)A(\theta))^{-1}A^H(\theta) \quad (4-5)$$

$$\hat{\mathbf{R}} = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M \mathbf{X}(i) \mathbf{X}^H(i) \quad (4-6)$$

下面我们采用混沌优化算法来实现 DOA 的最大似然估计。由于混沌优化算法的搜索不依赖于问题本身的方式，只依赖于评价函数。因此，对于 DOA 搜索不需要任何关于它本身的信息，只需要对数极大似然估计函数的计算式，无论它是否连续，是否可微。于是，混沌优化算法处理 DOA 估计的关键问题如下：

(1)算法初始化：仍然假设空间有  $D$  个信源，那么优化变量就有  $D$  个，初始值的产生方法有两种：一种是随机确定一个初始值，另一种是将对数极大似然估计函数的一维优化值映射到  $[0,1]$  区间作为初值。在这里采用第一种方法，即在  $[0,1]$  区间随机产生一个  $D$  维实数向量，选  $\mu=4$ ，此时系统处于完全混沌状态。

(2)第一次载波：若假定测角范围为  $(0^\circ, 90^\circ)$ ，则可选放大倍数  $c_i = 0, d_i = 90$ ，注意二维情况下方位角与俯仰角的放大倍数是不同的。

(3)第二次载波：由于需要估计的到达角的变化范围为非对称正区间，一般调节常数  $\alpha_i$  的符号在搜索中保持不变，若设为正，那么精搜索就只能在当前最优解的正邻域区间搜索，相应的负邻域区间就无法搜索，于是将第二次载波改为下式：

$$\mathbf{x}_{i,n}' = \mathbf{x}^* + \alpha_i \mathbf{y}_{i,n} - 0.5 \alpha_i \quad (4-7)$$

此时如果  $y_{i,n} < 0.5$ ，就可获得当前最优解的正邻域区间中的候选解，如果  $y_{i,n} > 0.5$ ，则可获得负邻域区间中的候选解。

(4)适应度函数：这里的适应度函数即为  $\theta$  的对数极大似然估计函数  $L(\theta)$ 。

(5)终止规则：无论在粗搜索还是精搜索，均设定一个较大的正常数  $C_{\max}$ ，若经过  $C_{\max}$  次迭代后，搜索得到的解仍然没有改进则算法停止搜索。

### 4.2.3 计算机仿真及结果分析

为了验证算法的有效性，本节设计了几个实验进行了计算机仿真。

实验 1 考虑阵元数为 8 的均匀线阵，快拍数取 512，阵元间距为  $1/2$  波长。本实验将两个独立的窄带远场信号分别从  $(20.54^\circ, 60.55^\circ)$  两个方向入射到该阵列，噪声为高斯白噪声，信噪比从  $-10\text{dB}$  到  $20\text{dB}$  之间变化，每个信

噪比下独立的进行了 50 次 Monte Carlo 试验。分别用混沌优化和 AP 算法进行仿真。混沌优化部分初值随机产生。

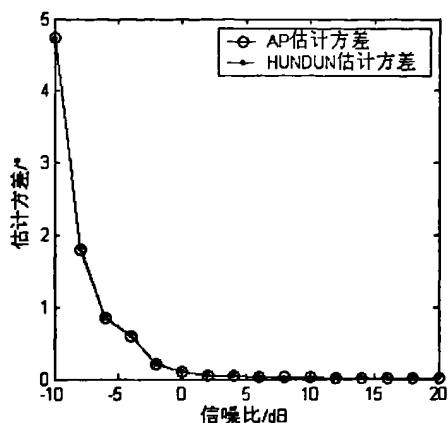


图 4.1 估计方差图

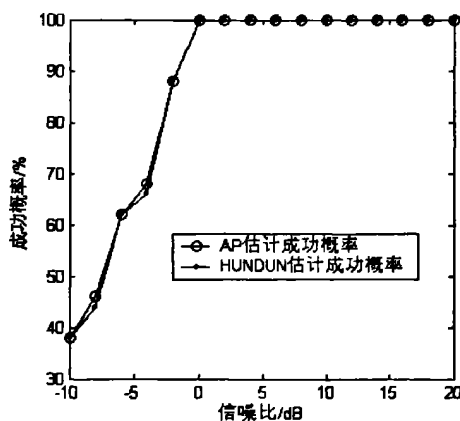


图 4.2 测角成功概率图

实验 2 仿真条件与实验 1 相同，但两个信号设置为完全相干，仍然用混沌优化算法和 AP 算法进行仿真。

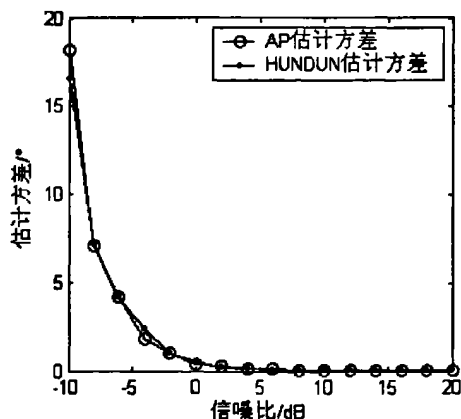


图 4.3 估计方差图

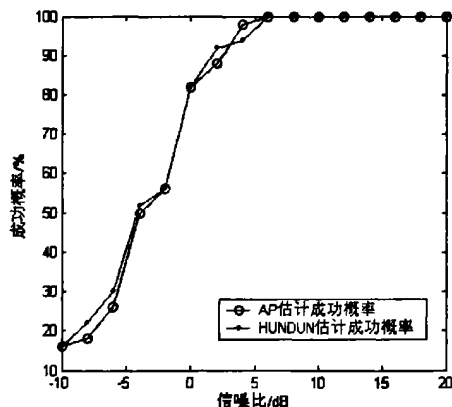


图 4.4 测角成功概率图

从以上两个仿真实验可得，无论是独立信号还是相干信号，基于混沌优化的 DOA 估计算法均具有较高的测向精度和测向分辨率，可以获得和 AP 算法相比的性能。

## 4.2.4 算法计算量以及性能分析

在用搜索算法求解 DOA 问题时，算法的计算量主要集中在求解每一个可



行解的对数极大似然函数值上。显然，找到最终解时搜索过的平均的可行解数越少，算法的实时性越好。下面的仿真实验中，我们采用与实验 1 和实验 2 完全相同的初始条件，将信噪比固定在 15dB，分别对混沌优化算法和 AP 算法找到最终解时搜索过的平均可行解数（100 次 Monte Carlo 试验）进行了统计，结果表明独立源情况下混沌优化算法大概需要 3957 次搜索，相干源时为 4800 次；AP 算法考虑分维搜索情况需要搜索的可行解数大概为 7200 个。因此与 AP 算法相比，虽然两者性能接近，但是混沌优化算法在计算量方面有着明显的优势。而且混沌优化算法的搜索是基于不同的混沌轨道进行的，不像 AP 算法的搜索是基于前一次的搜索结果进行的，因此这种算法更容易跳出“谷”、“沟”、“槽”等局部极值点，在硬件实现中，还可采用并行搜索的方式来进一步提高搜索速度，以满足 DOA 估计中实时性要求。

### 4.3 文化算法用于最大似然测向

从人类学角度来看，文化被定义为“在社会中的不同人群之间和不同年代的人群之间历史地传递的，用符号表示的概念现象的系统<sup>[43]</sup>”。“Culture”一词在麦克米伦高阶英语词典描述为“包括知识、信念、艺术、道德、习俗和其它社会人能获得的能力和养成的习惯”。文化的定义假定文化的内容中存在一般的智力知识。在人类社会，文化被看成是保存信息的载体，这些信息可以被社会的所有成员获得并用来指导他们行为。换句话说，文化的继承给社会的新一代成员提供信息和指导来帮助他们适应环境。没有这些信息，个体人适应环境的唯一方法就是通过试验和犯错误来获得经验。

“文化”一词一般指一个特定的组织或人群所拥有的思想、信念和行为方式等的集合。19 世纪 60 年代，信息论和系统论的研究将文化看成人和环境相交互的系统，能够对系统中的人产生正向或负向的影响。社会学研究人员认为文化是一种将个体人的以往经验保存于其中的知识库，新的个体人可以在知识库中学到他没有直接经历的经验知识。受这些想法的启发，文化系统的演化模型最早由 Robert G.Reynolds 提出来对演化计算系统的经验积累建模<sup>[44,45]</sup>。Reynolds 于 1994 年提出文化算法(cultural algorithm)<sup>[46]</sup>，近年引起人们关注，目前国内研究尚少。

### 4.3.1 文化算法框架

文化算法是一种用于解决复杂计算的新型全局优化搜索算法，该算法模拟了人类社会的演化过程，其重要思想就在于从进化的种群中获取待解决问题的知识（即信仰），并反馈这些知识用于指导搜索过程。种群空间与信仰空间通过一组由接受函数 `accept()` 和影响函数 `influence()` 组成的通信协议联系在一起。接受函数 `accept()` 用来收集种群中所选个体的经验知识，信仰空间通过更新函数 `update()` 进行调整；而影响函数 `influence()` 能够利用信仰空间中待解决问题的经验知识来指导种群空间的进化。在一个文化体系中，存在着多种类型的知识，其中规范知识和形势知识是最主要的。规范知识为个体提供行为准则和指导原则，而形势知识为个体提供学习榜样。它们都可以为种群的进化提供指导信息。

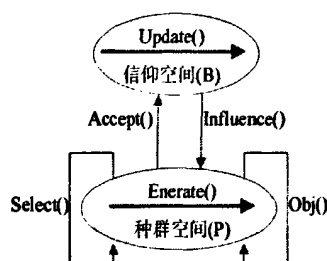


图 4.5 文化算法基本框架

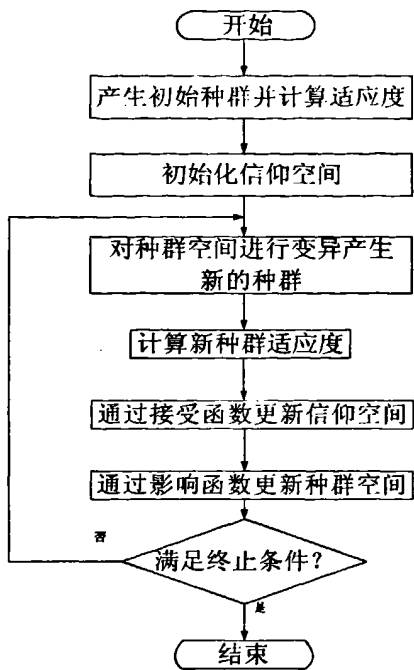
应用文化算法的求解问题包括:在不同的群体(如不同演化算法的群体)内可按不同的速度进行演化求解的复杂系统问题;结合搜索和知识引导的混合系统求解问题;需多群体及其交互的求解问题;将不同算法结合利用其各自特性进行混合求解的问题等。

文化算法具有如下特性:

- (1)支持不同算法的混合问题求解。
- (2)双重演化继承:在种群空间和信仰空间分别继承其父代的信息。
- (3)种群空间的演化是由信仰空间中保存的知识进行引导。
- (4)支持种群空间和信仰空间的层次结构。
- (5)支持两个空间的自适应演化。
- (6)不同空间的演化可以按不同的速度进行。

(7) “文化”改变的不同方式可表达于一个模型内。

文化算法流程图如图 4.6 所示。



4.6 文化算法流程图

文化算法的伪代码如下：

```

begin
t = 0;
initialize population POP (t);
initialize belief space BLF (t);
repeat
evaluate population POP (t);
update (BLF(t), accept(POP(t)));
generate (POP (t), influence (BLF (t)) );
t = t+1;
select POP(t) from POP(t-1);
until termination condition achieved
end
    
```

### 4.3.2 文化算法应用于最大似然测向

仍然假设观测信号为确定性信号的情况下, 进行 DOA 估计同样是选择  $\theta = [\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_D]$  使对数极大似然估计函数  $L(\theta)$  (式 4-4) 最大化, 即

#### 1、种群空间的编码

种群空间采用由 Fogel 提出的进化规划种群模型<sup>[47]</sup>。个体编码方式采用实值编码方式, 一个个体可表示为

$$\mathbf{X} = [x_1, x_2, \dots, x_D] \quad (4-8)$$

式中,  $D$  为信号源数目,  $x_1, x_2, \dots, x_D$  为各信号源对应的角度值。这种编码方式, 物理意义明确、直观, 避免了二进制编码在运算时需要反复进行译码、编码操作及长度受限等麻烦。

#### 2、适应度函数

文化算法需要有一个适应度函数来评价个体的优劣, 并以此作为信仰空间的更新与下一代种群进化操作的依据。由于采用的是最大似然算法, 所以定义适应度函数如下:

$$f = 1/L(\theta) = 1/\text{tr}[\mathbf{P}_{A(\theta)} \hat{\mathbf{R}}] \quad (4-9)$$

其中,  $L(\theta)$  即为  $\theta$  的对数极大似然估计函数, 对其求倒数是为了将其转化为最小值问题。

#### 3、信仰空间结构

信仰空间的结构采用文献[48]提出的  $\langle \mathbf{S}, \mathbf{N} \rangle$  结构对, 其中  $\mathbf{S} = \{s'\}$  为形势知识,  $s'$  表示第  $t$  代种群中的最优个体 (即适应度最小的个体);  $\mathbf{N} = \langle \mathbf{X}_1, \mathbf{X}_2, \dots, \mathbf{X}_n \rangle$  为规范知识, 表示每个变量的取值区间信息,  $\mathbf{X}_i$  表示为  $\langle l_i, L_i, U_i \rangle$ ,  $n$  为变量数目 (信号源数目  $D$ )。  $l_i = [l_i, u_i] = \{x | l_i \leq x \leq u_i\}$ , 下限  $l_i$  和上限  $u_i$  根据所给定的变量取值范围来初始化 (即所测角度变化范围);  $L_i$  表示变量  $i$  的下限  $l_i$  所对应的适应度,  $U_i$  表示变量  $i$  的上限  $u_i$  所对应的适应度, 由于本文求解的是最小值问题,  $L_i$ 、 $U_i$  均初始化为  $+\infty$ 。

#### 4、接受函数

接受函数 `accept()` 用以选择能够直接影响当前信仰空间知识经验的个体。

文中从当前种群空间中以  $\beta$  比例选择最优个体, 假设初始种群规模为  $P$ , 即每次选择  $[P\beta]$  个个体, 其中  $[*]$  为取整函数。

### 5、信仰空间的更新

信仰空间由更新函数  $\text{update}()$  进行调整。具体定义如下:

形式知识  $S = \{s'\}$ , 按照下式来更新:

$$s' = \begin{cases} x'_{best} & f(x'_{best}) < f(s') \\ s' & \text{其他} \end{cases} \quad (4-10)$$

其中,  $x'_{best}$  表示第  $t$  代最优个体。

假设第  $j$  个个体影响  $N_i$  的下限, 第  $k$  个个体影响  $N_i$  的上限, 通过下式对  $N_i$  进行修正。

规范知识  $N$  根据以下规则进行更新:

$$\begin{aligned} l_i^{t+1} &= \begin{cases} x_{j,i} & x_{j,i} \leq l'_i \text{ 或 } f(x_j) < L'_i \\ l'_i & \text{其他} \end{cases} \\ u_i^{t+1} &= \begin{cases} x_{k,i} & x_{k,i} \geq u'_i \text{ 或 } f(x_k) < U'_i \\ u'_i & \text{其他} \end{cases} \\ L_i^{t+1} &= \begin{cases} f(x_j) & x_{j,i} \leq l'_i \text{ 或 } f(x_j) < L'_i \\ L'_i & \text{其他} \end{cases} \\ U_i^{t+1} &= \begin{cases} f(x_k) & x_{k,i} \geq u'_i \text{ 或 } f(x_k) < U'_i \\ U'_i & \text{其他} \end{cases} \end{aligned} \quad (4-11)$$

其中,  $l'_i$ ,  $u'_i$  分别表示  $N_i$  的第  $t$  代的下限和上限,  $L'_i$ ,  $U'_i$  分别表示它们所对应的适应度函数值。

### 6、影响函数 $\text{influence}()$ 的两个版本

文化算法不同版本 CA-version1 和 CA-version2 的区别在于所采取不同的影响函数<sup>[49]</sup>。

CA-version1:使用规范知识调整变量变化步长,形势知识调整其变化方向。定义如下:

$$x'_{j,i} = \begin{cases} x'_{j,i} + |\text{size}(I_i) * N(0,1)| & x'_{j,i} < S'_i \\ x'_{j,i} - |\text{size}(I_i) * N(0,1)| & x'_{j,i} > S'_i \\ x'_{j,i} + \lambda * \text{size}(I_i) * N(0,1) & x'_{j,i} = S'_i \end{cases} \quad (4-12)$$

CA-version2:使用规范知识调整变量变化步长及变化方向。定义如下:

$$x'_{j,i} = \begin{cases} x'_{j,i} + |\text{size}(I_i) * N(0,1)| & x'_{j,i} < l'_i \\ x'_{j,i} - |\text{size}(I_i) * N(0,1)| & x'_{j,i} > u'_i \\ x'_{j,i} + \lambda * \text{size}(I_i) * N(0,1) & \text{其他} \end{cases} \quad (4-13)$$

其中,  $N(0,1)$  为服从标准正态分布的随机数,  $\text{size}(I_i)$  为信仰空间中变量  $i$  可调整区间的长度,  $\lambda$  为步长收缩因子, 文中取  $\lambda = \beta$ 。

7、用于最大似然测向的文化算法实现步骤:

(1) 初始化种群空间: 在所测角度的取值范围内生成  $P$  个  $D$  维实数向量, 这样就产生了种群规模为  $P$  的初始种群空间;

(2) 通过式(4-9)计算适应度, 对种群空间中的个体进行评价;

(3) 根据给定的取值范围和初始种群空间中的候选解, 按照信仰空间的结构, 生成初始信仰空间;

(4) 根据影响函数  $\text{influence}()$ , 对种群空间中的每个父个体进行变异, 生成  $P$  个相应子个体; (此步骤中需注意变异后个体不能超出变量的取值范围, 如有超出的可以对其进行合理的调整);

(5) 对由子个体和父个体共同组成的规模为  $2P$  的种群空间进行适应度评价, 选择前  $P$  个优秀个体作为下一代的父个体;

(6) 按照设定的接受函数  $\text{accept}()$ , 并按式(4-10)和式(4-11)来更新信仰空间;

(7) 判断是否满足终止条件(终止条件为最大进化代数), 若满足, 输出当代最优个体。如果不满足终止条件, 则重复步骤 (4), 继续循环。

### 4.3.3 实验和结果分析

实验 1 考虑阵元数为 4 的均匀线阵, 阵元间距为  $1/2$  波长。本实验将两个独立的窄带远场信号分别从  $(9.54^\circ, 19.55^\circ)$  两个方向入射到该阵列, 噪声为高斯白噪声, 信噪比从  $-10\text{dB}$  到  $20\text{dB}$  之间变化, 每个信噪比下独立的进行了 50 次 Monte Carlo 试验。分别用两种不同影响函数的文化最大似然算法和 AP 算法进行仿真。文化算法部分初始种群随机产生, 初始种群规模  $P=100$ , 接受函数的选取比例  $\beta=0.06$  (即步长收缩因子  $\lambda$ , 取 0.06 的原因后面会具体分析)。

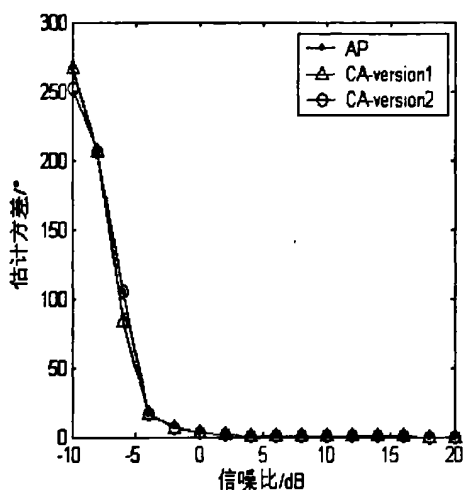


图 4.7 估计方差图

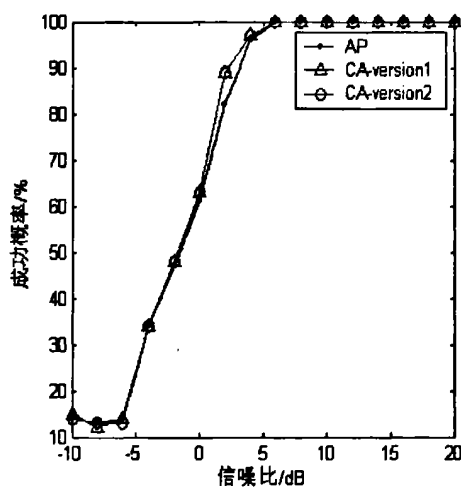


图 4.8 测角成功概率图

图 4.7 和图 4.8 分别是估计方差图和测角成功概率图, 可以看出独立信号情况下, 两种影响函数的文化最大似然算法无论是测角精度还是成功概率都与 AP 几乎相同。

实验 2 仿真条件与实验 1 相同, 但两个信号设置为完全相干, 仍然用两种不同影响函数的文化最大似然算法和 AP 算法进行仿真。

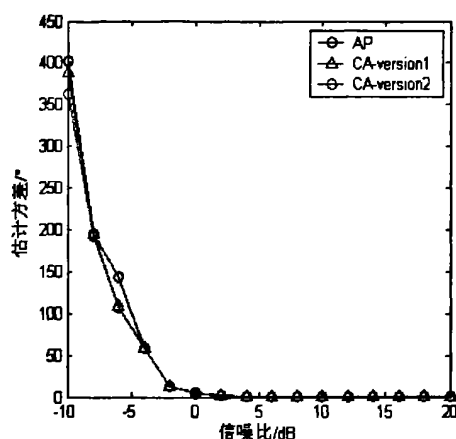


图 4.9 估计方差图

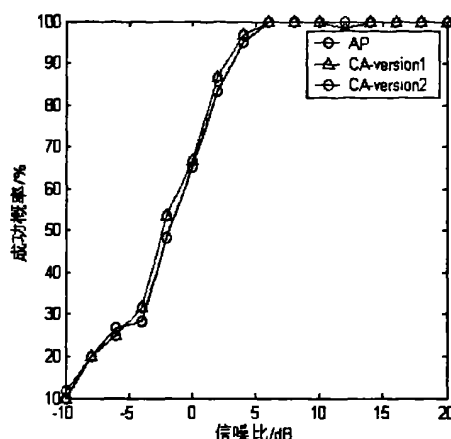


图 4.10 测角成功概率图

图 4.9 和图 4.10 分别是估计方差图和测角成功概率图，可以看出两信号完全相干的情况下，两种影响函数的文化最大似然算法与 AP 性能也几乎相同。

实验 3 仿真条件仍与实验 1 相同，考虑接受函数的选取比例  $\beta$ （步长收缩因子  $\lambda$ ）对两种不同影响函数下的文化算法测角性能的影响。信噪比固定为 10dB，两个信号为独立信号。

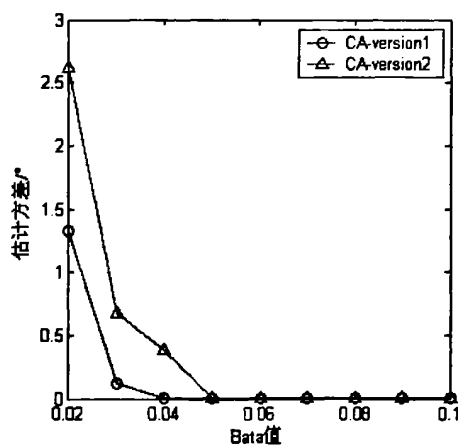


图 4.11 估计方差图

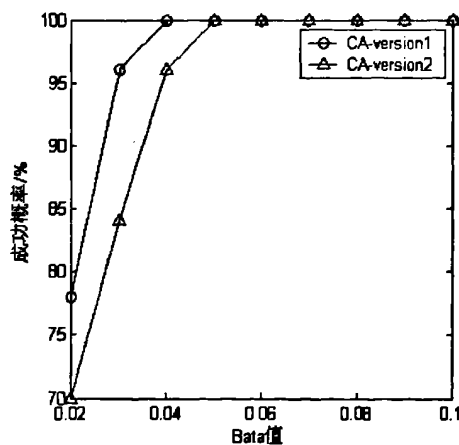


图 4.12 测角成功概率图

图 4.11 和图 4.12 分别为对第一个角进行单独分析的估计方差图和测角成功概率图，可以看出， $\beta$  在 0.05 以上时两种方法都可以取得较好的测向效果，



由于随着  $\beta$  的增加计算量也会有所增大，文中所有仿真均取  $\beta=0.06$ 。

实验 4 仿真条件与实验 1 相同，考虑进化代数对两种不同影响函数下的文化算法测角性能的影响。信噪比为 10dB，两个信号为独立信号。

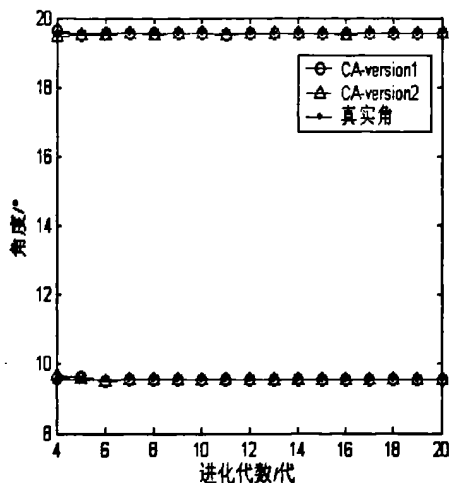


图 4.13 测角结果图

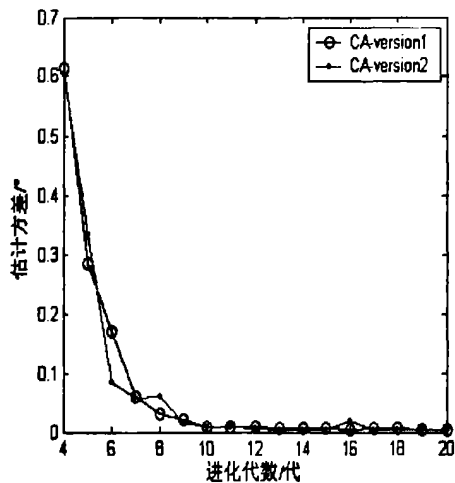


图 4.14 估计方差图

图 4.13 和图 4.14 分别为两个角度的测角结果图和对第一个角进行单独分析的估计方差图，从图中可以看出，进化到第 10 代附近基本上可以收敛。

#### 4.3.4 算法计算量以及性能分析

在用搜索算法求解 DOA 问题时，算法的计算量主要集中在求解每一个可行解的对数极大似然函数值上。从实验 4 仿真可以看出文化算法在进化到第 10 代附近可以很好的收敛，种群规模  $P=100$  情况下搜索的可行解个数（求解适应度函数的次数）大概为 1000 个。而 AP 算法收敛一般在 4 次搜索以后，考虑搜索步长取  $bc=0.1$ （搜索步长过小计算量会增加很多，过大会增加量化误差，影响精度，文中 AP 搜索步长均取 0.1），需要搜索的可行解大概为 7200 个（AP 需要分维搜索）。而且在参量数增多的情况下，AP 算法的计算量更是会大大增加（分维搜索），文化算法就不会有类似情况（并行），所以虽然文中的文化算法与 AP 算法性能几乎相同，但是文化算法在计算量方面有着极大的优势。另外文化算法没有量化误差，而 AP 受搜索步长限制难以避免的存在一定的量化误差，所以文化算法改进的空间也要远远优于 AP 算法。

## 4.4 本章小结

本章就计算智能算法在多信号源的波达方向(DOA)的最大似然估计的应用方面展开了研究,分别将混沌优化算法和文化算法引入了最大似然测向。仿真表明这两种方法在较小的计算代价下无论是测向精度还是测向的分辨率都可至少获得与 AP 算法相当的性能。另外它们的搜索方式(混沌优化算法的搜索基于不同的混沌轨道;文化算法的搜索基于种群的进化)决定了它们的全局收敛性能也要优于 AP 算法(AP 算法的搜索是基于前一次的搜索结果),而且在硬件实现中,这种并行的搜索方式可以进一步提高搜索速度,以满足 DOA 估计中实时性要求。与混沌优化相比文化算法具有双层结构特性,在搜索过程中表现出更好的收敛速度和全局寻优性能,用文化算法解决 DOA 估计是一个更有价值的研究方向。

## 第5章 改进的文化算法用于最大似然测向

从前文可以看出,与混沌优化相比文化算法具有双层结构特性,在搜索过程中表现出了更好的收敛速度和全局寻优性能,用文化算法解决 DOA 估计是一个非常有价值的研究方向。但是仿真表明在解决复杂问题(比如二维 DOA 估计)时,随着参量数的增加文化算法的收敛性能会很快下降,不能迅速的收敛到一个最优解。于是本章对文化算法进行了改进,在文化算法的基础上引入了混沌优化和模拟退火,利用混沌搜索增加了收敛速度,并利用退火策略避免了进化过快引起的局部收敛,极大的降低了计算量,使得文化算法的工程适用性得到了很大程度的提高。

### 5.1 二维阵列数据模型

对于  $M$  个全向天线组成的均匀圆阵,考虑  $D$  个窄带远场信号从方向  $(\theta_1, \phi_1), \dots, (\theta_D, \phi_D)$  入射该阵列,阵列输出信号为

$$\mathbf{X}(t) = \mathbf{A}(\theta, \phi) \mathbf{S}(t) + \mathbf{N}(t) \quad (5-1)$$

其中:

$$\mathbf{X}(t) = [x_1(t), x_2(t), \dots, x_M(t)]^T$$

$$\mathbf{S}(t) = [s_1(t), s_2(t), \dots, s_D(t)]^T$$

$$\mathbf{A}(\theta, \phi) = [\mathbf{a}(\theta_1, \phi_1), \dots, \mathbf{a}(\theta_D, \phi_D)]$$

$$\mathbf{N}(t) = [n_1(t), n_2(t), \dots, n_M(t)]^T$$

$$\mathbf{a}(\theta_k, \phi_k) = [a_1(\theta_k, \phi_k)e^{-j\omega\tau_1(\theta_k, \phi_k)}, \dots, a_M(\theta_k, \phi_k)e^{-j\omega\tau_M(\theta_k, \phi_k)}]^T$$

$\theta_k$  为第  $k$  个入射信号的方位角,  $\phi_k$  为第  $k$  个入射信号的仰角。 $\mathbf{A}(\theta, \phi)$  是阵列在多信号  $(\theta, \phi) = [(\theta_1, \phi_1), \dots, (\theta_D, \phi_D)]$  方向上形成的多方向矢量矩阵,  $a_i(\theta_k, \phi_k)$  是第  $i$  个阵元在  $(\theta_k, \phi_k)$  方向上相应的幅度,  $\tau_i(\theta_k, \phi_k)$  为第  $i$  个阵元接收从  $(\theta_k, \phi_k)$  方向入射信号关于参考点的传输延迟时间。 $\mathbf{N}(t)$  为统计独立的高斯白噪声。

在假设接收信号为确定性信号的情况下,从采样数据的概率密度函数可以推导出关于  $(\theta, \phi)$  的对数最大似然估计函数:

$$L(\theta, \phi) = \sum_{i=1}^M |P_{A(\theta, \phi)} X(i)|^2 = \text{tr}[P_{A(\theta, \phi)} \hat{R}] \quad (5-2)$$

其中:

$$P_{A(\theta, \phi)} = A(\theta, \phi)(A^H(\theta, \phi)A(\theta, \phi))^{-1}A^H(\theta, \phi)$$

$$\hat{R} = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M X(i)X^H(i)$$

$X(i)$  是接收向量第  $i$  个采样点。

## 5.2 模拟退火

模拟退火算法来源于固体退火原理, 将固体加温至充分高, 再让其徐徐冷却, 加温时, 固体内部粒子随温升高变为无序状, 内能增大, 而徐徐冷却时粒子渐趋有序, 在每个温度都达到平衡态, 最后在常温时达到基态, 内能减为最小。模拟退火算法是模拟熔化状态下物体由逐渐冷却至最终达到结晶状态的物理过程, 利用问题的求解过程与熔化物体退火过程的相似性, 采用随机模拟物体退火过程来完成问题的求解, 也就是在控制参数的作用下对参数的值进行调整, 直到所选取的参数值最终使能量函数达到全局极小值<sup>[50]</sup>。

与其它搜索算法相比, 模拟退火算法具有以下特点:

### (1) 以一定的概率接受恶化解

模拟退火算法在搜索策略上与传统的随机搜索方法不同, 它不仅引入了适当的随机因素, 而且还引入了物理系统退火过程的自然机理。退火过程的引入使该算法在迭代过程中不仅接受使目标函数变好的试探点, 而且还能以一定的概率接受使目标函数值变差的试探点, 迭代中出现的状态是随机产生的, 并不强求后一状态一定优于前一状态, 接受概率随着温度的下降而逐渐增大<sup>[51]</sup>。传统的方法往往是从解空间的一个初始点开始最优解的迭代搜索过程。然而复杂问题会使解空间中出现若干局部最优解, 传统的方法很容易限于局部最优解而停滞不前, 很多传统的优化算法往往是确定性的, 从一个搜索点到另一个搜索点的转移有确定的转移方法和转移关系, 这种确定性往往可能使得搜索永远达不到最优点, 因而限制了算法的应用范围。模拟退火算法以一种概率的方式进行搜索, 增加了搜索过程的灵活性。

### (2) 引进算法控制参数

引进类似于退火温度的算法控制参数，它将优化过程分成各个阶段，并决定各个阶段下随机状态的取舍标准，接受函数由 Metropolis 算法给出一个简单的数学模型。模拟退火算法的两个重要步骤是：一是在每个控制参数下，由前迭代点出发，产生邻近的随机状态，由控制参数确定的接受准则决定此新状态的取舍，并由此形成一定长度的随机 Markov 链；二是缓慢降低控制参数，提高接收准则，直到控制参数趋于零，状态链稳定于优化问题的最优状态，提高模拟退火算法全局最优解的可靠性。

### (3) 使用对象函数值进行搜索

传统搜索算法不仅需要利用目标函数值，而且往往需要目标函数的导数值等其它一些辅助信息才能确定搜索方向，当这些信息不存在时，算法就失效了。而模拟退火算法仅使用由目标函数变换来的适应度函数值，就可确定进一步的搜索方向和搜索范围，无需其它的辅助信息。需要着重指出的是：模拟退火算法的适应度函数不仅不受连续可微的约束，而且其定义域可以任意设定，对适应度函数唯一的要求是对于输入可计算出加以比较的正的输出。这个特性对很多无法或很难求导的函数，或导数不存在的函数的优化问题，以及组合优化问题等，应用模拟退火算法就比较方便。另外，直接利用目标函数值或个体适应度，也可以把搜索范围集中到适应度较高的部分搜索空间，从而提高搜索效率。

### (4) 隐含并行性

并行算法是 60 年代发展起来的，其发展速度相当快。有些专家甚至认为目前提高计算机系统性能的唯一方法是选择大量的并行。从目前情况看，并行算法的设计主要采用两种方法：一是对现有的串行算法加工改造，使之成为好的并行算法；二是结合使用并行计算机的结构特点，直接设计新的并行算法。将模拟退火算法改造为并行算法还是比较容易的。目前常见的有几种并行策略：操作并行策略，试演并行策略，区域分裂策略和混乱松弛策略<sup>[52]</sup>。

### (5) 搜索复杂区域

模拟退火算法最善于搜索复杂地区，从中找出期望值高的区域，在求解简单问题上效率并不高。

模拟退火算法基本步骤如下：

(1) 随机产生一个初始最优点，以它作为当前最优点，并计算目标函数值。

- (2) 设置初始温度:  $\theta \leftarrow T_0$ 。
- (3) 设置循环计数器初值:  $t \leftarrow 1$ 。
- (4) 对当前最优点作一随机变动, 产生一新的最优点, 计算新的目标函数值, 并计算目标函数值的增量  $\Delta$ 。
- (5) 如果  $\Delta < 0$ , 则接受该新产生的最优点为当前最优点; 如果  $\Delta > 0$ , 则以概率  $P = \exp(-\frac{\Delta}{\theta})$  接受该新产生的最优点为当前最优点。
- (6) 如果  $t$  没有达到终止步数, 则  $t \leftarrow t+1$ , 转向第四步。
- (7) 如果未达到冷却状态, 则:  $\theta \leftarrow T(t)$ , 转向第三步; 如果已达到冷却状态, 则: 输出当前最优点, 计算结束。

### 5.3 改进的文化算法用于二维最大似然DOA估计

第四章我们对文化算法用于一维的最大似然 DOA 估计进行了详细的介绍, 而二维情况下我们将每一个入射角的方位角和仰角都视为独立的优化变量, 即若入射角有  $D$  个, 那么优化变量就有  $2D$  个。在仿真的过程中我们发现, 由于传统的文化算法收敛速度完全取决于种群的进化速度, 二维情况下随着优化变量数的增加, 种群的进化速度受到了很大的影响, 导致算法很难迅速的收敛到一个最优的解, 这就与我们加快运算速度的初衷相违背了, 结合混沌优化和模拟退火的知识, 我们考虑从种群的进化着手对文化算法进行一些优化。

传统的文化算法用于二维最大似然 DOA 估计基本步骤如下:

- (1) 初始化种群空间: 在所测角度的取值范围内生成  $P$  个  $2D$  维实数向量, 这样就产生了种群规模为  $P$  的初始种群空间;
- (2) 通过式(5-2)计算适应度, 对种群空间中的个体进行评价;
- (3) 根据给定的取值范围和初始种群空间中的候选解, 按照信仰空间的结构, 生成初始信仰空间;
- (4) 根据影响函数  $\text{influence}()$ , 对种群空间中的每个父个体进行变异, 生成  $P$  个相应子个体; (此步骤中需注意变异后个体不能超出变量的取值范围, 如有超出的可以对其进行合理的调整)
- (5) 对由子个体和父个体共同组成的规模为  $2P$  的种群空间进行适应度评价, 选择前  $P$  个优秀个体作为下一代的父个体;

(6) 按照设定的接受函数  $\text{accept}()$ , 并按(4-10)和式(4-11)来更新信仰空间;

(7) 判断是否满足终止条件(终止条件为最大进化代数), 若满足, 输出当代最优个体。如果不满足终止条件, 则重复步骤(4), 继续循环。

由于算法的收敛速度取决于种群空间的进化速度, 从第一种影响函数 CA-version1 我们可以看出, 形势知识  $S=\{s'\}$  决定着种群进化的方向, 于是我们考虑对种群每一代的最优个体进行混沌优化, 其过程类似于普通混沌优化过程中的第二次载波, 具体操作如下:

我们仍然采用式(5-3)所示的 logistic 映射, 选  $\mu=4$ , 此时系统处于完全混沌状态。

$$y_{n+1} = \mu y_n (1 - y_n) \quad (5-3)$$

1) 首先对式(5-3)赋予  $2D$  个微小差异的初值  $y_{i,0} (i=1,2,\dots,2D)$ , 产生  $2D$  个不同轨迹的混沌变量集合  $\{y_{i,n}\}$ , 其中  $n=1,2,\dots,J$ , 文中取  $J=30$ 。

2) 假设  $s'$  为第  $t$  代种群中的最优个体, 通过式(5-4)将选定的  $2D$  个混沌变量  $y_{i,n}$  加权以后分别引入到  $s'$  相应的第  $i$  个优化变量变量中使其变成混沌变量  $s_n^t$ :

$$s_n^t = s' + d_i (y_{i,n} - 1/2) \quad (5-4)$$

其中  $d_i$  为加权系数, 文中的  $d_i$  为一个自适应值, 随着种群的进化  $d_i$  会逐步变小, 假设第一代加权系数为  $A$ , 最后一代加权系数为  $B$ , 最大进化代数为  $C$ , 则第  $t$  代对应的加权系数满足:

$$d_i^t = (A - B)t / C \quad (5-5)$$

3) 对  $s_n^t$  进行适应度评估, 选出其中最优值  $s'^t$  并与  $s'$  进行对比, 如果  $s'^t$  具有更好的适应度则令  $s' = s'^t$ , 反之  $s'$  不变。

以上的步骤完成了对每代最优个体的优化, 从产生过程中可以看出, 混沌变量  $s_n^t$  中含有更多最优个体的信息, 为了进一步加快进化速度, 下面我们从  $s_n^t$  中选取一部分个体对目前种群的个体进行替换。由于  $s_n^t$  全部由  $s'$  引出, 所以如果替换不当很有可能陷入局部收敛, 此时采用退火策略就显得非常必要, 具体操作如下:

从目前种群中随机选取  $J$  个个体与  $s_n^t$  中的个体进行比较。在此我们设定一个退火系数  $\gamma$ , 若  $s_n^t$  中某个个体优于选中的个体, 则用其以  $\gamma$  概率替换目前种群中的这个个体。

退火过程的引入使得本算法在迭代过程中不仅接受使目标函数变好的试探点, 而且还能以一定的概率接受使目标函数值变差的试探点, 大大增加了搜索过程的灵活性, 最大程度上避免了算法的局部收敛。

## 5.4 实验和结果分析

实验 1 考虑阵元数为 8 的均匀圆阵, 阵元间距为  $1/2$  波长。本实验将两个独立的窄带远场信号分别从  $(40^\circ, 30^\circ)$ ,  $(140^\circ, 60^\circ)$  两个方向入射到该阵列, 噪声为高斯白噪声, 信噪比设置为 15dB, 设置不同的最大进化代数来对比两种算法, 每个代数下独立的进行了 50 次 Monte Carlo 试验。文化的初始种群完全随机产生, 初始种群规模均为  $P=100$ , 接受函数的选取比例  $\beta=0.06$  (即步长收缩因子  $\lambda$ )。

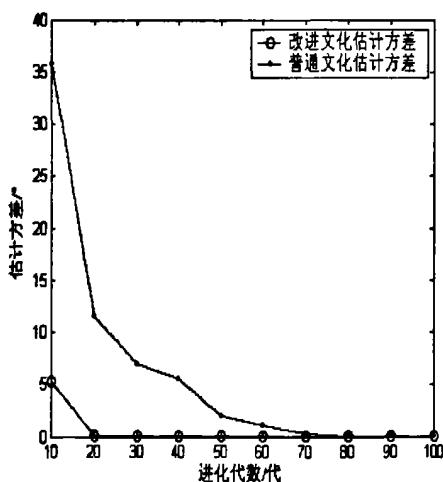


图 5.1 估计方差图

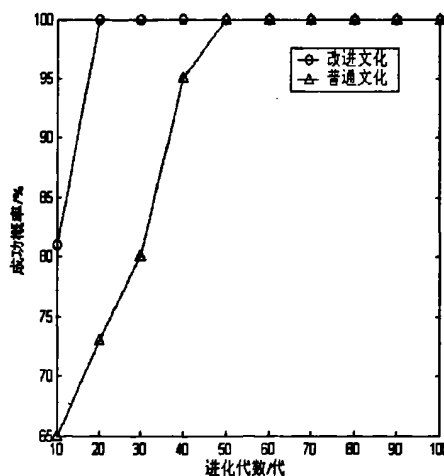


图 5.2 测角成功概率图

图 5.1 和图 5.2 分别是估计方差图和测角成功概率图, 可以看出改进算法在 20 代左右就已经达到收敛, 而普通的文化算法至少需要进化到 60 代才可以。

实验 2 仿真条件与实验 1 相同, 最大进化代数固定为 40 代, 对不同信噪比下的两种算法进行对比。



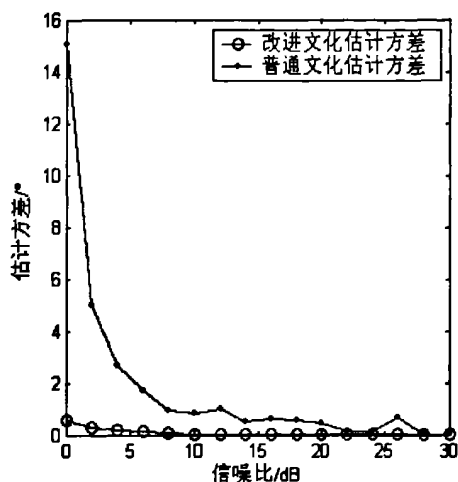


图 5.3 估计方差图

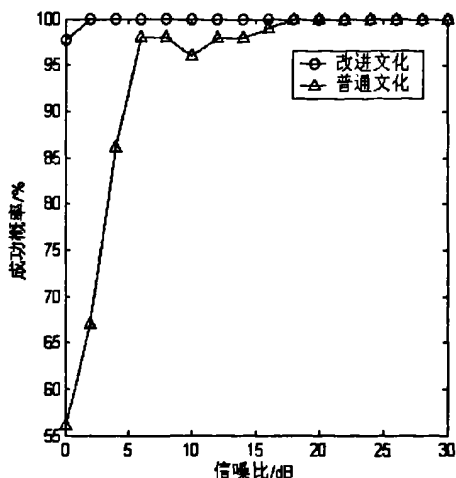


图 5.4 测角成功概率图

图 5.3 和图 5.4 分别是估计方差图和测角成功概率图,在相同的进化代数下,改进后的算法的性能要远远优于普通的文化算法。

实验 3 仿真条件仍然与实验 1 相同,但两个信号设置为完全相干,对不同进化代数下的两种算法进行对比。

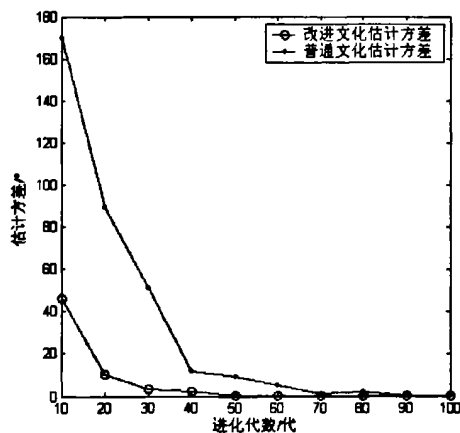


图 5.5 估计方差图

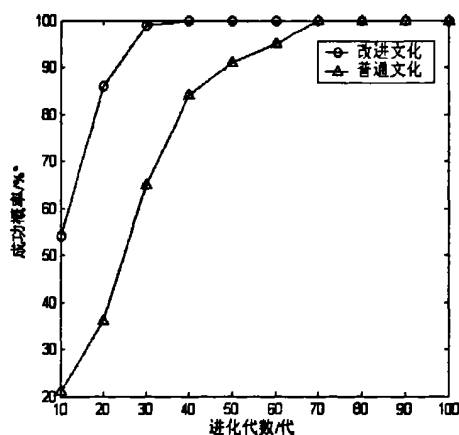


图 5.6 测角成功概率图

图 5.5 和图 5.6 分别是估计方差图和测角成功概率图,可以看出信号完全相干时,改进后的文化算法在 30 代左右就已经达到收敛,而普通的文化算法大约需要进化到 70 代。

实验 4 完全相干条件下,最大进化代数固定为 50 代,对不同信噪比下的两种算法进行对比。

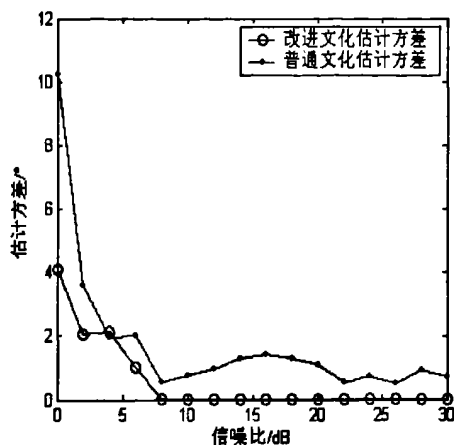


图 5.7 估计方差图

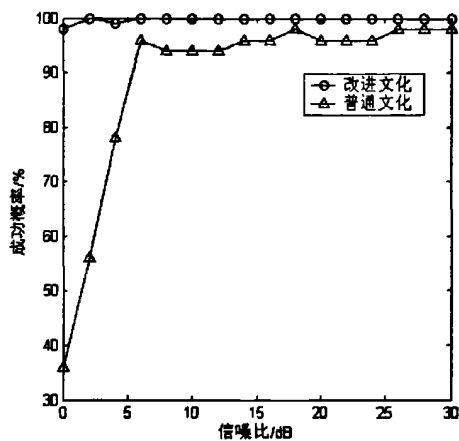


图 5.8 测角成功概率图

图 5.7 和图 5.8 分别是估计方差图和测角成功概率图，可以看出在这种情况下即使信噪比增加到了 30 dB 普通文化算法仍然不能有效收敛，而改进后的文化算法就可以很好的收敛。

## 5.5 算法计算量分析

仍然对比求得最终解时搜索过的平均的可行解数目。从实验 1 和实验 3 仿真可以看出：独立源和相干源两种情况下，改进的文化算法需要进化的代数分别为 20 代和 30 代，而普通的文化算法分别需要 60 代和 70 代。在种群规模  $P=100$  情况下改进算法搜索的可行解个数（求解适应度函数的次数）分别为 2600 个和 3900 ( $B=30$ )；而普通文化需要搜索的可行解则为 6000 个和 7000 个。所以与普通的文化算法相比，改进后的文化算法在计算速度方面有了进一步提高，更加有利于工程应用。

## 5.6 本章小结

本章在文化算法的基础上引入了混沌优化和模拟退火，并将其应用于最大似然 DOA 估计。与普通的文化算法相比，改进后的算法具有相对较少的计算代价和更加优异的性能，进一步增加了文化算法的工程适用性。

## 第6章 基于文化算法的广义最大似然算法测向

第3章中我们提出了一种基于四阶累积量的最大似然测向方法,这种方法具有很强的阵列扩展能力,可以解决信号源数大于阵元数时的测向问题,而且还可以有效抑制高斯色噪声。不过目前基于四阶累积量处理的算法存在很大的缺陷,它无法对相干信号源进行有效分辨,而且其计算量非常的巨大。文献[53]引入广义导向矢量和广义阵列流形矩阵,在常规最大似然估计算法的基础上提出了一种广义最大似然算法(GML)。可以同时分辨多个相干源(组),对阵列的几何结构也没有任何的约束,更为重要的是它可以分辨的信源数可以大于阵元数(GML算法只要求相干源组数和最大的相干源数小于阵元数),这些特点对于无源阵列探测、智能天线等多径传播严重的应用环境具有重要的意义。但由于其寻求全局最优解的不可避免的非线性特性和大的计算复杂度,使其未能成为一种重要的实用方法。本文对其进行改进,给出了基于文化算法的广义最大似然算法,由于文化算法一般采用实数编码,同遗传算法相比,由于没有选择、交叉与变异等操作,所以有算法结构相对简单,运行速度快的特点,实现了良好的方位估计性能。

### 6.1 多相干源组情况下的阵列模型

对于  $M$  元阵列,假设均为各向同性阵元。阵列远场中在  $\theta_k$  ( $k=1,2,\dots,D$ ) 处有  $D$  个窄带点源以平面波入射(波长为  $\lambda$ )。阵列接收的快拍数据可由下式表示为

$$X(t) = A(\theta)S(t) + N(t) \quad (6-1)$$

式中,  $X(t)$  为阵列的  $M \times 1$  维数据矢量,  $N(t)$  为阵列的  $M \times 1$  维噪声数据矢量,阵列噪声假定为空间和时间均独立的高斯白噪声,均值为 0, 方差为  $\sigma^2$ 。

$S(t)$  为空间信号的  $D \times 1$  维矢量,  $\theta$  为信源方位矢量。 $A(\theta)$  为  $M \times D$  维的空间阵列流型矩阵,  $A = [a(\theta_1) \ a(\theta_2) \ \dots \ a(\theta_D)]$ ,

阵列接收数据的协方差矩阵为:

$$\mathbf{R} = E[\mathbf{X}(t)\mathbf{X}^H(t)] = \mathbf{A}\mathbf{R}_s\mathbf{A}^H + \mathbf{R}_N = \mathbf{A}\mathbf{R}_s\mathbf{A}^H + \sigma^2\mathbf{I}_N \quad (6-2)$$

式中:  $\mathbf{R}_N = E[\mathbf{S}(t)\mathbf{S}^H(t)]$  为信源的协方差矩阵,  $\mathbf{I}_N$  为  $N$  阶单位阵。

若我们将空间信源分为  $Q$  个相干源组, 其信源个数分别为  $d_1, d_2, \dots, d_Q$  ( $d_1 + d_2 + \dots + d_Q = D$ )。相干源组对应的信号生成源记为  $S_i(t) (i=1, 2, \dots, Q)$  (为了分析方便, 我们总假设各相干源组的生成源是相互独立的, 但算法的适用性不受该假设的限制)。各相干源与生成源的相对幅度矢量记为  $\mathbf{P}_i = [p_{i1}, p_{i2}, p_{i3}, \dots, p_{iM}]^T$  ( $i=1, 2, \dots, Q$ ), 则阵列接收快拍数据模型可以重新表示为:

$$\begin{aligned} \mathbf{X}(t) &= [\mathbf{A}_1\mathbf{P}_1, \mathbf{A}_2\mathbf{P}_2, \dots, \mathbf{A}_Q\mathbf{P}_Q]\mathbf{S}'(t) + \mathbf{N}(t) \\ &= [\mathbf{g}_1, \mathbf{g}_2, \dots, \mathbf{g}_Q]\mathbf{S}'(t) + \mathbf{N}(t) = \mathbf{G}\mathbf{S}'(t) + \mathbf{N}(t) \quad (6-3) \\ \mathbf{g}_i &= \mathbf{A}_i\mathbf{P}_i \quad i=1, 2, \dots, Q \\ \mathbf{G} &= [\mathbf{g}_1, \mathbf{g}_2, \dots, \mathbf{g}_Q] \end{aligned}$$

其中  $\mathbf{S}'(t) = [s_1(t), s_2(t), \dots, s_Q(t)]^T$  为各相干源组生成源构成的信号矢量,  $\mathbf{A}_i$  为第  $i$  个相干源组对应的阵列流形矩阵,  $\mathbf{g}_i (i=1, 2, \dots, Q)$  我们称为阵列的广义导向矢量, 它是由相干源组内导向矢量以相对幅度矢量为权进行线性叠加构成的。矩阵  $\mathbf{G}$  我们称为由广义导向矢量构成的广义流形矩阵。基于以上的阵列模型, 此时阵列协方差矩阵  $\mathbf{R}$  可以表示为:

$$\mathbf{R} = \mathbf{G}\mathbf{R}'_s\mathbf{G}^H + \sigma^2\mathbf{I}_N \quad (6-4)$$

其中  $\mathbf{R}'_s = E[\mathbf{S}'(t)\mathbf{S}'^H(t)]$  为由相干源组各生成源形成的源协方差矩阵, 它为一对角矩阵。通过引入广义导向矢量  $\mathbf{g}_i$  和广义流形矩阵  $\mathbf{G}$ , 多相干源(组)情况下的  $M \times M$  分块对角的信源协方差矩阵  $\mathbf{R}_s$  退化为相干源组各生成源的协方差矩阵  $\mathbf{R}'_s$  ( $Q \times Q$  对角矩阵), 我们可以容易地证明此时阵列协方差矩阵  $\mathbf{R}$  的信号子空间与阵列广义流形矩阵  $\mathbf{G}$  张成的子空间相同, 在此不再赘述。

## 6.2 广义最大似然算法用于DOA估计

我们知道, 在假设观测信号为确定性信号的情况下, 进行 DOA 估计就是选择  $\theta = [\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_D]$  使对数极大似然估计函数  $L(\theta)$  最大化, 即

$$L(\theta) = \sum_{i=1}^M |P_{A(\theta)} X(i)|^2 = \text{tr}[P_{A(\theta)} \hat{R}] \quad (6-5)$$

$$P_{A(\theta)} = A(\theta)(A^H(\theta)A(\theta))^{-1}A^H(\theta) \quad (6-6)$$

$$\hat{R} = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M X(i)X^H(i) \quad (6-7)$$

基于此, 我们提出使用广义流形矩阵  $G$  的投影矩阵  $P_G$  替换 DML 算法中的阵列流形矩阵  $A$  的投影矩阵  $P_A$  从而得到广义最大似然估计算法(GML)。

GML 算法的描述如下:

$$L(\theta) = \sum_{i=1}^M |P_{G(\theta)} X(i)|^2 = \text{tr}[P_{G(\theta)} \hat{R}] \quad (6-8)$$

$$P_{G(\theta)} = G(\theta)(G^H(\theta)G(\theta))^{-1}G^H(\theta) \quad (6-9)$$

$$G(\theta) = [g_1, g_2, \dots, g_Q] = [A_1 P_1, A_2 P_2, \dots, A_Q P_Q] \quad (6-10)$$

### 6.3 广义最大似然算法的特点

(1) GML 算法同常规的 ML 算法一样对阵列的几何结构没有特殊的要求。

(2) 阵列满足秩- $(M-1)$ 无模糊的条件下(即任意  $M$  个阵列导向矢量满足线性独立性), 理论上, GML 算法可以分辨的信号源数为  $(M-1)^2$ 。为了保证方位参数的可辨识性, 我们需要保证广义导向矢量的个数  $Q$ (相干源组数)小于阵元数  $M$ , 为了保证方位参数的唯一辨识性, 在满足任意  $M$  个阵列导向矢量线性独立性的前提下, 我们要求构成广义导向矢量  $g_i$  的阵列导向矢量个数  $d_i$ (相干源组内的信源数)也要小于  $M$ , 从而在广义导向矢量  $g_i$  和构成它的阵列导向矢量组之间建立一一映射的关系。所以我们要求相干源的组数  $Q$  和最大的相干源数  $\max[d_1, d_2, \dots, d_Q]$  均应小于阵元数  $M$ , 相应地, GML 算法可以分辨信源数的上限理论上应为  $(M-1)^2$ 。

(3) GML 算法利用了信号间的相干结构, 通过构造广义流形矩阵, 使分块对角的源协方差矩阵  $R_s$  退化为对角阵  $R'_s$ 。所以, 在多相干源组存在时, GML 算法对相干源的分辨性能会与常规 DML 算法对独立源的分辨性能相似, 克服了常规 DML 算法对相干信源估计方差大的缺陷。

(4) 实际情况下, 各相干源组的相对幅度矢量  $P_i = [p_{i1}, p_{i2}, p_{i3}, \dots, p_{iM_i}]^T$  ( $i=1, 2, \dots, Q$ ) 是未知的, 我们可以利用“联合估计”的思想, 通过文化算法将

$P_i$  的估计与方位估计联合进行。

(5) GML 算法是在具有空间信源的相干结构先验知识的前提下提出的, 若信源的相干结构未知, 我们可以通过“平滑秩”<sup>[54]</sup>等方法对信源的相干结构进行估计。同时我们注意到, 在一些实际应用环境中空间信源的相干结构往往是已知的, 例如我们可以根据阵列所处的地理环境对多径反射进行估计, 从而得到其相干结构。

所以在可以获时信源的相干结构先验知识的前提下, GML 算法是一个较为通用的算法, 它对于阵列结构没有特殊的要求, 而空间信源的相干性对其性能的影响也不大, 更为重要的是 GML 算法可以分辨的信源数可以大于阵列数, 这在移动通信、阵列无源探测等多径传播严重的应用环境中有着较为重要的意义。

## 6.4 实验和结果分析

实验 1 考虑阵元数为 8 的均匀线阵, 阵元间距为  $1/2$  波长。空间有三个等功率信源分别从  $(10^\circ, 50^\circ, 80^\circ)$  三个方向入射到该阵列, 其中  $10^\circ, 50^\circ$  的信源完全相干,  $80^\circ$  的信源与它们相独立。噪声为高斯白噪声, 信噪比 SNR 从 0dB 到 30dB 之间变化, 对基于文化算法的 GML 算法和 DML 算法分别进行了 50 次 Monte Carlo 统计实验。文化的初始种群随机产生, 初始种群规模均为  $P=100$ , 接受函数的选取比例  $\beta=0.06$  (即步长收缩因子  $\lambda$ )。

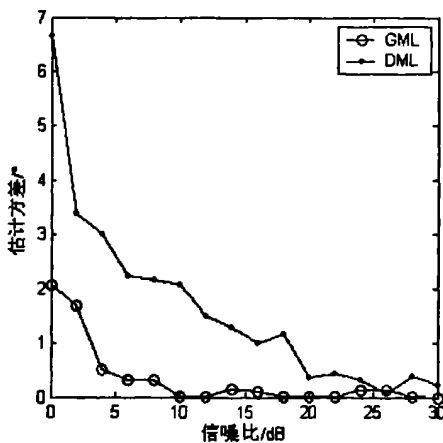


图 5.1 估计方差图

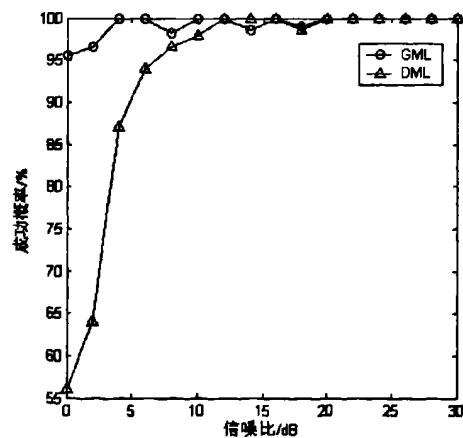


图 5.2 测角成功概率图

图 5.1 和图 5.2 分别是估计方差图和测角成功概率图,可以看出多相干源组情况下 GML 算法性能要优于 DML 算法。

实验 2 阵元数为 3 的均匀线阵,阵元间距为  $1/2$  波长,空间有四个等功率信源分别从  $(10^\circ, 30^\circ, 50^\circ, 80^\circ)$  四个方向入射到该阵列,其中  $10^\circ, 30^\circ$  的信源以及  $50^\circ, 80^\circ$  的信源分别构成相干信源。

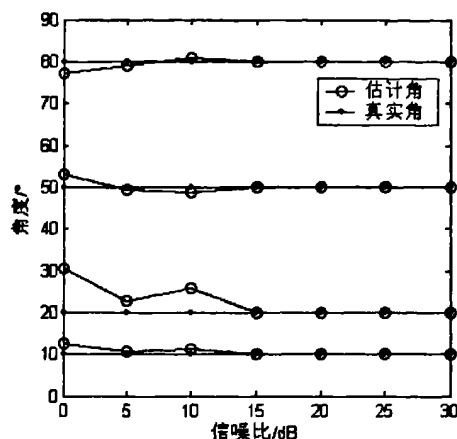


图 5.3 测向结果图

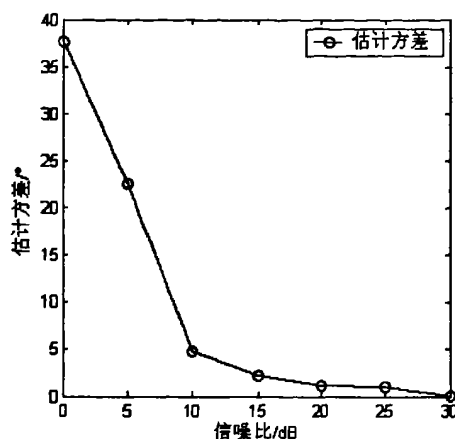


图 5.4 估计方差图

图 5.3 和图 5.4 给出了测向结果和估计方差,实验结果表明,在信源数大于阵元数时 GML 算法仍能有效对空间信源进行分辨。

## 6.5 本章小结

本章基于文化算法实现了 DOA 估计的广义最大似然算法,它可以同时分辨多个相干源组,对阵列的几何结构也没有任何的约束,更为重要的是它可以分辨的信源数可以大于阵元数(只要相干源组数和最大的相干源数小于阵元数),这些特点对于无源探测、智能天线等多径传播严重的应用环境具有重要的意义。但这个算法的实现需要对空间信源数和信源的相干结构有准确的估计或先验知识,这也是它的一大局限性。

## 结 论

本文的主要任务有两个：首先是针对最大似然测向方法计算量过大的问题，结合计算智能算法，研究了几种可以有效降低计算量，改善测向性能的方法；然后是面向一些特殊场合，研究了两种可分辨的信源数大于阵元数的DOA 估计算法。并通过仿真实验对这些方法进行了验证。总结这段时间的课题研究，我们得到以下结论和成果：

(1)基于四阶累积量的最大似然测向算法具有很强的阵列扩展能力，可以大大提高阵元利用率，解决信号源数大于阵元数时的测向问题，而且四阶累积量本身具有盲高斯性，可以有效的抑制高斯色噪声。但是目前四阶累积量在解相干性上还没有很好的办法，而且算法本身计算量也非常大，不利于工程实用。

(2)基于混沌运动的遍历性、内在的随机性、规律性等特点的混沌优化算法是一种有效的全局优化算法，在获得与AP算法相当测向精度和测向分辨率的情况下有更低的计算量，同时其基于混沌轨道搜索的结构易于并行实现，可以进一步满足实时性的要求。

(3) 与混沌优化算法依靠混沌运动所具有的内在的随机性、遍历性不同，文化算法具有双层结构特性，在搜索过程中表现出了更好的收敛速度和全局寻优性能，文化算法的搜索是基于种群的进化(AP算法的搜索是基于前一次的搜索结果)，在硬件实现中，与混沌优化类似也可采用并行搜索的方式来提高搜索速度。

(4) 改进的文化算法，在文化算法的基础上引入了混沌优化和模拟退火，利用混沌搜索增加了收敛速度，极大的降低了计算量，但是利用退火策略只能在一定程度上避免进化过快所带来的局部收敛，大量仿真表明，这种算法在全局收敛性能要差于普通的文化算法。

(5) 基于文化算法的广义最大似然算法，它可以同时分辨多个相干源组，对阵列的几何结构也没有任何的约束，更为重要的是它可以分辨的信源数可以大于阵元数(只要相干源组数和最大的相干源数小于阵元数)，这些特点对



于无源探测、智能天线等多径传播严重的应用环境具有重要的意义。但是这个算法的实现需要对空间信源数和信源的相干结构有准确的估计或先验知识，这也严重限制了这种算法的推广。

虽然本文针对最大似然测向算法做了深入研究，具体分析了几种有效改善阵列测向性能的方法，但作者认为在以下一些方面需要做进一步的工作：

基于四阶累积量的最大似然测向算法，虽然尝试了很多办法，阵列扩展与解相干问题始终无法同时实现，对于这方面的研究应该是下一步工作的重点。

将计算智能算法引入最大似然测向方法，虽然很大程度上降低了计算量，但是与 AP 等算法相比，在测向性能上并没有很大提高，尤其是待优化参量数比较多情况下。因此对这些算法进行改进，进一步提高它们的性能，让它们适合更加复杂环境的要求显得十分必要。

本文仅考虑了高斯白噪声和高斯色噪声两种情况，而实际环境中遇到的噪声有时会十分复杂，如何对其噪声环境进行准确建模并找到有效的 DOA 估计算法，也是一个很宽阔的研究领域。

本文以降低计算量和提高阵元利用率为出发点，研究了几种有效改善性能的测向算法，分析了算法的主要优点、适用环境及仍存在的技术难点，可供对这方面感兴趣的工程人员参考；另外，本文最后提到的下一步的工作，也可以作为感兴趣的人员的研究方向。

## 参考文献

- [1] Capon J. High-resolution frequency-wave number spectrum analysis. Proc. Of IEEE,1969,57(58): 1408-1418P
- [2] Burg J P. Maximum entropy spectral analysis. Proc. Of the 37th meeting of the Annual Int.SEG Meeting, Oklahoma City,OK,1967
- [3] Capon J.High-resolution frequency-wavenumber spectrum analysis [J] .Proc. Of IEEE,1969, 57(58):1408~1418P
- [4] Kay S M, Marple S L. Spectrum analysis-a modern perspective. Proc. Of the IEEE,1981,11
- [5] Schmidt R O. Multiple emitter location and signal parameter estimation. IEEE Trans.1986,AP-34(3): 276-280P
- [6] Cadzow J A,Kim Y S, Shiue D C. General direction-of arrival estimation: a signal subspace approach. IEEE Trans. On AES,1989,25(1) : 31-46P
- [7] Rao B D, Hari K V S. Performance analysis of Root-MUSIC. IEEE Trans. On ASSP,1989,37(12), 1939-1949P
- [8] Kumaresan R, Tufts D W. Estimating the angles of arrival of multiple plane waves. IEEE Trans. On AES,1983,19(1):134-139P
- [9] Kung S Y, Arun K S, Rao D V B. State space and SVD based approximation methods for the harmonic retrieval problem. J. Opt. Soc.Amer,1983,73(12): 1799-1811P
- [10] Roy R, Kailath T. ESPRIT-a subspace rotation approach to estimation of parameters of cissoids in noise. IEEE Trans. On ASSP, 1986,34(10): 1340-1342P
- [11] Roy R, Kailath T. ESPRIT-estimation of signal parameters via rotational invariance techniques. IEEE Trans. On ASSP,1986,37(7): 984-995P
- [12] Stoica P,Nehorai A. MUSIC, Maximum likelihood, and Cramer-Rao bound. In Proc. ICASSP,1988,2296-2299P
- [13] Ottersten B. Viberg M,Stoica, Nehorai A. Exact and large sample ML techniques for parameter estimation and detection in array processing. IN

- Haykin, Litva, and Shepherd, editors, Radar array processing, Springer-Verlag, Berlin, 1993, 99-151P
- [14] Cadzow J A. A high resolution direction-of-arrival algorithm for narrow-band coherent and incoherent sources. IEEE Trans. On ASSP, 1988, 36(7): 965-979P
- [15] Clergoet H, Tressens S, Ouamri A. Performance of high resolution frequencies estimation methods compared to the Cramer-Rao bounds. IEEE Trans. on ASSP, 1989, 37(11): 1703-1720P
- [16] Ilan Ziskind, Mati Wax. Maximum Likelihood Localization of Multiple Sources by Alternating Projection. IEEE Trans. on ASSP, 1988, 36 (10) : 1553- 1559P
- [17] Schmidt R O. Multiple emitter location and signal parameter estimation. IEEE Trans. 1986, AP-34(3): 276~280P
- [18] Shan T J, Kailath T. Adaptive beamforming for coherent signals and interference. IEEE Trans. on ASSP, 1985, 33(3): 527~536P
- [19] Shan T J, Wax M, Kailath T. On spatial smoothing for estimation of coherent signals. IEEE Trans. on ASSP, 1985, 33(4): 806~811P
- [20] Pillai S U, Kwon B H. Performance analysis of MUSIC — type high resolution estimators for direction finding in correlated and coherent scenes. IEEE Trans. on ASSP, 1989, 37(8): 1176~1189P
- [21] 刘君, 廖桂生, 王洪洋. 信源数目过估计和欠估计下 MUSIC 算法分析. 现代雷达, 2004, 26(2): 50~52, 60 页
- [22] M. Wax, T. Kailath. Detection of Signals by Information Theoretic Criteria. IEEE Trans, 1985, 33(2): 387~392P
- [23] Anderson T W. Asymptotic theory for principal component analysis. Math Stat, 1963, 34: 122~148P
- [24] Rissanen J. Modeling by shortest data description. Automatica, 1978, 14: 465~471P
- [25] Shan T J, Paulraj A, Kailath T. On Smoothed Rank Profile Tests in Eigen structure Methods for Directions-of-Arrival Estimation. IEEE Trans. on

ASSP,1987,35(10):1377~1385P

- [26] Cozzens J H,Sousa M J.Source Enumeration in a Correlate Signed Environment. IEEE Trans.on SP,1994,42(2):304~317P
- [27] 王永良. 空间谱估计理论与算法. 北京:清华大学出版社,2004:41~51 页
- [28] 石秀民,刁鸣.盖氏半径法在超分辨率测向算法中的应用研究.哈尔滨工程大学学报. 2002,23(6):89~91 页
- [29] 张智锋. 用改进的盖氏圆半径法进行信源数目估计. 无线电技术. 2005,35(2):38~39,52 页
- [30] 龚鹏,栗苹,季成. 基于交替投影叠代算法的最大似然方位估计. 探测与控制学报. 2003,(25)4: 47-50 页
- [31] 魏平, 肖先赐. 基于四阶累积量的阵列扩展. 电子科学期刊. 1997,(19)6: 745-750 页
- [32] 丁齐, 魏平. 基于四阶累积量的 DOA 估计方法及其分析. 电子科学期刊. 1999,(27)3: 25-28 页
- [33] M.C.Dogan, J.M.Mendel. Application of cumulants to array processing Part I:Aperture extension and array calibration. IEEE Trans. SP,1995,43(5): 1200-1216P
- [34] 武思军, 张锦中, 张曙. 基于四阶累积量进行阵列扩展的算法研究. 哈尔滨工程大学学报. 2005, (26)3:394-397 页
- [35] 李广彪. 基于四阶累积量的 DOA 估计方法. 电子对抗技术. 2005, (20)5: 15-18 页
- [36] 林刚, 许家栋, 樊寄松. 对四阶累积量 MUSIC 算法的分析与应用. 电波科学学报. 2006, (21)3: 357-360 页
- [37] Dvaid Starer. Newton algorithms for conditional and unconditional maximum Likelihood estimation of the Parameters of exponential signals in noise .IEEE Trans. S.P., June 1992,Vol.40,No.6: 450~458P
- [38] 吕铁军, 王河, 肖先赐.利用改进遗传算法的 DOA 估计.电波科学学报, 2000, 15(4): 429~433 页
- [39] J.Gleick. 混沌:开创新科学, 张淑誉译, 郝柏林校.上海:上海译文出版社, 1990

- [40] 郝柏林.从抛物线谈起—混沌动力学引论.上海:上海科技教育出版社, 1993
- [41] 王兴元.复杂非线性系统中的混沌.北京:电子工业出版社, 2003
- [42] 黄润生.混沌及其应用.武汉:武汉大学出版社, 2000
- [43] Durham W. Co-evolution: genes, culture, and human diversity, Stanford University Press, Stanford, CA 1994
- [44] Reynolds R. G. On modelling the Evolution of Hunter-Gatherer Decision-Making Systems, Geographical Analysis, Vol.10, no.1, PP.31-46, 1978
- [45] Reynolds R.G. An adaptive computer model of the evolution of agriculture for hunter-gatherers in the valley of Oaxaca, Mexico, Doctoral dissertation, Univ.of Michigan, Ann Arbor, 1979
- [46] Reynolds R. G. An Introduction to Cultural Algorithms, Proceeding of the Third Annual Conference on Evolutionary Programming, February 24-26, 1994, San Diego, California, PP.131-139P
- [47] D B Fogel. An introduction to simulated evolutionary optimization. IEEE trans. on neural networks[C]. vol.5, NO.1. Jan.1994: 3-14P
- [48] Robert G.Reynolds and CHUNG C. self-adaptive approach to representation shifts in cultural algorithms. Proceedings of IEEE International Conference on Evolutionary Computation. Nagoya, Japan, 1996. 94-99P
- [49] Robert G. Reynolds and CHUNG C. Fuzzy Approaches to Acquiring Experimental Knowledge in Cultural Algorithms. Proc IEEE Int Conf Tools with Artificial Intelligence, 1997. 260 – 267P
- [50] Sechen C.Placement and global routing of integrated circuits using the simulated annealing algorithm.Ph D Dissertation, 1986
- [51] 张文修,梁怡. 遗传算法的数学基础. 西安: 西安交通大学出版社, 2000
- [52] Harold H Szu,Ralph L, Hartley. Nonconvex optimization bay fast simulated annealing. Proceedings of the IEEE, 1997: 117-128P
- [53] 王布宏, 王永良, 陈辉等. 相干信源波达方向估计的广义最大似然算法. 电子与信息学报, 2004,2004,26(2):225-232 页

- [54] Shan T J, Paulray A, Kailath T. On smoothed rank profile tests in eigenstructure methods for directions-of-arrival estimation. IEEE Trans. On. ASSP, 1987, ASSP-35(10): 1377-1385P

## 攻读硕士学位期间发表的论文和取得的科研成果

- [1]刁鸣, 李晓刚, 高洪元. 基于四阶累积量的最大似然测向方法研究. 电子信息对抗技术, 2007, 22(5): 4-6 页
- [2]刁鸣, 李晓刚, 王冰. 基于文化算法的最大似然测向方法研究. 哈尔滨工程大学学报, 已录用
- [3]刁鸣, 吴小强, 李晓刚. 基于四阶累积量的测向方法研究. 系统工程与电子技术. 已录用
- [4]沈蔚, 赵峙江, 李晓刚. 不同影响函数下文化算法收敛性研究. 信息与控制. 已录用
- [5]沈蔚, 赵峙江, 李晓刚. 基于文化算法的 PCNN 自动系统研究. 应用科技. 已录用

## 致 谢

在本论文完成之际，谨向所有给予我热忱关心和帮助的人表达我最诚挚的谢意。

首先，我忠心地感谢刁鸣老师在这两年半的时间里给我提供的学习与锻炼机会，无论是在学习上还是生活上刁老师都给予了我很多的帮助。刁老师的热心坦诚、严谨的治学态度、认真求实的精神深深地感动着我，并使我受益匪浅。在此，谨向恩师表示最真挚的感谢和最崇高的敬意。

另外还要特别感谢高洪元老师对我课题的指导与帮助，没有您我很难顺利完成课题。同时感谢 804 教室的同学们在课题完成过程中给予我的帮助与支持。

最后我还要感谢我的家人。在我攻读硕士学位期间，他们在各方面给了我许多支持，正是由于他们的关心和鼓励，才使我能全身心地投入到学习中并最终完成学业。