

## 第十四届蓝桥杯大赛软件赛省赛

Java 大学 B 组

### 【考生须知】

考试开始后，选手首先下载题目，并使用考场现场公布的解压密码解压试题。

考试时间为 4 小时。考试期间选手可浏览自己已经提交的答案，被浏览的答案允许拷贝。时间截止后，将无法继续提交或浏览答案。

对同一题目，选手可多次提交答案，以最后一次提交的答案为准。

选手必须通过浏览器方式提交自己的答案。选手在其它位置的作答或其它方式提交的答案无效。

试题包含“结果填空”和“程序设计”两种题型。

**结果填空题：**要求选手根据题目描述直接填写结果。求解方式不限。不求源代码。把结果填空的答案直接通过网页提交即可，不要书写多余的内容。

**程序设计题：**要求选手设计的程序对于给定的输入能给出正确的输出结果。考生的程序只有能运行出正确结果才有机会得分。

注意：在评卷时使用的输入数据与试卷中给出的示例数据可能是不同的。选手的程序必须是通用的，不能只对试卷中给定的数据有效。

所有源码必须在同一文件中。调试通过后，拷贝提交。

注意：不要使用 `package` 语句。

注意：选手代码的主类名必须为：**Main**，否则会被判为无效代码。

注意：如果程序中引用了类库，在提交时必须将 `import` 语句与程序的其他部分同时提交。只允许使用 Java 自带的类库。

## 试题 A: 阶乘求和

本题总分：5 分

### 【问题描述】

令  $S = 1! + 2! + 3! + \dots + 202320232023!$ ，求  $S$  的末尾 9 位数字。

提示：答案首位不为 0。

### 【答案提交】

这是一道结果填空的题，你只需要算出结果后提交即可。本题的结果为一个整数，在提交答案时只填写这个整数，填写多余的内容将无法得分。

## 试题 B: 幸运数字

本题总分：5 分

### 【问题描述】

哈沙德数是指在某个固定的进位制当中，可以被各位数字之和整除的正整数。例如 126 是十进制下的一个哈沙德数，因为  $(126)_{10} \bmod (1+2+6) = 0$ ；126 也是八进制下的哈沙德数，因为  $(126)_{10} = (176)_8$ ， $(126)_{10} \bmod (1+7+6) = 0$ ；同时 126 也是 16 进制下的哈沙德数，因为  $(126)_{10} = (7e)_{16}$ ， $(126)_{10} \bmod (7+e) = 0$ 。小蓝认为，如果一个整数在二进制、八进制、十进制、十六进制下均为哈沙德数，那么这个数字就是幸运数字，第 1 至第 10 个幸运数字的十进制表示为：1, 2, 4, 6, 8, 40, 48, 72, 120, 126 ...。现在他想知道第 2023 个幸运数字是多少？你只需要告诉小蓝这个整数的十进制表示即可。

### 【答案提交】

这是一道结果填空的题，你只需要算出结果后提交即可。本题的结果为一个整数，在提交答案时只填写这个整数，填写多余的内容将无法得分。

## 试题 C: 数组分割

时间限制: 1.0s 内存限制: 512.0MB 本题总分: 10 分

### 【问题描述】

小蓝有一个长度为  $N$  的数组  $A = [A_0, A_1, \dots, A_{N-1}]$ 。现在小蓝想要从  $A$  对应的数组下标所构成的集合  $I = \{0, 1, 2, \dots, N-1\}$  中找出一个子集  $R_1$ ，那么  $R_1$  在  $I$  中的补集为  $R_2$ 。记  $S_1 = \sum_{r \in R_1} A_r$ ， $S_2 = \sum_{r \in R_2} A_r$ ，我们要求  $S_1$  和  $S_2$  均为偶数，请问在这种情况下共有多少种不同的  $R_1$ 。当  $R_1$  或  $R_2$  为空集时我们将  $S_1$  或  $S_2$  视为 0。

### 【输入格式】

第一行一个整数  $T$ ，表示有  $T$  组数据。

接下来输入  $T$  组数据，每组数据包含两行：第一行一个整数  $N$ ，表示数组  $A$  的长度；第二行输入  $N$  个整数从左至右依次为  $A_0, A_1, \dots, A_{N-1}$ ，相邻元素之间用空格分隔。

### 【输出格式】

对于每组数据，输出一行，包含一个整数表示答案，答案可能会很大，你需要将答案对 1000000007 进行取模后输出。

### 【样例输入】

```
2
2
6 6
2
1 6
```

### 【样例输出】

```
4
```

0

### 【样例说明】

对于第一组数据，答案为 4。（注意：大括号内的数字表示元素在数组中的下标。）

$R_1 = \{0\}, R_2 = \{1\}$ ；此时  $S_1 = A_0 = 6$  为偶数,  $S_2 = A_1 = 6$  为偶数。

$R_1 = \{1\}, R_2 = \{0\}$ ；此时  $S_1 = A_1 = 6$  为偶数,  $S_2 = A_0 = 6$  为偶数。

$R_1 = \{0, 1\}, R_2 = \{\}$ ；此时  $S_1 = A_0 + A_1 = 12$  为偶数,  $S_2 = 0$  为偶数。

$R_1 = \{\}, R_2 = \{0, 1\}$ ；此时  $S_1 = 0$  为偶数,  $S_2 = A_0 + A_1 = 12$  为偶数。

对于第二组数据，无论怎么选，都不满足条件，所以答案为 0。

### 【评测用例规模与约定】

对于 20% 的评测用例， $1 \leq N \leq 10$ 。

对于 40% 的评测用例， $1 \leq N \leq 10^2$ 。

对于 100% 的评测用例， $1 \leq T \leq 10, 1 \leq N \leq 10^3, 0 \leq A_i \leq 10^9$ 。

## 试题 D: 矩形总面积

时间限制: 1.0s 内存限制: 512.0MB 本题总分: 10 分

### 【问题描述】

平面上有两个矩形  $R_1$  和  $R_2$ ，它们各边都与坐标轴平行。设  $(x_1, y_1)$  和  $(x_2, y_2)$  依次是  $R_1$  的左下角和右上角坐标， $(x_3, y_3)$  和  $(x_4, y_4)$  依次是  $R_2$  的左下角和右上角坐标，请你计算  $R_1$  和  $R_2$  的总面积是多少？

注意：如果  $R_1$  和  $R_2$  有重叠区域，重叠区域的面积只计算一次。

### 【输入格式】

输入只有一行，包含 8 个整数，依次是： $x_1$ ， $y_1$ ， $x_2$ ， $y_2$ ， $x_3$ ， $y_3$ ， $x_4$  和  $y_4$ 。

### 【输出格式】

一个整数，代表答案。

### 【样例输入】

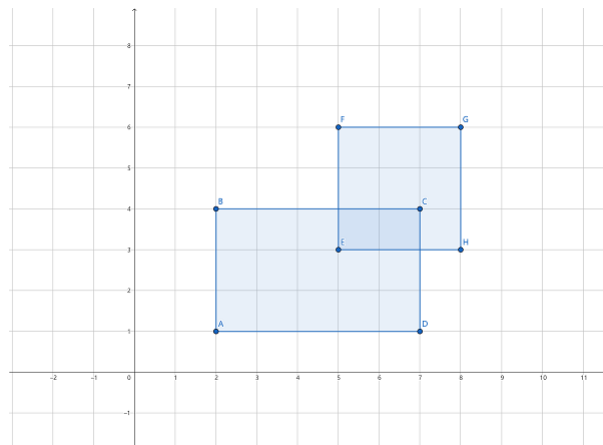
2 1 7 4 5 3 8 6

### 【样例输出】

22

### 【样例说明】

样例中的两个矩形如图所示：



### 【评测用例规模与约定】

对于 20% 的数据， $R_1$  和  $R_2$  没有重叠区域。

对于 20% 的数据，其中一个矩形完全在另一个矩形内部。

对于 50% 的数据，所有坐标的取值范围是  $[0, 10^3]$ 。

对于 100% 的数据，所有坐标的取值范围是  $[0, 10^5]$ 。

## 试题 E: 蜗牛

时间限制: 1.0s 内存限制: 512.0MB 本题总分: 15 分

### 【问题描述】

这天，一只蜗牛来到了二维坐标系的原点。

在  $x$  轴上长有  $n$  根竹竿。它们平行于  $y$  轴，底部纵坐标为 0，横坐标分别为  $x_1, x_2, \dots, x_n$ 。竹竿的高度均为无限高，宽度可忽略。蜗牛想要从原点走到第  $n$  个竹竿的底部也就是坐标  $(x_n, 0)$ 。它只能在  $x$  轴上或者竹竿上爬行，在  $x$  轴上爬行速度为 1 单位每秒；由于受到引力影响，蜗牛在竹竿上向上和向下爬行的速度分别为 0.7 单位每秒和 1.3 单位每秒。

为了快速到达目的地，它施展了魔法，在第  $i$  和  $i+1$  根竹竿之间建立了传送门 ( $0 < i < n$ )，如果蜗牛位于第  $i$  根竹竿的高度为  $a_i$  的位置  $(x_i, a_i)$ ，就可以瞬间到达第  $i+1$  根竹竿的高度为  $b_{i+1}$  的位置  $(x_{i+1}, b_{i+1})$ ，请计算蜗牛最少需要多少秒才能到达目的地。

### 【输入格式】

输入共  $1+n$  行，第一行为一个正整数  $n$ ；

第二行为  $n$  个正整数  $x_1, x_2, \dots, x_n$ ；

后面  $n-1$  行，每行两个正整数  $a_i, b_{i+1}$ 。

### 【输出格式】

输出共一行，一个浮点数表示答案（四舍五入保留两位小数）。

### 【样例输入】

```
3
1 10 11
1 1
2 1
```



### 【样例输出】

4.20

### 【样例说明】

蜗牛路线：

$(0,0) \rightarrow (1,0) \rightarrow (1,1) \rightarrow (10,1) \rightarrow (10,0) \rightarrow (11,0)$ ，花费时间为  $1 + \frac{1}{0.7} + 0 + \frac{1}{1.3} + 1 \approx 4.20$

### 【评测用例规模与约定】

对于 20% 的数据，保证  $n \leq 15$ ；

对于 100% 的数据，保证  $n \leq 10^5$ ， $a_i, b_i \leq 10^4$ ， $x_i \leq 10^9$ 。

## 试题 F: 合并区域

时间限制: 2.0s 内存限制: 512.0MB 本题总分: 15 分

### 【问题描述】

小蓝在玩一款种地游戏。现在他被分配给了两块大小均为  $N \times N$  的正方形区域。这两块区域都按照  $N \times N$  的规格进行了均等划分, 划分成了若干块面积相同的小区域, 其中每块小区域要么是岩石, 要么就是土壤, 在垂直或者水平方向上相邻的土壤可以组成一块土地。现在小蓝想要对这两块区域沿着边缘进行合并, 他想知道合并以后可以得到的最大的一块土地的面积是多少 (土地的面积就是土地中土壤小区域的块数)?

在进行合并时, 小区域之间必须对齐。可以在两块方形区域的任何一条边上进行合并, 可以对两块方形区域进行 90 度、180 度、270 度、360 度的旋转, 但不可以进行上下或左右翻转, 并且两块方形区域不可以发生重叠。

### 【输入格式】

第一行一个整数  $N$  表示区域大小。

接下来  $N$  行表示第一块区域, 每行  $N$  个值为 0 或 1 的整数, 相邻的整数之间用空格进行分隔。值为 0 表示这块小区域是岩石, 值为 1 表示这块小区域是土壤。

再接下来  $N$  行表示第二块区域, 每行  $N$  个值为 0 或 1 的整数, 相邻的整数之间用空格进行分隔。值为 0 表示这块小区域是岩石, 值为 1 表示这块小区域是土壤。

### 【输出格式】

一个整数表示将两块区域合并之后可以产生的最大的土地面积。

### 【样例输入】

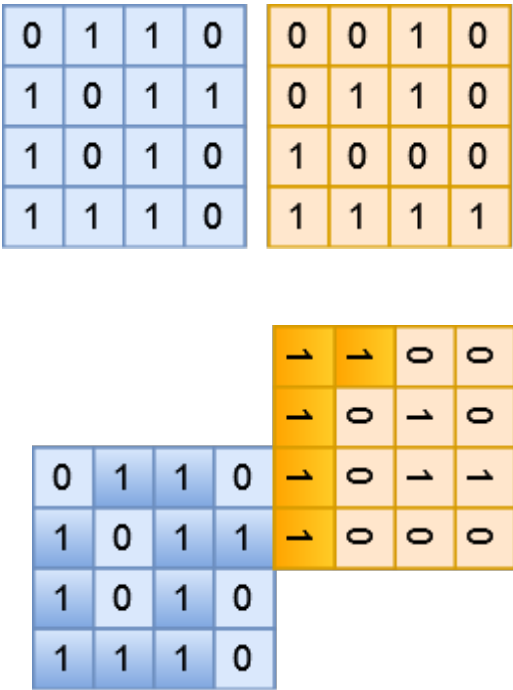
4

0 1 1 0  
1 0 1 1  
1 0 1 0  
1 1 1 0  
0 0 1 0  
0 1 1 0  
1 0 0 0  
1 1 1 1

【样例输出】

15

【样例说明】



第一张图展示了样例中的两块区域的布局。第二张图展示了其中一种最佳的合并方式，此时最大的土地面积为 15。

**【评测用例规模与约定】**

对于 30% 的数据， $1 \leq N \leq 5$ 。

对于 60% 的数据， $1 \leq N \leq 15$ 。

对于 100% 的数据， $1 \leq N \leq 50$ 。

## 试题 G: 买二赠一

时间限制: 1.0s 内存限制: 512.0MB 本题总分: 20 分

### 【问题描述】

某商场有  $N$  件商品，其中第  $i$  件的价格是  $A_i$ 。现在该商场正在进行“买二赠一”的优惠活动，具体规则是：

每购买 2 件商品，假设其中较便宜的价格是  $P$ （如果两件商品价格一样，则  $P$  等于其中一件商品的价格），就可以从剩余商品中任选一件价格不超过  $\frac{P}{2}$  的商品，免费获得这一件商品。可以通过反复购买 2 件商品来获得多件免费商品，但是每件商品只能被购买或免费获得一次。

小明想知道如果要拿下所有商品（包含购买和免费获得），至少要花费多少钱？

### 【输入格式】

第一行包含一个整数  $N$ 。

第二行包含  $N$  个整数，代表  $A_1, A_2, A_3, \dots, A_N$ 。

### 【输出格式】

输出一个整数，代表答案。

### 【样例输入】

```
7
1 4 2 8 5 7 1
```

### 【样例输出】

```
25
```

### 【样例说明】

小明可以先购买价格 4 和 8 的商品，免费获得一件价格为 1 的商品；再后买价格为 5 和 7 的商品，免费获得价格为 2 的商品；最后单独购买剩下的一件价格为 1 的商品。总计花费  $4 + 8 + 5 + 7 + 1 = 25$ 。不存在花费更低的方案。

### 【评测用例规模与约定】

对于 30% 的数据， $1 \leq N \leq 20$ 。

对于 100% 的数据， $1 \leq N \leq 5 \times 10^5$ ， $1 \leq A_i \leq 10^9$ 。

## 试题 H: 合并石子

时间限制: 1.0s 内存限制: 512.0MB 本题总分: 20 分

### 【问题描述】

在桌面从左至右横向摆放着  $N$  堆石子。每一堆石子都有着相同的颜色，颜色可能是颜色 0，颜色 1 或者颜色 2 中的其中一种。

现在要对石子进行合并，规定每次只能选择位置相邻并且颜色相同的两堆石子进行合并。合并后新堆的相对位置保持不变，新堆的石子数目为所选择的兩堆石子数目之和，并且新堆石子的颜色也会发生循环式的变化。具体来说：两堆颜色 0 的石子合并后的石子堆为颜色 1，两堆颜色 1 的石子合并后的石子堆为颜色 2，两堆颜色 2 的石子合并后的石子堆为颜色 0。本次合并的花费为所选择的兩堆石子的数目之和。

给出  $N$  堆石子以及他们的初始颜色，请问最少可以将它们合并为多少堆石子？如果有多种答案，选择其中合并总花费最小的一种，合并总花费指的是在所有的合并操作中产生的合并花费的总和。

### 【输入格式】

第一行一个正整数  $N$  表示石子堆数。

第二行包含  $N$  个用空格分隔的正整数，表示从左至右每一堆石子的数目。

第三行包含  $N$  个值为 0 或 1 或 2 的整数表示每堆石头的颜色。

### 【输出格式】

一行包含两个整数，用空格分隔。其中第一个整数表示合并后数目最少的石头堆数，第二个整数表示对应的最小花费。

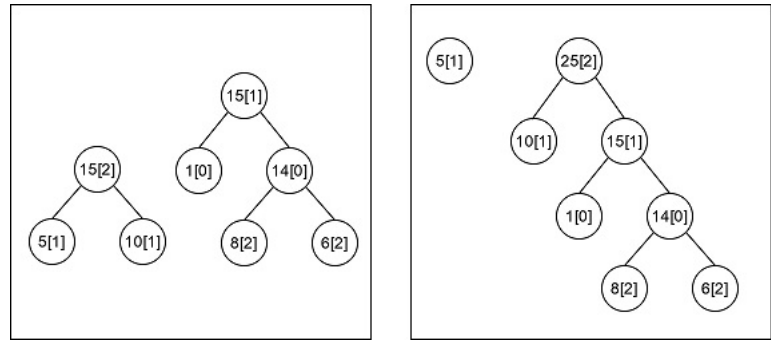
### 【样例输入】

```
5
5 10 1 8 6
1 1 0 2 2
```

【样例输出】

2 44

【样例说明】



上图显示了两种不同的合并方式。其中节点中标明了每一堆的石子数目，在方括号中标注了当前堆石子的颜色属性。左图的这种合并方式最终剩下了两堆石子，所产生的合并总花费为  $15 + 14 + 15 = 44$ ；右图的这种合并方式最终也剩下了两堆石子，但产生的合并总花费为  $14 + 15 + 25 = 54$ 。综上所述，我们选择合并花费为 44 的这种方式作为答案。

【评测用例规模与约定】

对于 30% 的评测用例， $1 \leq N \leq 10$ 。

对于 50% 的评测用例， $1 \leq N \leq 50$ 。

对于 100% 的评测用例， $1 \leq N \leq 300$ ， $1 \leq$  每堆石子的数目  $\leq 1000$ 。



## 试题 I: 最大开支

时间限制: 1.0s 内存限制: 512.0MB 本题总分: 25 分

### 【问题描述】

小蓝所在学校周边新开业了一家游乐园，小蓝作为班长，打算组织大家去游乐园玩。已知一共有  $N$  个人参加这次活动，游乐园有  $M$  个娱乐项目，每个项目都需要买门票后才可进去游玩。门票的价格并不是固定的，团购的人越多单价越便宜，当团购的人数大于某个阈值时，这些团购的人便可以免费进入项目进行游玩。这  $M$  个娱乐项目是独立的，所以只有选择了同一个项目的人才可以参与这个项目的团购。第  $i$  个项目的门票价格  $H_i$  与团购的人数  $X$  的关系可以看作是一个函数：

$$H_i(X) = \max(K_i \times X + B_i, 0)$$

$\max$  表示取二者之中的最大值。当  $H_i = 0$  时说明团购人数达到了此项目的免单阈值。

这  $N$  个人可以根据自己的喜好选择  $M$  个娱乐项目中的一种，或者有些人对这些娱乐项目都没有兴趣，也可以选择不去任何一个项目。每个人最多只会选择一个娱乐项目，如果多个人选择了同一个娱乐项目，那么他们都将享受对应的团购价格。小蓝想知道他至少需要准备多少钱，使得无论大家如何选择，他都有能力支付得起所有  $N$  个人购买娱乐项目的门票钱。

### 【输入格式】

第一行两个整数  $N$ 、 $M$ ，分别表示参加活动的人数和娱乐项目的个数。

接下来  $M$  行，每行两个整数，其中第  $i$  行为  $K_i$ 、 $B_i$ ，表示第  $i$  个游乐地点的门票函数中的参数。

### 【输出格式】

一个整数，表示小蓝至少需要准备多少钱，使得大家无论如何选择项目，自己都支付得起。

### 【样例输入】

4 2  
-4 10  
-2 7

### 【样例输出】

12

### 【样例说明】

样例中有 4 个人，2 个娱乐项目，我们用一个二元组  $(a, b)$  表示  $a$  个人选择了第一个娱乐项目， $b$  个人选择了第二个娱乐项目，那么就有  $4 - a - b$  个人没有选择任何项目，方案  $(a, b)$  对应的门票花费为  $\max(-4 \times a + 10, 0) \times a + \max(-2 \times b + 7, 0) \times b$ ，所有的可能如下所示：

| a | b | 花费 |
|---|---|----|
| 0 | 0 | 0  |
| 0 | 1 | 5  |
| 0 | 2 | 6  |
| 0 | 3 | 3  |
| 0 | 4 | 0  |
| 1 | 0 | 6  |
| 1 | 1 | 11 |
| 1 | 2 | 12 |
| 1 | 3 | 9  |
| 2 | 0 | 4  |
| 2 | 1 | 9  |
| 2 | 2 | 10 |
| 3 | 0 | 0  |
| 3 | 1 | 5  |
| 4 | 0 | 0  |

其中当  $a = 1, b = 2$  时花费最大，为 12。此时 1 个人去第一个项目，所以

第一个项目的单价为  $10 - 4 = 6$ ，在这个项目上的花费为  $6 \times 1 = 6$ ；2 个人去第二个项目，所以第二个项目得单价为  $7 - 2 \times 2 = 3$ ，在这个项目上的花费为  $2 \times 3 = 6$ ；还有 1 个人没去任何项目，不用统计；总花费为 12，这是花费最大的一种方案，所以答案为 12。

### 【评测用例规模与约定】

对于 30% 的评测用例， $1 \leq N, M \leq 10$ 。

对于 50% 的评测用例， $1 \leq N, M \leq 1000$ 。

对于 100% 的评测用例， $1 \leq N, M, B_i \leq 10^5$ ， $-10^5 \leq K_i < 0$ 。

## 试题 J: 魔法阵

时间限制: 1.0s 内存限制: 512.0MB 本题总分: 25 分

### 【问题描述】

魔法师小蓝为了营救自己的朋友小 Q，来到了敌人布置的魔法阵。魔法阵可以看作是一幅具有  $N$  个结点  $M$  条边的无向图，结点编号为  $0, 1, 2, \dots, N-1$ ，图中没有重边和自环。敌人在每条边上都布置了陷阱，每条边都有一个伤害属性  $w$ ，每当小蓝经过一条边时就会受到这条边对应的  $w$  的伤害。小蓝从结点 0 出发，沿着边行走，想要到达结点  $N-1$  营救小 Q。

小蓝有一种特殊的魔法可以使用，假设一条路径按照顺序依次经过了以下  $L$  条边:  $e_1, e_2, \dots, e_L$  (可以出现重复的边)，那么期间小蓝受到的总伤害就是  $P = \sum_{i=1}^L w(e_i)$ ， $w(e_i)$  表示边  $e_i$  的伤害属性。如果  $L \geq K$ ，那么小蓝就可以从这  $L$  条边当中选出连续出现的  $K$  条边  $e_c, e_{c+1}, \dots, e_{c+K-1}$  并免去在这  $K$  条边行走期间所受到的伤害，即使用魔法之后路径总伤害变为  $P' = P - \sum_{i=c}^{c+K-1} w(e_i)$ 。注意必须恰好选出连续出现的  $K$  条边，所以当  $L < K$  时无法使用魔法。

小蓝最多只可以使用一次上述的魔法，请问从结点 0 出发到结点  $N-1$  受到的最小伤害是多少？题目保证至少存在一条从结点 0 到  $N-1$  的路径。

### 【输入格式】

第一行输入三个整数， $N, K, M$ ，用空格分隔。

接下来  $M$  行，每行包含三个整数  $u, v, w$ ，表示结点  $u$  与结点  $v$  之间存在一条伤害属性为  $w$  的无向边。

### 【输出格式】

输出一行，包含一个整数，表示小蓝从结点 0 到结点  $N-1$  受到的最小伤害。

### 【样例输入 1】

4 2 3

```
0 1 2
1 2 1
2 3 4
```

**【样例输出 1】**

2

**【样例输入 2】**

```
2 5 1
0 1 1
```

**【样例输出 2】**

0

**【样例说明】**

样例 1，存在路径： $0 \rightarrow 1 \rightarrow 2 \rightarrow 3$ ， $K = 2$ ，如果在  $0 \rightarrow 1 \rightarrow 2$  上使用魔法，那么答案就是  $0 + 0 + 4 = 4$ ；如果在  $1 \rightarrow 2 \rightarrow 3$  上使用魔法，那么答案就是  $2 + 0 + 0 = 2$ 。再也找不到比 2 还小的答案了，所以答案就是 2。

样例 2，存在路径： $0 \rightarrow 1 \rightarrow 0 \rightarrow 1 \rightarrow 0 \rightarrow 1$ ， $K = 5$ ，这条路径总计恰好走了 5 条边，所以正好可以用魔法消除所有伤害，答案是 0。

**【评测用例规模与约定】**

对于 30% 的评测用例， $1 \leq N \leq 20$ 。

对于 50% 的评测用例， $1 \leq N \leq 100$ 。

对于 100% 的评测用例， $1 \leq N \leq 1000$ ， $1 \leq M \leq \frac{N \times (N-1)}{2}$ ， $1 \leq K \leq 10$ ， $0 \leq u, v \leq N-1$ ， $1 \leq w \leq 1000$ 。