Università degli Studi di Parma - C. L. in Ingegneria I. E. T.
Analisi Matematica - Prof. Domenico Mucci
Esercizi proposti sul cap. 4 : serie numeriche

Calcolo di somma di serie convergenti.

Usando le informazioni sulla serie geometrica, sulla serie esponenziale, e (per l'ultimo) sulle serie telescopiche, calcolate le somme:

$$\sum_{n=3}^{\infty} \frac{2^{n+1}}{n!}, \qquad \sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{2^n (n+1)!}, \qquad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2+(-1)^n}{3^n} \qquad \sum_{n=2}^{\infty} \log\Big(1-\frac{1}{n^2}\Big).$$

Convergenza di serie numeriche

Determinate per quali valori di $a \in \mathbb{R}$ converge la serie $\sum_n \big(e^{n(4a^2+3a)} + n^{2\,\mathrm{sen}(\pi a)}\big)$.

Stessa domanda per la serie $\sum_n a_n$ dove $a_n = \begin{cases} n^{a^2+a-7} & \text{se } n \text{ è pari} \\ 3^n (a^2-3)^{-n} & \text{se } n \text{ è dispari} . \end{cases}$

Applicando eventualmente i criteri di confronto asintotico, del rapporto e della radice, determinate il carattere delle serie:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^{(n^2)}}{n^{2n}}, \qquad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1+\cos n}{1-\mathrm{sen}\, n}, \qquad \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1+e^n}{n!}, \qquad \sum_n \Big(1-\cos\frac{1}{n}\Big), \qquad \sum_{n=1}^{\infty} \mathrm{sen}\Big(\frac{1}{n\sqrt{n}}\Big).$$

Determinate poi quale tra le seguenti quattro serie risulta convergente:

$$\sum_{n=2}^{+\infty} \frac{2^n+7^n}{8^n-3^n}, \qquad \sum_{n=2}^{+\infty} \frac{8^n-3^n}{2^n+7^n}, \qquad \sum_{n=2}^{+\infty} \frac{n^2+n^7}{n^8-n^3}, \qquad \sum_{n=2}^{+\infty} \frac{n^8-n^3}{n^2+n^7}.$$

Motivando la risposta, determinate il carattere delle seguenti serie:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \cos(n\pi)\cdot \mathrm{sen}(n^{-1}), \qquad \sum_{n=2}^{\infty} (-1)^n \frac{\sqrt{n}}{n-\sqrt{n}}, \qquad \sum_{n=0}^{\infty} \frac{n\cos(n\pi)}{1+n^2}.$$