

## Lista 4- movimento em duas e três dimensões

- 1) Um esquilo possui coordenadas  $x$  e  $y$  (1,1m e 3,4m) para  $t_1=0$  e coordenadas (5,3m e 0,5m) para  $t_2=3,0$ s. Para esse intervalo do tempo, calcule:

a) os componentes da velocidade média

$$\bar{v}_x = 1,4 \text{ m/s}$$

$$\bar{v}_y = 0,97 \text{ m/s}$$

b) o módulo e direção da velocidade média.

$$|\bar{v}| = 1,7 \text{ m/s}$$

$$\theta = 35^\circ$$

- 2) Um projetista de páginas da internet cria uma animação na qual um ponto da tela do computador possui uma posição, em cm,  $\vec{r} = (4,0 + 2,5t^2)\hat{i} + 5,0\hat{j}$ .

a) Ache o módulo, a direção e o sentido da velocidade média do ponto para o intervalo entre  $t_1=0$  e  $t_2=2,0$ s.

$$|\bar{v}| = 5 \text{ m/s}$$

$$\theta = 0^\circ$$

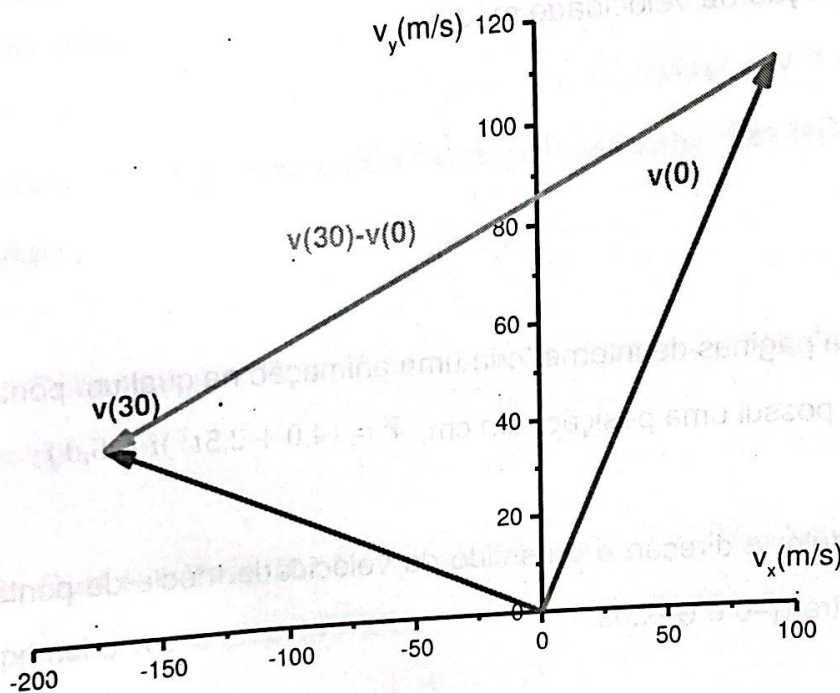
b) Ache o módulo, a direção e o sentido da velocidade instantânea para  $t_1=0$  e  $t_2=2,0$ s.

$$\vec{v}(0) = 0 \text{ m/s } \hat{i}$$

$$\vec{v}(2) = 10 \text{ m/s } \hat{i}$$

3) Um avião a jato está voando a uma altura constante. No instante  $t_1=0$  os componentes da velocidade são  $v_x = 90,0 \text{ m/s}$  e  $v_y = 110,0 \text{ m/s}$ . No instante  $t_2=30,0\text{s}$  os componentes são  $v_x = -170,0 \text{ m/s}$  e  $v_y = 40,0 \text{ m/s}$ .

a) Faça um esboço do vetor velocidade para  $t_1$  e para  $t_2$ . Qual a diferença entre esses vetores?



$$\vec{v}(30) - \vec{v}(0) = -260\hat{i} - 70\hat{j}$$

b) Para esse intervalo do tempo, calcule: I) os componentes da aceleração média, II) o módulo, a direção e o sentido da aceleração média.

$$\bar{a}_x = -8,67 \text{ m/s}^2$$

$$\bar{a}_y = -2,33 \text{ m/s}^2$$

$$|\bar{a}| = 8,92 \text{ m/s}^2$$

$$\theta = 195,06^\circ$$

- 4) A velocidade de um cachorro correndo em um campo aberto possui componentes  $v_x = 2,6 \text{ m/s}$  e  $v_y = -1,8 \text{ m/s}$  para  $t_1 = 10,0 \text{ s}$ . Para o intervalo de tempo entre  $t_1 = 10,0 \text{ s}$  e  $t_2 = 20,0 \text{ s}$ , a aceleração média do cachorro possui módulo igual a  $0,45 \text{ m/s}^2$ , formando um ângulo de  $31,0^\circ$ , medido considerando-se uma rotação do eixo  $+Ox$  para o eixo  $+Oy$ . Para  $t_2 = 20,0 \text{ s}$

- a) quais são os componentes x e y da velocidade do cachorro?

$$v_x(20) = 6,4 \text{ m/s}$$

$$v_y(20) = 0,5 \text{ m/s}$$

- b) Ache o módulo, a direção e o sentido da velocidade do cachorro.

$$|v| = 6,42 \text{ m/s}$$

$$\theta = 4,46^\circ$$

- 5) Pelé chuta uma bola de football com velocidade inicial tal que o componente vertical é igual a  $16,0 \text{ m/s}$  e o componente horizontal é igual a  $20,0 \text{ m/s}$ .

Despreze a resistência de ar.

- a) Quanto tempo a bola leva para atingir a altura máxima de sua trajetória?



$$t = 1,63 \text{ s}$$

b) Qual é a altura desse ponto?

$$\Delta y = 13,21 \text{ m}$$

c) Quanto tempo a bola leva (desde o momento do chute inicial) até o instante em que ela retorna ao mesmo nível inicial? Qual é a relação entre esse tempo e o calculado no item (a)?

$$t = 3,26 \text{ s}$$

$$t_{\uparrow} + t_{\downarrow} = 2t_{\uparrow}$$

d) Que distância horizontal ela percorre durante esse tempo?

$$\Delta x = 65,2 \text{ m}$$

6) Um livro escorrega horizontalmente para fora do topo de uma mesa com velocidade de 1,10 m/s. Ele colide com o solo em 0,350 s. Desprezando a resistência do ar, ache:

a) a altura da mesa

$$\Delta y = 0,60 \text{ m}$$

b) A distância horizontal entre a extremidade da mesa e o ponto onde ele colidiu com o solo.

$$\Delta x = 0,385 \text{ m}$$

c) Os componentes de velocidade do livro e o módulo, a direção e o sentido da velocidade do livro imediatamente antes de o livro atingir o solo.

$$|v| = 3,59 \text{ m/s}$$

$$\theta = 287,4^\circ$$

- 7) O raio da órbita da Terra em torno do Sol (suposto circular) é igual a  $1,50 \times 10^8$  km, a Terra percorre essa órbita em 365 dias.

- a) Qual é o módulo da velocidade orbital da Terra em m/s?

$$v = 2,99 \times 10^4 \text{ m/s}$$

- b) Qual é a aceleração radial da Terra no sentido do Sol em  $\text{m/s}^2$ ?

$$a_c = 5,96 \times 10^{-3} \text{ m/s}^2$$

- c) Repita os cálculos de (a) e de (b) para o planeta Mercúrio (raio da órbita =  $5,79 \times 10^8$  km, período da órbita = 88,0 dias)

$$v = 4,78 \times 10^5 \text{ m/s}$$

$$a_c = 3,94 \times 10^{-1} \text{ m/s}^2$$

- 8) Uma canoa possui velocidade de 0,40 m/s do sul para leste em relação a terra e fazendo  $30^\circ$  com a direção sul. A canoa se desloca em um rio que escoia a 0,50 m/s do oeste para leste em relação à terra. Determine o módulo, a direção e o sentido da velocidade da canoa em relação ao rio. Supondo que a direção sul e oeste são negativos (Dica: desenhe os vetores).

$$v_{Cx} = 0,2 \text{ m/s}$$

$$v_{Cy} = -0,35 \text{ m/s}$$

No referencial do rio a velocidade da canoa é

$$|\vec{v}_R| = 0,87 \text{ m/s}$$

$$\theta = 283,2^\circ$$

- 9) Um modelo de foguete se move no plano xy (o sentido positivo do eixo vertical y é de baixo para cima). A aceleração do foguete possui os componentes  $a_x(t) = \alpha t^2$  e  $a_y(t) = \beta - \gamma t$ , onde  $\alpha = 2,50 \text{ m/s}^4$ ,  $\beta = 9,0 \text{ m/s}^2$  e  $\gamma = 1,40 \text{ m/s}^3$ . Para  $t = 0$  o foguete está na origem e possui velocidade  $\vec{v}_0 = v_{0x}\hat{i} + v_{0y}\hat{j}$  sendo  $v_{0x} = 1 \text{ m/s}$  e  $v_{0y} = 7,0 \text{ m/s}$ .

a) Determine o vetor velocidade e o vetor posição em função do tempo.

$$v_x(t) = 0,83t^3 + B \rightarrow x(t) = 0,21t^4 + Bt + A$$

$$v_y(t) = 9,0t - 0,7t^2 + C \rightarrow y(t) = 4,5t^2 - 0,23t^3 + Ct + D$$

Para  $t = 0 \text{ s}$

$$B = 1 \text{ m/s}$$

$$A = 0 \text{ m}$$

$$C = 7,0 \text{ m/s}$$

$$D = 0 \text{ m}$$

$$v_x(t) = 0,83t^3 + 1,0$$

$$v_y(t) = 9,0t - 0,7t^2 + 7,0$$

$$x(t) = 0,21t^4 + t$$

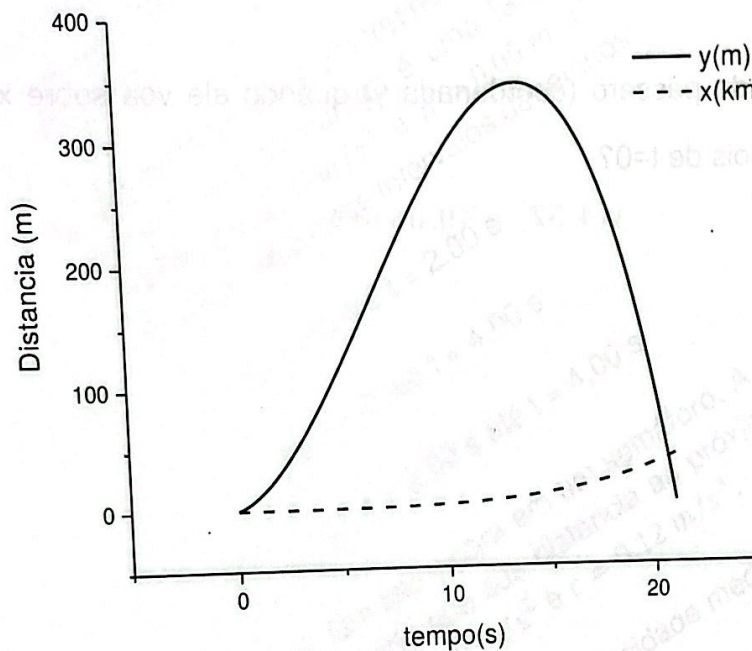
$$y(t) = 4,5t^2 - 0,23t^3 + 7t$$



b) Qual a altura máxima atingida pelo foguete?

$$y(13,57) = 349,15 \text{ m}$$

c) Faça um desenho da trajetória do foguete.



d) Qual o deslocamento horizontal do foguete quando ele retorna para o ponto  $y=0$ ?

$$x(27,14) = 114 \text{ km}$$

10) Um pássaro voa em um plano xy com um vetor velocidade por  $v(t) = (\alpha - \beta t^2)\hat{i} + \gamma t\hat{j}$ , sendo  $\alpha = 2,4 \text{ m/s}$ ,  $\beta = 1,6 \text{ m/s}^3$  e  $\gamma = 4,0 \text{ m/s}^2$ . O sentido positivo do eixo vertical Oy é de baixo para cima. Em  $t=0$ , o pássaro está na origem.

a) Determine o vetor posição e o vetor aceleração do pássaro em função do tempo.

$$\vec{a}(t) = 2,3t\hat{i} + 4,0\hat{j}$$

$$\vec{r}(t) = (2,4t - 0,53t^2)\hat{i} + 2,0t^2\hat{j}$$

c) Qual é a altura do pássaro (coordenada y) quando ele voa sobre  $x=0$  pela primeira vez depois de  $t=0$ ?

$$y(4,52) = 40,86 \text{ m}$$
