

Материалы с контрольных и зачетов по дифференциальным уравнениям

Преподаватель — Александр Александрович Приходько

III семестр. 2005 г.

Набрано П. Рахмоновым, отредактировано и сверстано DMVN Corporation.

Последняя компиляция: 24 марта 2006 г.
Обновления документа — на сайте <http://dmvn.mexmat.net>.
Об опечатках и неточностях пишите на dmvn@mccme.ru.

1. Контрольная работа 2 ноября 2005г.

1.1. Вариант 1

Решить дифференциальные уравнения:

$$x dy - y dx = 0 \quad (1)$$

$$y^2 dx + (x^3 - 2x^2 y) dy = 0 \quad (2)$$

$$y^2 = y'^2 - y'^4 \quad (3)$$

1.2. Вариант 2

Решить дифференциальные уравнения:

$$y' = \frac{1}{x + y} \quad (1)$$

$$y' = \frac{x^2 - y}{x - y^2} \quad (2)$$

$$y = 2xy' + \sqrt{\frac{y'}{y}} \quad (3)$$

1.3. Вариант 3

Решить дифференциальные уравнения:

$$y' = \sqrt{|y|} \quad (1)$$

$$\left(\operatorname{tg} y + \frac{1}{\cos y} \right) dx + \left(\operatorname{tg} x + \frac{1}{\cos x} \right) dy = 0 \quad (2)$$

$$y = xy' + \frac{x^2}{2} + \sqrt{y' + x} \quad (3)$$

2. Контрольная работа 30 ноября 2005г.

2.1. Вариант 1

1. Решить линейное дифференциальное уравнение:

$$x^2 y'' - xy' + y = x \ln x$$

2. Построить однородное уравнение, решениями которого будут y_1 и y_2 , если

$$y_1 = e^x \cos x, \quad y_2 = e^{-x} \sin x$$

3. При каких α все решения уравнения

$$y'' + y = \sin \alpha x, \quad \alpha \in \mathbb{Q}$$

- а) ограничены;
б) периодичны?

2.2. Вариант 2

1. Решить линейное дифференциальное уравнение:

$$y'' + y = \sin x - \cos x$$

2. Построить однородное уравнение, решениями которого будут y_1 и y_2 , если

$$y_1 = (x-1)^2, \quad y_2 = e^{x-2}$$

3. См. вариант 1, задача №3.

2.3. Вариант 3

1. Решить линейное дифференциальное уравнение:

$$xy'' - 2xy' + 2y = x^2 - 1, \quad x > 0$$

2. Построить однородное уравнение, решениями которого будут y_1 и y_2 , если

$$y_1 = 1 - e^x, \quad y_2 = \cos 3x$$

3. См. вариант 1, задача №3.

2.4. Вариант 4

1. Решить линейное дифференциальное уравнение:

$$y'' - y = (e^x - 1)^2$$

2. Построить однородное уравнение, решениями которого будут y_1 и y_2 , если

$$y_1 = x^2 + 1, \quad y_2 = \cos^2 x$$

3. См. вариант 1, задача №3.

3. Зачет №1

1. Найти интегрирующий множитель формы:

$$5x dy - 3y dx$$

2. Понизив порядок, решить дифференциальное уравнение:

$$\frac{u'''}{u} - 3 \frac{u' u''}{u^2} + 2 \frac{u'^3}{u^3} - \frac{u'}{u} = 0$$

3. Найти функцию Грина краевой задачи:

$$\begin{cases} y'' - y = f(x) \\ y(-1) = y(1) = 0 \end{cases}$$

Найти решение $y(x)$ при $f(x) = \sin x$.

4. Зачет №2

Решить дифференциальные уравнения:

$$(y'')^3 = 3y'y'' - (y')^2$$

$$y^2 y''' - 3yy'y'' - 6y^2 y'' + 9y^2 y' + 6y(y')^2 + 2(y')^3 = 0$$

$$x(x^2 y'' - xy' + y) = y(xy' - y), \quad y(1) = 2, \quad y'(1) = 4$$

$$y^{(5)} + y = x^2 \sin 2x$$

Найти функцию Грина следующей краевой задачи:

$$\begin{cases} y'' + y' - 2y = f(x) \\ y'(0) = y(1) = 0 \end{cases}$$