

算法课第 6 次作业

	题目 1	题目 2	题目 3	总分
分数				
阅卷人				

1 最小割不变

1.1 为假

反例 假设图中点集为 $\{s, v_1, v_2, w, t\}$, 边集为 $\{(s, v_1, 2), (s, v_2, 2), (v_1, w, 2), (v_2, w, 2), (w, t, 4)\}$ (a,b,c) 表示从 a 到 b 的边且容量为 c, A 为点 s, B 其余点以及其内部的边。则 (A,B) 是一个最小割, 且大小为 4, 而提升之后的 A, B 割的容量为 6, 但是最小割为 (t, 其余), 容量为 5, 所以更新容量之后, 不再是最小割。

2 唯前向边算法

2.1 (1)

错误

反例点集为 $\{s, v_1, \dots, v_{b+1}, u_1, \dots, u_{b+1}, t\}$, 边集为

$\{(s, u_1), \dots, (s, u_{b+1}), (u_1, v_1), \dots, (u_{b+1}, v_{b+1}), (v_1, t), \dots, (v_{b+1}, t), (u_1, v_2), \dots, (u_b, v_{b+1})\}$ 所有边的容量均为 1 如果第一次找到的增广路径是 $s \rightarrow u_1 \rightarrow v_1 \rightarrow u_2 \rightarrow v_2 \rightarrow u_3 \rightarrow \dots \rightarrow u_b \rightarrow v_b \rightarrow u_{b+1} \rightarrow v_{b+1} \rightarrow t$, 则之后在唯向前边的剩余图中不存在增广路径, 所以此时计算的最大流为 1; 但实际上最大流为 $b+1$, 为 $b+1$ 条 $s \rightarrow u_{b+1} \rightarrow v_{b+1} \rightarrow t$

2.2 (2)

错误

反例点集为 $\{s, v_1, \dots, v_{b+1}, u_1, \dots, u_{b+1}, t\}$, 边集为 $\{(s, u_1), \dots, (s, u_{b+1}), (u_1, v_1), \dots, (u_{b+1}, v_{b+1}), (v_1, t), \dots, (v_{b+1}, t), (v_1, u_2), \dots, (v_1, u_{b+1})\}$ 其中 $(s, u_2), \dots, (s, u_{b+1}), (v_1, t)$ 的容量为 1, $(s, u_1), (u_1, v_1)$ 容量为 bm , 其余容量为 m 使用 BFS 查找到的最大流为 $b+1$ ($b+1$ 条路径 $s \rightarrow u_i \rightarrow v_i \rightarrow t$) 但是实际上最大流流量大于 bm ($s \rightarrow u_1$ 充满, 分成 b 份在 v_1 分发个 u_2, \dots, u_{b+1} , 再由 v_2, \dots, v_{b+1} 流向 t)。所以此时的流量小于最大流的 $\frac{b+1}{bm}$, 取 $m=(b+1)(b+1)$, 为 $\frac{1}{(b+1)b} < \frac{1}{b}$