



UNIVERSIDADE FEDERAL DO AMAZONAS
FACULDADE DE TECNOLOGIA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA –
PPGEE

Bloco de Relatórios 1

Claudia Sabrina Monteiro da Silva

MANAUS-AM

2023

Claudia Sabrina Monteiro da Silva

Bloco de Relatórios 1

Trabalho apresentado como pré-requisito
para avaliação na disciplina de Identificação
de Sistemas ministrada pelo professora M.Sc.
Claudia Sabrina Monteiro da Silva

MANAUS-AM

2023

Resumo

Neste trabalho, são apresentados os conceitos teóricos e matemáticos acerca dos processos necessário para o desenvolvimento de compensadores e controladores, utilizados no sistema de excitação de um sistema emulado de geração de energia de 2 kVA. Logo, são investigadas duas novas técnicas de sintonia de compensadores de avanço e atraso (*Lead-Lag*) de fase de ordem fracionária, aplicados ao Estabilizador de Sistema de Potência (ESP), projetando assim um ESP de ordem fracionária (FOPSS, do inglês *Fractional Order Power System Stabilizer*). Além disto, é realizado a sintonia de um controlador PID de ordem fracionaria (FOPID, do inglês Fractional-order Proportional-Integral-Derivative.) pelo método de margem de ganho e de fase e, um controlador PID de ordem fracionária com ajuste baseado na rede RBF (do inglês, *Radial Basis Fuction*), empregados no RAT (Regulador Automático de Tensão). Portanto, com a finalidade de avaliar o comportamento dos controladores projetados, o desempenho dos mesmos é equiparado ao compensador sintonizado por métodos clássicos aplicado ao ESP e, ao controlador PID clássico com ajuste baseado na rede RBF.

Palavras chaves: *Lead-Lag*, FOPSS, RAT, FOPID, RBF.

Sumário

1	Introdução	4
2	Fundamentação Teórica	5
2.1	Método dos Mínimos Quadrados	5
2.2	Modelo Geral do PEM	6
2.3	Modelo ARX	7
2.4	Método de Variáveis Instrumentais	7
2.4.1	Instrumentos Simples	9
2.5	Modelo Inicial	11
3	Metodologia	12
4	Resultados	14
5	Conclusões	19
6	Referências	20
7	Apêndice	21
7.1	Algoritmo desenvolvido para identificação pelo método ARX, IV e IV-ARX.	21

1 Introdução

Neste trabalho é realizada a identificação de sistemas utilizando o método de variáveis instrumentais simples, entretanto, com a finalidade de compararmos os resultados obtidos, também é desenvolvido um algoritmo que utiliza o método de variáveis instrumentais juntamente com o modelo autorregressivo com entradas externas (ARX). Para isso, é usada a ferramenta computacional MATLAB versão 2021b.

Sendo assim, este trabalho é dividido em cinco seções. Na seção 2, estão contidos os conceitos teóricos e matemáticos relacionadas ao modelo geral de previsão de erros e seu especial ARX, ainda nesta seção é apresentado o desenvolvimento matemático do método de variáveis instrumentais. Na seção 3, estão contidos os passos desenvolvidos para realizar a identificação usando o *toolbox* do modelo ARX e o método de variáveis instrumentais simples e com ARX. Na seção 4, são mostrados os resultados obtidos utilizando esse método de identificação com quatro bases de dados diferentes, sendo esses resultados discutidos na seção 5. Por fim, em Apêndice está contido o algoritmo desenvolvido neste trabalho.

2 Fundamentação Teórica

2.1 Método dos Mínimos Quadrados

Método dos mínimos quadrados é aplicado a modelos de regressão linear estáticos, entretanto, considera-se que as regressões lineares podem ser estendidas para cobrir modelos dinâmicos.

Logo, ao aplicar regressões lineares a modelos dinâmicos, são considerados modelos da seguinte maneira (SODERSTROM; STOICA, 1989):

$$A(q^{-1})y(t) = B(q^{-1})u(t) + \varepsilon(t) \quad (1)$$

onde

$$\begin{aligned} A(q^{-1}) &= 1 + a_1q^{-1} + \dots + a_{na}q^{-na} \\ B(q^{-1}) &= b_1q^{-1} + \dots + b_{nb}q^{-nb} \end{aligned} \quad (2)$$

sendo $\varepsilon(t)$ o erro da equação.

O modelo apresentado acima, pode ser expresso de maneira equivalente por:

$$y(t) = \varphi^T(t)\theta + \varepsilon(t) \quad (3)$$

Com $\varphi^T(t)$ e θ apresentados na equação (4).

$$\begin{aligned} \varphi^T(t) &= (-y(t-1) \dots -y(t-na) \ u(t-1) \dots u(t-nb)) \\ \theta &= (a_1 \dots a_{na} \ b_1 \dots b_{nb})^T \end{aligned} \quad (4)$$

Portanto, sabe-se que o o vetor de parâmetros que minimiza a soma dos erros da equação ao quadrado:

$$V_N(\theta) = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N \varepsilon^2(t) \quad (5)$$

é dado por:

$$\hat{\theta} = \left[\frac{1}{N} \sum_{t=1}^N \varphi(t)\varphi^T(t) \right]^{-1} \left[\frac{1}{N} \sum_{t=1}^N \varphi(t)y(t) \right] \quad (6)$$

Este método de identificação é denominado como método dos mínimos quadrados

(LS, do inglês *Least Squares*), pois, o erro $e(t)$, cuja variância amostral é minimizada, aparece como um erro de equação no modelo (1).

2.2 Modelo Geral do PEM

A técnica de estimação de parâmetros conhecida como Método de Previsão de Erros (PEM, do inglês *Prediction Error Methods*), possui um princípio importante no uso para estimar os parâmetros de um modelo dinâmico baseado em observações registradas. Esta técnica considera a precisão das previsões calculadas para as observações, ao invés do descasamento do modelo são a probabilidade do modelo estatístico correspondente. Além disso, esse método é mais intimamente ligado à teoria dos sistemas, pois, explora explicitamente a estrutura dinâmica do sistema estudado (PELCKMANS, 2012).

Considere o modelo do método de previsão de erros geral apresentado a seguir:

$$y(k) = G(q^{-1})u(k) + H(q^{-1})e(k) \quad (7)$$

onde as funções $G(q^{-1})$ e $H(q^{-1})$ são referidas as funções de transferência no tempo discreto do processo e do ruído, respectivamente (AGUIRRE, 2015). E o sinal $e(k)$ é o ruído branco de média zero.

De maneira mais detalhada, têm-se que:

$$y(k) = \frac{B(q^{-1})}{A(q^{-1})F(q^{-1})}u(k) + \frac{C(q^{-1})}{A(q^{-1})D(q^{-1})}e(k) \quad (8)$$

sendo A , B , C , D e F polinômios de ordem na , nb , nc , nd e nf , com:

$$\begin{aligned} A(q^{-1}) &= 1 + a_1q^{-1} + \dots + a_{na}q^{-na} \\ B(q^{-1}) &= b_1q^{-1} + \dots + b_{nb}q^{-nb} \\ C(q^{-1}) &= 1 + c_1q^{-1} + \dots + c_{nc}q^{-nc} \\ D(q^{-1}) &= 1 + d_1q^{-1} + \dots + d_{nd}q^{-nd} \\ F(q^{-1}) &= 1 + f_1q^{-1} + \dots + f_{nf}q^{-nf} \end{aligned} \quad (9)$$

Logo, todas as outras formas lineares são casos especiais do modelo geral do PEM.

2.3 Modelo ARX

O modelo autoregressivo com entradas externas (ARX, do inglês *autoregressive with exogenous inputs*), é obtido a partir do modelo geral, considerando $C(Q^{-1}) = D(Q^{-1}) = F(Q^{-1}) = 1$, sendo $A(Q^{-1})$ e $B(Q^{-1})$ polinômios arbitrários, sendo assim (AGUIRRE, 2015):

$$A(q^{-1})y(k) = B(q^{-1})u(k) + e(k) \quad (10)$$

$$y(k) = \frac{B(q^{-1})}{A(q^{-1})}u(k) + \frac{1}{A(q^{-1})}e(k) \quad (11)$$

O modelo ARX é classificado como pertencente à classe de modelos de erro na equação, pois, o ruído $e(k)$ aparece diretamente na equação. Este modelo pode ser representado conforme a diagrama da Figura 1.

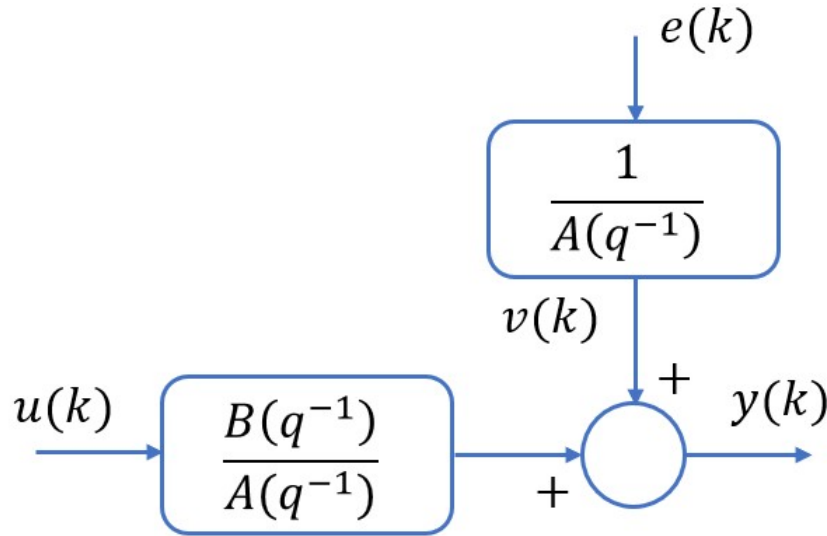


Figura 1: Representação esquemática do modelo ARX.
Fonte: Adaptado de Aguirre (2015)

2.4 Método de Variáveis Instrumentais

O método de variáveis instrumentais (IV, do inglês *Instrumental Variable*) é utilizado para estimar a dinâmica do sistema, ou seja, a função de transferência. Neste contexto, considere a estrutura do modelo de saída da equação (3). Sabendo que o objetivo é minimizar o erro médio quadrático da função (5) e, que a regressão linear a modelos

dinâmicos é representada pela equação (1).

Caso todas as entradas dos coeficientes da matriz $\{A_i, B_j\}$ sejam desconhecidas, então a chamada forma polinomial completa é obtida, sendo assim:

$$\varphi^T(t) = \begin{pmatrix} \phi^T(t) & 0 \\ & \ddots \\ 0 & \phi^T(t) \end{pmatrix} \quad (12)$$

$$\varphi^T = \begin{pmatrix} -y^T(t-1) & \dots & -y^T(t-na) & u^T(t-1) & \dots & u^T(t-nb) \end{pmatrix} \quad (13)$$

$$\theta = \begin{pmatrix} \theta^1 \\ \vdots \\ \theta^{ny} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} (\theta^1)^T \\ \vdots \\ (\theta^{ny})^T \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A_1 & \dots & A_{na} & B_1 & \dots & B_{nb} \end{pmatrix} \quad (14)$$

Na maior parte da análise que se segue, assume-se que o sistema verdadeiro é dado pela equação (15).

$$y(t) = \varphi^T(t)\theta_0 + v(t) \quad (15)$$

onde $v(t)$ é um termo de distúrbio estocástico ($v(t) = y(t) - \varphi^T(t)\theta_0$) e θ_0 é o vetor de parâmetros 'verdadeiros'.

Realizando uma breve revisão do método de mínimos quadrados, têm-se que a estimativa de mínimos quadrados simples (LS, do inglês *Least Squares*) pode ser representada pela equação (6). Ao utilizarmos a descrição do sistema verdadeiro (15), a diferença entre a estimativa $\hat{\theta}$ e o valor verdadeiro θ_0 pode ser determinada por:

$$\hat{\theta} - \theta_0 = \left[\frac{1}{N} \sum_{t=1}^N \varphi(t)\varphi^T(t) \right]^{-1} \left[\frac{1}{N} \sum_{t=1}^N \varphi(t)v(t) \right] \quad (16)$$

Com N tendendo ao infinito, têm-se que:

$$\hat{\theta} - \theta_0 = [E \{ \varphi(t)\varphi^T(t) \}]^{-1} [E \{ \varphi(t)v(t) \}] \quad (17)$$

Logo, a estimativa LS $\hat{\theta}$ (equação (8)), terá um viés assintótico (ou expresso de outra forma, não será consistente) a menos que:

$$E \{ \varphi(t)v(t) \} = 0 \quad (18)$$

caso os elementos de $\varphi(t)$ não são correlacionados com $v(k)$, assumindo $v(k)$ com média zero.

No entanto, observando que $\theta(t)$ depende da saída e, portanto, implicitamente dos valores passados de $v(t)$ até (7), vê-se que (18) é bastante restritivo. De fato, pode-se mostrar que em geral (18) é satisfeito se e essencialmente somente se $v(t)$ for ruído branco. Essa desvantagem da estimativa LS pode ser vista como a motivação para a introdução do método da variável instrumental (SODERSTROM; STOICA, 1989).

Suponha que $Z(t)$ é uma matriz ($nz|ny$), cujas entradas são sinais não correlacionados com a perturbação $v(t)$. Então pode-se estimar o vetor de parâmetros θ do modelo da equação (1) explorando esta propriedade, o que significa que θ é necessário para satisfazer o seguinte sistema de equações lineares:

$$\frac{1}{N} \sum_{t=1}^N Z(t)\varepsilon(t) = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N Z(t)[y(t) - \varphi(t)^T \theta] = 0 \quad (19)$$

Caso $nz = n\theta$, então a equação (19) origina a estimativa IV básica de θ :

$$\hat{\theta} = \left[\frac{1}{N} \sum_{t=1}^N \mathbf{Z}(t)\varphi^T(t) \right]^{-1} \left[\frac{1}{N} \sum_{t=1}^N \mathbf{Z}(t)\mathbf{y}(t) \right] \quad (20)$$

onde se supõe que a inversa existe.

Os elementos da matriz $Z(t)$ são denominados de instrumentos. Eles podem ser escolhidos sob certas condições que garantem a consistência da estimativa (20). Evidentemente a estimativa (20) de variáveis instrumentais é uma generalização da estimativa de LS (8) para $Z(t) = \phi(t)$, (20) reduz para (6).

No domínio discreto:

$$\hat{\theta} = \left[\frac{1}{N} \sum_{k=1}^N \mathbf{Z}(k)\phi^T(k) \right]^{-1} \left[\frac{1}{N} \sum_{k=1}^N \mathbf{Z}(k)\mathbf{y}(k) \right] \quad (21)$$

2.4.1 Instrumentos Simples

Os instrumentos $Z(k)$ geralmente são criados com base nas entradas (incluindo saídas levaria à correlação com v e, assim, eliminaria a vantagem de IV). Uma simples

possibilidade de encontrar $Z(k)$ é incluir entradas atrasadas adicionais para obter um vetor de tamanho apropriado, ou seja, $n = na + nb$. Dessa forma:

$$Z(k) = \begin{bmatrix} u(k - nb - 1), & \dots, & u(k - na - nb), & u(k - 1), & \dots, & u(k - nb) \end{bmatrix}^T \quad (22)$$

Comparando com o vetor original (13), onde:

$$\varphi(k) = \begin{bmatrix} -y(k - 1), & \dots, & -y(k - na), & u(k - 1), & \dots, & u(k - nb) \end{bmatrix}^T \quad (23)$$

Então, utilizando os valores passados de uma variável genérica x , têm-se que:

$$Z(k) = \begin{bmatrix} -x(k - 1), & \dots, & -x(k - na), & u(k - 1), & \dots, & u(k - nb) \end{bmatrix}^T \quad (24)$$

que, no caso, é a saída de uma função de transferência com u na entrada:

$$C(q^{-1})x(k) = D(q^{-1})u(k) \quad (25)$$

Portanto:

$$(1 + c_1q^{-1} + \dots + c_{nc}q^{-nc})x(k) = (d_1q^{-1} + \dots + d_{nd}q^{-nd})u(k) \quad (26)$$

$$x(k) = -c_1x(k-1) - c_2x(k-2) - \dots - c_{nc}x(k-nc) + d_1u(k-1) + d_2u(k-2) + \dots + d_{nd}u(k-nd) \quad (27)$$

Sendo assim, o caso simples é dado por:

$$Z(k) = \begin{bmatrix} u(k - nb - 1), & \dots, & u(k - na - nb), & u(k - 1), & \dots, & u(k - nb) \end{bmatrix}^T \quad (28)$$

para $C = 1$, $D = -q^{-nb}$.

2.5 Modelo Inicial

Seja a equação (24) um caso generalizado, comprando-o com o vetor original da equação (23). Têm-se que o gerador de instrumentos é igual a um modelo inicial, $C(q^{-1}) = \hat{A}(q^{-1})$, $D(q^{-1}) = \hat{B}(q^{-1})$. Logo, este modelo pode ser obtido através, por exemplo, de uma estimativa ARX.

Portanto, sendo os instrumentos uma aproximação de y :

$$Z(k) = \left[-\hat{y}(k-1), \quad \dots, \quad -\hat{y}(k-na), \quad u(k-1), \quad \dots, \quad u(k-nb) \right]^T \quad (29)$$

possui vantagens por não estar correlacionado com a variável ruído.

3 Metodologia

Nessa seção são mostrados os passos para a elaboração do algoritmo de identificação utilizando o modelo ARX, o método de variáveis instrumentais e o método IV com ARX. Para o desenvolvimento do algoritmo e validação do sistema é utilizado o programa computacional MATLAB versão 2021b.

Inicialmente, realizou-se o carregamento dos dados de entrada e saída referente ao conjunto de dados para identificação e validação do sistema, sendo os dados de identificação do índice 4 mostrados na Figura 2.

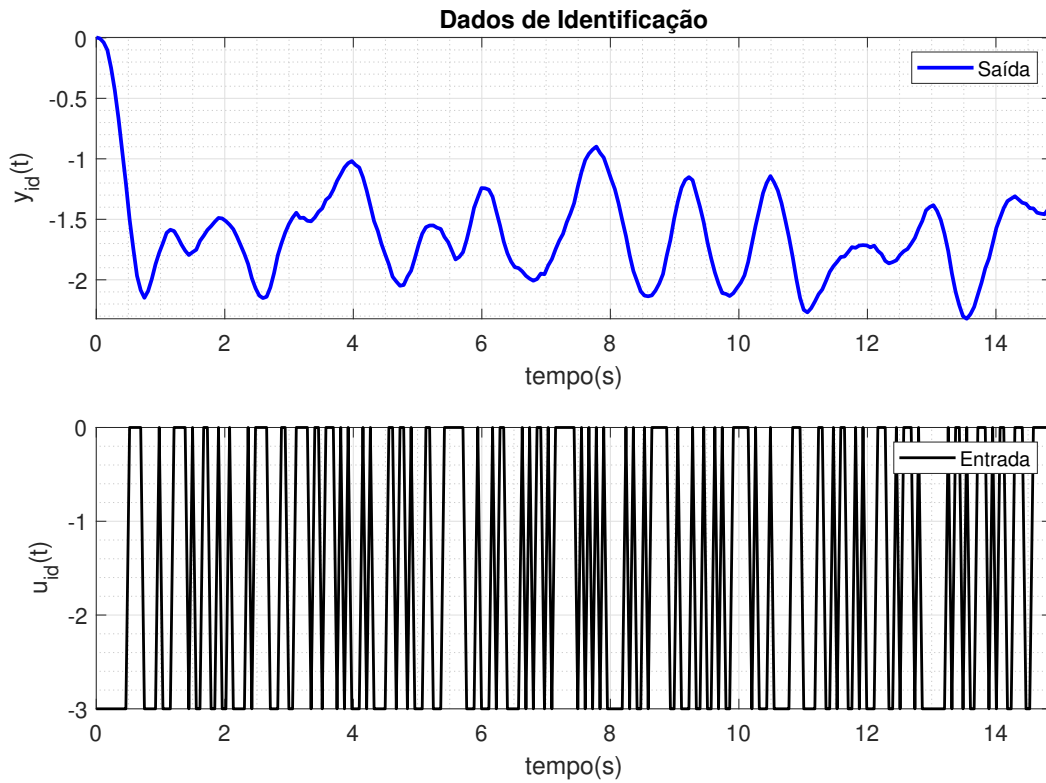


Figura 2: Dados de identificação do sistema com índice 4.

Para desenvolvimento do algoritmo contendo os três modelos de identificação foram utilizados os passos apresentados a seguir:

- Inicialmente é realizada a identificação pelo modelo ARX, para isso, utiliza-se o comando ARX do Matlab, conforme apresentado na equação (30).

$$arx(id, [na, nb, nk]) \quad (30)$$

sendo id os dados de identificação, $na = nb$ a ordem do sistema e $nk = 1$.

- Posteriormente, é desenvolvida a função para o método de variáveis instrumentais simples, conforme o equacionamento apresentado na seção 2.

Para o caso simples, têm-se que $Z(k)$ é dado pela equação (22), portanto, para realizarmos o processo de iteração, primeiramente, gerou-se um vetor de k , para que esse valor fosse incrementado no vetor Z , conforme o exemplo mostrado a seguir, onde $nb = 6$.

$$\begin{aligned}
 &\text{Para } i = 1:nb \\
 &k(i) = nb + i \\
 &k1(i) = [k(i)] \\
 &k2(i) = [i] \\
 &i = i + 1; \\
 &\text{fim}
 \end{aligned} \tag{31}$$

logo:

$$k = [k1, k2] \tag{32}$$

Sendo assim, no caso de $nb = 3$, têm-se que:

$$k = \begin{bmatrix} 4 & 5 & 6 & 1 & 2 & 3 \end{bmatrix} \tag{33}$$

Então, k será incrementado na função *for* que irá gerar a matriz Z do modelo simples de IV.

Para obtermos a solução do sistema, conseqüentemente, os valores dos coeficientes polinomiais de A e B , pois, o modelo de variáveis instrumentais pode ser visto como uma extensão do modelo ARX, calcula-se os valores de $\varphi(k)$ e $y(k)$ da equação (21).

- Para realizarmos a identificação usando o método IV juntamente com o ARX, utilizamos $Z(k)$ da equação (29), onde $\hat{y}(k)$ são preditos obtidos no modelo ARX. Sendo que, os próximos passos são semelhantes ao desenvolvido para o método de variáveis instrumentais simples.

4 Resultados

Nesta seção, são apresentados os resultados obtidos na realização da identificação e validação do sistema através do método ARX, do método de variáveis instrumentais simples e pela metodologia de variáveis instrumentais com ARX.

Utilizando os dados de identificação e validação do índice 1 (*lab9_1.mat*), obtemos os resultados apresentados na Figura 3. Para obtermos tal resposta, utilizou-se $na = nb = 4$, resultando nos coeficientes polinomiais mostrados nas Tabelas 1, 2 e 3.

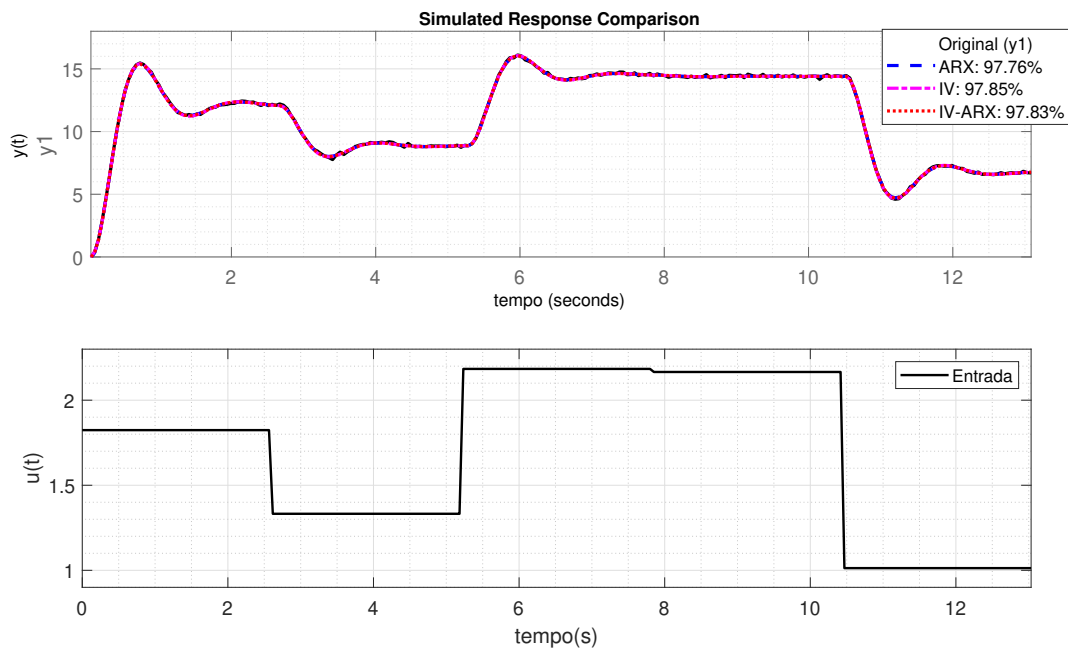


Figura 3: Validação dos sistemas de índice 1.

Portanto, o modelo ARX alcançou uma acurácia de 97,76%, usando o método de variáveis instrumentais simples obteve-se um acerto de 97,85% e, pelo método IV com ARX alcançou-se uma acurácia de 97,83%.

Usando os dados referentes ao índice 2 (*lab9_2.mat*), com $na = nb = 4$, alcançou-se os resultados mostrados na Figura 4. Logo, o melhor resultado foi obtido pela identificação utilizando o método ARX, com 98,02%, seguido pelo método de variáveis instrumentais combinado com ARX (97,94%), com um resultado muito próximo ao IV simples, que foi de 97,34%.

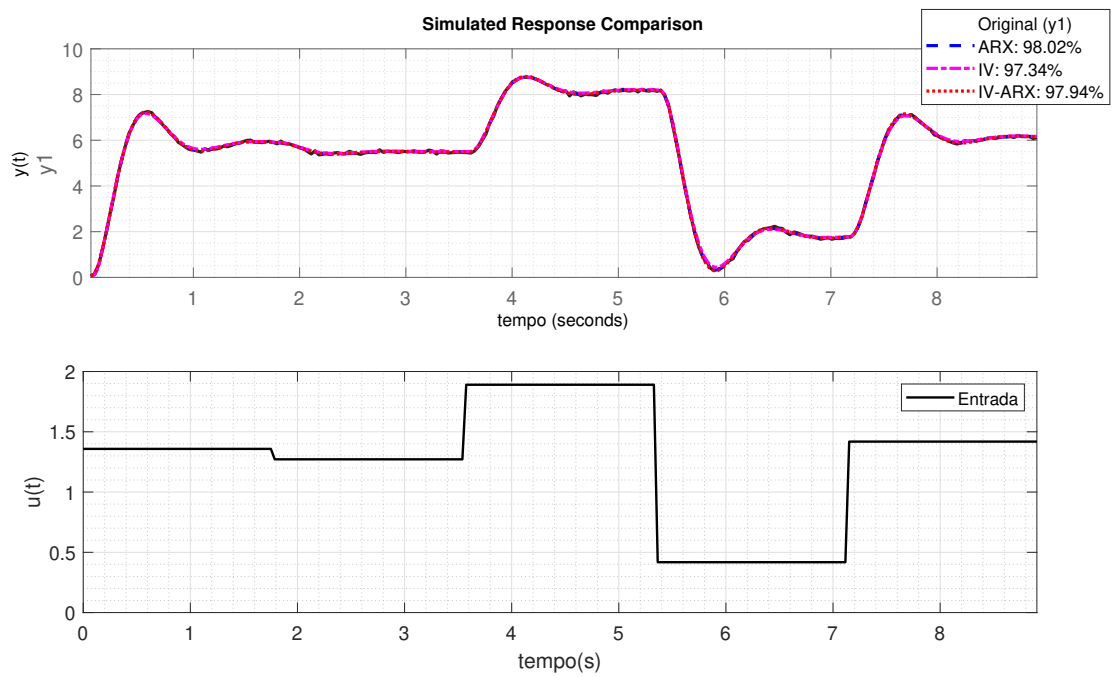


Figura 4: Validação dos sistemas de índice 2.

Com os dados do índice 3 (*lab9_3.mat*), sendo $na = nb = 3$, obteve-se os resultados mostrados nos gráficos da Figura 5.

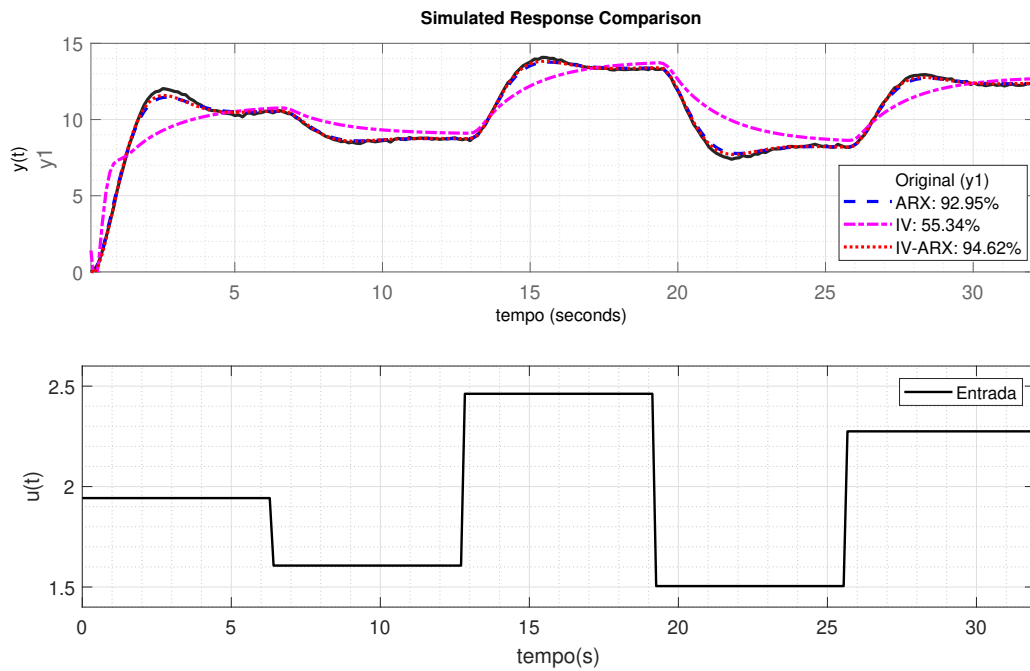


Figura 5: Validação dos sistemas de índice 3.

Utilizando o método ARX obteve-se uma acurácia de 92,95%, com o método IV

simples alcançou-se um acerto de 55,34%, muito inferior ao modelo combinado com ARX, O IV-ARX, que obteve-se uma acurácia de 94,62%.

Por fim, utilizando os dados de identificação e validação referentes ao índice 4 (*lab9_4.mat*), com $na = nb = 6$, alcançou-se os resultados mostrados na Figura 6.

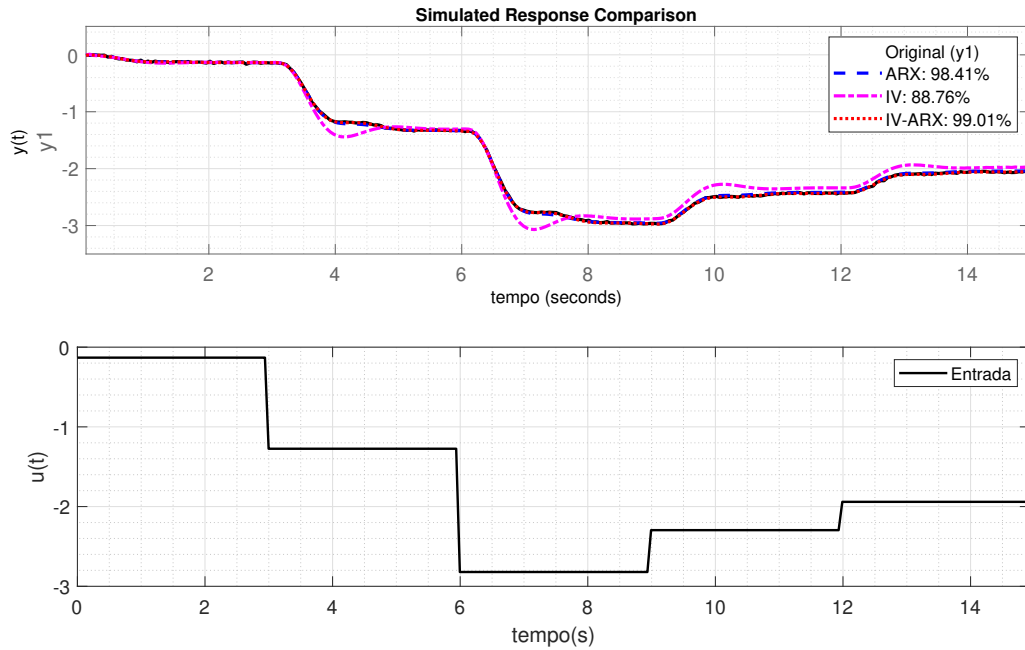


Figura 6: Validação dos sistemas de índice 4

Portanto, o melhor resultado foi obtido pelo método combinado de variáveis instrumentais e ARX com uma acurácia de 99,01%, seguido do modelo ARX com 98,41% e por fim, pelo método IV simples com 88,76%.

Nas Tabelas 1, 2 e 3 a seguir, são mostrados os coeficientes polinomiais de A e B, obtidos, respectivamente, nos métodos ARX, IV e IV-ARX.

Tabela 1: Coeficientes Polinomiais usando o modelo ARX.

Índice	1	2	3	4
a_1	- 0.6596	- 0.7625	- 1.125	-1
a_2	- 0.6221	- 0.4343	- 0.307	- 0.5497
a_3	0.04906	- 0.09752	0.4872	0.1711
a_4	0.3912	0.4244	-	0.5593
a_5	-	-	-	0.1985
a_6	-	-	-	- 0.335
b_1	0.1993	0.1212	0.09414	0.00159
b_2	0.4298	0.226	0.1201	0.009513
b_3	0.3195	0.16	0.08596	0.01467
b_4	0.1066	0.05416	-	0.01255
b_5	-	-	-	0.006432
b_6	-	-	-	0.001383

Tabela 2: Coeficientes Polinomiais usando o método de variáveis instrumentais.

Índice	1	2	3	4
a_1	- 0.8213	- 1.329	- 1.895	-0.6486
a_2	- 0.2094	0.3568	1.25	-0.9613
a_3	- 0.3169	- 0.1838	- 0.3282	-0.2823
a_4	0.505	0.245	-	1.4055
a_5	-	-	-	-0.2285
a_6	-	-	-	-0.2239
b_1	0.202	0.1195	0.07557	0.0031
b_2	0.3984	0.1575	0.04233	0.0112
b_3	0.3105	0.07282	0.03583	0.0187
b_4	0.1353	0.03652	-	0.0177
b_5	-	-	-	0.0088
b_6	-	-	-	0.0026

Tabela 3: Coeficientes Polinomiais usando o método de variáveis instrumentais com ARX.

Índice	1	2	3	4
a_1	- 1.195	- 0.8625	- 1.953	-1.4748
a_2	0.07222	- 0.07486	1.147	0.1827
a_3	0.0388	- 0.5083	- 0.1644	-0.3418
a_4	0.1946	0.5804	-	1.5115
a_5	-	-	-	-0.9526
a_6	-	-	-	0.1010
b_1	0.1975	0.123	0.08541	0.0020
b_2	0.3257	0.2134	0.04814	0.0083
b_3	0.1557	0.1711	0.02781	0.0104
b_4	0.05954	0.07367	-	0.0072
b_5	-	-	-	0.0004
b_6	-	-	-	-0.0010

5 Conclusões

Após o estudo dos conceitos teóricos e matemáticos, realizou-se a elaboração do algoritmo de variáveis instrumentais simples e com ARX, com o objetivo de efetuar uma aproximação e minimizar o erro entre os dados originais do conjunto de validação e os dados preditos.

Os valores iniciais do vetor com os coeficientes polinomiais foram ajustados para valores randômicos que se atualizavam de maneira iterativa através do algoritmo desenvolvido, objetivando reduzir o erro médio quadrático entre os dados de validação do sistema original e o predito.

Um ponto importante a ser destacado é a escolha dos valores de n_a e n_b , pois, dependendo dos valores, os resultados não realizavam a minimização do erro, logo, teve-se que selecionar os valores através de testes e visualização da melhor resposta.

Observando os resultados, verifica-se que todos os sistemas apresentaram ótimas aproximações com o método de IV com ARX e também utilizando apenas o modelo ARX. Analisando o resultado obtido através do índice 3, nota-se a influência do modelo ARX no método de variáveis instrumentais, pois, no caso simples alcançou-se uma acurácia de apenas 55, 34 %, entretanto, ao acrescentarmos o modelo autoregressivo a aproximação passou a ter uma taxa de acerto de 94,62%.

A melhor resposta do modelo IV com ARX foi obtido ao utilizarmos os dados do índice 4, atingindo uma acurácia de 99,01%. Os demais resultados, referentes aos índices 1 e 2, alcançaram uma taxa de acerto bem próxima usando todos os três modelos de identificação.

Sendo assim, através deste trabalho foi possível aprofundarmos nossos conhecimentos relacionados ao método de variáveis instrumentais simples e com o modelo ARX. Além disso, desenvolveu-se um algoritmo capaz de realizar a identificação para um conjunto de dados usando o método de ARX através de comandos do Matlab, pelo método de variáveis instrumentais e IV com o modelo autoregressivo ARX, com a finalidade de reduzir o erro médio quadrático entre os sistemas original e identificado, e obtendo os coeficientes polinomiais do sistema.

6 Referências

1. AGUIRRE, Luis A. **Introdução à Identificação de Sistemas:** Técnicas Lineares e Não Lineares: Teoria e Aplicação. 4. ed. rev. [S. l.]: UFMG, 2015.
2. PELCKMANS, Kristiaan. **Prediction Error Methods.** In: System Identification. [S. l.], 2012. Disponível em: l1nq.com/C1EuZ Acesso em: 29 set. 2022.
3. SODERSTROM, Torsten; STOICA, Petre. **System Identification:** Prentice Hall International Series in Systems and Control Engineering. [S. l.]: Prentice Hall, 1989.

7 Apêndice

7.1 Algoritmo desenvolvido para identificação pelo método ARX, IV e IV-ARX.