UNIVERSIDADE FEDERAL DO AMAZONAS
FACULDADE DE TECNOLOGIA
DEPARTAMENTO DE ENG. DA COMPUTAÇÃO

Avaliação de Circuitos Elétricos

Circuitos 1 a 4

Manaus-AM

2023

Alexandre Antonaccio Senna - 22052621 (20%)
Daniel Silveira Gonzalez - 22251338 (20%)
Fabricio Lessa Lorenzi Filho - 22051554 (20%)
Júlio Melo Campos - 22250349 (20%)
Rebeca Agra D'Angelo Bastos - 22250350 (20%)

Circuitos de 1 a 4

Avaliação de Circuitos Elétricos

Avaliação de Circuitos Elétricos apresentado como nota na disciplina de Circuitos Elétricos I E. Avaliação realizada pelos alunos de Engenharia da Computação como parte dos requisitos necessários para obtenção da 2° nota parcial da disciplina ministrada pelo professor Florindo Antonio de Carvalho Ayres Junior no período de 2023/1.

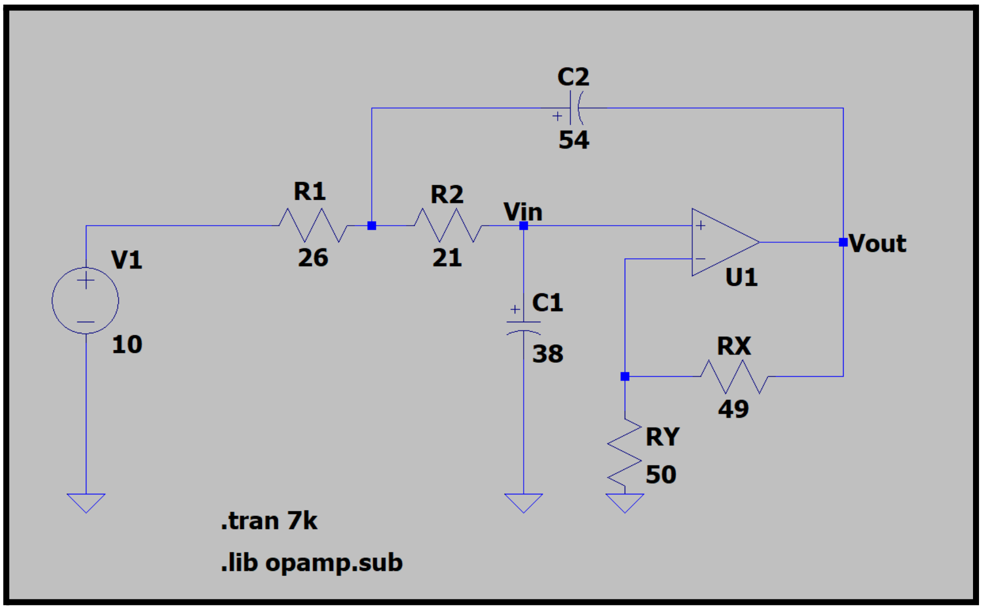
Manaus-AM

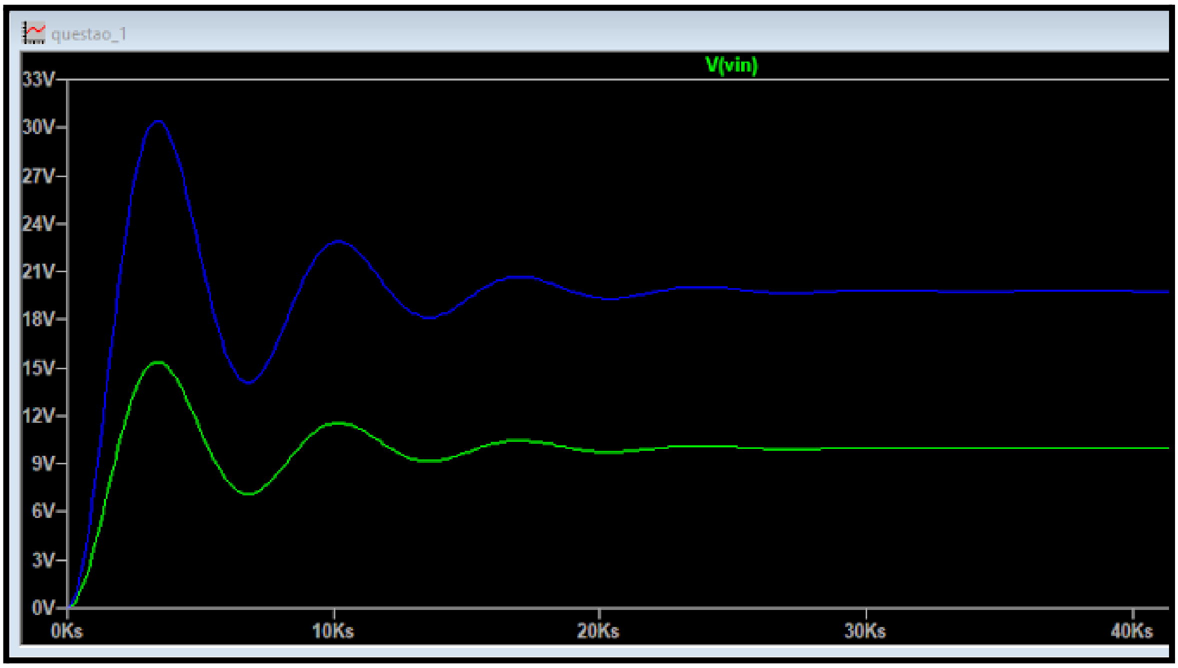
2023

Sumário

Simulação

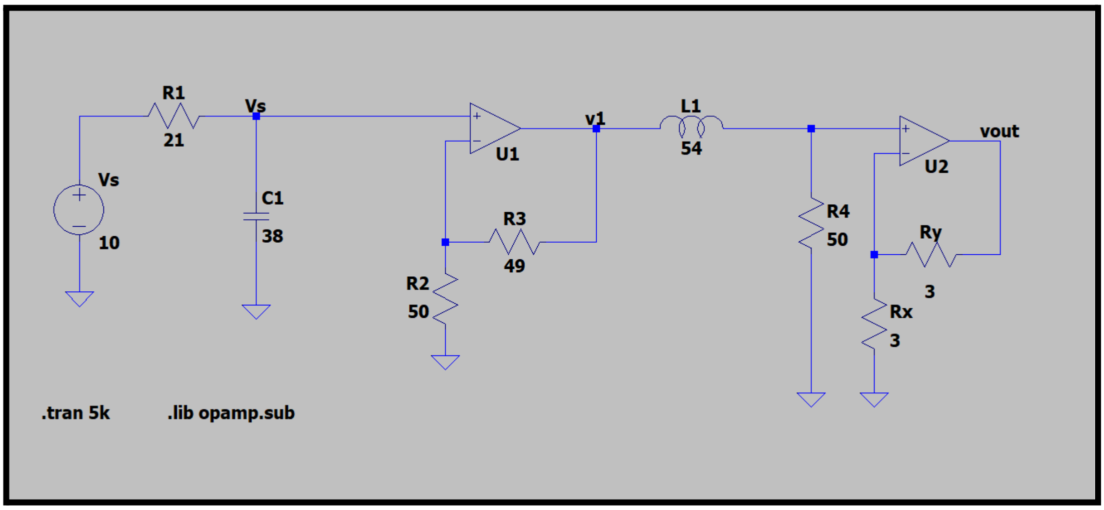
<u>Circuito 1</u>

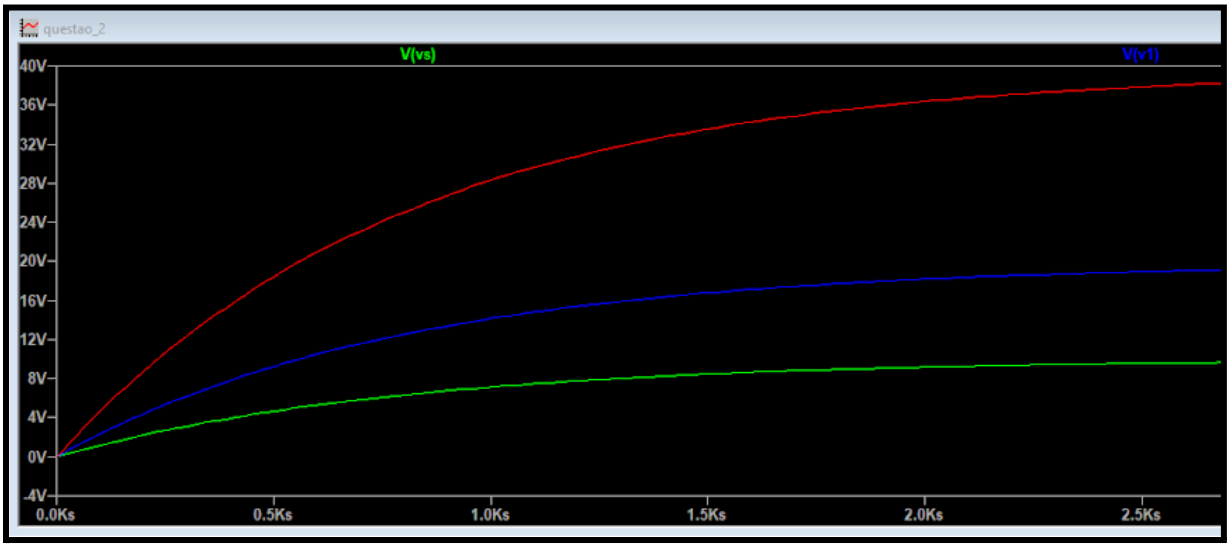




	Vin
	Vout

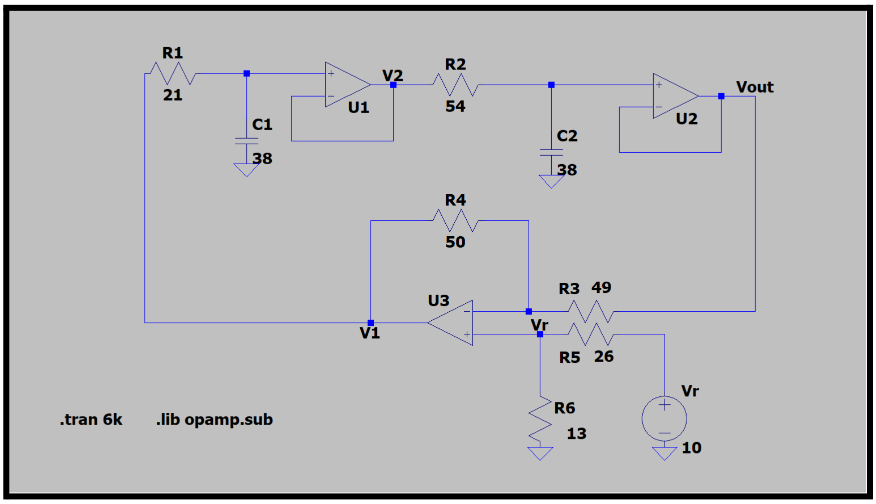
Circuito 2

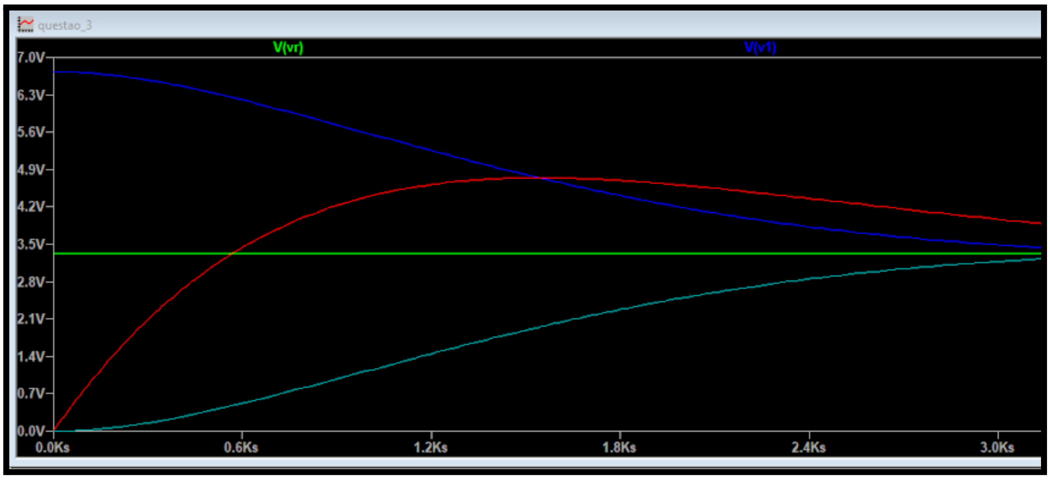


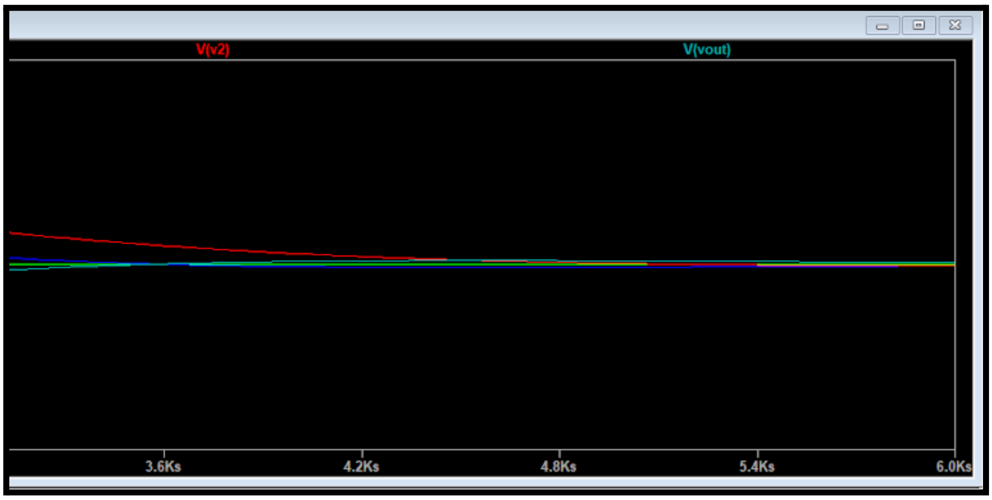


	Vs
	V1
	Vout

Circuito 3



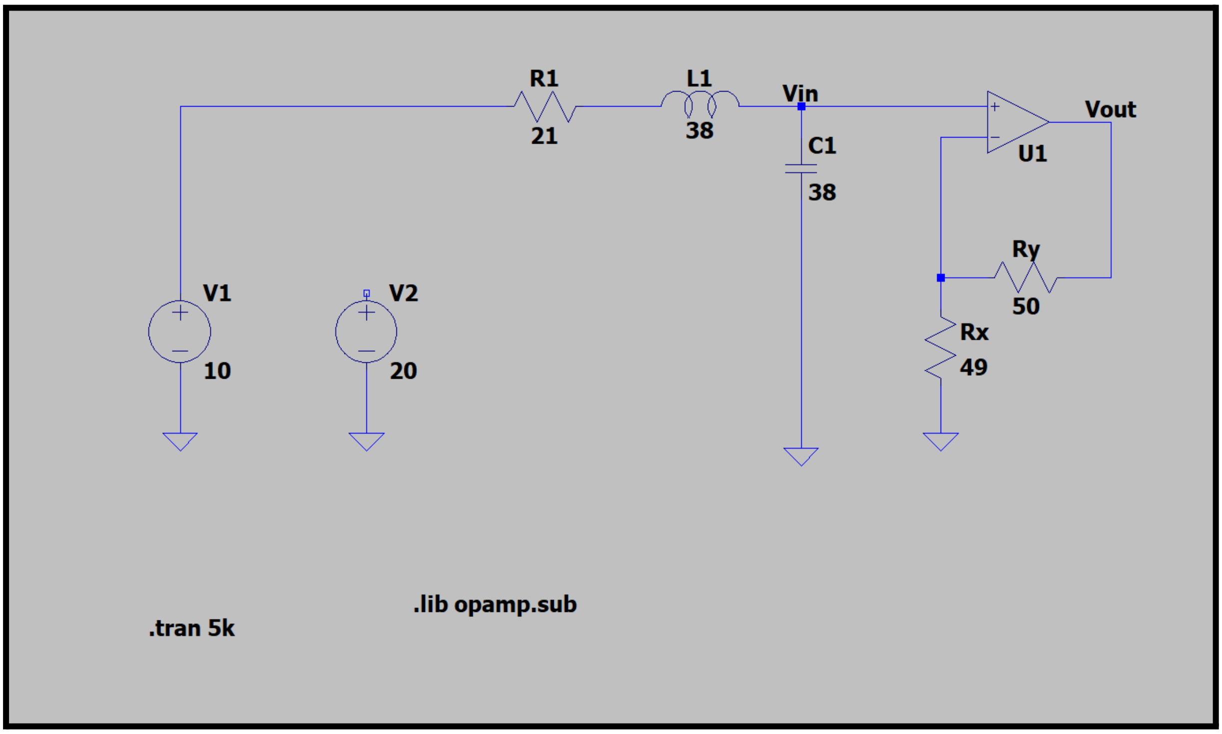


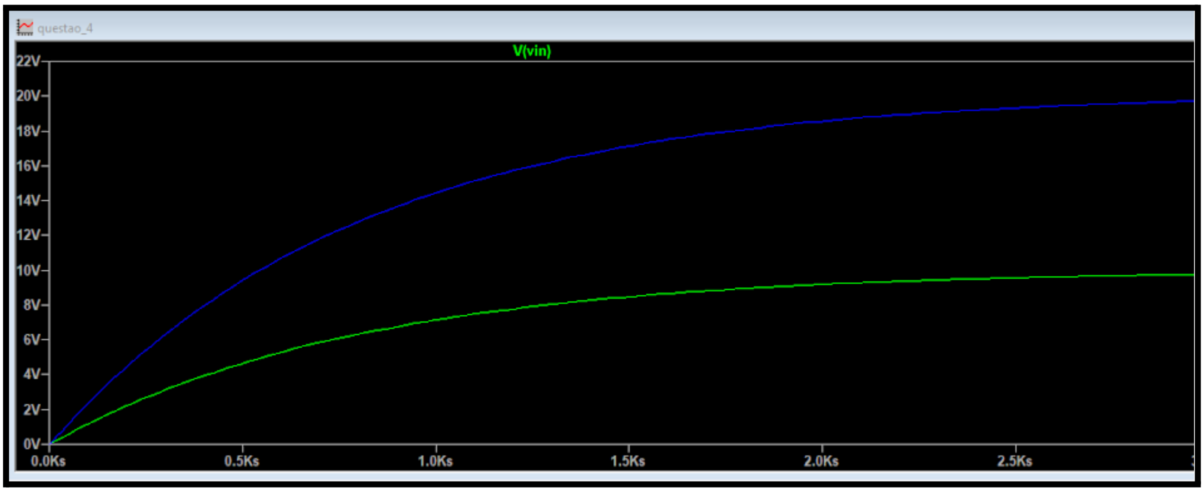


	Vr
	V1
	V2
	Vout

Circuito 4

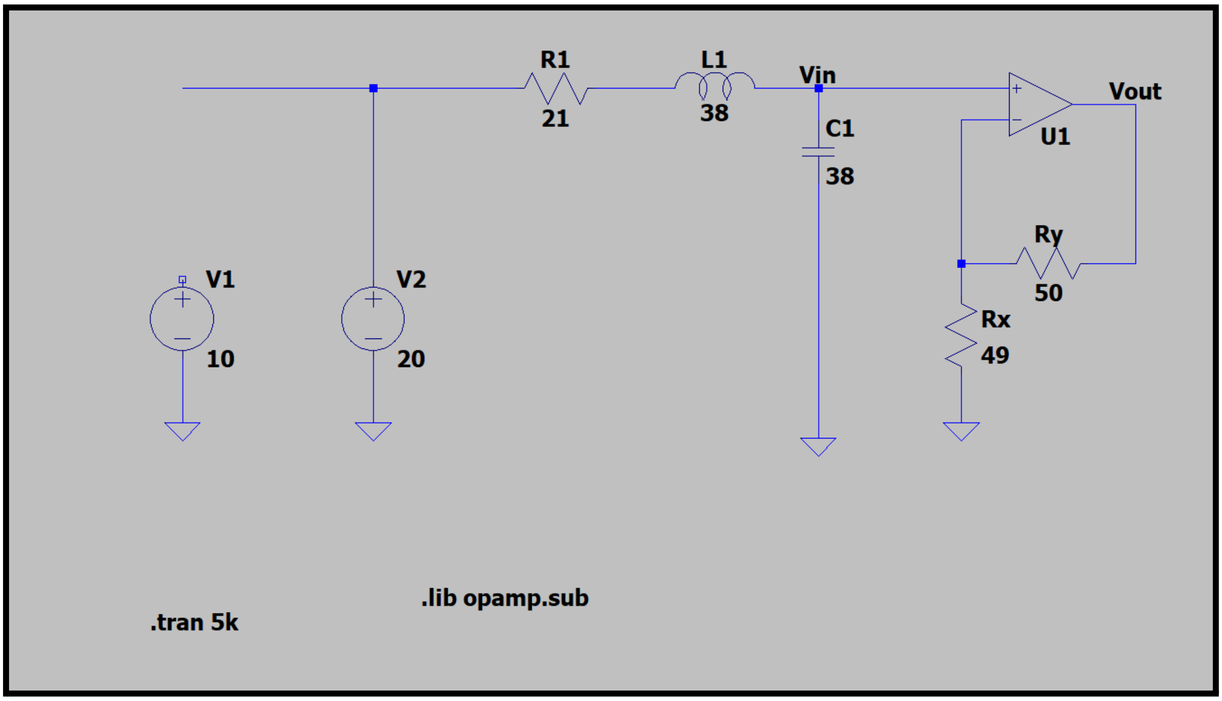
$t < 0 - \ Chave\ em\ V1$

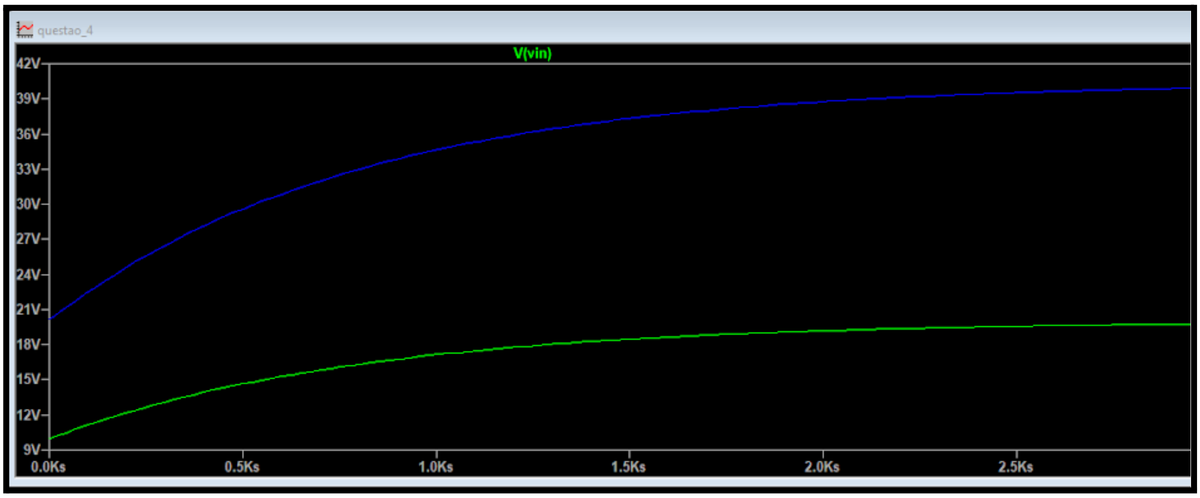




	Vin
	Vout

$t \geq 0 - Chave\ em\ V2$

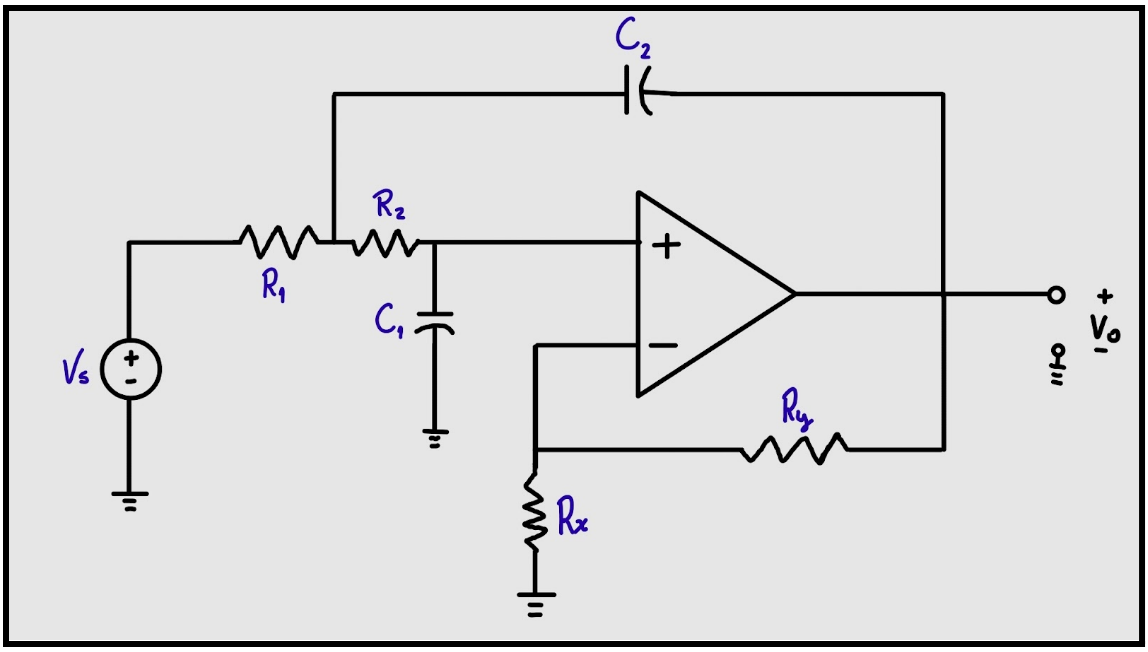




	Vin
	Vout

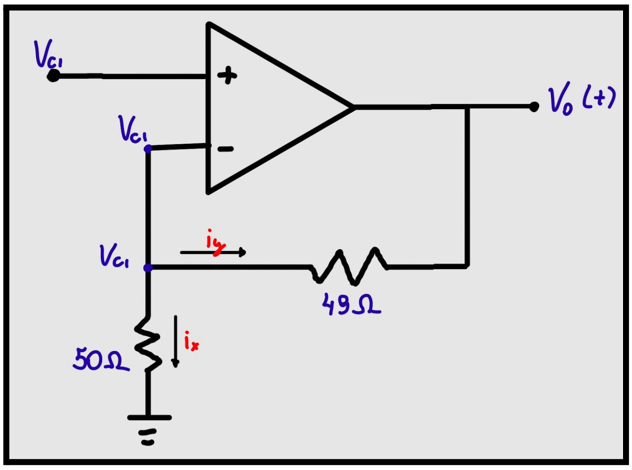
Cálculos

Circuito 1



$R_1 = 26\Omega, R_2 = 21\Omega, C_1 = 38F, C_2 = 54F, R_x = 50\Omega, R_y = 49\Omega, V_s = 10\,V, Ganho = 2$

$V_C(0^+) = 0$



Fazemos a análise da entrada inversora V_{C1} com V_0 por LKC:

$i_x + i_y = 0$

$\frac{V_{C1}}{50} + \frac{V_{C1} - V_0}{49} = 0$

$\frac{V_{C1}}{50} + \frac{V_{C1}}{49} = \frac{V_0}{49} \qquad (\cdot\ 2450)$

$49 \cdot V_{C1} + 50 \cdot V_{C1} = 50V_0$

$$V_0 = \frac{99 \cdot V_{C1}}{50}$$

Separa-se algumas equações que utilizaremos para o desenvolver do circuito:

$$i_{C1} = 38 \cdot \frac{dV_{C1}}{dt}$$

$$i_{C2} = 54 \cdot \frac{dV_{C2}}{dt}$$

$$V_{C2} = V_1 - V_0$$

$$V_1 = V_{C2} + V_0$$

$$V_1 = V_{C2} + \frac{99 \cdot V_{C1}}{50}$$

Aplicando:

$$i_{C1} = \frac{V_1 - V_{C1}}{21}$$

$$i_{C1} = \frac{1}{21} \cdot (V_{C2} + \frac{99 \cdot V_{C1}}{50}) - \frac{V_{C1}}{21}$$

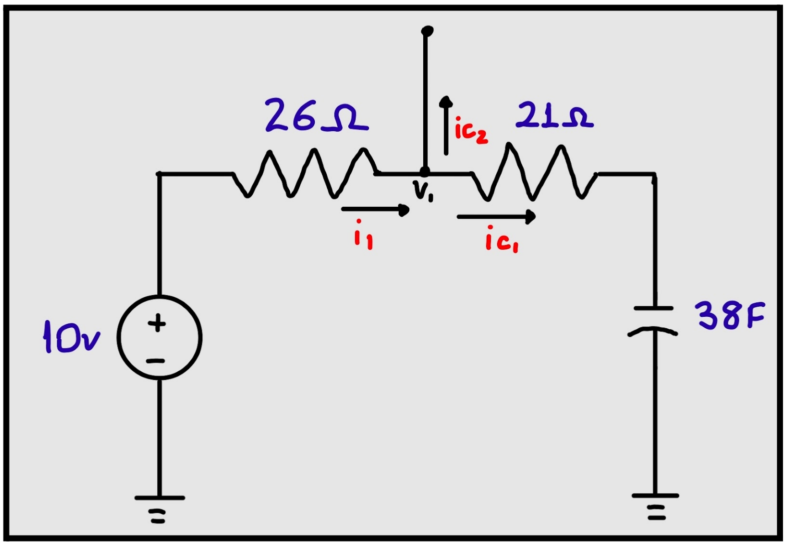
$$21 \cdot i_{C1} = V_{C2} + \frac{99 \cdot V_{C1}}{50} - V_{C1}$$

$$21 \cdot i_{C1} = V_{C2} + \frac{49 \cdot V_{C1}}{50}$$

$$21 \cdot 38 \cdot \frac{dV_{C1}}{dt} = V_{C2} + \frac{49}{50} \cdot V_{C1} \rightarrow \frac{d}{dt} \text{(derivando)}$$

$$798 \cdot \frac{d^2V_{C1}}{dt^2} = \frac{dV_{C2}}{dt} + \frac{49}{50} \cdot \frac{dV_{C1}}{dt}$$

$$\frac{d^2V_{C1}}{dt^2} = \frac{1}{798} \cdot \frac{dV_{C2}}{dt} + \frac{7}{5700} \cdot \frac{dV_{C1}}{dt}$$



Agora, utilizamos LKC no V_1:

$$i_1 = i_{C1} + i_{C2}$$

$$\frac{10 - V_1}{26} = 38 \cdot \frac{dV_{C1}}{dt} + 54 \cdot \frac{dV_{C2}}{dt}$$

$$\frac{5}{13} - \frac{1}{26} \cdot \left(V_{C2} + \frac{99 \cdot V_{C1}}{50}\right) = 38 \cdot \frac{dV_{C1}}{dt} + 54 \cdot \frac{dV_{C2}}{dt}$$

$$\frac{5}{13} - \frac{V_{C2}}{26} - \frac{99 \cdot V_{C1}}{1300} = 38 \cdot \frac{dV_{C1}}{dt} + 54 \cdot \frac{dV_{C2}}{dt}$$

$$\frac{5}{13} - \frac{V_{C2}}{26} - \frac{99 \cdot V_{C1}}{1300} = 38 \cdot \frac{dV_{C1}}{dt} + 54 \cdot 798 \cdot \left(\frac{dV_{C2}}{dt} - \frac{7}{5700} \cdot \frac{dV_{C1}}{dt}\right)$$

$$\frac{5}{13} - \frac{1}{26} \cdot \left(798 \cdot \frac{dV_{C1}}{dt} - \frac{49}{50} \cdot V_{C1}\right) - \frac{99 \cdot V_{C1}}{1300} = 38 \cdot \frac{dV_{C1}}{dt} + 43092 \cdot \frac{d^2V_{C1}}{dt^2} - \frac{5292}{100} \cdot \frac{dV_{C1}}{dt}$$

$$\frac{5}{13} - \frac{399}{13} \cdot \frac{dV_{C1}}{dt} + \frac{49 \cdot V_{C1}}{1300} - \frac{99 \cdot V_{C1}}{1300} = 38 \cdot \frac{dV_{C1}}{dt} + 43092 \cdot \frac{d^2V_{C1}}{dt^2} - \frac{1323}{25} \cdot \frac{dV_{C1}}{dt}$$

$$\frac{5}{13} - \frac{399}{13} \cdot \frac{dV_{C1}}{dt} - \frac{50 \cdot V_{C1}}{1300} = 38 \cdot \frac{dV_{C1}}{dt} + 43092 \cdot \frac{d^2V_{C1}}{dt^2} - \frac{1323}{25} \cdot \frac{dV_{C1}}{dt}$$

$$43092 \cdot \frac{d^2V_{C1}}{dt^2} - \frac{1323}{25} \cdot \frac{dV_{C1}}{dt} + 38 \cdot \frac{dV_{C1}}{dt} + \frac{50}{1300} \cdot V_{C1} = \frac{5}{13}$$

$$43092 \cdot \frac{d^2V_{C1}}{dt^2} + \left(38 + \frac{399}{13} - \frac{1323}{25}\right) \cdot \frac{dV_{C1}}{dt} + \frac{50}{1300} \cdot V_{C1} = \frac{5}{13}$$

$$43092 \cdot \frac{d^2V_{C1}}{dt^2} + \frac{5126}{325} \cdot \frac{dV_{C1}}{dt} + \frac{50}{1300} \cdot V_{C1} = \frac{5}{13} \qquad (\div\ 43092)$$

$$\frac{d^2V_{C1}}{dt^2} + \frac{5126}{14004900} \cdot \frac{dV_{C1}}{dt} + \frac{1}{1120392} \cdot V_{C1} = \frac{5}{560196}$$

Para obtermos $V_C(t) = V_{Cn}(t) + V_{Cf}(t)$, usa-se métodos para encontrar a resposta natural e forçada do sistema:

$$\frac{d^2V_{C1}}{dt^2} + \frac{5126}{14004900} \cdot \frac{dV_{C1}}{dt} + \frac{1}{1120392} \cdot V_{C1} = \frac{5}{560196}$$

Resposta Natural:
Equação característica → $V_{Cn}(t)$

$$\frac{d^2V_{C1}}{dt^2} + \frac{2563}{7002450} \cdot \frac{dV_{C1}}{dt} + \frac{1}{1120392} \cdot V_{C1} = 0$$

$$R^2 + \frac{2563}{7002450} \cdot R + \frac{1}{1120392} = 0$$

$$\Delta = \left(\frac{2563}{7002450}\right)^2 - 4 \cdot 1 \cdot \frac{1}{1120392}$$

$$\Delta = 0,0000001339 - 0,0000035701$$

$$\Delta = -\ 0,0000034362$$

$$R_{1,2} = \frac{-0,0003660 \pm 0,0018894 \cdot i}{2}$$

$$R_{1,2} = -\ 0,0001830 \pm 0,0009447 \cdot i$$

$$V_{Cn}(t) = e^{-0,0001830 \cdot t}[A_1 \cdot cos(0,0009447 \cdot t) + A_2 \cdot sen(0,0009447 \cdot t)]$$

$V_{C1}(0^{+}) = 0\ V$ → considerando que o sistema está desligado

$0 = e^{-0\cdot 1} \cdot [A_1 \cdot cos(0) + A_2 \cdot sen(0)]$

$0 = 1 \cdot [A_1 \cdot 1 + A_2 \cdot 0]$

$A_1 = 0$

$i_{C1}(0^{+}) = 38 \cdot \frac{dV_{C1}}{dt}(0^{+})$

$i_{C1}(0^{+}) = \frac{V_1 - V_{C1}}{21}(0^{+})$

$i_{C1}(0^{+}) = \frac{V_1}{21}$

$\frac{10}{21} = 38 \cdot \frac{dV_{C1}}{dt}(0^{+})$

$\frac{dV_{C1}}{dt}(0^{+}) = \frac{5}{399}$

$\frac{5}{399} = \frac{dV_{C1}}{dt}(0^{+}) =- 0,0001830 \cdot 0 + 0,0009447 \cdot A_2$

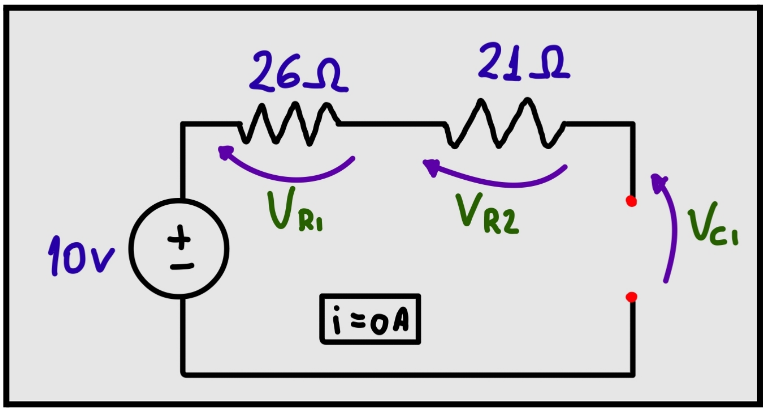
$A_2 = \frac{5}{399\cdot 0,0009447} = \frac{5}{0,3769353} = 13,2648 \simeq 13,3$

Assim, tem-se a resposta natural do $V_C(t)$:

$V_{Cn}(t) = 13,3 \cdot sen(0,0009447 \cdot t) \cdot e^{-0,0001830\cdot t}$

Em seguida, buscamos a resposta forçada:

Resposta Forçada:
Levando o $t \rightarrow \infty$



$V1 = VR1 + VR2 + V_{Cf}(t)$

Como tem a corrente igual a 0 A, logo:

$V1 = 0 + 0 + V_{Cf}(t)$

$V_{Cf}(t) \ = \ V1$

$V_{Cf}(t) \ = \ 10\,V$

Assim, a resposta completa é equivalente a:

$V_C(t) \ = \ 10 \ + \ 13,3 \ \cdot \ sen(0,0009447 \ \cdot \ t) \ \cdot \ e^{-0,0001830 \cdot t}$

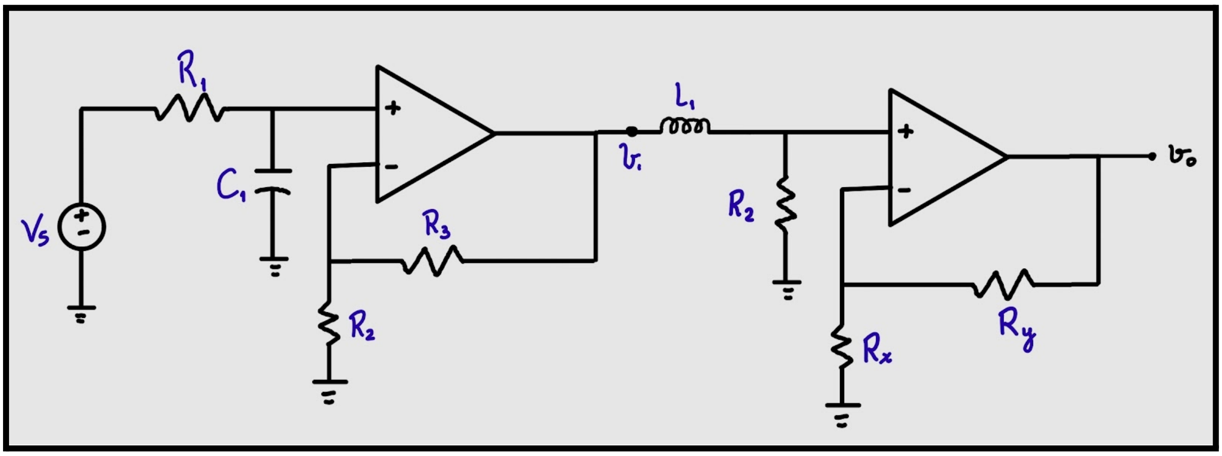
Usando a fórmula de entrada e saída:

$V_C(t) \ = \ 10 \ + \ 13,3 \ \cdot \ sen(0,0009447 \ \cdot \ t) \ \cdot \ e^{-0,0001830 \cdot t}$

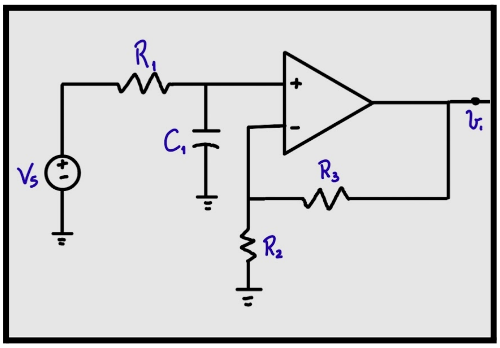
$V_0(t) \ = \frac{99}{50} \cdot \ (10 \ + \ 13,3 \ \cdot \ sen(0,0009447 \ \cdot \ t) \ \cdot \ e^{-0,0001830 \cdot t})$

$V_0(t) \ = \ 19,8 \ + \ 26,334 \ \cdot \ sen(0,0009447 \ \cdot \ t) \ \cdot \ e^{-0,0001830 \cdot t} \ para\ t \ > \ 0$

Circuito 2



$R_1 = 21\Omega, R_2 = 50\Omega,\ R_3 = 49\Omega, C_1 = 38F, L_1 = 54H, R_x = R_y = 03\Omega,, V_s = 10\,V.$



Separando em duas etapas:

AMP-OP 1

$i_{c1} = 38 \cdot \frac{dVc_1}{dt}$

Em Vc_1

$i_1 = i_{c1}$

$\frac{10 - Vc_1}{21} = 38 \cdot \frac{dVc_1}{dt}$

$38 \cdot \frac{dVc_1}{dt} + \frac{Vc_1}{21} = \frac{10}{21} \qquad (\div\ 38)$

$\frac{dVc_1}{dt} + \frac{Vc_1}{798} = \frac{10}{798}$

$\frac{dVc_1}{dt} + \frac{Vc_1}{798} = \frac{5}{399}$

Por fator integrante, tem-se:

$p(t) = \frac{1}{798} \qquad q(t) = \frac{5}{399}$

$u(t) = e^{\int \frac{1}{798} \cdot dt} = e^{\frac{t}{798}}$

$Vc_1(t) = \frac{1}{u(t)} \cdot (\int u(t) \cdot q(t) \cdot dt + C)$

$Vc_1(t) = \frac{1}{e^{\frac{t}{798}}} \cdot (\int e^{\frac{t}{798}} \cdot \frac{5}{399} \cdot dt + C)$

$Vc_1(t) = e^{-\frac{t}{798}} \cdot (\frac{5}{399} \cdot 798 \cdot e^{\frac{t}{798}} + C)$

$Vc_1(t) = e^{-\frac{t}{798}} \cdot (10 \cdot e^{\frac{t}{798}} + C)$

$Vc_1(t) = 10 + C \cdot e^{-\frac{t}{798}}$

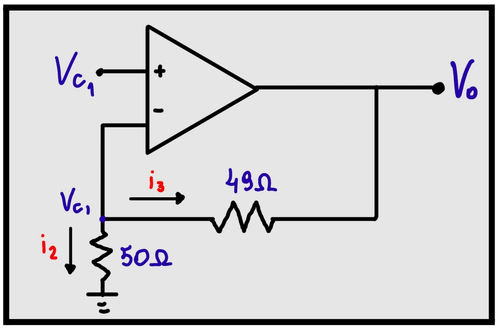
Para $Vc_1(0) = 0$

$0 = 10 + C \cdot 1$

$C =- 10$

$Vc(t) = 10 - 10 \cdot e^{\frac{-t}{798}}$

Para entrada e saída AMP-OP1



$Vc_1(t) = 10 - 10 \cdot e^{-\frac{t}{798}}$

Pela Lei de Kirchhoff das correntes:

$i_2 + i_3 = 0$

$\frac{Vc_1 - 0}{50} + \frac{Vc_1 - V_1}{49} = 0$

$49 \cdot Vc_1 + 50 \cdot Vc_1 - 50 \cdot V_1 = 0$

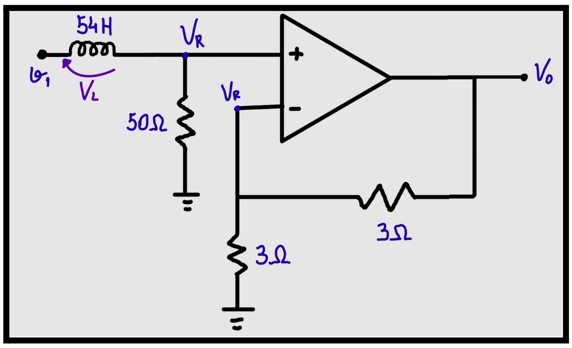
$50 \cdot V_1 = 99 \cdot Vc_1$

$V_1 = \frac{99}{50} \cdot Vc_1$

$V_1 = 1,98 \cdot (10 - 10 \cdot e^{\frac{-t}{798}})$

$V_1 = 19,8 - 19,8 \cdot e^{\frac{-t}{798}})\ para\ t > 0$

AMP-OP 2



$VL = V_1 - VR$

$L \cdot \frac{di_L}{dt} = V_1 - R \cdot i_L \qquad (\div L)$

$\frac{di_L}{dt} + \frac{R}{L} \cdot i_L = \frac{V_1}{L}$

$\frac{di_L}{dt} + \frac{50}{54} \cdot i_L = \frac{19,8 - 19,8 \cdot e^{\frac{-t}{798}}}{54}$

Por fator integrante, tem-se:

$p(t) = \frac{50}{54} \qquad q(t) = \frac{19,8 - 19,8 \cdot e^{\frac{-t}{798}}}{54}$

$u(t) = e^{\int \frac{50}{54} \cdot dt} = e^{\frac{50}{54} \cdot t}$

$i_L(t) = \frac{1}{u(t)} \cdot \left(\int e^{\frac{50}{54} \cdot t} (\frac{19,8}{54} - \frac{19,8}{54} \cdot e^{\frac{-t}{798}}) \cdot dt + C \right)$

$i_L(t) = \frac{1}{e^{\frac{50}{54} \cdot t}} \cdot \left(\int (\frac{19,8}{54} \cdot e^{\frac{50}{54} \cdot t} - \frac{19,8}{54} \cdot e^{\frac{-t}{798} + \frac{50}{54} \cdot t}) \cdot dt + C \right)$

$\frac{-t}{798} + \frac{50}{54} \cdot t \rightarrow \frac{-t}{798} + \frac{25}{27} \cdot t \rightarrow \frac{-27t + 19950 \cdot t}{21546} = \frac{19923 \cdot t}{21546} = 0,92246 \cdot t$

$i_L(t) = e^{-\frac{50}{54} \cdot t} \cdot \left(\frac{19,8}{54} \cdot \frac{54}{50} \cdot e^{\frac{50}{54} \cdot t} - \frac{19,8}{54} \cdot \frac{1}{0,92246} \cdot e^{0,92246 \cdot t} + C \right)$

$i_L(t) = e^{-\frac{50}{54} \cdot t} \cdot \left(0,396 \cdot e^{\frac{50}{54} \cdot t} - 0,3965 \cdot e^{\frac{-t}{798} + \frac{50}{54} \cdot t} + C \right)$

$i_L(t) = 0,396 - 0,3965 \cdot e^{\frac{-t}{798}} + C \cdot e^{-\frac{50}{54} \cdot t}$

Para $i(0) = 0$

$0 = 0,396 - 0,3965 \cdot 1 + C \cdot 1$

$C =- 0,396 + 0,3965$

$C = 0,0005 \rightarrow C = \frac{1}{2000}$

Assim:

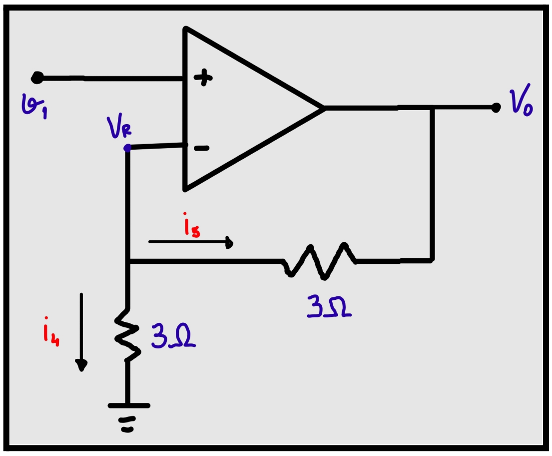
$i_L(t) = 0,396 - 0,3965 \cdot e^{\frac{-t}{798}} + \frac{1}{2000} \cdot e^{-\frac{50}{54} \cdot t}$

Precisamos do $VR \rightarrow VR = R \cdot i_L$

$VR = 50 \cdot (0,396 - 0,3965 \cdot e^{\frac{-t}{798}} + \frac{1}{2000} \cdot e^{-\frac{50}{54} \cdot t})$

$VR = 19,8 - 19,825 \cdot e^{\frac{-t}{798}} + \frac{1}{40} \cdot e^{-\frac{50}{54} \cdot t}$

Para entrada e saída AMP-OP2



Pela Lei de Kirchhoff das correntes:

$i_4 + i_5 = 0$

$\frac{VR}{3} + \frac{VR - V_0}{3} = 0$

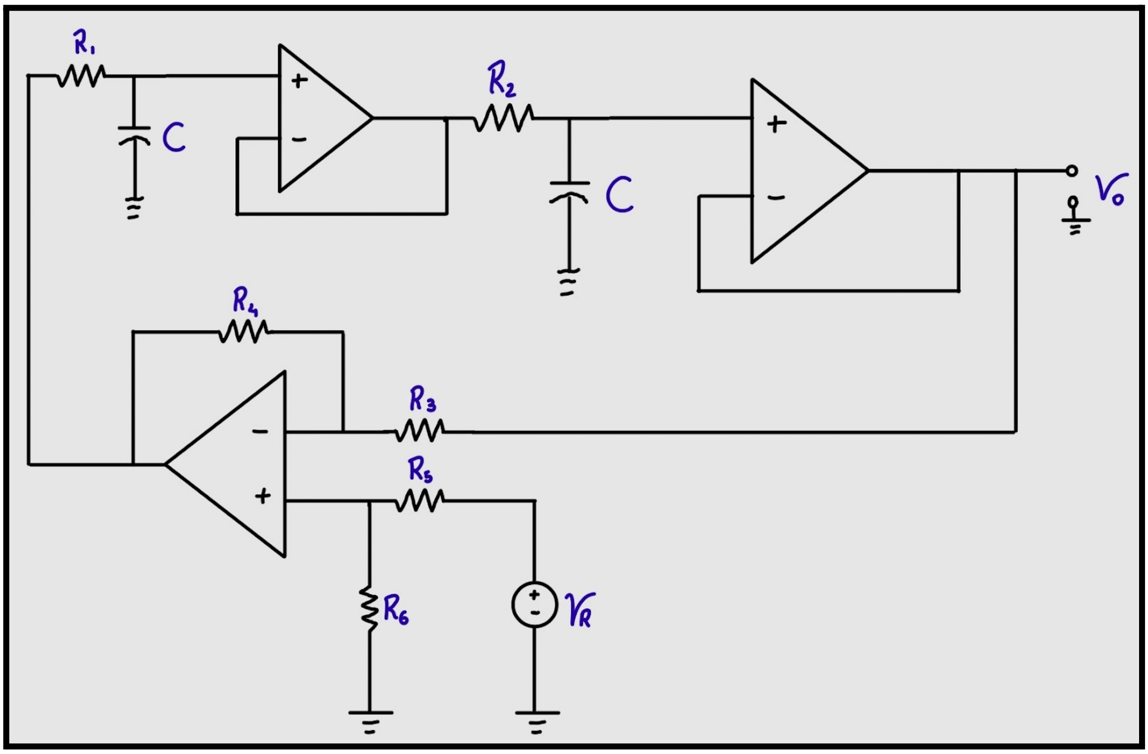
$2 \cdot VR - V_0 = 0$

$V_0 = 2 \cdot VR$

$V_0 = 2 \cdot (19,8 - 19,825 \cdot e^{\frac{-t}{798}} + \frac{1}{40} \cdot e)$

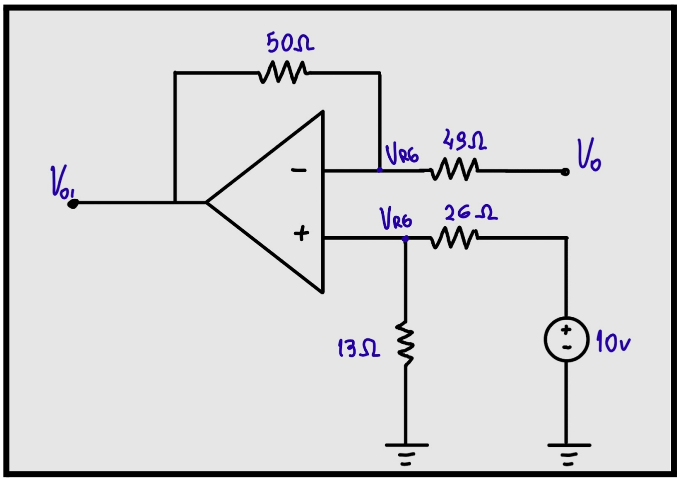
$V_0(t) = 39,6 - 39,7 \cdot e^{\frac{-t}{798}} + \frac{1}{20} \cdot e^{-\frac{50}{54} \cdot t} \; para\, t > 0$

Circuito 3



$R_1 = 21\Omega, R_2 = 54\Omega, R_3 = 49\Omega, R_4 = 50\Omega, R_5 = 26\Omega, R_6 = 13\Omega, C = 38F, V_R = 10\,V.$

AMP-OP 1



$V_{R6} = 10 \cdot \left(\frac{13}{26+13}\right) = 10 \cdot \frac{13}{39} \simeq 3,33\,V$

Por Lei de Kirchhoff das correntes no nó V_{R6} inversor:

$i_{R3} = i_{R4}$

$\frac{V_0 - V_{R6}}{R_3} = \frac{V_{R6} - V_{01}}{R_4}$

$\frac{V_0 - 3,33}{49} = \frac{3,33 - V_{01}}{50}$

$50V_0 - 166,5 = 163,17 - 49V_{01}$

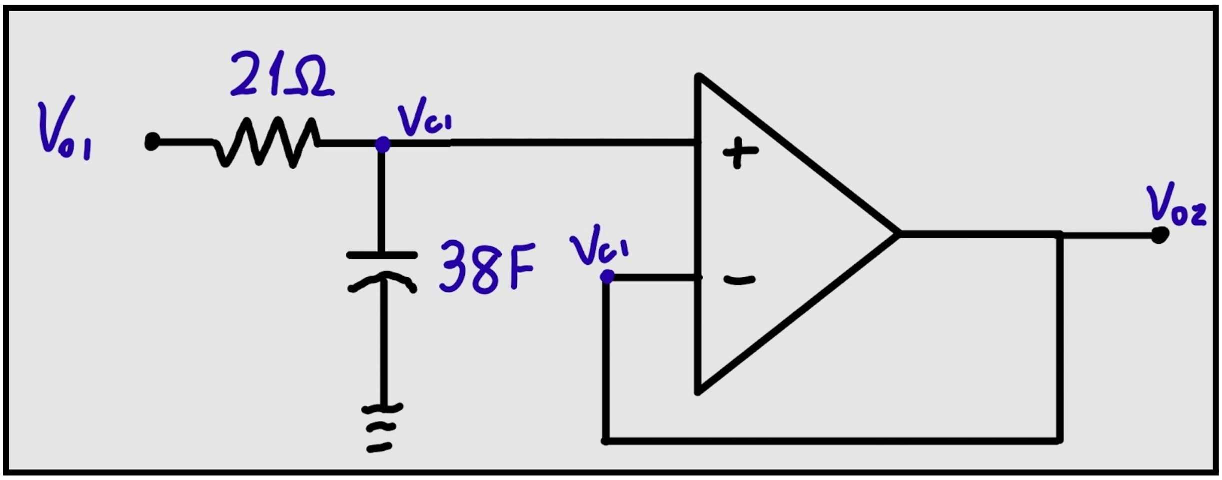
$49V_{01} = 163,17 + 166,5 - 50V_0$

$49V_{01} = 329,67 - 50V_0 \quad (\div 49)$

$V_{01} = \frac{329,67 - 50V_0}{49} = 6,73 - 1,02V_0$

$V_{01} = 6,73 - 1,02V_0$

<u>AMP-OP 2</u>



Por Lei de Kirchhoff das correntes no nó V_{C1}:

$i_{R1} = i_c$

$\frac{V_{01} - V_{C1}}{R_1} = C \cdot \frac{dV_{C1}}{dt}$

$\frac{V_{01} - V_{C1}}{21} = 38 \cdot \frac{dV_{C1}}{dt}$

$38 \cdot \frac{dV_{C1}}{dt} + \frac{V_{C1}}{21} = \frac{V_{01}}{21} \qquad (\div 38)$

$\frac{dV_{C1}}{dt} + \frac{V_{C1}}{798} = \frac{V_{01}}{798}$

Por fator integrante:

$p(t) = \frac{1}{798} \qquad q(t) = \frac{V_{01}}{798}$

$u(t) = e^{\int \frac{1}{798} dt} = e^{\frac{t}{798}}$

$V_{C1}(t) = \frac{1}{u(t)} (\int u(t) \cdot q(t) \cdot dt + C)$

$V_{C1}(t) = \frac{1}{e^{\frac{t}{798}}} (\int e^{\frac{t}{798}} \cdot \frac{V_{01}}{798} \cdot dt + C)$

$V_{C1}(t) = e^{-\frac{t}{798}}(\frac{V_{01}}{798} \cdot \int e^{\frac{t}{798}} \cdot dt + C)$

$V_{C1}(t) = e^{-\frac{t}{798}}(\frac{V_{01}}{798} \cdot 798 \cdot e^{\frac{t}{798}} + C)$

$V_{C1}(t) = e^{-\frac{t}{798}}(V_{01} \cdot e^{\frac{t}{798}} + C)$

$V_{C1}(t) = V_{01} + C \cdot e^{-\frac{t}{798}}$

Aplicando $V_{C1}(0) = 0\, V$ para encontrar a constante, tem-se:

$0 = V_{01} + C \cdot e^{-\frac{0}{798}}$

$0 = V_{01} + C \cdot 1$

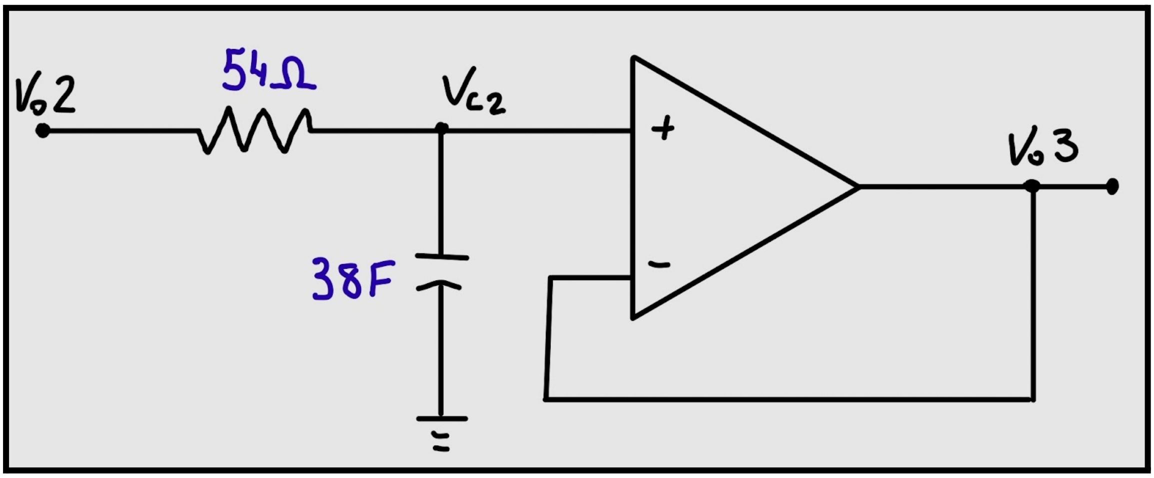
$C = - V_{01}$

Com isto, tem-se:

$V_{C1}(t) = V_{01} + (- V_{01}) \cdot e^{-\frac{t}{798}}$

$V_{02} = V_{C1}(t) = V_{01} \cdot (1 - e^{-\frac{t}{798}})$

<u>AMP-OP 3</u>



Por Leis de Kirchhoff das correntes no nó V_{C2}:

$i_{R2} = i_{c}$

$$\frac{V_{02} - V_{C2}}{R2} = C \cdot \frac{dV_{C2}}{dt}$$
$$\frac{V_{02} - V_{C2}}{54} = 38 \cdot \frac{dV_{C2}}{dt}$$
$$38 \cdot \frac{dV_{C2}}{dt} + \frac{V_{C2}}{54} = \frac{V_{02}}{54} \qquad (\div\ 38)$$
$$\frac{dV_{C2}}{dt} + \frac{V_{C2}}{2052} = \frac{V_{01} \cdot (1 - e^{-\frac{t}{798}})}{2052}$$

Por fator integrante:

$$p(t) = \frac{1}{2052} \qquad q(t) = \frac{V_{01} \cdot (1 - e^{-\frac{t}{798}})}{2052}$$

$$u(t) = e^{\int \frac{1}{2052} dt} = e^{\frac{t}{2052}}$$

$$V_{C2}(t) = \frac{1}{u(t)} \left(\int u(t) \cdot q(t) \cdot dt + C\right)$$

$$V_{C2}(t) = \frac{1}{e^{\frac{t}{2052}}} \left(\int e^{\frac{t}{2052}} \cdot \frac{V_{01} \cdot (1 - e^{-\frac{t}{798}})}{2052} \cdot dt + C\right)$$

$$V_{C2}(t) = e^{-\frac{t}{2052}} \left(\int e^{\frac{t}{2052}} \cdot \frac{V_{01} \cdot (1 - e^{-\frac{t}{798}})}{2052} \cdot dt + C\right)$$

$$V_{C2}(t) = e^{-\frac{t}{2052}} \left(\frac{V_{01}}{2052} \cdot \int e^{\frac{t}{2052}} \cdot (1 - e^{-\frac{t}{798}}) \cdot dt + C\right)$$

$$V_{C2}(t) = e^{-\frac{t}{2052}} \left(\frac{V_{01}}{2052} \cdot \int e^{\frac{t}{2052}} - e^{-\frac{1254 \cdot t}{1637496}} \cdot dt + C\right)$$

$$V_{C2}(t) = e^{-\frac{t}{2052}} \left(\frac{V_{01}}{2052} \cdot \left(2052 \cdot e^{\frac{t}{2052}} + \frac{1637496 \cdot e^{-\frac{1254 \cdot t}{1637496}}}{1254}\right) + C\right)$$

$$V_{C2}(t) = e^{-\frac{t}{2052}} \left(V_{01} \cdot e^{\frac{t}{2052}} + \frac{1637496}{2573208} \cdot e^{\frac{t}{2052} - \frac{t}{798}} + C\right)$$

$$V_{C2}(t) = e^{-\frac{t}{2052}} \left(V_{01} \cdot e^{\frac{t}{2052}} + 0,636 \cdot e^{\frac{t}{2052} - \frac{t}{798}} + C\right)$$

$$V_{C2}(t) = V_{01} + 0,636 \cdot e^{-\frac{t}{798}} + Ce^{-\frac{t}{2052}}$$

$$V_{C2}(t) = V_{01} + 0,636 \cdot e^{-\frac{t}{798}} + Ce^{-\frac{t}{2052}}$$

Para $V_{C2}(0) = 0\ V$, tem-se:

$$0 = V_{01} + 0,636 \cdot e^{-\frac{0}{798}} + Ce^{-\frac{0}{2052}}$$
$$0 = V_{01} + 0,636 \cdot 1 + C \cdot 1$$
$$C = -V_{01} - 0,636$$

Assim, tem-se:

$V_0(t) = V_{01} + 0,636 \cdot e^{-\frac{t}{798}} + (- V_{01} - 0,636) \cdot e^{-\frac{t}{2052}}$

$V_0(t) = V_{01} + 0,636 \cdot e^{-\frac{t}{798}} - V_{01} \cdot e^{-\frac{t}{2052}} - 0,636 \cdot e^{-\frac{t}{2052}}$

$V_0(t) = V_{01}(1 - e^{-\frac{t}{2052}}) + 0,636(e^{-\frac{t}{798}} - e^{-\frac{t}{2052}})$

Aplicando $V_{01} = 6,73 - 1,02V_0$, tem-se:

$V_0(t) = (6,73 - 1,02V_0) \cdot (1 - e^{-\frac{t}{2052}}) + 0,636(e^{-\frac{t}{798}} - e^{-\frac{t}{2052}})$

$V_0(t) = 6,73 - 1,02V_0 - 6,73 \cdot e^{-\frac{t}{2052}} + 1,02V_0 \cdot e^{-\frac{t}{2052}} + 0,636(e^{-\frac{t}{798}} - e^{-\frac{t}{2052}})$

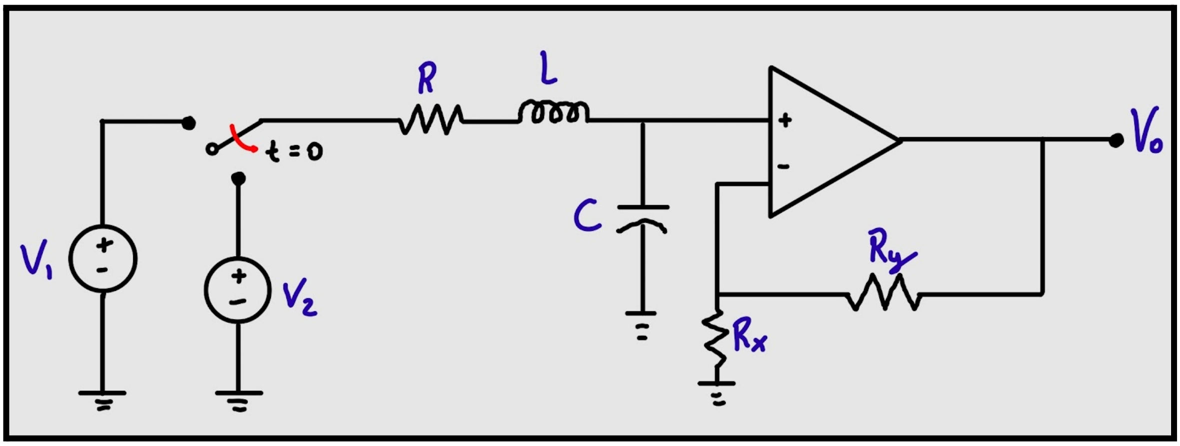
$V_0(t) + 1,02V_0 - 1,02V_0 \cdot e^{-\frac{t}{2052}} = 6,73 - 6,73 \cdot e^{-\frac{t}{2052}} + 0,636(e^{-\frac{t}{798}} - e^{-\frac{t}{2052}})$

$2,02V_0 - 1,02V_0 \cdot e^{-\frac{t}{2052}} = 6,73 - 6,73 \cdot e^{-\frac{t}{2052}} + 0,636(e^{-\frac{t}{798}} - e^{-\frac{t}{2052}})$

$V_0(2,02 - 1,02 \cdot e^{-\frac{t}{2052}}) = 6,73(1 - e^{-\frac{t}{2052}}) + 0,636(e^{-\frac{t}{798}} - e^{-\frac{t}{2052}})$

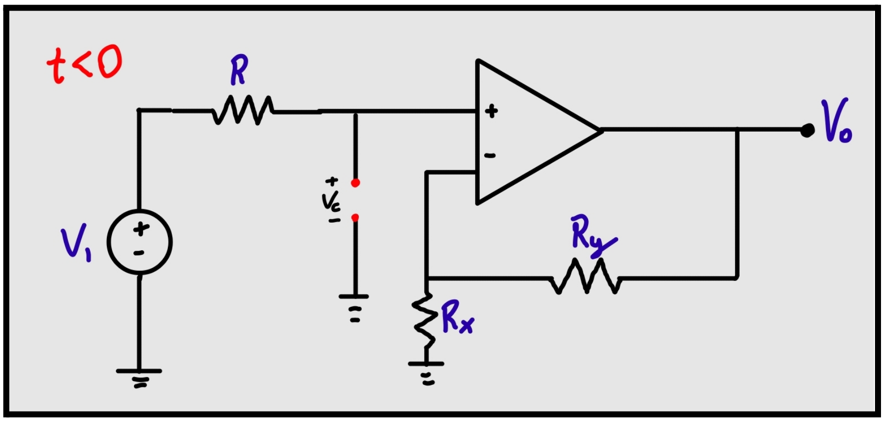
$V_0(t) = \frac{6,73(1-e^{-\frac{t}{2052}}) + 0,636(e^{-\frac{t}{798}} - e^{-\frac{t}{2052}})}{2,02-1,02 \cdot e^{-\frac{t}{2052}}}\ para\ t > 0$

Circuito 4



$R = 21\Omega, R_x = 49\Omega,\ R_y = 50\Omega, C = 38F, L = 54H, V_1 = 10\ V,\ V_2 = 20\ V$

Em $t = (0^-)$, temos um R.P. (Regime Permanente), logo o indutor vira um curto circuito e o capacitor vira um circuito aberto.



Devido a alta impedância de entrada de corrente do amplificador, temos:

$i_l(0^-) = 0$ A

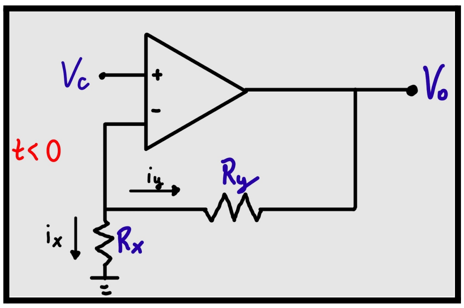
$V_1 = V_R + V_L + V_C$

$V_C = 10$ V

Portanto as condições iniciais do circuito são:

$i_l(0^-) = i_l(0^+) = 0$ A

$V_C(0^-) = V_C(0^+) = 10$ V



$I_X + I_Y = 0$

Logo:
$I_X = -I_Y$

$\frac{10-0}{49} = \frac{V_O-10}{50}$

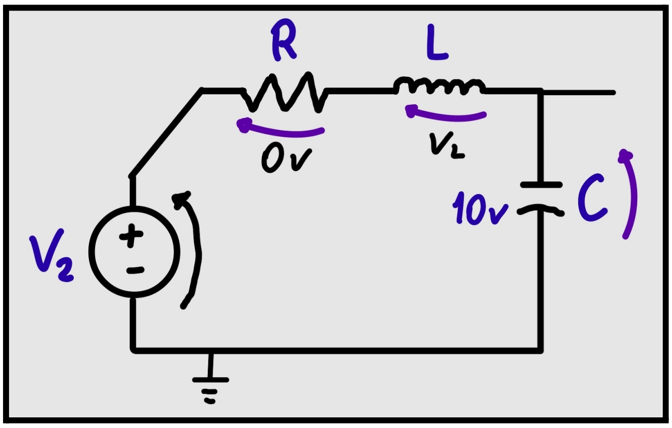
$500 = -490 + 49\,V_O$

$49\,V_O = 990$

$V_O = \frac{990}{49}$

$V_O = 20,20\ V$

$V_0(0^-) = V_0(0^+) = 20,20\ V$



$VR + V_L + V_C = V_2$

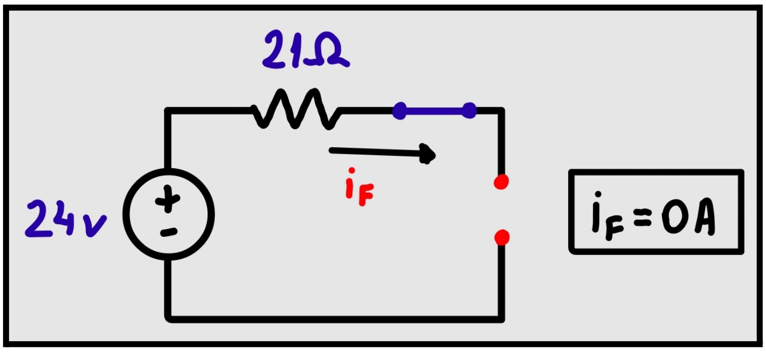
$0 + V_L(0^+) + 10 = 20$

$V_L(0^+) = 10\ V$

$V_L(0^+) = L \cdot \frac{di_L(0^+)}{dt} \rightarrow \frac{di_L(0^+)}{dt} = \frac{10}{54} \rightarrow \frac{di_L(0^+)}{dt} = 0,185\ A$

Queremos $i(t) = i_n(t) + i_F$ para encontrar $V_C(t) = V_{Cn}(t) + V_{Cf}(t)$

$i_F: t \rightarrow \infty$

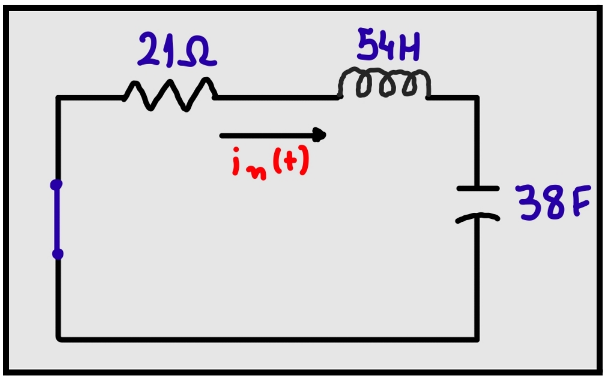


O sistema no infinito se encontra em Regime Permanente, assim como $i_F = 0\ A$, fazemos LKT na malha:

$VR + V_L + V_C = V_2$

$0 + 0 + V_{Cf}(t) = V_2$

$V_{Cf}(t) = 20\ V$



Sistema RLC em série, utiliza-se as seguintes fórmulas:

$\alpha = \frac{R}{2L} = \frac{21}{2\cdot 54} = \frac{21}{108} = 0,194\ Np/s$

$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{L\cdot C}} = \frac{1}{\sqrt{54\cdot 38}} = \frac{1}{\sqrt{2052}} = 0,022\ rad/s$

Superamortecimento → $\alpha > \omega_0$

$s_1 = -\alpha + \sqrt{\alpha^2 - \omega_0^2}$

$s_1 = -0,194 + \sqrt{(0,194)^2 - (0,022)^2}$

$s_1 = -0,194 + 0,1927$

$s_1 \simeq -0,0013$

$s_2 = -\alpha - \sqrt{\alpha^2 - \omega_0^2}$

$s_2 = -0,194 - \sqrt{(0,194)^2 - (0,022)^2}$

$s_2 = -0,194 - 0,1927$

$s_2 \simeq -0,3867$

$i_n(t) = A_1 \cdot e^{-0,0013\cdot t} + A_2 \cdot e^{-0,3867\cdot t}$

$i_L(t) = A_1 \cdot e^{-0,0013\cdot t} + A_2 \cdot e^{-0,3867\cdot t} + 0$

$i_L(0^+) = 0\ A \qquad A_1 + A_2 = 0 \rightarrow A_1 = -A_2$

$\frac{di_L(0^+)}{dt} = 0,185\ A$

$\frac{di_L(0^+)}{dt} = -0,0013 \cdot A_1 \cdot e^{-0,0013\cdot t} - 0,3867 \cdot A_2 \cdot e^{-0,3867\cdot t}$

$0,185 =- 0,0013 \cdot A_1 - 0,3867 \cdot A_2$

$0,185 = 0,0013 \cdot A_2 - 0,3867 \cdot A_2$

$-0,3854 \cdot A_2 = 0,185$

$A_2 \simeq \ -0,48 \qquad\qquad A_1 \simeq 0,48$

$i_L(t) = 0,48 \cdot e^{-0,0013 \cdot t} - 0,48 \cdot e^{-0,3867 \cdot t}$

$p, t > 0$

Com $i_{Ln}(t)$, podemos encontrar $V_{Cn}(t)$:

$i_{Ln}(t) = i_{Cn}(t)$

$i_{Cn}(t) = C \cdot \frac{dV_C}{dt}$

$0,48 \cdot e^{-0,0013 \cdot t} - 0,48 \cdot e^{-0,3867 \cdot t} = 38 \cdot \frac{dV_C}{dt} \quad (\div\ 38)$

$\frac{dV_C}{dt} = 0,0126 \cdot e^{-0,0013 \cdot t} - 0,0126 \cdot e^{-0,3867 \cdot t}$

Aplicando a $\int dt$

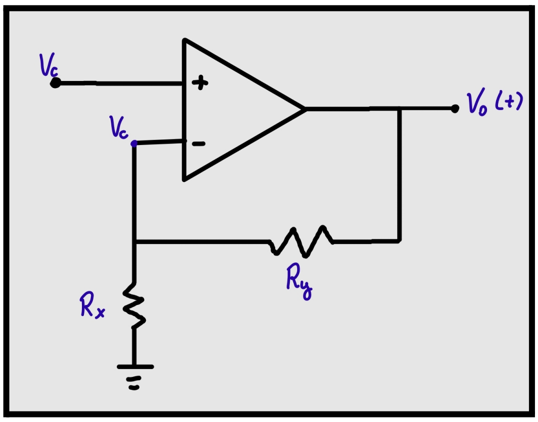
$\int \frac{dV_C}{dt} = \int (0,0126 \cdot e^{-0,0013 \cdot t} - 0,0126 \cdot e^{-0,3867 \cdot t} \cdot dt)$

$V_{Cn}(t) =- 9,69 \cdot e^{-0,0013 \cdot t} + 0,032 \cdot e^{-0,3867 \cdot t}$

$para, t > 0$

Com isso, temos a resposta completa de $V_C(t)$:

$V_C(t) = 20 - 9,69 \cdot e^{-0,0013 \cdot t} + 0,032 \cdot e^{-0,3867 \cdot t}$



Utilizando, a mesma

$V_0(t) = (1 + \frac{R_x}{R_y}) \cdot V_C(t)$

$$V_0(t) = (1 + \frac{50}{49}) \cdot (20 - 9,69 \cdot e^{-0,0013 \cdot t} + 0,032 \cdot e^{-0,3867 \cdot t})$$

$$V_0(t) = 2,02 \cdot (20 - 9,69 \cdot e^{-0,0013 \cdot t} + 0,032 \cdot e^{-0,3867 \cdot t})$$

$$V_0(t) = 40,4 - 19,57 \cdot e^{-0,0013 \cdot t} + 0,064 \cdot e^{-0,3867 \cdot t} \quad para\ t > 0$$

Comparações

Circuito 1

Aplicando para $t \rightarrow \infty$

$V_0(t) = 19,8 + 26,334 \cdot sen(0,0009447 \cdot t) \cdot e^{-0,0001830 \cdot t}\ para\ t > 0$

$Tendendo\ t \rightarrow \infty,\ ou\ seja,\ um\ tempo\ grande\ para\ R.P$

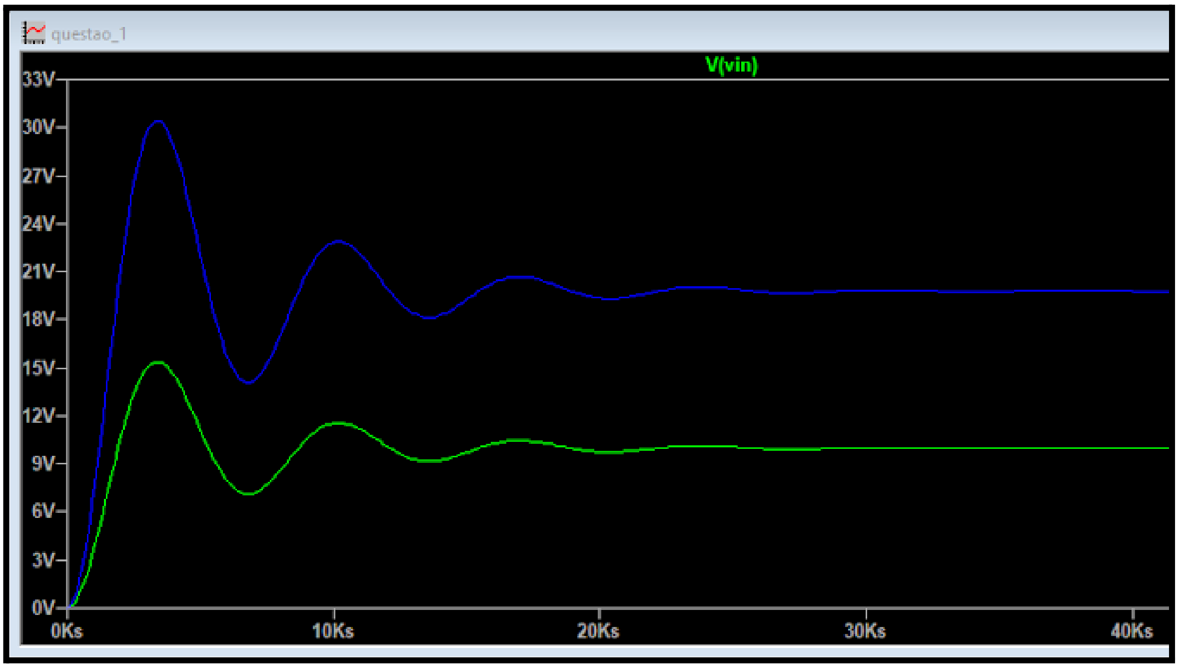
$V_0(\infty) = 19,8 + 26,334 \cdot sen(0,0009447 \cdot \infty) \cdot e^{-0,0001830 \cdot \infty}$

$sen(0,0009447 \cdot \infty) = \ -1 < x < 1 \Rightarrow constante$

$V_0(\infty) = 19,8 + \frac{26,334 \cdot constante}{e^{\infty}}$

$V_0(\infty) = 19,8 \ + 0$

$V_0(\infty) \simeq \ 19,8\ V$



A partir do gráfico do circuito 1 (acima), nota-se que quando t é muito grande, ou seja, o circuito entra em Regime Permanente, a tensão $Vout$ (linha azul) tende ao valor de $20\ volts$, aproximado. Percebe-se que $V_0(\infty) \simeq \ 19,8\ V$, então pode-se confirmar a saída de $Vout$ nessas condições.

Aplicando em $t \ = 10000\ s$, tem-se

$V_0(10000) = 19,8 + 26,334 \cdot sen(0,0009447 \cdot 10000) \cdot e^{-0,0001830 \cdot 10000}$

$V_0(10000) = 19,8 + 26,334 \cdot \frac{sen(94,47)}{e^{1,830}}$

$V_0(10000) = 19,8 + 26,334 \cdot \frac{0,9969}{6,2338}$

$V_0(10000) = 19,8 + 26,334 \cdot 0,1599$

$V_0(10000) = 19,8 + 4,21$

$V_0(10000) \simeq 24,01$

No mesmo gráfico, pode ser observado que em 10 ks (10000s), tem-se um valor aproximado de $24\ volts$, vindo de encontro com o valor calculado com a função horária acima.

Circuito 2

Aplicando para $t \rightarrow \infty$

$$V_0(t) = 39,6 - 39,7 \cdot e^{\frac{-t}{798}} + \frac{1}{20} \cdot e^{-\frac{50}{54} \cdot t} \; para\, t > 0$$

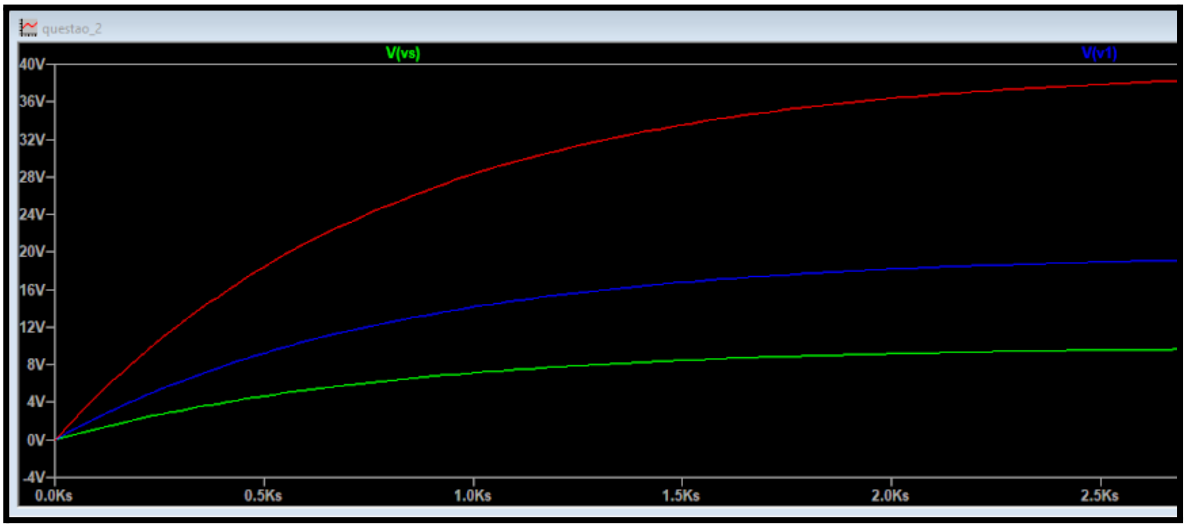
$Tendendo\ t \rightarrow \infty,\ ou\ seja,\ um\ tempo\ grande\ para\ R.P$

$$V_0(\infty) = 39,6 - 39,7 \cdot e^{\frac{-\infty}{798}} + \frac{1}{20} \cdot e^{-\frac{50}{54} \cdot \infty}$$

$$V_0(\infty) = 39,6 - \frac{39,7}{e^{\infty}} + \frac{\frac{1}{20}}{e^{\infty}}$$

$$V_0(\infty) = 39,6 - 0 + 0$$

$$V_0(\infty) \simeq 39,6\, V$$



A partir do gráfico do circuito 2 (acima), nota-se que quando t é muito grande, ou seja, o circuito entra em Regime Permanente, a tensão $Vout$ (linha vermelha) tende ao valor de $40\ volts$, aproximado. Percebe-se que $V_0(\infty) \simeq 39,6\, V$, então pode-se confirmar a saída de $Vout$ nessas condições.

Aplicando em $t = 1000\ s$, tem-se

$$V_0(1000) = 39,6 - 39,7 \cdot e^{\frac{-1000}{798}} + \frac{1}{20} \cdot e^{-\frac{50}{54} \cdot 1000}$$

$$V_0(1000) = 39,6 - \frac{39,7}{e^{1,253}} + \frac{\frac{1}{20}}{e^{925,92}}$$

$$V_0(1000) = 39,6 - \frac{39,7}{e^{1,253}} + Valor\ desprezível$$

$$V_0(1000) = 39,6 - 11,34 + Valor\ desprezível$$

$$V_0(1000) \simeq 28,25\, V$$

No mesmo gráfico, pode ser observado que em 1 ks (1000s), tem-se um valor aproximado de $38\ volts$, vindo de encontro com o valor calculado com a função horária acima.

Circuito 3

Aplicando para $t \rightarrow \infty$

$$V_0(t) = \frac{6{,}73(1-e^{-\frac{t}{2052}}) + 0{,}636(e^{-\frac{t}{798}} - e^{-\frac{t}{2052}})}{2{,}02-1{,}02\cdot e^{-\frac{t}{2052}}} \quad para\ t > 0$$

$Tendendo\ t \rightarrow \infty,\ ou\ seja,\ um\ tempo\ grande\ para\ R.P$

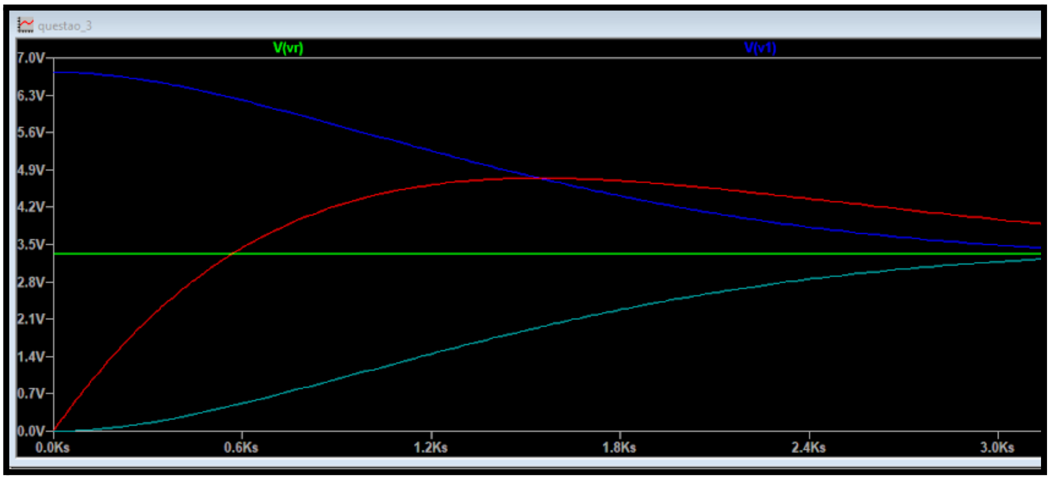
$$V_0(\infty) = \frac{6{,}73(1-e^{-\frac{\infty}{2052}}) + 0{,}636(e^{-\frac{\infty}{798}} - e^{-\frac{\infty}{2052}})}{2{,}02-1{,}02\cdot e^{-\frac{\infty}{2052}}}$$

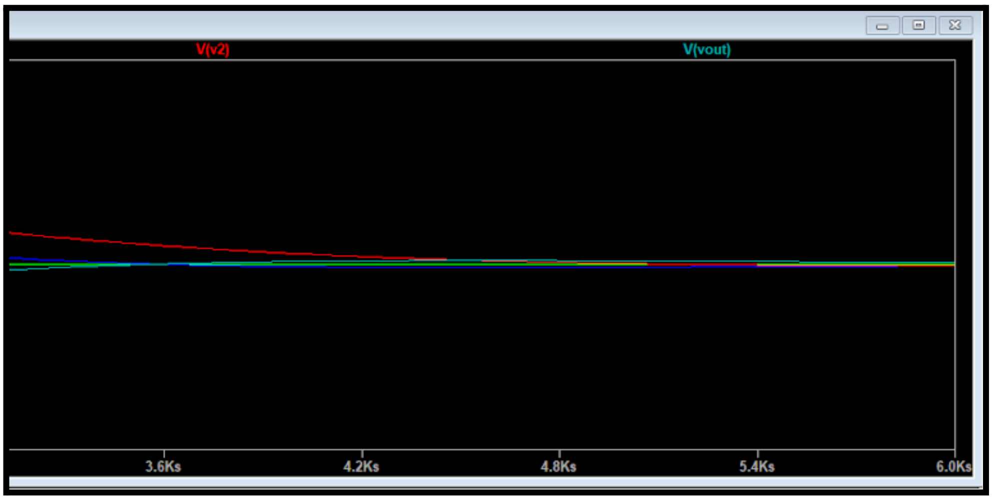
$$V_0(\infty) = \frac{6{,}73(1-\frac{1}{e^{\infty}}) + 0{,}636(\frac{1}{e^{\infty}} - \frac{1}{e^{\infty}})}{2{,}02-\frac{1{,}02}{e^{\infty}}}$$

$$V_0(\infty) = \frac{6{,}73(1-0) + 0{,}636(0-0)}{2{,}02-0}$$

$$V_0(\infty) = \frac{6{,}73}{2{,}02}$$

$$V_0(\infty) \simeq 3{,}331\ V$$





A partir do gráfico do circuito 4 (acima), nota-se que quando t é muito grande, ou seja, o circuito entra em Regime Permanente, a tensão $Vout$ (linha ciano) tende ao valor de

$3,4\ volts$, aproximado. Percebe-se que $V_0(\infty)\ \simeq\ 3,331\ V$, então pode-se confirmar a saída de $Vout$ nessas condições.

Aplicando em $t\ =\ 1200\ s$, tem-se:

$$V_0(1200)\ = \frac{6{,}73(1-e^{-\frac{1200}{2052}})+0{,}636(e^{-\frac{1200}{798}}-e^{-\frac{1200}{2052}})}{2{,}02-1{,}02\cdot e^{-\frac{1200}{2052}}}$$

$$V_0(1200)\ = \frac{6{,}73(1-\frac{1}{e^{0{,}587}})+0{,}636(\frac{1}{e^{1{,}503}}-\frac{1}{e^{0{,}587}})}{2{,}02-\frac{1{,}02}{e^{0{,}587}}}$$

$$V_0(1200)\ = \frac{6{,}73(1-0{,}556)+0{,}636(0{,}222-0{,}556)}{2{,}02-0{,}567}$$

$$V_0(1200)\ = \frac{6{,}73\cdot 0{,}444+0{,}636\cdot(-0{,}334)}{1{,}453}$$

$$V_0(1200)\ = \frac{2{,}98812-0{,}212424}{1{,}453}$$

$$V_0(1200)\ = \frac{2{,}775696}{1{,}453}$$

$$V_0(1200)\ \simeq\ 1,91\ V$$

No mesmo gráfico, pode ser observado que em 1,2 ks (1200s), tem-se um valor aproximado de $1,5\ volts$, notando-se uma discrepância que pode ser resultado de perda de tensão ao longo do tempo, entretanto com um intervalo de confiança.

Circuito 4

Aplicando para $t \rightarrow \infty$

$V_0(t) = 40,4 - 19,57 \cdot e^{-0,0013 \cdot t} + 0,064 \cdot e^{-0,3867 \cdot t}$ $para\ t > 0$

$Tendendo\ t \rightarrow \infty,\ ou\ seja,\ um\ tempo\ grande\ para\ R.P$

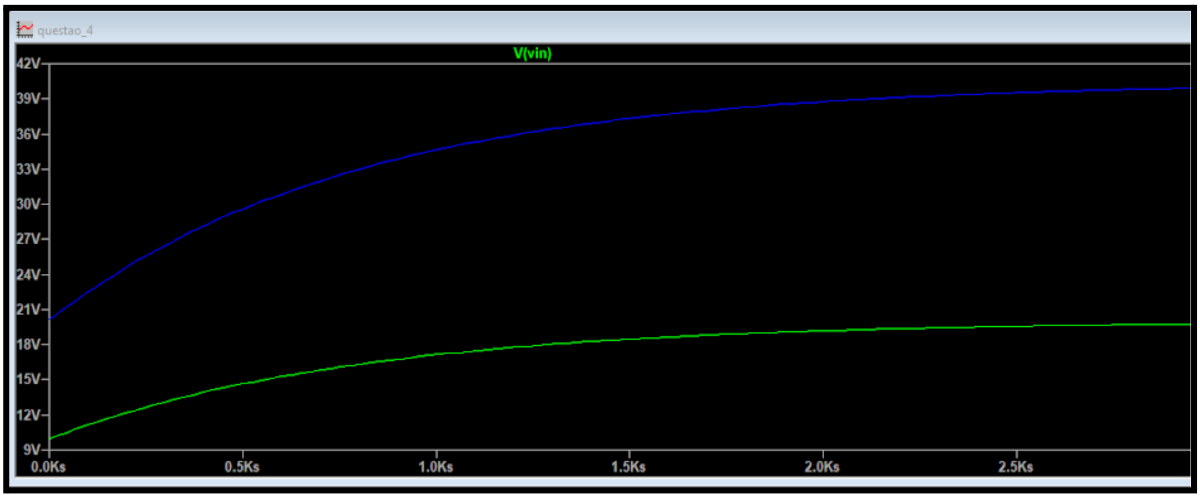
$V_0(\infty) = 40,4 - 19,57 \cdot e^{-0,0013 \cdot \infty} + 0,064 \cdot e^{-0,3867 \cdot \infty}$

$V_0(\infty) = 40,4 - \frac{19,57}{e^{\infty}} + \frac{0,064}{e^{\infty}}$

$V_0(\infty) = 40,4 - 0 + 0$

$V_0(\infty) \simeq 40,4\ V$

$t \geq 0 - Chave\ em\ V2$



A partir do gráfico do circuito 3 (acima), nota-se que quando t é muito grande, ou seja, o circuito entra em Regime Permanente, a tensão $Vout$ (linha azul) tende ao valor de 40 $volts$, aproximado. Percebe-se que $V_0(\infty) \simeq 40,4\ V$, então pode-se confirmar a saída de $Vout$ nessas condições.

Aplicando em $t = 1000\ s$, tem-se:

$V_0(1000) = 40,4 - 19,57 \cdot e^{-0,0013 \cdot 1000} + 0,064 \cdot e^{-0,3867 \cdot 1000}$

$V_0(1000) = 40,4 - \frac{19,57}{e^{1,3}} + \frac{0,064}{e^{386,7}}$

$V_0(1000) = 40,4 - 5,333 + Valor\ desprezível$

$V_0(1000) \simeq 35,067\ V$

No mesmo gráfico, pode ser observado que em 1 ks (1000s), tem-se um valor aproximado de 35 $volts$, vindo de encontro com o valor calculado com a função horária acima.