

Esercizio 1

Un bastoncino lungo 10 cm viene spezzato in due parti scegliendo a caso il punto di rottura.

- Quanto vale la probabilità che il pezzo di sinistra sia più lungo di 4 cm e quello di destra più lungo di 5 cm?
- I due eventi sono indipendenti?

Esercizio 2

Si piazzano a caso e in modo indipendente cinque punti nell'intervallo $[0,10]$ dell'asse reale.

Si calcoli la probabilità che nell'intervallo $[0,2]$ cadano:

- due soli punti;
- almeno due punti.

Esercizio 3

Si hanno 5 bastoncini lunghi 10 cm. Su ciascuno di essi si sceglie (in modo indipendente) un punto a caso e si spezza il bastoncino in quel punto.

Si calcoli la probabilità che due soli dei 10 pezzi risultanti abbiano lunghezza minore di 3 cm.

Esercizio 4

Si risponda alle seguenti domande di teoria.

- Si dica cos'è una partizione dello spazio degli esiti.
- Si enunci e si dimostri il teorema della probabilità totale (fattorizzazione).
- Si dimostri che la funzione di distribuzione di una v.a. è non decrescente.

Esercizio 5

Un'azienda ha due impianti, A e B, che producono motori dello stesso tipo. L'impianto A produce il 3% di motori difettosi e l'impianto B l'1%. Si sceglie a caso un lotto di 100 motori tutti prodotti dallo stesso impianto e si trova che 3 di essi sono difettosi.

Qual è la probabilità che il lotto provenga dall'impianto A? E quale dall'impianto B?

Esercizio 6

Sia X (variabile aleatoria) l'ascissa di un punto scelto a caso nell'intervallo $[0,1]$.

Si calcoli la probabilità (in funzione di a) che entrambe le parti in cui risulta così suddiviso l'intervallo siano di lunghezza minore di a (con $0 < a < 1$).

Si trovi, se esiste, un valore di a per cui gli eventi $E_1 = \{ X < a \}$ e $E_2 = \{ X > (1 - a) \}$ siano indipendenti.