МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ РЯЗАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ РАДИОТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ

ИЗУЧЕНИЕ ДИФРАКЦИИ ФРАУНГОФЕРА ОТ ЩЕЛИ

Методические указания к лабораторной работе УДК 539

Изучение дифракции Фраунгофера от щели: методические указания к лабораторной работе /Рязан. гос. радиотехн. ун-т; сост.: А.П.Соколов, А. В. Николаев. Рязань, 2018. 8 с.

Изложены элементы теории и метод определения ширины щели и длины волны света с помощью дифракции Фраунгофера от одной щели. Описан порядок выполнения работы. Даны указания по обработке результатов. Приведены вопросы для проверки знаний и самоконтроля.

Предназначены для студентов всех специальностей, изучающих курс «Физика».

Ил. 5. Библиогр.: 2 назв.

Зоны Френеля, дифракция Фраунгофера, дифракционная картина, окулярный микрометр

Печатается по решению редакционно-издательского совета Рязанского государственного радиотехнического университета.

Рецензент: кафедра общей и экспериментальной физики РГРТУ (зав. кафедрой М. В. Дубков)

Изучение дифракции Фраунгофера от щели

Составители: Соколов Александр Павлович Николаев Артём Владимирович

Редактор Р. К. Мангутова Корректор С. В. Макушина Подписано в печать 25.06.18. Формат бумаги $60 \times 84\ 1/16$.

Бумага писчая. Печать трафаретная. Усл. печ. л. 0,5.

Тираж 200 экз. Заказ

Рязанский государственный радиотехнический университет. 390005, Рязань, ул. Гагарина, 59/1. Редакционно-издательский центр РГРТУ.

Цель работы: ознакомиться с основными понятиями теории дифракции и способами её наблюдения, пронаблюдать и применить явление дифракции Фраунгофера от прямоугольной щели для определения длин волн излучения источника света.

ЭЛЕМЕНТЫ ТЕОРИИ И МЕТОД ЭКСПЕРИМЕНТА

Дифракцией называют совокупность явлений, наблюдаемых при распространении волн в среде с резкими неоднородностями и связанных с отклонением от законов геометрической оптики.

При дифракции, так же как и при интерференции, наблюдается перераспределение светового потока при наложении когерентных волн. Дифракционные эффекты существенны, если длина волны λ сопоставима с размером b препятствия. В этом случае сохраняют силу такие понятия, как волновая поверхность и волновой фронт. При $\lambda >> b$ или $\lambda << b$ дифракционные эффекты несущественны.

Расчёт интенсивности дифракционной картины осуществляют с использованием **принципа Гюйгенса - Френеля**: Каждая точка волнового фронта является источником вторичных сферических волн, суперпозиция которых определяет интенсивность света в заданной точке.

Наиболее наглядно задача дифракции решается разбиением волновой поверхности на кольцевые участки (зоны Френеля). Расстояние от соседних зон до точки наблюдения P отличается на половину длины волны $\lambda/2$. При соблюдении этого условия колебания, приходящие в точку P , находятся в противофазе и гасят друг друга. Элементарный расчёт показывает, что при разбиении сферического волнового фронта на зоны Френеля площади всех зон с точностью до $(\lambda/2)^2$ одинаковы [1]. Амплитуда колебаний A в точке P равна сумме колебаний от всех зон Френеля $= A_1 - A_2 + A_3 - A_4 + ...$, т.е. образует знакопеременный ряд, члены которого монотонно убывают при увеличении номера зоны. Изменение знака членов ряда обусловлено изменением фазы колебаний между чётными и нечётными зонами на величину π . Уменьшение амплитуды A_m с ростом номера зоны m, согласно предположению Френеля, связано с уменьшением вклада колебаний поля световой волны в точке наблюдения P, приходящих от зон, которые дальше отстоят от центральной зоны. При полностью открытом волновом фронте выражение для амплитуды A можно представить в виде

$$A=A_1/2+(A_1/2-A_2+A_3/2)+(A_3/2-A_4+A_5/2)+\dots$$

Сумма членов в скобках приблизительно равна нулю, поэтому $A=A_1/2$. Если круглое отверстие открывает m зон Френеля, то $A=A_1/2-A_n/2$ при

чётном m и $A=A_1/2+A_m/2$ при нечётном m. Радиус m-й зоны определяется формулой

$$r_m = \sqrt{\frac{a_1 a_2 m \lambda}{a_1 + a_2}}$$
,

где a_1 – расстояние от точечного источника до центральной зоны, a_2 – расстояние от центральной зоны до точки P [1] .

Условием наблюдения дифракции является сравнимость размеров препятствия на пути световой волны с размерами первой зоны Френеля. Если в пределах препятствия укладывается относительно небольшое число зон Френеля, то это является необходимым и достаточным условием получения дифракционной картины.

Различают две области наблюдения дифракции: область дифракции Френеля и область дифракции Фраунгофера. Дифракция Френеля наблюдается в ближней зоне, то есть при таком расстоянии от препятствия b до точки наблюдения P, когда характерный размер пре-

пятствия $\rho \ge r_1 = \sqrt{\frac{a_1 a_2 \lambda}{a_1 + a_2}}$. Если фронт падающей на препятствие световой

волны является плоским, что соответствует $a_1 \rightarrow \infty$, то область дифракции Фраунгофера начинается при

$$a_2 \ge \frac{\rho^2}{\lambda}$$
.

Выполнение этого условия означает, что при удалении экрана, на котором наблюдается дифракция, на расстояние больше, чем a_2 , в характерном размере препятствия ρ укладывается меньше одной зоны Френеля. Дифракционная картина при этом образуется в результате суперпозиции практически плоских (квазиплоских) волн, приходящих в область наблюдения под различными углами.

Рассмотрим дифракцию плоской волны на узкой и бесконечно длинной щели, образованной двумя непрозрачными экранами, расстояние между которыми равно b (рис. 1).

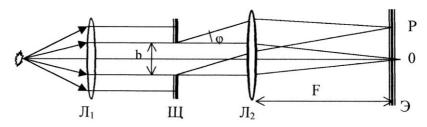


Рис. 1

Согласно условиям дифракции Фраунгофера [1] дифракционная картина наблюдается на экране при его достаточно большом удалении от щели. Поэтому точка наблюдения P настолько удалена от щели, что лучи, идущие от неё под углом дифракции ф и сходящиеся в точке наблюдения Р, практически могут считаться параллельными. Математически задача дифракции в этом случае решается как дифракция плоских волн. Суперпозиция этих волн, распространяющихся под различными углами ф, образует на экране дифракционную картину. Дифракция плоских волн может наблюдаться и на небольшом расстоянии от щели, если после щели поместить собирающую линзу, в фокальной плоскости находится экран (рис. 1). Излучение точечного источника превращается линзой \mathcal{J}_1 (роль этой линзы на рис. 4 выполняет коллиматор 3) в плоскую волну, которая проходит через щель III. Линза III_2 собирает в различных участках своей фокальной плоскости все лучи, прошедшие через щель, в том числе и отклонившиеся на угол ф от первоначального направления.

Найдём распределение интенсивности света в дифракционной картине на экране Э. Выделим элементарную полоску шириной dx, расположенную на расстоянии х от края щели (см. рис. 2), т.е. от точки 0. Каждая полоска в плоскости щели создаёт поле световой волны $dE_0 = cdx \cos \omega t$, где c — постоянная величина, ω — частота.

Если амплитуду световой волны, падающей на щель, обозначить Е0 то

очевидно, что
$$E_0=\int\limits_0^b cdx=cb\cdot {\rm C}$$
ледовательно,
$$dE_0=\frac{E_0}{b}dx\cos \omega t\cdot \eqno(1)$$

Участок щели dx посылает в направлении, определяемом углом ϕ , плоскую волну с запаздыванием по фазе на $k\Delta = kx\sin\phi$ относительно левого края щели, т.е.

$$dE_{\varphi} = \frac{E_0}{b}\cos(\omega t - kx\sin\varphi)dx,$$
 (2)

 $k=2\pi/\lambda$ — волновое число.

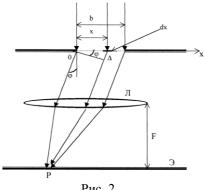


Рис. 2

Вследствие когерентности возмущений от всех полосок нахождение результирующей амплитуды в произвольной точке P сводится к решению задачи интерференции, т.е. сложению колебаний от всех полосок с учётом амплитуды и фазы. Отметим, что линза \mathcal{I} (рис. 2) дополнительной разности фаз не вносит. Проинтегрируем выражение (2) по всей ширине щели от 0 до b:

$$E = \int_{0}^{b} dE_{\varphi} = \int_{0}^{b} \frac{E_{0}}{b} \cos(\omega t - kx \sin \varphi) dx = E_{0} \frac{\sin\left(\frac{kb}{2}\sin\varphi\right)}{\frac{kb}{2}} \cos\left(\omega t - \frac{kb}{2}\sin\varphi\right). \tag{3}$$

Амплитуда результирующей волны в точке P определяется членами, не зависящими от времени в выражении (3), т.е.

$$E_{p} = E_{0} \frac{\sin\left(\frac{kb}{2}\sin\phi\right)}{\frac{kb}{2}} . \tag{4}$$

Поскольку интенсивность света пропорциональна квадрату амплитуды, то распределение интенсивности в фокальной плоскости линзы имеет вид

$$I_{\varphi} = I_0 \frac{\sin^2\left(\frac{kb}{2}\sin\phi\right)}{\left(\frac{kb}{2}\sin\phi\right)^2(\frac{kb}{2}\sin\phi)^2}.$$
 (5)

Из выражения (5) следует, что при

$$\frac{kb}{2}\sin\varphi = \frac{\pi b}{\lambda}\sin\varphi = n\pi,\tag{6}$$

где
$$n=1, 2, 3, ...$$
, освещённость равна нулю. Условие $b\sin\varphi = \pm n\lambda$ (7)

определяет угловое положение минимумов при дифракции Фраунгофера на щели.

График функции вида
$$I_{\phi} = I_{0} \left(\frac{\sin u}{u} \right)^{2},$$
 где $u = \frac{\pi b \sin \phi}{\lambda},$ показан

на рис. 3. Как следует из формулы (5), максимальные значения интенсивности света быстро убывают с увеличением угла дифракции ф. Расчёт по формуле (5) показывает, что соотношение максимумов интенсивности разных порядков имеет вид

$$I_0: I_1: I_2 = 1:0,047:0,017$$

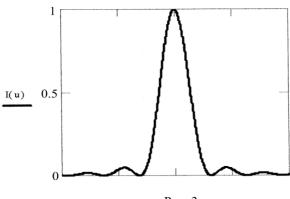


Рис. 3

Следовательно, основной световой поток сконцентрирован в пределах центрального дифракционного максимума, определяемого значениями

$$\sin \varphi = \pm \frac{\lambda}{h}.$$
 (8)

При малых углах дифракции координата x_m , определяющая положение на экране минимума интенсивности света (тёмной полосы) m-го поряд-

ка, может быть найдена из формулы (7), при $\sin \varphi \approx tg\varphi = \frac{x_m}{F}$, т.е.

$$x_m = \frac{mF\lambda}{b} \tag{9}$$

Ширина центрального дифракционного максимума, как следует из соотношения (9), может быть рассчитана по формуле

$$\Delta_0 = \frac{2F\lambda}{b} \,. \tag{10}$$

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ УСТАНОВКА

Схема установки показана на рис. 4, где 1 и 2 — светоизлучающие диоды в красном и зелёном участках спектра, 3 — коллиматор, образующий параллельный пучок света, 4 — регулируемая по ширине щель, 5 — линза, 6 — окуляр-микрометр. Все элементы установки закреплены в оптических рейтерах 7, 8, 9, 10, 11 на скамье 12.

Внимание! Оптическая система настроена и без разрешения преподавателя или лаборанта перемещать рейтеры и оптические элементы схемы нельзя. Подлежат регулировке только ширина щели при помощи барабанчика 14 и перемещения креста окулярного микрометра вращением барабанчика 15.

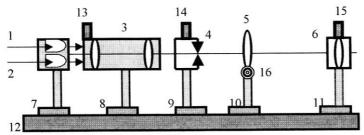


Рис. 4 **ПРОВЕДЕНИЕ ИЗМЕРЕНИЙ**

- 1. Включить источник питания светодиодов. Тумблер на рейтере 7 поставить в положение «красный»
- 2. Установить с помощью барабанчика 14 с нанесёнными на нём делениями минимальную ширину щели.
- 3. Увеличивая ширину щели, получить дифракционную картину при наблюдении её через окуляр микрометра. Вид дифракционной картины в поле зрения окуляра показан на рис 5.
- 4. Крест окулярного микрометра, вращая барабанчик 15, вывести в центр поля зрения. Для удобства отсчётов совместить шкалу барабанчика 15 с нулевой отметкой. С помощью винта 16 установить крест на центр полосы нулевого порядка.

- 5. Измерить расстояние между линзой 5 и окулярным микрометром 6, которое приблизительно равно фокусному расстоянию линзы F. Это расстояние указано на оправе линзы.
- 6. Вращая барабанчик окулярного микрометра, совместить перекрестие с полосами минимальной интенсивности \pm первого, \pm второго, \pm третьего и т.д. порядка, насколько это позволяет дифракционная картина. Эти полосы расположены справа и слева от центральной полосы. Записать показания микрометра окуляра $N_+^{\ k}$ и $N_-^{\ k}$ для полос $\pm k$ -го порядка. Эти измерения повторить не менее трёх раз и свести в таблицу.
- 7. Вычислить ширину щели b по формуле

$$b = \frac{kF\lambda}{x_k},\tag{11}$$

приняв длину волны красного светодиода λ=650 нм, где

$$x_k = \frac{N_+^k + N_-^k}{2} 0,004$$
 MM,

если расстояние \mathcal{X}_k между двумя симметрично расположенными тёмными полосами отсчитано в делениях барабана окулярного микрометра, цена деления которого равна 0,004 мм, а общее число делений равно 100. Обратить внимание на то, что при вращении барабана его шкала может перейти нулевую отметку. Поэтому к показаниям N_+^k либо N_-^k нужно прибавить $\Delta x_k = (100 \cdot n) \cdot 0,004$ мм, где n - число полных оборотов барабана после прохождения нулевой отметки. Один оборот барабана соответствует перемещению по неподвижной шкале микрометра на одно деление, т.е. на 0,4 мм. Изменяя ширину щели вращением барабана 14 с шагом 0,01мм для пяти значений ширины щели b, от-

считанных по микрометрическому устройству, измерить ширину центрального дифракционного максимума $\Delta_0 = x_1 - x_{-1}$, помещая перекрестие окулярного микрометра на минимум интенсивности с правой и левой от него стороны. Результат измерений представить в виде графической зависимости Δ_0 от b.

Построить график теоретической зависимости Δ_0 от b, рассчитанной по формуле

$$\Delta_0 = \frac{2F\lambda}{h}$$
.

8. Переключить тумблер на рейтере 7 в положение «зелёный». По указаниям п. 6 измерить



Рис. 5

расстояния между полосами минимальной интенсивности наблюдаемой дифракционной картины, установив ширину щели в положение, найденное согласно п. (7).

- 9. По формуле (10) вычислить длину волны излучения зелёного светодиода.
- 10. Оценить погрешности полученных результатов.

ВОПРОСЫ ДЛЯ САМОКОНТРОЛЯ

- 1. Объяснить явление дифракции света на основе принципа Гюйгенса - Френеля.
- 2. Сформулировать метод зон Френеля и вывести формулу для радиусов зон Френеля.
- 3. Объяснить различие между дифракцией Френеля и Фраунгофера.
- 4. Изобразить оптическую схему для наблюдения дифракции Фраунгофера и дать её обоснование.
- 5. Получить и проанализировать формулу для распределения интенсивности света в зависимости от угла дифракции при дифракции Фраунгофера на щели.
- 6. Объяснить вывод расчётных формул для ширины щели и для ширины центрального максимума.
- 7. На основе формул (8) и (9) оценить угол дифракционной расходимости ϕ плоской световой волны в зависимости от длины волны λ при её падении на щель шириной b.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

- 1. Ландсберг Г. С. Оптика. М.: Наука, 1976. С. 172-179.
- 2. Савельев И. В. Курс общей физики. Т. 2. М.: Наука, 1988. С. 382-407.