

# Gestion financière de l'entreprise

## Séance 3 : Analyse et choix d'investissement

*Carole Botton, François Maublanc*



# Introduction

- Un projet d'investissement peut prendre plusieurs formes et soulève plusieurs questions :
  - Comment évaluer un projet d'investissement ?
  - Comment financer un projet d'investissement ?
  - Comment comparer plusieurs projets d'investissement ?
  - Sur la base de quels critères retenir un projet ?

# Sommaire

- 1 Calcul financier élémentaire
  - Diagramme des flux
  - Valeur temps de l'argent
  - Actualisation et capitalisation
- 2 Critères de sélection d'un projet d'investissement
  - Valeur Actuelle Nette (VAN)
  - Taux de Rentabilité Interne (TRI)
  - Le Délai de Récupération (DR)
- 3 La contrainte des ressources

# Calcul financier élémentaire

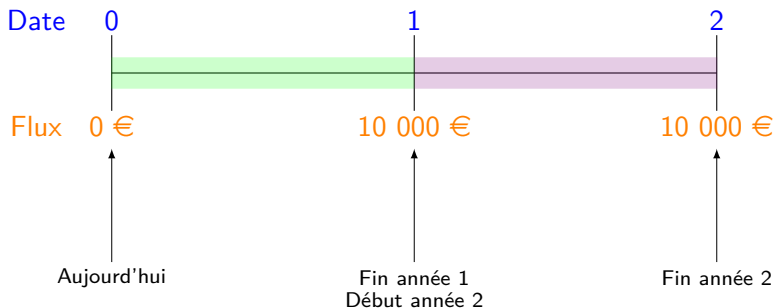
- 1 Calcul financier élémentaire
  - Diagramme des flux
  - Valeur temps de l'argent
  - Actualisation et capitalisation
- 2 Critères de sélection d'un projet d'investissement
- 3 La contrainte des ressources

# Diagramme des flux (timeline)

- Les décisions financières impliquent de pouvoir comparer des flux (les coûts et les bénéfices) se produisant à différentes dates.
- Il est possible de représenter graphiquement une séquence de flux à l'aide d'un échéancier ou diagramme des flux (timeline).
- La construction d'un échéancier est souvent la première étape dans la compréhension et la résolution de problèmes financiers.

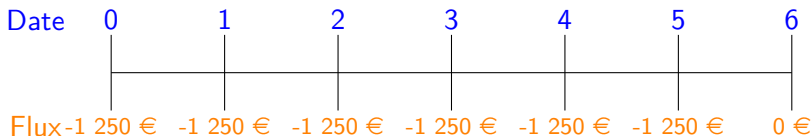
# Exemple 1

Une banque s'apprête à recevoir deux paiements égaux de 10 000 €, à la fin des prochaines années. Ces informations sont présentées sur l'échéancier suivant.



## Exemple 2

Les frais de scolarité d'une école d'ingénieurs sont de 2 500 € par an. La scolarité dure trois ans. Les paiements doivent être effectués à parts égales à chaque début de semestre. Représentez le diagramme de flux du point de vue de l'étudiant.



Les décisions financières impliquent le plus souvent de comparer des flux se produisant à différentes dates.

# Valeur temps de l'argent

- Il faut tenir compte de la valeur temps de l'argent pour comparer des flux se produisant à différentes dates.
- **Définition** : la **valeur temps de l'argent** se définit comme la différence entre la valeur de 1 € dans le futur et sa valeur dans le présent.
- **Définition** : le **principe de préférence pour le présent** stipule qu'il est toujours préférable de recevoir 1 € aujourd'hui plutôt que 1 € dans un an  $\Rightarrow$  1 € aujourd'hui "vaut davantage" qu'1 € dans un an.



# Actualisation / Capitalisation

- Le **taux d'intérêt**, noté  $r$  est le taux d'intérêt auquel on peut emprunter ou prêter contre la promesse d'un remboursement futur (capital et intérêts).
- Ce taux permet de convertir une somme d'argent "actuelle" en une somme d'argent "future" :
  - 1 € aujourd'hui vaudra  $1(1 + r)$  dans un an (valeur future) : principe de **capitalisation** (transposer des flux dans le futur).
  - 1 € dans un an vaut  $\frac{1}{1 + r}$  aujourd'hui (valeur actuelle) : principe d'**actualisation** (transposer des flux dans le passé).

# Valeur actuelle et future d'un flux

- La **valeur actuelle** d'un flux  $F$  obtenu dans  $T$  périodes est :

$$VA = \frac{F}{(1 + r)^T}$$

- La **valeur future** dans  $T$  périodes d'un flux  $F$  reçu aujourd'hui est :

$$VF_T = F \times (1 + r)^T$$

# Quelques rappels de mathématiques I

- Somme des termes d'une suite géométrique de raison  $q \neq 1$  :

$$S_n = 1 + q + q^2 + \dots + q^n = \frac{1 - q^{n+1}}{1 - q}$$

- Lorsque  $n$  tend vers  $+\infty$  :

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} S_n = \begin{cases} \frac{1}{1 - q} & \text{si } |q| < 1 \\ +\infty & \text{si } q \geq 1 \end{cases}$$

# Quelques rappels de mathématiques II

## Taux annuel et taux mensuel équivalent

- Soit  $a$  le taux annuel et  $m$  le taux mensuel équivalent.
- La valeur future d'1€ au taux annuel  $a$  dans un an est  $1(1 + a) = 1 + a$ .
- La valeur future d'1€ au taux mensuel équivalent  $m$  dans un an est  $1(1 + m)^{12} = (1 + m)^{12}$ .
- Nous avons par conséquent :

$$1 + a = (1 + m)^{12}$$

- ou de façon équivalente :

$$m = (1 + a)^{\frac{1}{12}} - 1$$

# Quelques rappels de mathématiques IV

## Taux annuel et taux mensuel équivalent

- Nous avons :

$$\begin{aligned} m &= (1 + a)^{\frac{1}{12}} - 1 \\ &= e^{\frac{1}{12} \ln(1+a)} - 1 \\ &\approx e^{\frac{1}{12} a} - 1 \text{ (DL de } \ln(1+x) \text{ lorsque } x \rightarrow 0) \\ &\approx 1 + \frac{a}{12} - 1 \text{ (DL de } e^x \text{ lorsque } x \rightarrow 0) \\ &\approx \frac{a}{12} \end{aligned}$$

- Ceci est utile par exemple lorsque les flux sont mensuels et que le taux donné est annuel.

# Critères de sélection d'un projet d'investissement

- 1 Calcul financier élémentaire
- 2 Critères de sélection d'un projet d'investissement
  - Valeur Actuelle Nette (VAN)
  - Taux de Rentabilité Interne (TRI)
  - Le Délai de Récupération (DR)
- 3 La contrainte des ressources

# Les projets d'investissement

- Une entreprise ayant des fonds disponibles peut décider de :
  - les réinvestir dans l'entreprise
  - les distribuer aux actionnaires sous forme de dividendes.
- Il existe plusieurs types d'investissements corporels, incorporels, financiers.
- Choisir un projet d'investissement, c'est arbitrer entre deux sources de revenus :
  - Les revenus du projet (*cash flows* futurs anticipés)
  - Les revenus des placements financiers
- On parle alors de **coût d'opportunité du capital** : il s'agit du taux de rentabilité attendu si l'argent avait été finalement investi dans des actifs financiers de risque égal à celui du projet.

# La Valeur Actuelle Nette (VAN) I

- La VAN permet d'estimer la rentabilité d'un projet d'investissement.
- L'investissement est pertinent à partir du moment où la valeur actuelle (VA) des *cash flows* futurs anticipés est supérieure au montant investi :

$$VA > CF_0,$$

avec  $CF_0$  le cash flow initial (généralement négatif puisqu'il traduit un montant investi).



## Valeur Actuelle Nette (VAN) II

- La valeur actuelle nette VAN d'un projet représente la différence entre la valeur actuelle des flux futurs et le montant investi :

$$VAN = VA - \text{Investissement.}$$

Autrement dit :

$$VAN = CF_0 + \sum_{t=1}^T \frac{CF_t}{(1+r)^t},$$

avec  $r$  le taux d'actualisation (ou coût d'opportunité du capital).

# Valeur Actuelle Nette (VAN) III

## Règle de décision :

- Lorsque la VAN est positive, investir dans le projet est pertinent.
- Lorsque la VAN est nulle, les investisseurs sont indifférents entre réaliser le projet ou ne pas le réaliser.
- Lorsque la VAN est négative, il ne faut pas investir dans le projet.

# Valeur Actuelle Nette (VAN) IV

## Exercice

- En notant  $r$  le coût d'opportunité du capital (avec  $r > 0$ ),  $C$  le capital investi dans le projet et  $i$  le taux de rentabilité annuel du projet :
  - 1 calculer la VAN du projet si on considère un nombre infini de périodes, le capital initial n'étant jamais récupéré.
  - 2 calculer la VAN du projet si on considère un nombre fini  $T$  de périodes, le capital initial investi étant récupéré à la période  $T$ , sans perte ou gain de capital.
  - 3 indiquer ce qu'il se passe lorsque  $i = r$ .

# Valeur Actuelle Nette (VAN) V

## Question 1

$$\begin{aligned}VAN(i, r) &= -C + \sum_{t=1}^{+\infty} \frac{iC}{(1+r)^t} \\&= -C + \frac{iC}{1+r} \times \left( \sum_{t=0}^{+\infty} \frac{1}{(1+r)^t} \right) \\&= -C + \frac{iC}{1+r} \times \frac{1}{1 - \frac{1}{1+r}} \\&= -C + \frac{i}{r} C \\&= C \left( \frac{i}{r} - 1 \right)\end{aligned}$$

# Valeur Actuelle Nette (VAN) VI

## Question 2

$$\begin{aligned}VAN(i, r, T) &= -C + \sum_{t=1}^T \frac{iC}{(1+r)^t} + \frac{C}{(1+r)^T} \\&= -C + \frac{iC}{1+r} \times \left( \sum_{t=0}^{T-1} \frac{1}{(1+r)^t} \right) + \frac{C}{(1+r)^T} \\&= -C + \frac{iC}{1+r} \times \frac{1 - \left(\frac{1}{1+r}\right)^T}{1 - \frac{1}{1+r}} + \frac{C}{(1+r)^T} \\&= -C + \frac{iC}{r} \left( 1 - \left(\frac{1}{1+r}\right)^T \right) + \frac{C}{(1+r)^T} \\&= C \left( 1 - \left(\frac{1}{1+r}\right)^T \right) \left( \frac{i}{r} - 1 \right)\end{aligned}$$

# Valeur Actuelle Nette (VAN) VII

## Question 3

- $\forall T$ , lorsque  $i = r$ , la VAN est nulle.
- Ainsi, lorsque le taux de rentabilité du projet est égal au coût d'opportunité du capital, les investisseurs sont indifférents entre réaliser le projet ou placer cet argent sur des actifs de même risque.

# Valeur Actuelle Nette (VAN) VIII

- **Propriété d'additivité de la VAN**

Dans le cas de deux projets associés  $A$  et  $B$  :

$$VAN_{A+B} = VAN_A + VAN_B.$$

# Taux de Rentabilité Interne (TRI) I

- Le **Taux de Rentabilité Interne (TRI)** est le taux d'actualisation qui rend la VAN nulle.
- Pour trouver le TRI d'un projet d'investissement d'une durée de plusieurs périodes, il faut trouver TRI tel que :

$$VAN = CF_0 + \sum_{t=1}^T \frac{CF_t}{(1 + TRI)^t} = 0.$$



## Taux de Rentabilité Interne (TRI) II

- Il faut tout d'abord démontrer **l'existence** du TRI.
- Un théorème utile est le **Théorème des Valeurs Intermédiaires** :  
*Soient  $a$  et  $b$  deux réels, et  $f$  une fonction continue sur  $[a; b]$ . Alors pour tout réel  $k$  compris entre  $f(a)$  et  $f(b)$ , l'équation  $f(x) = k$  admet au moins une solution dans  $[a; b]$ .*
- Si de plus, la VAN est une fonction monotone (strictement décroissante avec  $r$  en général), alors il y a **unicité** du TRI.

# Taux de Rentabilité Interne (TRI) III

## Exercice

- Considérons un projet dont l'investissement initial est  $CF_0 = -4000$ , et procurant deux cash flows positifs  $CF_1 = +2000$  et  $CF_2 = +4000$ .

- La VAN s'écrit :

$$VAN(r) = -4000 + \frac{2000}{1+r} + \frac{4000}{(1+r)^2}$$

- **Existence du TRI.** La fonction VAN est continue sur  $\mathbb{R}_+$ . De plus,  $VAN(0) = 2000 > 0$  et  $\lim_{r \rightarrow +\infty} VAN(r) = -4000 < 0$ , donc d'après le théorème des valeurs intermédiaires, il existe **au moins une valeur**  $TRI \in \mathbb{R}_+$  telle que  $VAN(TRI) = 0$ .
- **Unicité du TRI.** La fonction VAN étant strictement décroissante sur  $\mathbb{R}_+$ , on en déduit que le TRI est unique.

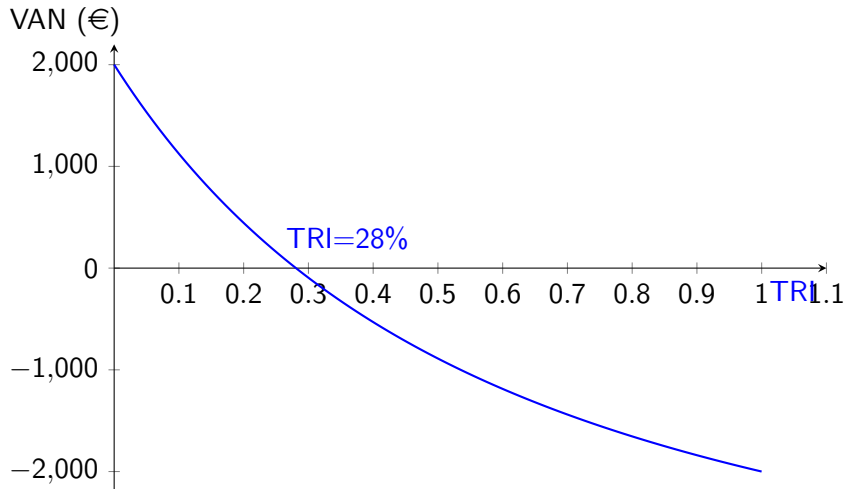
## Taux de Rentabilité Interne (TRI) IV

- Calcul du TRI :

$$\begin{aligned}VAN(TRI) = 0 &\Leftrightarrow -4000 + \frac{2000}{1 + TRI} + \frac{4000}{(1 + TRI)^2} = 0 \\&\Leftrightarrow -2(1 + TRI)^2 + (1 + TRI) + 2 = 0\end{aligned}$$

- On reconnaît ici un polynôme du second degré. On obtient comme seule solution positive  $TRI \approx 28\%$ .
- Lorsque l'équation est plus complexe à résoudre (qu'un polynôme du second degré), on procède par encadrements de plus en plus précis pour déterminer le TRI.

# Taux de Rentabilité Interne (TRI) V



# Taux de Rentabilité Interne VI

## Règle de décision :

- Si le TRI est supérieur au coût d'opportunité du capital, il convient de réaliser le projet (la VAN est positive).
- Si le TRI est égal au coût d'opportunité du capital, les investisseurs sont indifférents entre réaliser le projet ou placer l'argent sur des actifs de même risque (VAN nulle).
- Si le TRI est inférieur au coût d'opportunité du capital, il convient de ne pas réaliser le projet.

# Limites du TRI

- Cas où il existe **plusieurs TRI**

Un projet d'investissement peut avoir plusieurs TRI dans le cas où les signes des cash flows futurs varient dans le temps. C'est le cas d'un projet pour lequel plusieurs CF positifs sont attendus, jusqu'à ce que l'entreprise soit obligée de réinvestir (ou inversement).

- Cas où **il n'existe pas de TRI**

Certains projets ont une VAN systématiquement positive. Dans ce cas, il n'existe aucun TRI car la VAN n'est jamais nulle.

## Exemple

### Cas où 2 projets ont le même TRI.

- Considérons l'exemple suivant :  
Projet A :  $CF_0 = -1000\text{€}$ ,  $CF_1 = +1500\text{€}$   
Projet B :  $CF_0 = +1000\text{€}$ ,  $CF_1 = -1500\text{€}$   
Le TRI est alors de 50% dans les deux cas.
- Or supposons un taux d'actualisation de 10%. Dans ce cas :  
Projet A :  $VAN = +364\text{€}$   
Projet B :  $VAN = -364\text{€}$
- Clairement, le projet A est préférable au projet B d'après le calcul de la VAN. Or le TRI indique qu'un investisseur serait indifférent entre les deux projets...

# Le délai de récupération (DR)

- Il s'agit du nombre d'années nécessaires pour que les *cash flows* cumulés actualisés soient égaux au montant initialement investi.
- Le délai de récupération est un délai déterminé par l'entreprise au delà duquel elle ne souhaite pas aller.
- La limite évidente du critère du DR est qu'il exclut des projets qui pourraient devenir très rentables au delà du DR fixé par l'entreprise.



# Exemple (1)

- Considérons les trois projets suivants :

	Projet $\alpha$	Projet $\beta$	Projet $\gamma$
$CF_0$	-2000	-2000	-2000
$CF_1$	+500	+500	+1800
$CF_2$	+500	+1800	+500
$CF_3$	+5000		

Le taux d'actualisation est de 10%.

- Calculons les VAN des 3 projets :

$$VAN(\alpha) = +2624\text{€}$$

$$VAN(\beta) = -58\text{€}$$

$$VAN(\gamma) = +50\text{€}$$

## Exemple (2)

- L'entreprise est conduite à retenir les projets  $\alpha$  et  $\gamma$  si la durée des projets est illimitée.
- En revanche, si elle fixait un DR à 2 ans, elle serait obligée d'écarter le Projet  $\alpha$ , qui présente pourtant la VAN la plus élevée dans le temps.

# La contrainte des ressources

- 1 Calcul financier élémentaire
- 2 Critères de sélection d'un projet d'investissement
- 3 La contrainte des ressources

# La contrainte des ressources (1)

- Une entreprise peut rencontrer des difficultés à soutenir plusieurs projets d'investissement en parallèle, du fait de ressources limitées (rationnement du capital).
- Dans le cas où tous les projets ont une VAN positive, une première sélection peut se faire sur le critère de la VAN de chaque projet : l'entreprise retient le projet dont la VAN est la plus élevée.

## La contrainte des ressources (2)

- Cependant, il arrive que l'addition des VAN de plusieurs projets regroupés soit supérieure à la VAN la plus élevée. Dans ce cas, l'entreprise doit sélectionner les projets qui procurent la VAN la plus élevée par euro investi. Il s'agit du critère de l'indice de profitabilité.

$$\text{Indice de profitabilité} = \frac{\text{VAN}}{\text{Investissement}}$$

**Merci pour votre attention !**