

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI PARMA - C. L. IN INGEGNERIA I. E. T.
ANALISI MATEMATICA - PROF. DOMENICO MUCCI
ESERCIZI PROPOSTI SUL CAP.2 : NUMERI COMPLESSI

Numeri complessi

Calcolate $2z + \mathbf{i}\bar{z} + (3 - \mathbf{i})z^2 + z^3$ sapendo che $z = 1 + \mathbf{i}$.

Calcolate $\frac{\mathbf{i}\bar{z} + 2z}{z - 3\mathbf{i}}$ sapendo che $z = \mathbf{i} - 2$.

Calcolate $\Im\left(\mathbf{i}z\bar{z} + \frac{|z|^2}{z}\right)$ sapendo che $z = 2 + \mathbf{i}$.

Calcolate la parte reale, la parte immaginaria e il modulo di $z = (3 + \mathbf{i})(\mathbf{i} - 1) - \overline{(1 + \mathbf{i})}$.

Trovate le soluzioni dell'equazione $|z + \mathbf{i}| = |\bar{z} + 1 - \mathbf{i}|$.

Esprimete in forma trigonometrica i numeri complessi $3 + \sqrt{3}\mathbf{i}$, $4\mathbf{i}$, $2 - 2\mathbf{i}$, $-\sqrt{2} + \sqrt{6}\mathbf{i}$.

Esprimete in forma algebrica e disegnate nel piano di Gauss il numero complesso che ha modulo ρ e argomento θ , dove

- i) $\rho = 2$ e $\theta = 11\pi/6$
- ii) $\rho = 3$ e $\theta = 7\pi/3$
- iii) $\rho = \sqrt{2}$ e $\theta = 7\pi/2$.

Trovate tra i numeri complessi di modulo 1 quello più distante da $3 + 4\mathbf{i}$.

Calcolate il cubo e la settima potenza di $z = -1 + \sqrt{3}\mathbf{i}$, esprimendo poi il risultato sia in forma trigonometrica che in forma algebrica.

Posto $z = 1 - \mathbf{i}$, calcolate $\bar{z} z^{11}$.

(*) Trovate un intervallo di ampiezza $\pi/6$ al quale appartengono i numeri $\arg \min(9 + 7\mathbf{i})$ e $\arg \min(-59 + 91\mathbf{i})$.

(*) Verificate infine che se $z = 3087 - 4012\mathbf{i}$ e $w = 401 + 399\mathbf{i}$, il loro prodotto zw ha modulo circa tre milioni e parte reale positiva.