北京大学2014年研究生算法课第6次作业

发布时间：2014年12月15日

截止时间：2014年12月22日课前

注意事项：

- 作业应独立完成，严禁抄袭。
- 在截止日期那天，直接把纸质版的作业交给任课老师。
- 如果因生病等特殊原因不能按时完成作业的，那么应在截止日期前一天向任课老师请假。
- **注意：下面的第二题比书上增加了第二问。**

网络流

1. 题目来源：《算法设计》第七章网络流第5题

题目描述：

你认为下面的语句是真还是假，做出判断。如果它是真，给出一个简短的解释。如果它是假，给出一个反例。

语句：令G是任意一个网络流，具有源点s，汇点t，每条边e上的容量为正整数c_e。令（A，B）是关于这些容量{ c_e：e∈E }的最小s-t割，现在假设我们对每个容量增加1；那么（A，B）仍旧是一个关于这些新容量{ $1+c_e$：e∈E} 的最小s-t割。

2. 题目来源：《算法设计》第七章网络流第11题

题目描述：

你的朋友们已经写了一段非常快的最大流的代码，这个代码是基于书上7.1节那样不断找增广路径来执行的。但是，它并不总能找到一个最大值的流。因为你的朋友写代码的时候实际上没有涉及到后向边，所以他们的实现建立了一个只包含前向边的不同的剩余图。换句话说，他们的搜索只由$f(e)<c_e$的边e组成的图G_f中的s-t路径，当没有完全由这样的边组成增广路径时算法终止。我们把它叫做**唯前向边算法**。

你的朋友不同意重写这个代码，因为这个代码非常快，而且他们认为，这个方法返回的**流值**绝不会小于**最优解乘上一个固定的比例**。你相信这一点吗？下面是精确化的声明：

存在一个绝对的常数 $b > 1$ (与网络流的特定输入无关)，使得在每个最大流问题的实例上，**唯前向边算法**保证可以找到一个流，它的值至少是最大流值得 $1/b$ 倍（不管它怎样选择它的前向边路径）。

你认为这个论断是真的还是假的呢，给出证明或举出反例。**第二问**：如果你的朋友的**唯前向边算法**是按照 BFS（宽度优先搜索）来寻找增广路径的，那么上面的论断是否成立？给出证明或举出反例。