

Вопросы к экзамену по дисциплине Высшая математика (2 семестр)

Тема 5. Непрерывность функции одной переменной, точки разрыва функции

1. Понятие непрерывности функции, свойства непрерывных функций.
 2. Точки разрыва, их классификация. Построение графиков функций.
-

Тема 6. Дифференциальное исчисление функций одной переменной

1. Задача о касательной к графику, приводящая к понятию первой производной функции одной переменной. Определение производной функции в точке. Геометрический и физический смыслы производной функции в точке.
2. Связь производной функции с ее непрерывностью (теорема о непрерывности функции, имеющей конечную производную, дать доказательство). Односторонние производные. Понятие гладкой, негладкой функции в точке. Примеры.
3. Правила дифференцирования функции: производная суммы, произведения, частного двух функций (привести выводы правил дифференцирования).
4. Таблица производных основных элементарных функций (для ответа на вопрос привести вывод производных следующих функций x^n , $\sin x$, $\operatorname{tg} x$, a^x , $\log_a x$).
5. Производная сложной функции $y = f(u(x))$ (основная теорема, необходимо доказать).
Производные функций, состоящих из нескольких звеньев ($y = f(u(v(x)))$).
6. Формула логарифмического дифференцирования (вывод), ее применение к нахождению производных сложных функций. Производная обратной функции (вывод производных функций \log_a , \arcsin , \arccos , \arctg).
7. Понятие дифференциала функции, его свойства, связь с производной функции (доказательство теоремы). Геометрический смысл дифференциала функции.
8. Применение дифференциала при вычислении приближенных значений функций. Линеаризация функции.
9. Производные высших порядков. Формула Тейлора для функции одной переменной. Разложение элементарных функций по формуле Тейлора (представить разложения следующих элементарных функций e^x , $\ln(1+x)$, $\arcsin x$).
10. Производные высших порядков. Формула Тейлора для функции одной переменной. Разложение элементарных функций по формуле Тейлора (представить разложения следующих элементарных функций $\sin x$, $\cos x$, $(1+x)^\alpha$, $\operatorname{arctg} x$).

Тема 7. Применение дифференциального исчисления для исследования функций и построения графиков

1. Основные теоремы дифференциального исчисления (Ферма, Лагранжа). Для ответа на вопрос необходимо доказать теоремы.
2. Основные теоремы дифференциального исчисления (Роля, Коши). Для ответа на вопрос необходимо доказать теоремы.
3. Правило Лопиталя для раскрытия основных неопределенностей: $\left(\frac{\infty}{\infty}\right)$, $\left(\frac{0}{0}\right)$ (доказательство в некоторых случаях).
4. Использование правила Лопиталя для раскрытия неопределенностей вида $(0 \cdot \infty)$, $(\infty - \infty)$, показательно-степенных неопределенностей $(1)^\infty$, $(0)^0$.
5. Признаки монотонности функции одной переменной.
6. Экстремум функции (определение). Необходимый признак экстремума функции одной переменной (доказательство).
7. Достаточные признаки экстремума функции одной переменной (доказательство).
8. Условия выпуклости функции.
9. Точки перегиба функции (необходимый и достаточный признаки).

Тема 8. Неопределенный интеграл функции одной переменной

1. Понятие первообразной и неопределенного интеграла. Свойства неопределенного интеграла.
2. Таблица неопределенных интегралов. Метод непосредственного интегрирования.
3. Интегрирование путем замены переменных (подстановка и подведение функции под знак дифференциала).
4. Метод интегрирования по частям неопределенного интеграла, типы неопределенных интегралов, вычисляемых по данной схеме. Вычисление интегралов вида $\int e^{\alpha x} \cdot \sin(\beta x) dx$, $\int e^{\alpha x} \cdot \cos(\beta x) dx$.
5. Интегрирование выражений, содержащих квадратный трехчлен: интегралы вида $\int \frac{dx}{ax^2 + bx + c}$, $\int \frac{dx}{\sqrt{ax^2 + bx + c}}$, $\int \frac{(Mx + N)dx}{ax^2 + bx + c}$, $\int \frac{(Mx + N)dx}{\sqrt{ax^2 + bx + c}}$.
6. Рациональные дроби, их классификация. Простейшие дроби. Интегрирование простейших дробей 1,2,3-го типов.
7. Разложение правильной рациональной дроби на сумму простейших дробей (основная теорема), (на экзамене в билете будет дана дробь для разложения на простейшие дроби).
8. Метод неопределенных коэффициентов. Схема интегрирования рациональной дроби (на экзамене в билете будет дана дробь для интегрирования).
9. Интегрирование тригонометрических выражений $R(\sin x, \cos x)$ с помощью универсальной тригонометрической подстановки (УТП).
10. Частные тригонометрические подстановки.
11. Интегрирование квадратичных иррациональностей с помощью тригонометрических подстановок.

Тема 9. Определенный интеграл функции одной переменной

1. Понятие определенного интеграла (Римана), его геометрический смысл. Задача о площади криволинейной трапеции.
2. Свойства определенного интеграла (с доказательствами).
3. Интеграл с переменным верхним пределом, его свойства. Формула Ньютона-Лейбница.
4. Замена переменной в определенном интеграле. Вычисление определенного интеграла методом интегрирования по частям.
5. Геометрические приложения определенного интеграла (вычисление площади фигуры, длины дуги кривой, объема тела вращения).

Тема 10. Функции нескольких переменных

1. Понятие ФМП, элементы топологии (основные определения).
2. Предел и непрерывность Ф2П.
3. Частные производные ФМП, геометрический смысл частных производных.
4. Полный дифференциал ФМП, дифференцируемость ФМП (основные теоремы).
6. Геометрический смысл полного дифференциала. Уравнение касательной плоскости и нормали к поверхности.
7. Применение полного дифференциала в приближенных вычислениях.
8. Частные производные высших порядков. Дифференциалы высших порядков. Формула Тейлора для ФМП.
9. Дифференцирование сложных функций (три теоремы, для ответа на вопрос необходимо привести доказательство первой теоремы из лекции).
10. Производная по направлению вектора.
11. Градиент функции, его свойства.
12. Локальный экстремум Ф2П, определение. Необходимое условие локального экстремума Ф2П. Достаточное условие локального экстремума Ф2П (привести доказательство теоремы).
13. Локальный экстремум функции нескольких переменных, определение. Необходимое и достаточное условия локального экстремума функции нескольких переменных.
14. Нахождение наибольшего и наименьшего значений Ф2П в замкнутой ограниченной области (глобальные экстремумы), (в билете будет приведена конкретная функция для исследования на глобальный экстремум).
15. Условный экстремум Ф2П. Необходимое и достаточное условия условного экстремума Ф2П.