

РАЗРАБОТКА АЛГОРИТМА ИССЛЕДОВАНИЯ КИНЕМАТИКИ ДВИЖЕНИЯ ЧЕЛОВЕКА

Рассматривается математическая модель описания процесса двуногой ходьбы. Описываются функции, задающие координаты ключевых точек ног человека в зависимости от времени, а также характеристики походки, необходимые для построения аналитической модели движения. Приводятся результаты компьютерного моделирования кинематики ходьбы человека по разработанному алгоритму.

In this study we examine the mathematical model describing the process of bipedal gait. Functions that define the coordinates of the key points of the person's legs at different times, and required for analytical modeling of motion, walking characteristics are described. The results of computer simulation of the kinematics of human walking by the developed algorithm are represented.

Введение

Одним из распространенных методов познания биологических объектов является моделирование. Этот метод позволяет объяснить функциональную структуру изучаемого процесса, выявить его существенные связи с внешними объектами, внутреннюю организацию, оценить количественные характеристики.

Моделирование движения человека в спортивной биомеханике, робототехнике, эргономике, физиологии, реабилитационной и космической медицине ведется по следующим направлениям:

исследование центральной и периферической организации нормальных и патологических двигательных действий;

помощь в диагностике и коррекция нарушений опорно-двигательного аппарата с последующей реабилитацией;

оптимизация рабочего места оператора в системе человек – машина;

разработка рациональных вариантов двигательных действий с целью достижения запланированного спортивного результата [1].

Ходьба, являясь наиболее естественным видом движения человека, представляет собой сложное циклическое локомоторное действие, один из основных элементов которого – шаг. Наиболее характерной особенностью всех видов ходьбы по сравнению с бегом и прыжками является постоянное опорное положение одной ноги (период одиночной опоры) или двух ног (период двойной опоры). В шагательных движениях каждая нога поочередно бывает опорной и переносной. В опорный период входят амортизация (торможение движения тела по отношению к опоре) и отталкивание, в переносной – разгон и торможение [2].

¹ Научный руководитель – А.В. Бушманов, канд. техн. наук, доцент, зав. кафедрой ИиУС АмГУ.

Несмотря на большое число исследований, посвященных ходьбе и ритмическим движениям человека, эти акты не описаны в аналитической форме, что вызывает необходимость проведения вычислительных экспериментов, направленных на создание аналитических зависимостей.

Постановка задачи

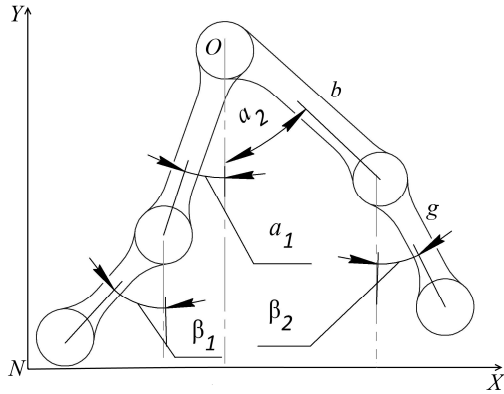


Рис. 1. Условная схема шагающего человека:

O – точка подвеса ног к корпусу;
 b – длина бедра; g – длина голени;
 $\alpha_1, \alpha_2, \beta_1, \beta_2$ – угловые координаты, задающие положение ног.

Необходимо описать математическую модель кинематики ходьбы человека, представляющую собой совокупность аналитических зависимостей от времени координат пяти ключевых точек: подвеса ног, коленей и пяток, переносной и опорной ног. Также следует разработать графическое приложение, визуализирующее результаты компьютерного моделирования.

Математическая модель кинематики двуногой ходьбы

При изучении вопросов кинематики ходьбы будем использовать представленную на рис. 1 условную схему шагающего человека.

Рассматривается случай, когда стопа отсутствует и контакт ноги с поверхностью – точечный.

Пусть x_v, y_v – координаты точки опоры (v – индекс опорной ноги); x, y – координаты точки подвеса ног. Тогда, как видно из рис. 1:

$$\begin{aligned} y &= y_v + b \cos \alpha_v + g \cos \beta_v, \\ x &= x_v + b \sin \alpha_v + g \sin \beta_v. \end{aligned} \quad (1)$$

Однако гораздо удобнее задавать явным образом угловые координаты α, β через линейные координаты x, y . В.В. Белецкий в [3, с. 16-17] определяет эти зависимости следующим образом:

$$\begin{aligned} \alpha_v &= \arctg k_1 - \arctg k_2, \\ \beta_v &= \arctg k_1 + \arctg k_2, \end{aligned} \quad (2)$$

где

$$\begin{aligned} k_1 &= \frac{\Delta_x \Delta_y + \sqrt{e^2 (r_0^2 - e^2)}}{\Delta_y^2 - e^2}; \quad k_2 = \sqrt{\frac{(b+g)^2 - r_0^2}{r_0^2 - (b-g)^2}}; \quad \Delta_x = x - x_v; \quad \Delta_y = y - y_v; \\ e &= (b-g) \sqrt{\frac{(b+g)^2 - r_0^2}{bg}}; \quad r_0^2 = \Delta_x^2 + \Delta_y^2. \end{aligned}$$

Таким образом, соотношения (2) задают кинематику двуногой ходьбы при условии, что для опорной ноги координаты x_v, y_v – просто координаты точки опоры, а для переносной ноги это некоторые функции времени.

Ходьба имеет и одноопорную и двуопорную фазы. Будем считать, что длина каждого шага одинакова и равна L , все одноопорные фазы длятся одно и то же время $T/2 - \tau^*$ (T – период двойного шага), а двуопорные – время τ^* . Пусть $t_{v,1}$ – момент начала v -й одноопорной фазы, тогда $t_{v,2} = t_{v,1} + T/2 - \tau^*$ – момент начала v -й двуопорной фазы. Длительность двуопорной фазы может быть рассчитана по формуле:

$$\tau^* = \frac{\Delta_{x2}T}{2L},$$

где Δ_{x2} – расстояние, пройденное точкой подвеса ног за двуопорную фазу.

В исследовании [3, с. 235] приведены следующие уравнения зависимости от времени t координат x_v , y_v для переносной ноги:

$$\begin{aligned} x_v(t) &= x_v^0 - L \cos[\omega(t - t_{v,1})], \\ y_v(t) &= y_v^0 + a^* (\sin[\omega(t - t_{v,1})])^2, \end{aligned} \quad (3)$$

где x_v^0 , y_v^0 – координаты точки опоры; a^* – амплитуда синусоиды движения переносной ноги;

$$\omega = \frac{2\pi}{T - 2\tau^*}.$$

Математическая модель кинематики двуногой ходьбы, кроме описанных выше соотношений (2) и (3), включает также зависимости, задающие поступательное движение корпуса человека. В зависимости от требований, предъявляемых к движению точки подвеса ног, выделяют комфортабельную и некомфортабельную ходьбу.

Комфортабельность походки, согласно В.В. Белецкому [3, с. 234], объединяет два условия, предъявляемых к движению: во-первых, точка подвеса ног должна двигаться на постоянной высоте от поверхности; во-вторых, движение ее осуществляется с постоянной скоростью. Аналитический вид этих условий:

$$\begin{aligned} y - y_v^0 &= h, \\ x - x_v^0 &= V(t - t_{v,1}) - s, \end{aligned} \quad (4)$$

где x , y – координаты точки подвеса ног; x_v^0 , y_v^0 – координаты точки опоры; h – высота точки подвеса ног над поверхностью; $V=2L/T$ – скорость движения человека; s – опорный сдвиг (расстояние от точки опоры до проекции точки подвеса ног на горизонтальную плоскость в момент начала одноопорной фазы).

Требование комфортабельности значительно упрощает модель ходьбы, однако при ходьбе или беге человека и животных центр тяжести их тела не остается на одной высоте и перемещается в вертикальной плоскости, например у человека по кривой, близкой к синусоиде [4, с. 45]. Поэтому для некомфортабельной походки зависимость координаты y точки подвеса ног выглядит так:

$$y(t) = y_v^0 + h + B \sin[2\omega(t - t_{v,1}) + \Delta], \quad (5)$$

где $\omega=2\pi/T$; B – амплитуда колебаний точки подвеса ног в вертикальной плоскости; Δ – сдвиг фазы синусоиды движения точки подвеса ног в вертикальной плоскости [3, с. 256].

Алгоритм моделирования двуногой ходьбы

На этапе, предшествующем непосредственному моделированию, задаются следующие характеристики походки: длина бедра b ; длина голени g ; длина шага L ; период двойного шага T ; высота точки подвеса ног h ; опорный сдвиг s ; амплитуда синусоиды движения переносной ноги a^* ; расстояние, пройденное точкой подвеса ног за двуопорную фазу Δ_{x2} ; амплитуда колебаний точки подвеса ног в вертикальной плоскости B (для некомфортабельной ходьбы); сдвиг фазы синусоиды движения точки подвеса ног в вертикальной плоскости Δ (для некомфортабельной ходьбы).

По введенным данным рассчитываются координаты начального положения пяти основных точек модели движущегося человека: пяток ног, коленей ног и точки подвеса ног к корпусу.

Расчет производится следующим образом. Пусть x_0, y_0 – некоторые координаты пятки передней ноги, тогда координаты точки подвеса ног рассчитываются по формуле:

$$\begin{aligned} x_2 &= x_0 - s, \\ y_2 &= h. \end{aligned} \quad (6)$$

Координаты пятки второй ноги:

$$\begin{aligned} x_4 &= x_0 - L, \\ y_4 &= y_0. \end{aligned} \quad (7)$$

Координаты колена передней ноги:

$$\begin{aligned} x_1 &= x_0 - g \sin \beta_1, \\ y_1 &= y_0 + g \cos \beta_1, \end{aligned} \quad (8)$$

где β_1 – угол, рассчитанный по формуле (2).

Координаты колена второй ноги:

$$x_3 = x_4 + g \sin \beta_2,$$

$$y_3 = y_4 + g \cos \beta_2,$$

где β_2 – угол, рассчитанный по формуле (2).

Далее период двойного шага T разбивается на четыре интервала, на каждом из которых расчет координат описанных выше основных точек ведется по-своему.

Первый промежуток представляет собой фазу с одиночной опорой на первую ногу: $0 < t \leq T/2 - \tau^*$ ($t_{v,l}=0$). На этом интервале координаты пятки опорной ноги остаются неизменными, координаты точки подвеса ног рассчитываются по формулам (4) для комфортабельной ходьбы и (5) – для некомфортабельной. Координаты пятки переносной ноги вычисляются по формулам (3), координаты коленей – по формулам (8) и (9).

Второй промежуток – двуопорная фаза: $T/2 - \tau^* < t \leq T/2$ ($t_{v,l}=0$). На этом интервале координаты пяток обеих ног остаются постоянными, координаты точки подвеса ног рассчитываются по формулам (4) для комфортабельной ходьбы и (5) – для некомфортабельной. Координаты коленей вычисляются по формулам (8) и (9).

Третий промежуток представляет собой фазу с одиночной опорой на вторую ногу: $T/2 < t \leq T - \tau^*$ ($t_{v,l}=T/2$). На этом интервале координаты пятки опорной ноги

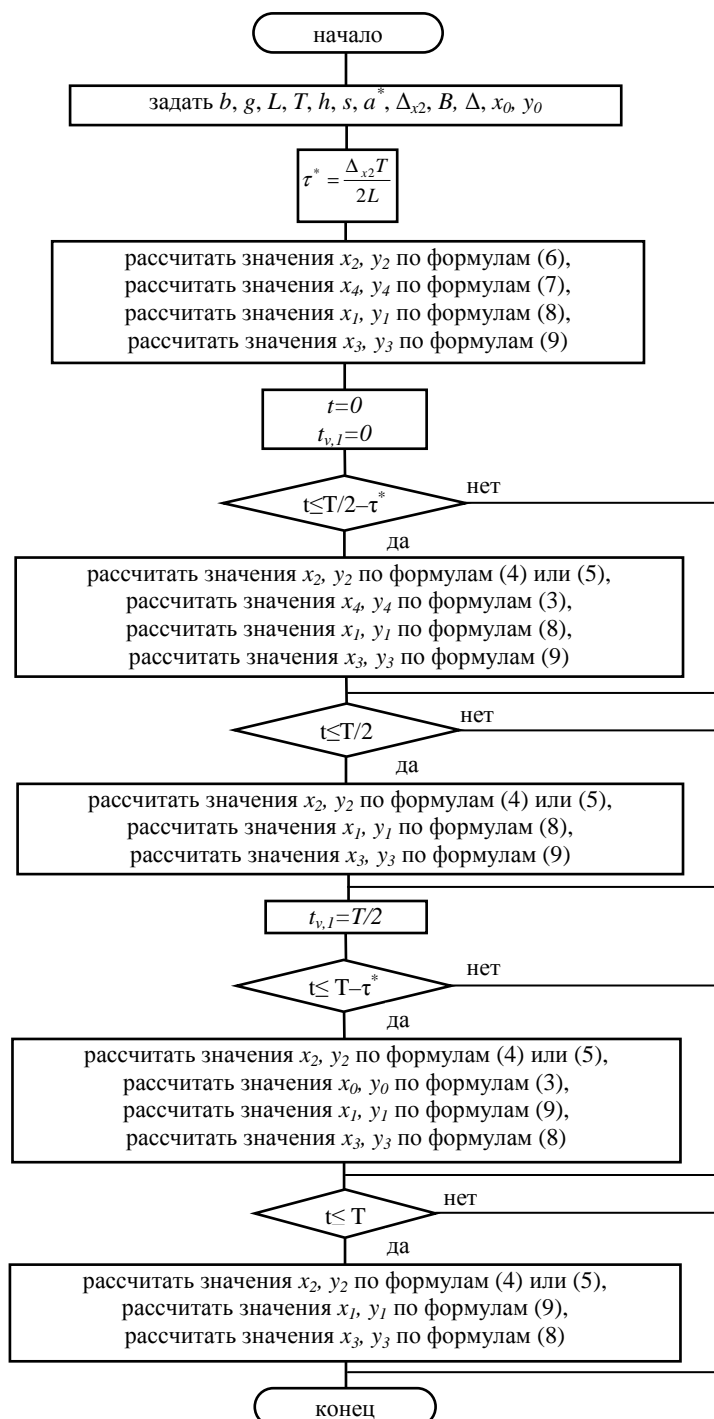


Рис. 2. Алгоритм моделирования двуногой ходьбы.

остаются неизменными, координаты точки подвеса ног рассчитываются по формулам (4) для комфортабельной ходьбы и (5) – для некомфортабельной. Координаты пятки переносной ноги вычисляются по формулам (3), координаты коленей – по формулам (8) и (9).

Четвертый промежуток – двуопорная фаза: $T-\tau^* < t \leq T$ ($t_{v,l}=T/2$). На этом интервале координаты пяток обеих ног остаются постоянными, координаты точки подвеса ног рассчитываются по формулам (4) для комфортабельной ходьбы и (5) – для некомфортабельной. Координаты коленей вычисляются по формулам (8) и (9).

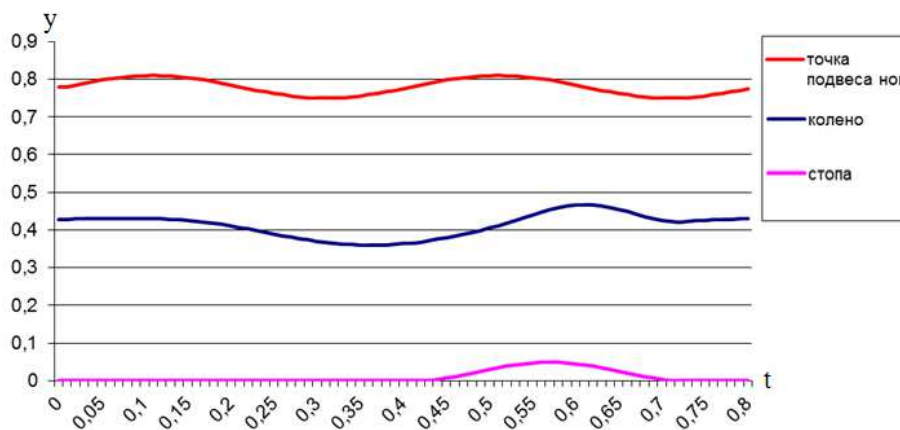
Таким образом, для каждого момента времени $0 < t \leq T$ рассчитываются координаты основных точек, по которым может быть построена схематичная модель движущегося человека. Блок-схема описанного алгоритма представлена на рис. 2.

Описанный алгоритм позволяет строить двумерное изображение шагающего человека. Достаточно просто перейти и к трехмерному изображению. Для этого нужно добавить шестую основную точку – точку подвеса второй ноги, сдвинутую по оси Z на некоторую величину от точки подвеса первой ноги, пятку и колено второй ноги также необходимо сдвинуть по оси Z на ту же величину.

Заключение

На основе математической модели описания процесса двуногой ходьбы предложен алгоритм и разработано реализующее его приложение на языке программирования Java. Описаны функциональные зависимости координат ключевых точек ног человека от времени, а также характеристики походки, необходимые для построения аналитической модели движения человека.

Созданное графическое приложение визуализирует результаты компьютерного



моделирования процесса ходьбы (рис. 3).

Рис. 3. Визуализация процесса ходьбы.

По данным, полученным в ходе работы программы, построены графики изменения во времени положения ключевых точек: пятки, колена и точки подвеса ног к корпусу (рис. 4).

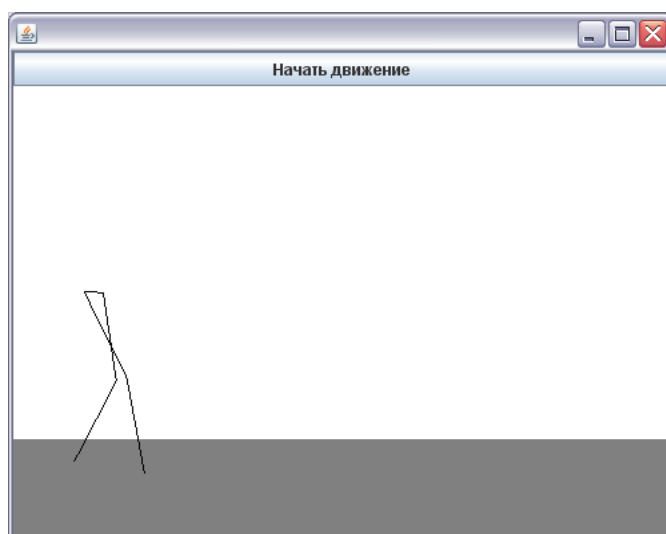


Рис. 4. Зависимости положения ключевых точек от времени.

Полученные результаты в дальнейшем будут использованы для создания модели динамики двуногой ходьбы, учитывающей такие параметры изучаемого процесса как реакция опоры и управляющие моменты в суставах опорно-двигательного аппарата человека.

-
1. Воронов, А.В. Имитационное биомеханическое моделирование как метод изучения двигательных действий человека // Теория и практика физической культуры. – 2004. – № 2 [Электронный ресурс]. URL: <http://lib.sportedu.ru/Press/TPFK/2004N2/p22-26,39-40.htm> (дата обращения: 17.09.2012).
 2. Бушманов, А.В., Еремин, Е.Л. Методика имитационного моделирования механического поведения фиксирующих устройств в травматологии // Вестник ТОГУ. – 2009. – № 4. – С. 61–70.
 3. Белецкий, В.В. Двуногая ходьба: модельные задачи динамики и управления. – М.: Наука, 1984. – 288 с.
 4. Артоболевский, И.И., Умнов, Н.В. Некоторые проблемы создания шагающих машин // Вестник АН СССР. – 1969. – № 2. – С. 44–51.