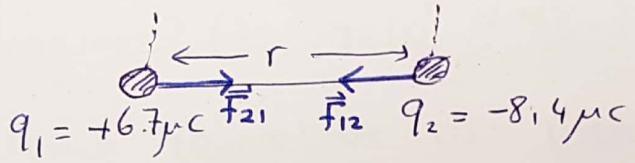
PROBLEMLER : ELEKTRİK ve MAGNETİZMA $\boxed{\text{ÜNİT 1}}$

1. $6,7\mu C$ luk bir yük, $-8,4\mu C$ luk diğer bir yükten 5.0 m uzakta bulunmaktadır. Yüklerden birinin diğerine etkidiği elektrostatik kuveti bulunuz? ($k = 9.0\times10^{9}\ N\cdot m^2/C^2$).

Çözüm:



Coulomb yasası:

$$\vec{F}_c = k\cdot\frac{q_1\cdot q_2}{r^2}\hat{r}$$

$q_1 = +6,7\mu C = +6,7\times10^{-6}C$

$q_2 = -8,4\mu C = -8,4\times10^{-6}C$

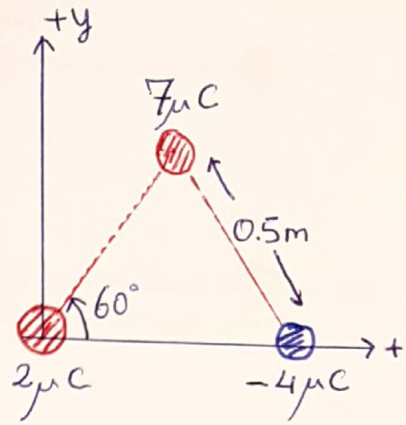
$$\vec{F}_{12} = k\,\frac{q_1\cdot q_2}{r^2}\,\hat{r}_{12}$$

$$= (9\times10^{9}\ N\cdot m^2/C^2)\cdot\frac{(6,7\times10^{-6}C)\cdot(-8,4\times10^{-6}C)}{(5.0\,m)^2}$$

$$= \frac{-5,06\times10^{9}\cdot10^{-12}\,(N\cdot\cancel{m^2})}{25\,\cancel{m^2}}$$

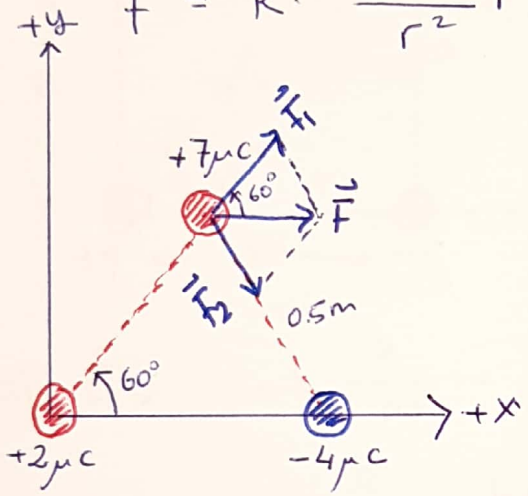
$= -2,02\times10^{-3}\,N$ bulunur, ve diğerini çeker.

Soru: 2 Şekildeki gibi, $2\mu C$, $7\mu C$ ve $-4\mu C$ luk nokta yük bir eşkenar üçgenin köşelerinde bulunuyor. $7\mu C$ 'luk yük üzerindeki net elektrik kuvvetini hesaplayınız? ($k = 9\times10^9\ N\cdot m^2/C^2$).



Çözüm: Coulomb Yasası ve üst üste binme ilkesi:

$$\vec{F} = k\cdot\frac{q_1\cdot q_2}{r^2}\hat{r}$$



$$\vec{F}_1 = (9\times10^9\ N\cdot m^2/C^2)\cdot\frac{(2\times10^{-6}C)\cdot(7\times10^{-6}C)}{(0.5m)^2}$$

$$= 0.504\ N$$

$$\vec{F}_2 = (9\times10^9\ N\cdot m^2/C^2)\frac{(7\times10^{-6}C)\cdot(-4\times10^{-6}C)}{(0.5)^2}$$

$$= -1.008\ N$$

x - bileşenleri: $\vec{F}_x = (\vec{F}_1 + \vec{F}_2)\cdot\cos60\,\hat{i}$

$$= (0.504 + 1.008)\cdot 1/2\cdot\hat{i}$$

$$= 0.756\hat{i}\ N$$

y- bileşenleri: $\vec{F}_y = (\vec{F}_1 + \vec{F}_2)\cdot\sin60\,\hat{j}$

$$= (0.504 - 1.008)\cdot 1/2\,\hat{j}$$

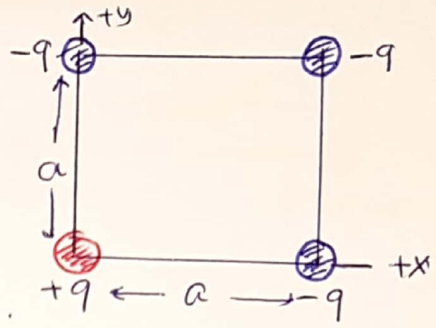
$$= -0.436\hat{j}\ N$$

Toplam $\vec{F} = \vec{F}_x\hat{i} + \vec{F}_y\hat{j}$

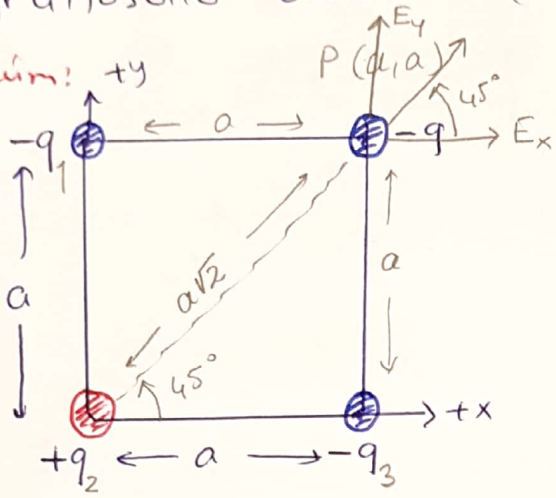
$\Rightarrow \vec{F} = (0.756\hat{i} - 0.436\hat{j})\ N$ bulunur.

③

Soru 3: Şekildeki gibi dört yük bir karenin köşelerindedir. (a) $-q$ yükünün $x = a$, $y = a$ koordinatlı konumundaki elektrik alanının ($\vec{E}$) büyüklük ve doğrultusunu bulunuz? ($k = 9\times10^{9}\,N\cdot m^2/C^2$).



Çözüm:



$\cos 45 = 0.7$

$\vec{E}_x = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 \cdot \cos 45$

$E_y = \vec{E}_3 + \vec{E}_2 \sin 45$

(a) $\vec{E}_x = -k\dfrac{q}{a^2} + k\dfrac{q}{(a\sqrt{2})^2}\cdot\cos 45$

$= -k\dfrac{q}{a^2} + k\dfrac{q}{a^2\cdot 2}\cdot 0{,}7$

$= k\dfrac{q}{a^2}(-1 + 0.35)$

$= -0{,}64\,k\dfrac{q}{a^2}\,\hat{i}$ bulunur.

$\vec{E}_y = -k\cdot\dfrac{q}{a^2} + k\cdot\dfrac{q}{(a\sqrt{2})^2}\cdot\sin 45$

$= -0.64\,k\dfrac{q}{a^2}\,\hat{j}$

$\vec{E} = \vec{E}_x + \vec{E}_y$

$= -0.64\,k\dfrac{q}{a^2}\,\hat{i} - 0.64\,k\dfrac{q}{a^2}\,\hat{j}$

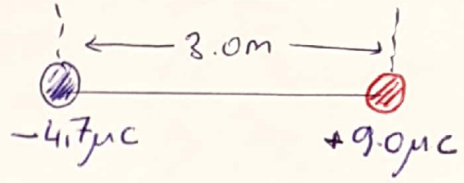
$= -0.64\,k\dfrac{q}{a^2}(\hat{i} + \hat{j})$ bulunur.

$\vec{F} = q\cdot\vec{E}$

$|\vec{E}| = \sqrt{E_x^2 + E_y^2} = 0{,}91\dfrac{kq}{a^2}$ ise

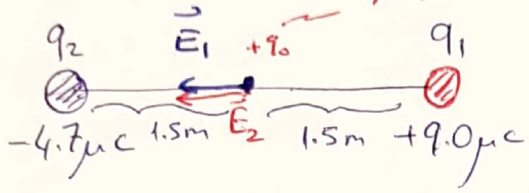
$\vec{F} = 0{,}91\cdot k\dfrac{q^2}{a^2}$ olur.

Soru 4) Şekilde gösterilen yükleri birleştiren doğru üzerinde, yükler arasında orta noktadaki toplam $\vec{E} = ?$ $(k = 9.10^9 N.m^2/c^2)$



Test yükü olsun.

Çözüm:



$$\vec{E}_1 = k \cdot \frac{q}{r^2} = k \frac{9.10^{-6} c}{(1.5m)^2} = 9.10^9 \frac{N.m^2}{c^2} \cdot \frac{9.10^{-6} c}{2.25 m^2}$$

$$= 36.10^3 (\hat{i}) N/c$$

$$\vec{E}_2 = k \cdot \frac{q}{r^2} = 9.10^9 N.m^2/c^2 \cdot \frac{-4.7 \times 10^{-6} c}{2.25 m^2} (-\hat{i})$$

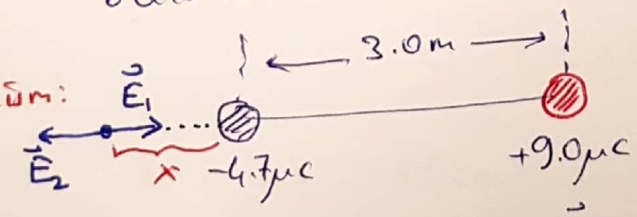
$$= -18,8 \times 10^3 (-i) N/c$$

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 = (36.10^3 - 18,8 \times 10^3)(-\hat{i}) \; N/c$$

$$= 17.2 (-i) \; kN/c$$ bulunur.

Soru 5) Soru 4 de verilen şekildeki yükler için, elektrik alanının sıfır olduğu noktayı bulunuz?

Çözüm:



$\vec{E} = k \cdot \frac{q}{r^2} \hat{r}$ idi. $\vec{E}_1 = k \cdot \frac{4.7\mu c}{x^2}$; $\vec{E}_2 = k \frac{9\mu c}{(3+x)^2}$

$\vec{E}_1 = \vec{E}_2$ den $\Rightarrow k \frac{4.7\mu c}{x^2} = k \frac{9\mu c}{(3+x)^2}$

$$4.7(3+x)^2 = 9x^2$$

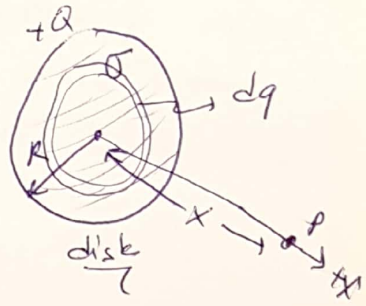
$$9 + 6x + x^2 = 1.9x^2$$

$$0,9x^2 - 6x - 9 = 0$$

$$x_{1,2} = \frac{-b \mp \sqrt{\Delta}}{2a}$$

$x = 7.8m$ bulunur.

Soru 6) 35 cm yarıçaplı düzgün yüklü bir diskin yüzey yük yoğunluğu $7,9 \times 10^{-3} C/m^2$ dır. Disk ekseninde disk merkezinden (a) 5 cm, (b) 10 cm (c) 50 cm ve (d) 200 cm uzaklıkta elektrik alanı nedir? $\pi = 3$



Çözüm: 35 cm = 0.35 m

$$\vec{E} = 2\pi k \sigma \left(1 - \frac{x}{\sqrt{x^2+R^2}}\right)$$ idi.

$$= 2\pi (9\times10^9)(7,9\times10^{-3})\left(1 - \frac{x'}{\sqrt{x^2+(0.35)^2}}\right)$$

$$= 4,46\times10^8 \left(1 - \frac{x'}{(x^2+0.12)^{1/2}}\right)$$

a) 5 cm = 0.05 m

$$\vec{E} = 4,46\times10^8 \left(1 - \frac{0.05}{\sqrt{0.05^2+0.12}}\right)$$

$$= 3,8\times10^8 \, N/C$$

b) $x = 10 cm = 0.1 m$

$$\vec{E} = 4,46\times10^8 \left(1 - \frac{0.1 m}{\sqrt{0.1^2+0.12}}\right)$$

$$= 3.2\times10^8 \, N/C$$

c) 50 cm = 0.5 m

$$\vec{E} = 4,46\times10^8 \left(1 - \frac{0.5}{\sqrt{0.5^2+0.12}}\right)$$

$$= 8.07\times10^7 \, N/C$$

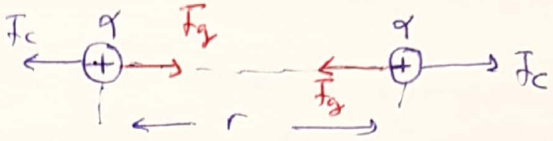
d) 200 cm = 2 m

$$\vec{E} = 6.6\times10^6 \, N/C$$ bulunur.

(6) Soru 7) Helyum atomunun çekirdeğine α parçacığı denir. Kütlesi $m = 6,64 \times 10^{-27}$ kg, yükü $q = +2e = 2 \cdot 1,6 \times 10^{-19}$ C dur. İki α parçacığı arasındaki elektriksel kuvetle kütle çekim kuvvetlerini karşılaştırınız?

Unite 1

Çözüm: $\frac{F_e}{F_g} = ?$



$$F_e = F_c = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{q^2}{r^2}$$ elektrik çekim kuvveti

$$F_g = G \frac{m^2}{r^2}$$ → Kütle çekim kuvveti

$$\frac{F_c}{F_g} = \frac{\frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{q^2}{r^2}}{G \cdot \frac{m^2}{r^2}}$$

$$= \frac{1}{4\pi\varepsilon_0 \cdot G} \cdot \frac{q^2}{m^2}$$

$k = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} = 9 \times 10^9 \, N \cdot m^2/C^2$

$G = 6.67 \times 10^{-11} \, N \cdot m^2/kg^2$

$$= \frac{9 \times 10^9 \, \frac{N \cdot m^2}{C^2}}{6.67 \times 10^{-11} \, N \cdot m^2/kg^2} \cdot \frac{(3,2 \times 10^{-19})^2}{(6,64 \times 10^{-27} \, kg)^2}$$

$= 3,1 \times 10^{35}$ bulunur.

X

Unit 1

Soru 8) Two coins lie 1.5m apart on a table. They carry identical charges. How large is the charge on each if a coin experiences a force of 2.0N?

Sol. The diameter of a coin is small compared to the 1.5m separation. We may therefore approximate the coins as point charge.

Coulomb's law,

$$F_c = k \cdot \frac{q_1 q_2}{r^2}$$

$$q_1 q_2 = q^2 = \frac{F \cdot r^2}{k}$$

$$= \frac{(2\,N)(1.5\,m)^2}{9\times10^9\,N\cdot m^2/C^2}$$

$$q^2 = 5\times10^{-10}\,C^2$$

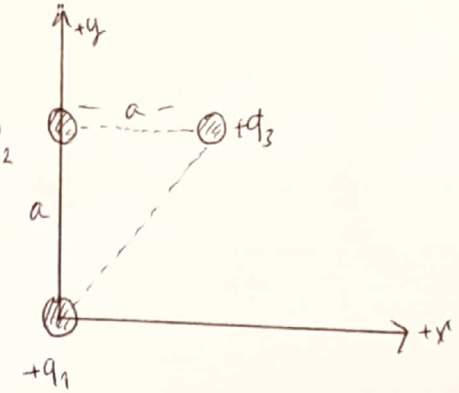
$$q \doteq 2.2\times10^{-5}\,C$$

$$= 22\,\mu C \text{ found.}$$

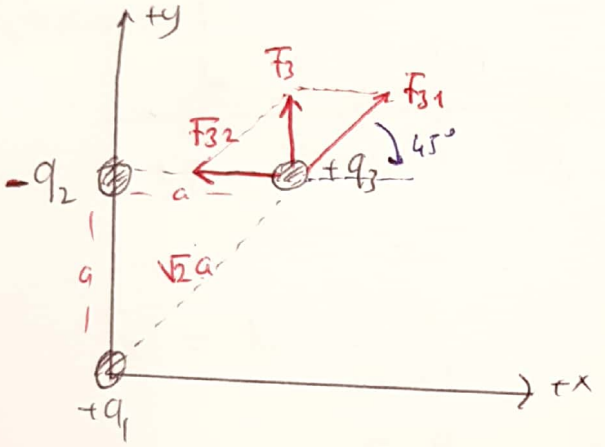
1. ÜNİTE FİZİK II

Soru 9: Şekildeki gibi bir üçgenin köşelerine konulmuş üç nokta yük için, q_3 üzerindeki bileşke kuvveti bulunuz?

$q_1 = q_3 = 5\mu C$, $q = -2\mu C$, $a = 0{,}1m$



Çözüm: q_3 üzerindeki q_1 ve q_2 nin etkisini görelim.



$$F_{32} = k\frac{q_3 \cdot q_2}{r^2} = k\frac{q_3 \cdot q_2}{a^2}$$

$$= \left(9{,}0 \times 10^9 \, N.m^2/C^2\right) \cdot \frac{(5\times10^{-6}C)(2\times10^{-6}C)}{(0{,}1m)^2}$$

$$= -9.0 \, N$$

$$F_{31} = k\frac{q_3 \cdot q_1}{r^2} = \left(9.0 \times 10^9 \, N.m^2/C^2\right) \cdot \frac{(5\times10^{-6}C)(5\times10^{-6}C)}{2(0{,}1)^2}$$

$$= 11 \, N$$

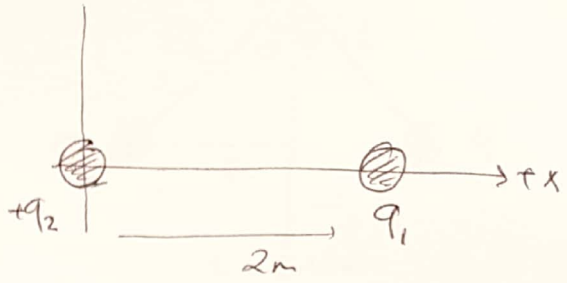
$$F_x = F_{31x} + F_{32}$$
$$= F_{31}\cos 45 + 9.0N$$
$$= 11 \cdot 0{,}7 - 9.0$$
$$= 7{,}8 - 9.0$$
$$= -1.2 \, N$$

$$F_y = F_{31y} = F_{31}\sin 45$$
$$= 11 \cdot 0{,}7$$
$$= 7{,}8 \, N$$

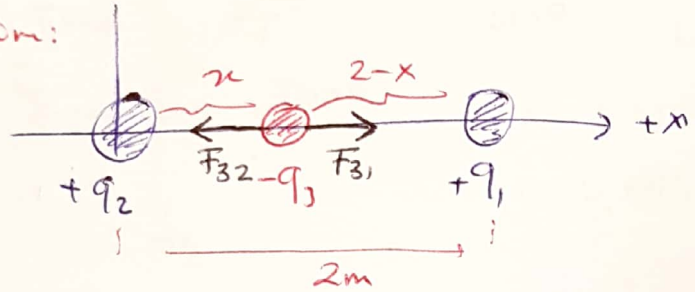
Bileşke kuvvet @ q_3 için

$$F_3 = F_x\hat{i} + F_y\hat{j}$$
$$= -1{,}2\hat{i} + 7{,}8\hat{j}$$ olarak bulunur.

Soru 1) Şekildeki x-ekseni üzerinde bulunan $q_1 = +15\mu C$ yükü $x = 2m$ de, $+q_2 = 6\mu C$ yükü de orijinde bulunmaktadır. Üzerine etkiyen bileşke kuvvetin sıfır olması için $-q_3$ yükü x-ekseninde nereye konulmalıdır?



Çözüm:



$$F_{31} = k\frac{q_3 \cdot q_1}{(2-x)^2}$$

$$F_{32} = k \cdot \frac{q_3 \cdot q_2}{x^2}$$

q_3 üzerinde bileşke kuvvet sıfırsa F_{32}, F_{31} e eşit ve zıt olmalıdır.

$$k\frac{q_3 \cdot q_2}{x^2} = k\frac{q_3 \cdot q_1}{(2-x)^2}$$

$$(2-x)^2 \cdot q_2 = x^2 q_1$$

$$(2^2 - 4x + x^2) \cdot (6 \times 10^{-6} C) = x^2 (15 \times 10^{-6} C)$$

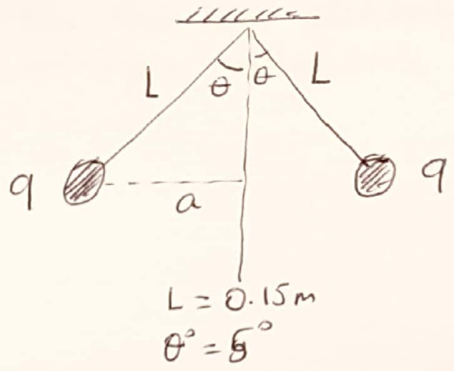
$$(4 - 4x + x^2) \cdot 6 = 15x^2$$

$$24 - 24x + 6x^2 - 15x^2 = 0$$

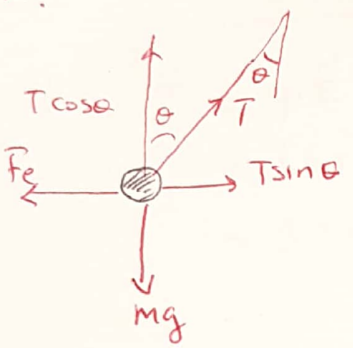
$$9x^2 + 24x - 24 = 0$$

$x = 0.77m$ bulunur.

Soru 1) Herbirinin kütlesi 3×10^{-2} kg olan yüklü özdeş iki küre, şekildeki gibi asılıdır. İplerin herbiri 0,15m uzunluğunda ve açı $\theta = 5^\circ$ ise, küreler de özdeş yük bulunuyorsa yüklerin miktarları nedir?



Çözüm:



$$\sin\theta = \frac{a}{L}$$

$$a = L\sin\theta = 0.15 \cdot \sin 5 = 0.15 \times 0,08$$

$$a = 0,013\,m.$$

$2a = 2 \cdot 0,013 = 0,026\,m$ olur.

Yatay ve Düşey bileşenleri bulalım:

(1) $\sum F_x = T\sin\theta - F_e = 0$

(2) $\sum F_y = T\cos\theta - mg = 0 \Rightarrow T = \dfrac{mg}{\cos\theta}$

$F_e = T\sin\theta$ ile

$$F_e = \frac{mg}{\cos\theta} \cdot \sin\theta = mg\tan\theta$$

$$= (3\times10^{-2}\,kg)\,(\overset{=10}{9.8\,m/s^2})\tan 5^\circ$$

$$= 3 \cdot 10^{-1} \cdot 0,08$$

$$= 2,6\times10^{-2}\,N \text{ olur.}$$

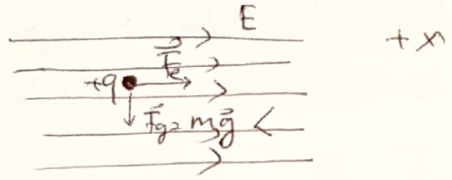
$$F_e = k\frac{q \cdot q}{r^2}$$

$$q^2 = \frac{F \cdot r^2}{k} = \frac{(2,6\times10^{-2}\,N)\cdot(0,026\,m)^2}{9\times10^9\,N.m^2/C^2}$$

$q = 4,4\times10^{-8}\,C$ bulunur.

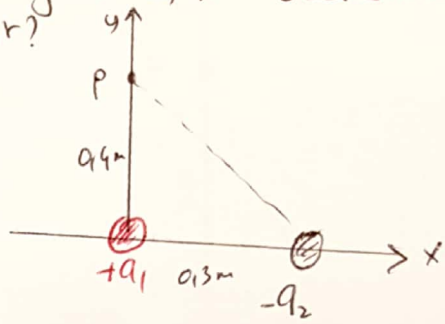
Soru 17) $+x$ doğrultusundaki 2×10^{4} N/C luk bir elektrik alanına konulan bir protona etkiyen elektrik kuvveti nedir?

Çözüm: $q_p = +e = 1,6\times10^{-19}$ C

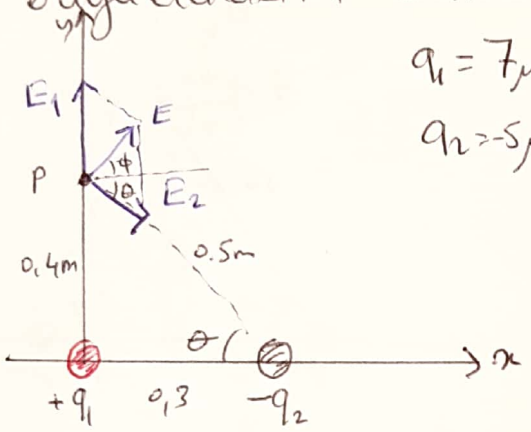


$$\vec{F} = q\cdot\vec{E}$$
$$= 1,6\times10^{-19}\,C \times 2\times10^{4}\,N/C$$
$$= 3,2\times10^{-15}\,N$$

Soru(5) Şekilde verilen bir $q_1 = 7\mu C$ yükü orijinde, ikinci bir $q_2 = -5\mu C$ yükü x-ekseni üzerinde orijinden 0,3m uzakta bulunuyor. 0,4m uzaklıktaki P noktasındaki elektrik alanı nedir?



Çözüm: Önce, herbir elektrik yükünden ileri gelen elektrik alanlarının büyüklüklerini bulalım.



$q_1 = 7\mu C$

$q_2 = -5\mu C$

$7\mu C$: $\vec{E}_1 = k\dfrac{q_1}{r^2} = \left(9\times10^9\ N.m^2/C^2\right)\cdot\dfrac{(7\times10^{-6}C)}{(0,4m)^2}$

$= 3,94\times10^5\ N/C$

$\vec{E}_2 = k\dfrac{q_2}{r^2} = \left(9.0\times10^9\ N.m^2/C^2\right)\cdot\dfrac{(5\times10^{-6}C)}{(0,5m)^2}$

$= 1,8\times10^5\ N/C$

x ve y bileşenlerini ele alırız.

$E_{2x} = E_2\cdot\cos\theta = \frac{3}{5}\cdot E_2$

$E_{2y} = E_2\cdot\sin\theta = -\frac{4}{5}\cdot E_2$

$\vec{E}_2 = E_{2x} - E_{2y}$

$\vec{E}_2 = (1,08\times10^5\hat{i} - 1,4\times10^5\hat{j})\ N/C$

$E_{1x} = 0$

$E_{1y} = 3,94\times10^5\hat{j}\ N/C$

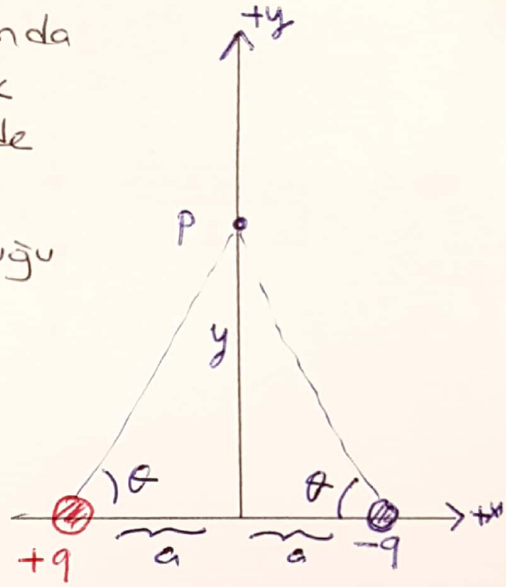
P noktası için;

$\vec{E} = \sum_i E_i = \vec{E}_1 + E_2$

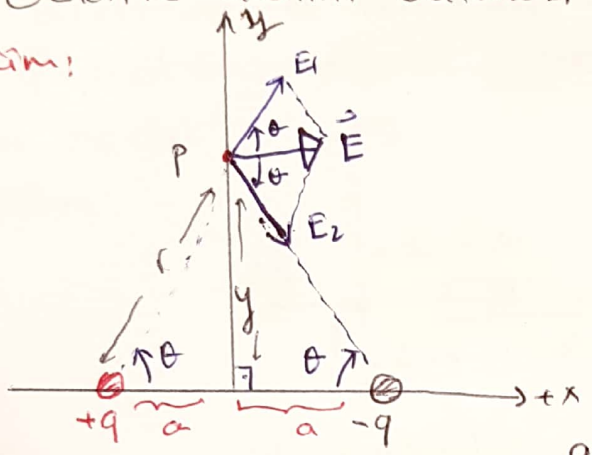
$= 1,08\times10^5\hat{i} - 1,4\times10^5\hat{j} + 3,94\times10^5\ N/C$

$= (1,08\times10^5\hat{i} + 2,5\times10^5\hat{j})\ N/C$ olur.

Soru 1) Bir elektrik dipolü, aralarında 2a uzaklığı bulunan +q ve -q yük çiftinden oluşur. +y-ekseni üzerinde orijinden y kadar uzaklıktaki P noktasında bu yüklerin oluşturduğu ($\vec{E}$) elektrik alanını bulunuz. $y \gg a$



Çözüm:



$$\vec{E}_1 = \vec{E}_2 = k\frac{q}{r^2} = k\frac{q}{y^2+a^2}$$

$$\vec{E} = \sum_i E_i = \vec{E}_1 + \vec{E}_2$$

$\vec{E}_1$ ve $\vec{E}_2$ nin y bileşenleri birbirini yok eder.

$$\vec{E} = 2E_1 \cdot \cos\theta$$

$$\cos\theta = \frac{a}{r} = \frac{a}{\sqrt{y^2+a^2}}$$

$$\vec{E} = 2E_1\cos\theta = 2k\frac{q}{y^2+a^2}\cdot\frac{a}{(y^2+a^2)^{1/2}} = k\cdot\frac{2qa}{(y^2+a^2)^{3/2}}$$

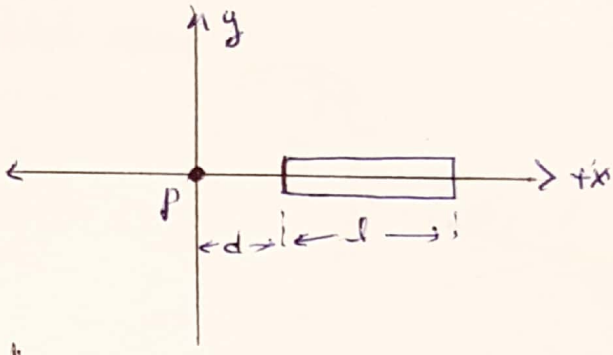
eğer $y \gg a$ ise $\left(\cancel{\frac{y^2}{a^2}}+1\right)$ olur, $a^2 \to 0$

$$\vec{E} = k\frac{2qa}{r^3}$$ elde edilir.

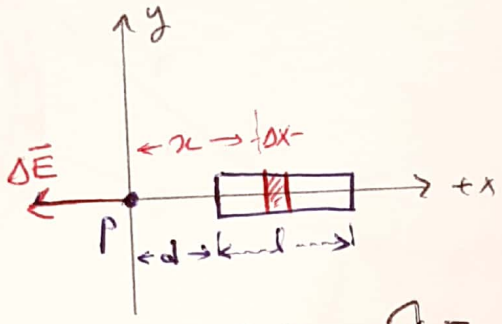
$$\vec{p} = q\cdot\vec{a}$$ ile

$$\vec{E} = k\cdot\frac{\vec{p}}{r^3}$$ olur.

Soru 13) l uzunluklu bir çubuğun toplam yükü Q, boyca yük yoğunluğu λ dır. Çubuk ekseni üzerinde, çubuğun bir ucundan d uzaklığında bir P noktasındaki elektrik alanı nedir?



Çözüm:



Boyca yük yoğunluğu $\lambda = \dfrac{\Delta q}{\Delta x} = \dfrac{Q}{l}$

$$\Delta \vec{E} = k\frac{\Delta q}{x^2} = k\frac{\lambda \cdot \Delta x}{x^2}$$

eğer $x = d$ den $x = l + d$ kadar değişirse;

$$E = \int_{x=d}^{l+d} k\lambda \frac{dx}{x^2} = k\lambda \int_{x=d}^{l+d} \frac{dx}{x^2}$$

$$= k\lambda \left[-\frac{1}{x}\right]_d^{l+d}$$

$$= k\lambda \left(\frac{1}{d} - \frac{1}{l+d}\right)$$

$$= \frac{kQ}{d(l+d)}$$ bulunur.

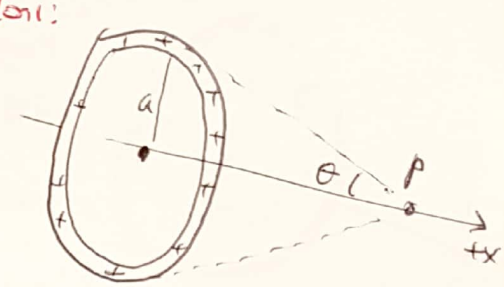
$d >> l \rightarrow l \rightarrow 0$ (P, çubuktan çok uzakta)

$$= \frac{kQ}{d^2}$$ olur.

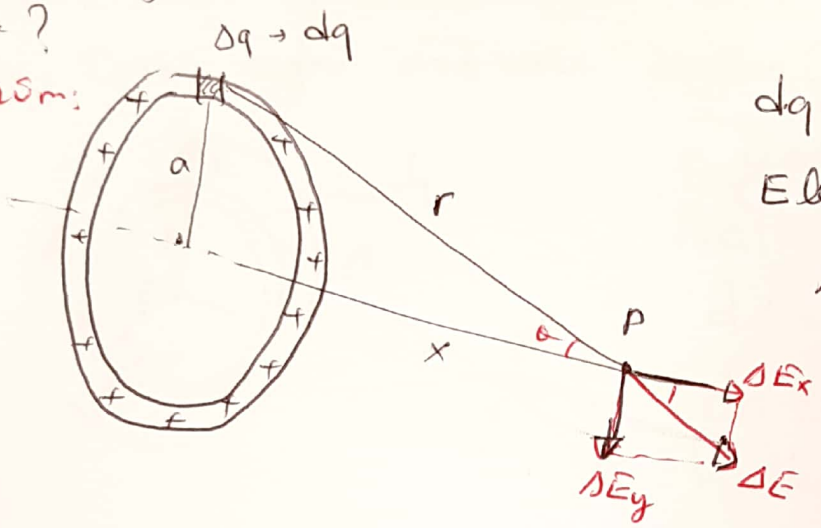
5

Soru 16) Düzgün yüklü bir halkanın elektrik alanı:

a yarıçaplı bir halka üzerinde düzgün olarak dağılmış bir Q yükü bulunuyor. Halka ekseninde, halka merkezinden x-uzaklığında bir P noktasındaki $\vec{E} = ?$



Çözüm:



dq yük elemanı P de Elektrik alanı;

$$\Delta \vec{E} = k \frac{dq}{r^2}$$

Halkanın, x-bileşeni için ; $\Delta E_x = \Delta E \cdot \cos\theta$

$$r = \sqrt{x^2 + a^2} \quad , \quad \cos\theta = \frac{x}{r} = \frac{x}{\sqrt{x^2+a^2}}$$

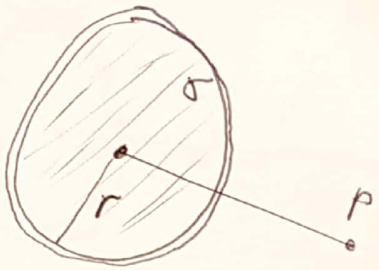
$$\Delta E_x = \Delta E \cos\theta = k \frac{\Delta q}{r^2} \cdot \frac{x}{r}$$

$$= \frac{kx}{(x^2+a^2)^{3/2}} \cdot \Delta q$$

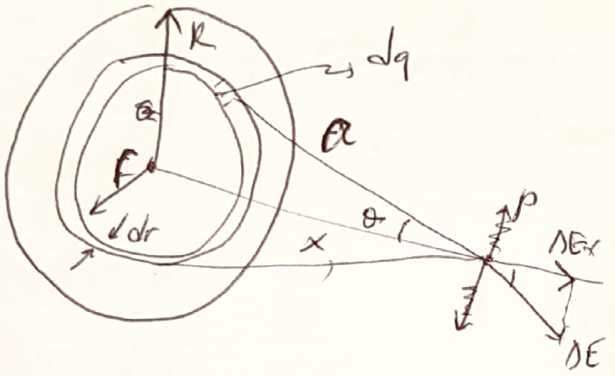
$$E_x = \sum \frac{kx}{(x^2+a^2)^{3/2}} \cdot \Delta q = \frac{kx}{(x^2+a^2)^{3/2}} \cdot Q \text{ olur.}$$

Soru 1) Düzgün yük dağılımlı bir diskin $E = ?$

R yarıçaplı bir diskin, düzgün yüzeyce yük yoğunluğu σ dır. Diskin ekseninden merkezinden x-uzaklıktaki $\vec{E} = ?$



Çözüm: Diski aynı merkezli halka gibi ele alalım,



r yarıçaplı, dr kalınlıklı halkanın alanı $\sigma = \frac{dq}{dA}$

$dA = 2\pi r \cdot dr$ $\quad dq = \sigma \cdot dA = 2\pi\sigma r dr$

$dq = 2\pi r \cdot \sigma\, dr$ yüklü halkada vardır.

$$\Delta E_x = \Delta E \cdot \cos\theta$$

$$dE_x = k\frac{dq}{r^2}\cdot\frac{x}{r} = k\frac{x}{(x^2+r^2)^{3/2}}\cdot dq$$

$$\int dE_x = \int_{r=0}^{r=R} \frac{k\cdot x}{(x^2+r^2)^2}\cdot(2\pi\sigma\cdot r dr)$$

$$E_x = k x 2\pi\sigma \int_0^R \frac{2r dr}{(x^2+r^2)^{3/2}}$$

$$\begin{cases} z = x^2+r^2 \\ dz = 2r dr \end{cases} \quad = \int_0^R \frac{dz}{z^{3/2}} = \int z^{-3/2}\cdot dz = \frac{z^{-1/2}}{-1/2}\, dz.$$

$$= k x \pi\sigma \int_0^R (x^2+r^2)^{-3/2}\cdot d(r)^2$$

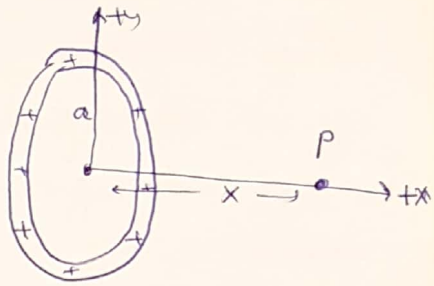
$$k = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \quad = k x \pi\sigma \left[\frac{(x^2+r^2)^{-1/2}}{-1/2}\right]_0^R$$

$$= k x \pi\sigma \left[\frac{\cancel{1}}{|x|} - \frac{\cancel{1}}{(x^2+R^2)^{1/2}}\right] \quad \frac{1}{\sqrt{\frac{R^2}{x^2}+1}} \to 0$$

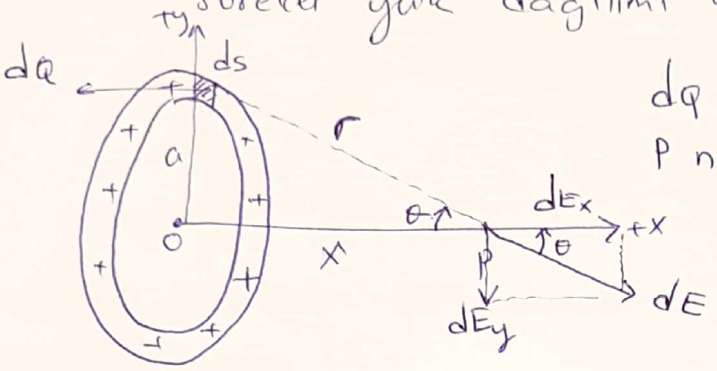
$x \to 0$ için $R \to \infty$

$$= 2\pi k\sigma = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0} \text{ olur.}$$

Soru 18) Halka şeklinde bir yükün (+Q) ekseninde bulunan $\vec{E}_p = ?$



Çözüm: Üst üst bindirme ilkesi uygulanır. Sürekli yük dağılımı vardır.



dQ yükü dE alanı yaratır, P noktasındaki net alan halkayı oluşturan parçaların alanlarının toplamıdır.

$$r = \sqrt{x^2 + a^2}$$

$$dE = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{dQ}{x^2+a^2} \qquad \left(\vec{F}_c = k \cdot \frac{q_1 \cdot q_2}{r^2} \hat{r} \right)$$

$$\cos\theta = \frac{x}{r} = \frac{x}{(a^2+x^2)^{1/2}}$$

$$dE_x = dE \cdot \cos\theta$$

$$= \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{dQ}{x^2+a^2} \cdot \frac{x}{r}$$

$$\int dE_x = \int \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{dQ}{(x^2+a^2)^{3/2}} x$$

$$E_x = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{x}{(x^2+a^2)^{3/2}} \int dQ$$

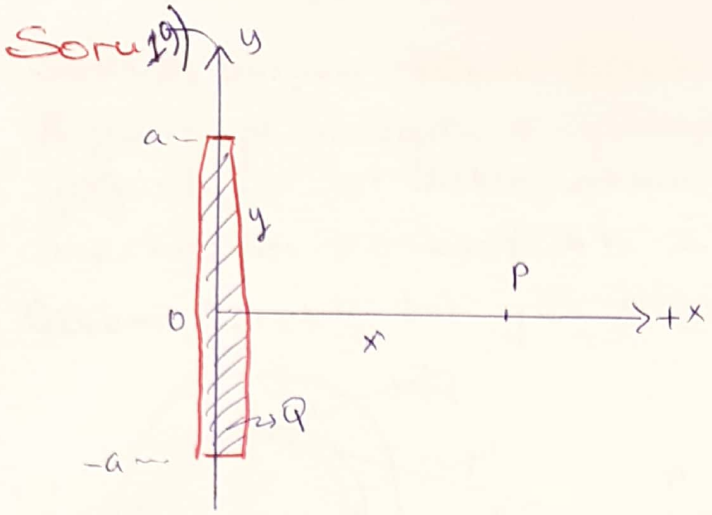
$$= \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{Qx}{(x^2+a^2)^{3/2}} \hat{i} \text{ bulunur.} \qquad \left(\vec{E} = E_x \hat{i} \right)$$

$x \gg a$ olduğunda $a \to 0$

$$= \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{Q \cdot x}{x^3} \hat{i}$$

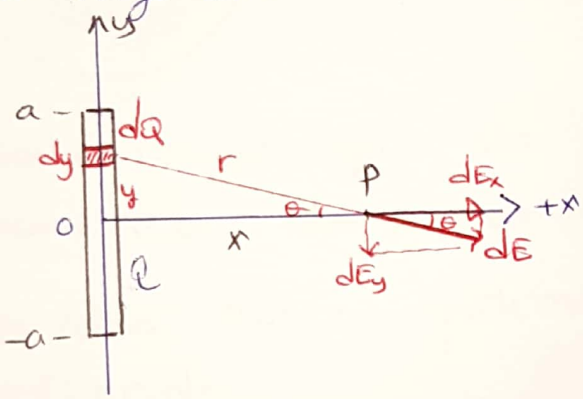
$$= \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{Q}{x^2} \hat{i} \text{ bulunur.}$$

Soru 19)



Pozitif Q elektrik yükü, 2a uzunluğunda ve y-ekseni boyunca y=-a'dan y=a'ya uzanan bir doğru parçası üzerinde düzgün olarak dağılmıştır. x-ekseni üzerinde, P'deki E = ?

Çözüm: x-ekseni yük parçasını ortadan ikiye böler.



Çizgisel yükü sonsuz dQ yüklerine böleriz. y uzunluğunun da küçük bölgesi dy olur.

$\lambda = \frac{Q}{l} = \frac{Q}{2a}$ ⇒ çizgisel yük yoğunluğu

$dQ = \lambda \cdot dy$

$dQ = \frac{Q \cdot dy}{2a}$

$Q = 2a\lambda$

$r^2 = y^2 + x^2$

$dE = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{dQ}{r^2}$

$dE = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{dy}{2a(x^2+y^2)}$ nin bileşenleri dE_x ve dE_y

$dE_x = dE\cos\theta$, $dE_y = -dE\sin\theta$, $\sin\theta = \frac{y}{(x^2+y^2)^{1/2}}$

$= \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{x\,dy}{2a(x^2+y^2)^{3/2}}$, $= \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{y\,dy}{2a(x^2+y^2)^{3/2}}$ $\cos\theta = \frac{x}{(x^2+y^2)^{1/2}}$

$\int dE_x = \frac{1}{4\pi\varepsilon} \cdot \frac{Qx}{2a} \int_{-a}^{+a} \frac{dy}{(x^2+y^2)^{3/2}}$ $x^2+y^2 = z$ ise $2y\,dy = dz$ $x^2+y^2=z$, $2y\,dy = dz$

$E_x = \frac{Q}{4\pi\varepsilon} \cdot \frac{x}{2a} \cdot 2\int_{-a}^{0} \frac{dy}{(x^2+y^2)^{3/2}} = \frac{Qx}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{1}{\sqrt{x^2+a^2}}\,\hat{i}$ bulunur.

$x \gg a$ ise $a \to 0$

$\frac{1}{4\pi\varepsilon} \cdot \frac{Q}{x^2}\,\hat{i}$ bulunur.

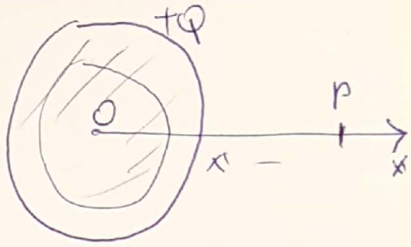
$E_y = -\frac{1}{4\pi\varepsilon} \cdot \frac{Q}{2a} \int_{-a}^{+a} \frac{y\,dy}{(x^2+y^2)^{3/2}} = 0$

$Q = 2a\lambda$ yerine, $\frac{x^2}{a^2} + 1$ ⇒ $E_x = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 \cdot r}\,\hat{i}$ olur.

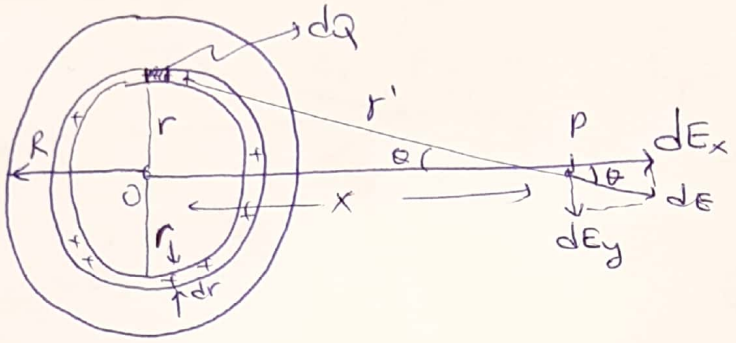
↳ <<1 ise → 0 olur.

SORU 20) DÜZGÜN YÜKLÜ DİSKİN E ALANI

R yarıçaplı düzgün σ yüzeysel yük yoğunluklu bir diskin ekseni üzerinde merkezden x mesafedeki $\vec{E} = ?$



Çözüm: Sürekli bir yük dağılımı



Halkanın iç yarıçapı r, dış yarıçapı $r+dr$

Halkanın alanı $dA = 2\pi r \cdot dr$

Birim alana düşen yük miktarı $\sigma = \dfrac{dQ}{dA} \Rightarrow dQ = \sigma dA$

$dQ = \sigma \cdot 2\pi r \cdot dr$

$$dE_x = \frac{1}{4\pi\varepsilon} \cdot \frac{dQ}{r^2} \cdot \cos\theta \qquad \left\{ \cos\theta = \frac{x}{r'} = \frac{x}{(x^2+r^2)^{1/2}} \right.$$

$$= \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{2\pi r \cdot \sigma dr}{r^2} \cdot \frac{x}{r'}$$

$$\int dE_x = \int_0^R \frac{1}{4\pi\varepsilon} \cdot \frac{2\pi\sigma \cdot r dr}{x^2+r^2} \cdot \frac{x}{r'}$$

$$E_x = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot 2\pi\sigma \cdot x \int_0^R \frac{r dr}{(x^2+r^2)^{3/2}} \qquad \left\{ \begin{array}{l} z = x^2+r^2 \\ dz = 2r dr \end{array} \right.$$

$$= \frac{\sigma \cdot x}{2\varepsilon_0} \int_0^R \frac{dz}{2 \cdot (z)^{3/2}} = \frac{\sigma x}{2\varepsilon_0} \int_0^R \frac{1}{2} \cdot z^{-3/2} dz$$

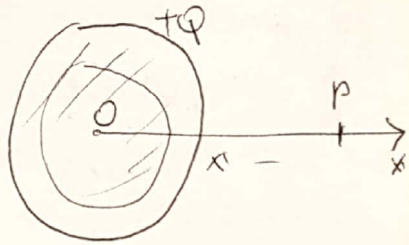
$$= \frac{\sigma x}{2\varepsilon} \cdot \frac{1}{\cancel{2}} \cdot \frac{\cancel{2}}{\cancel{1}} \cdot \frac{1}{\sqrt{z}} \Bigg|_0^R \qquad \left\{ \frac{R^2}{x^2} \to 0 \right.$$

$$= \frac{\sigma x}{2\varepsilon} \cdot \left[\frac{1}{\sqrt{x^2+R^2}} - \frac{1}{x} \right]$$

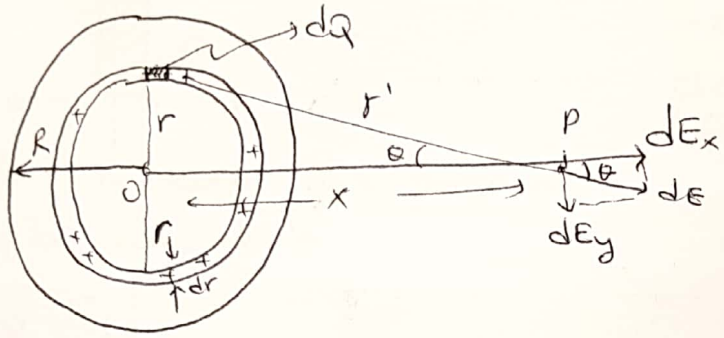
$$= \frac{\sigma x}{2\varepsilon} \cdot \frac{1}{x} = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$$ bulunur.

SORU 20) DÜZGÜN YÜKLÜ DİSKİN E ALANI

R yarıçaplı düzgün σ yüzeysel yük yoğunluklu bir diskin ekseni üzerinde merkezden x mesafedeki $\vec{E} = ?$



Çözüm: Sürekli bir yük dağılımı



Halkanın iç yarıçapı r, dış yarıçapı $r+dr$

Halkanın alanı $dA = 2\pi r \cdot dr$

Birim alana düşen yük miktarı $\sigma = \dfrac{dQ}{dA} \Rightarrow dQ = \sigma dA$

$dQ = \sigma \cdot 2\pi r \cdot dr$

$$dE_x = \frac{1}{4\pi\varepsilon} \cdot \frac{dQ}{r^2} \cdot \cos\theta \qquad \left\{ \cos\theta = \frac{x}{r'} = \frac{x}{(x^2+r^2)^{1/2}} \right.$$

$$= \frac{1}{4\pi\varepsilon} \cdot \frac{2\pi r \cdot \sigma dr}{r^2} \cdot \frac{x}{r'}$$

$$\int dE_x = \int_0^R \frac{1}{4\pi\varepsilon} \cdot \frac{2\pi\sigma \cdot r dr}{x^2+r^2} \cdot \frac{x}{r'}$$

$$E_x = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot 2\pi\sigma \cdot x \int_0^R \frac{r dr}{(x^2+r^2)^{3/2}} \qquad \left\{ \begin{array}{l} z = x^2+r^2 \\ dz = 2r dr \end{array} \right.$$

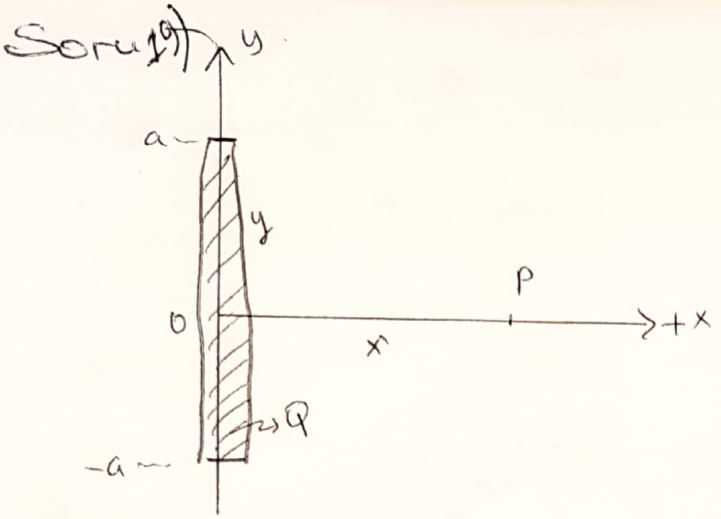
$$= \frac{\sigma \cdot x}{2\varepsilon_0} \int_0^R \frac{dz}{2 \cdot (z)^{3/2}} = \frac{\sigma x}{2\varepsilon_0} \int_0^R \frac{1}{2} \cdot z^{-3/2} dz$$

$$= \frac{\sigma x}{2\varepsilon} \cdot \frac{1}{\cancel{2}} \cdot \frac{\cancel{2}}{1} \cdot \frac{1}{\sqrt{z}} \Big|_0^R \qquad \left\{ \frac{R^2}{x^2} \to 0 \right.$$

$$= \frac{\sigma x}{2\varepsilon} \cdot \left[\frac{1}{\sqrt{x^2+R^2}} - \frac{1}{x} \right]$$

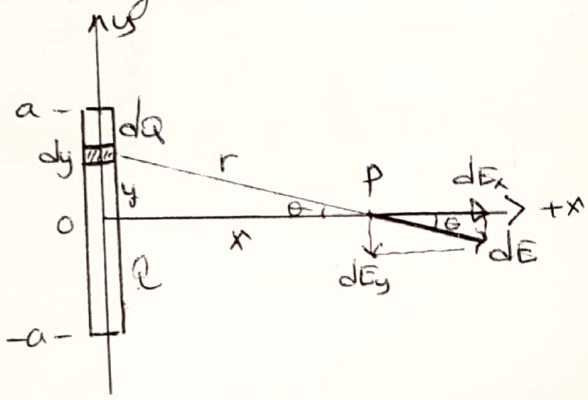
$$= \frac{\sigma x}{2\varepsilon} \cdot \frac{1}{x} = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$$ bulunur.

Soru 19)



Pozitif Q elektrik yükü, 2a uzunluğunda ve y-ekseni boyunca y=-a dan y=a'ya uzanan bir doğru parçası üzerinde düzgün olarak dağılmıştır. x-ekseni üzerinde, P'deki E = ?

Çözüm: x-ekseni yük parçasını ortadan ikiye böler.



Çizgisel yükü sonsuz dQ yüklerine böleriz. y uzunluğunun da küçük bölgesi dy olur.

$\lambda = \frac{Q}{l} = \frac{Q}{2a}$ => çizgisel yük yoğunluğu

$dQ = \lambda . dy$

$dQ = \frac{Q . dy}{2a}$

$Q = 2a\lambda$

$r^2 = y^2 + x^2$

$dE = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{dQ}{r^2}$

$dE = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{dy}{2a(x^2+y^2)}$ nin bileşenleri dE_x ve dE_y

$dE_x = dE\cos\theta$, $dE_y = -dE\sin\theta$, $\sin\theta = \frac{y}{(x^2+y^2)^{1/2}}$

$= \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{x\,dy}{2a(x^2+y^2)^{3/2}}$, $= \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{y\,dy}{2a(x^2+y^2)^{3/2}}$, $\cos\theta = \frac{x}{(x^2+y^2)^{1/2}}$

$\int dE_x = \frac{1}{4\pi\varepsilon} \cdot \frac{Qx}{2a} \int_{-a}^{+a} \frac{dy}{(x^2+y^2)^{3/2}}$, $x^2+y^2 = z$ ise $2y\,dy = dz$ | $x^2+y^2=z$ $2y\,dy = dz$

$E_x = \frac{Q}{4\pi\varepsilon} \cdot \frac{x}{2a} \cdot 2\int_{-a}^{0} \frac{dy}{(x^2+y^2)^{3/2}} = \frac{Qx}{4\pi\varepsilon} \cdot \frac{1}{\sqrt{x^2+a^2}}\,\hat{i}$ bulunur.

$x \gg a$ ise $a \to 0$

$\frac{1}{4\pi\varepsilon} \cdot \frac{Q}{x^2}\,\hat{i}$ bulunur.

$E_y = -\frac{1}{4\pi\varepsilon} \cdot \frac{Q}{2a} \int_{-a}^{+a} \frac{y\,dy}{(x^2+y^2)^{3/2}} = 0$

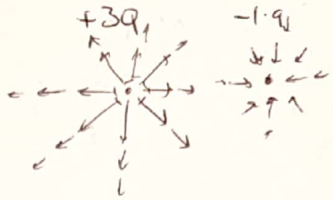
$Q = 2a\lambda$ yazılır, $\frac{x^2}{a^2} + 1$ => $E_x = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 \cdot r}\,\hat{i}$ olur.

↳ <<1 ise → 0 olur.

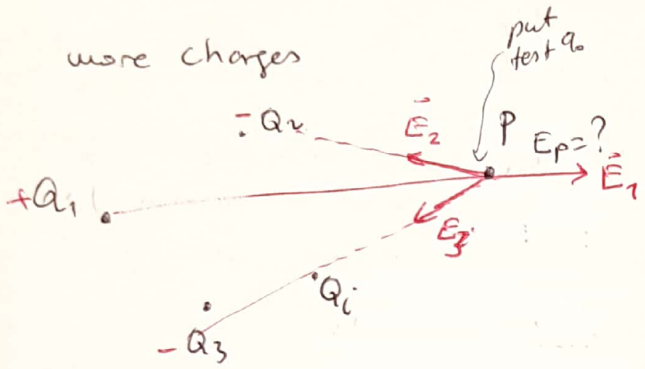
① $\vec{E} = ?$

$$\vec{F}_c = k\,\frac{q_0 Q}{r^2}\,\hat{r}$$

$$\vec{E}_p = \frac{\vec{F}}{q_0} = k\,\frac{Q}{r^2}\,\hat{r}, \left[N/C\right] \text{ unit}$$

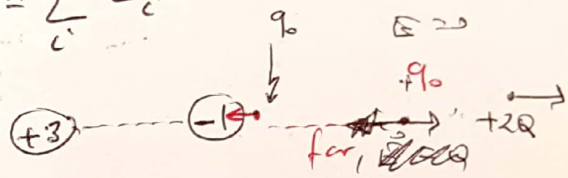


more charges



$$\vec{E}_p = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \vec{E}_3 + \cdots$$

$$= \sum_i \vec{E}_i$$

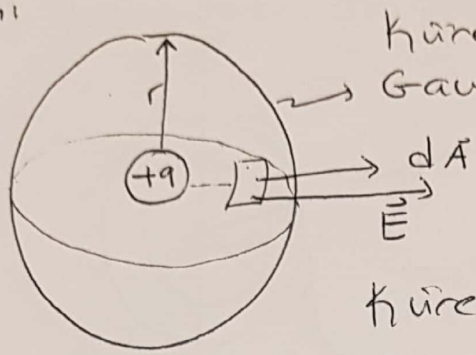


$\vec{F} = q\vec{E}$ @ P, q_0 test charge.

ÜNİTE 2 SORU-CEVAPLARI

S.1) Gauss yasasını ele alarak, yalıtılmış bir +q yükünün elektrik alanını hesaplayınız?

Çözüm:



Küresel bir Gauss yüzeyi ele alınız.

Kürenin her noktasında $\vec{E}$, $d\vec{A}$ ya paraleldir.

$$\phi = \oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{q}{\varepsilon_0}$$

$$E \oint d\vec{A} = \frac{q}{\varepsilon_0}$$

$$E \cdot 4\pi r^2 = \frac{q}{\varepsilon_0}$$

$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{q}{r^2} \hat{r}$$

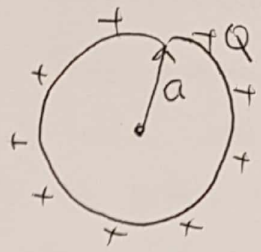
$$\vec{F} = q_0 \cdot \vec{E}$$

$$F_c = k \frac{q_0 \cdot q}{r^2} \hat{r}$$ bulunur.

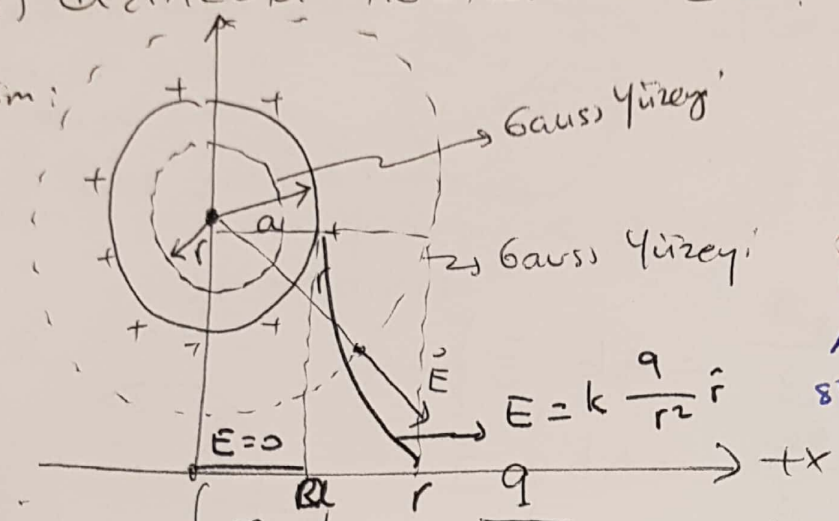
Question: The Electric Field Due to a Point Charge.

Calculate the electric field due to an isolated point charge +q?

S. 2) a yarıçaplı ince küresel bir tabakanın yüzeyinde düzgün olarak dağılmış toplam +Q yükü bulunmaktadır. Küresel tabakanın (r<a) içinde ve (r>a) dışındaki noktalarda $\vec{E} = ?$



Çözüm:



Question:
A thin spherical shell of radius a has a total charge +Q distributed uniformly over its surface. Find the electric field at points a) outside and b) inside the shell?

$r > a$: $\phi = \oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{q}{\varepsilon_0}$

$\vec{E} \oint dA = \frac{q}{\varepsilon_0}$

$E \cdot 4\pi r^2 = \frac{q}{\varepsilon_0} \Rightarrow \vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon} \cdot \frac{q}{r^2}\hat{r}$ bulunur

$r < 0$ için:

$\phi = \oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{q}{\varepsilon_0}$

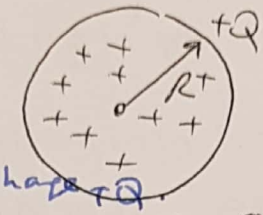
$\vec{E} \oint d\vec{A} = \frac{q}{\varepsilon_0}$

$\vec{E} \cdot 4\pi r^2 = \cancel{\frac{q}{\varepsilon_0}}^{\,0}$; $q = 0$ içerde

$\vec{E} = 0$ $r < a$ için bulunur.

S. 3) Pozitif elektrik +Q yükü, R yarıçaplı bir yalıtkan kürenin bütün hacmine düzgün dağılsın. Elektrik alanını $r>R$ için, ve $r<R$ için bulunuz?

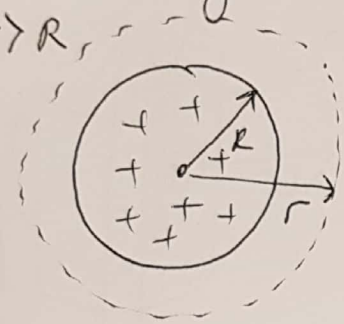
Q: An insulating solid sphere of radius a has a uniform volume charge density ρ and carries a total positive charge +Q.



a) Calculate the magnitude of the electric field at a point outside the sphere and at inside?

Çözüm: Gauss Yasası ve simetri özelliğinden yararlanırız.

$r>R$,



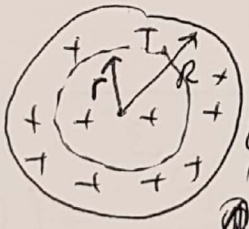
$$\phi = \oint \vec{E}\cdot dA = \frac{Q_{iç}}{\varepsilon_0}$$

$$\vec{E}\cdot\oint dA = \frac{Q_{iç}}{\varepsilon_0}$$

$$E\cdot 4\pi r^2 = \frac{Q_{iç}}{\varepsilon_0}$$

$$E = k\cdot\frac{Q_{iç}}{r^2} \quad r>R \text{ için.}$$

$r<R$ için;



$$V' = \frac{4}{3}\pi r^3 \quad r<R$$

$$q_{iç} = \rho\cdot V'$$

$$Q_{iç} = q_{iç} = \rho\left(\frac{4}{3}\pi r^3\right) \text{ olur.}$$

$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{Q_{iç}}{r^2}$$

$$= \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{\rho\left(\frac{4}{3}\pi r^3\right)}{r^2}$$

$$= \frac{\rho}{3\varepsilon_0}\cdot r$$

$$\rho = \frac{Q}{\frac{4}{3}\pi R^3} \text{ idi.}$$

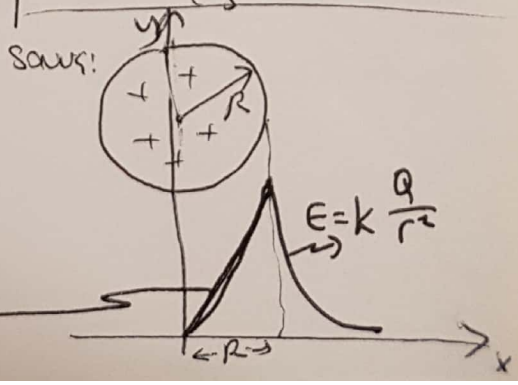
$$Q_{net} = \rho\cdot V_{net} = \left(\frac{Q}{\frac{4}{3}\pi R^3}\right)\cdot\frac{4}{3}\pi r^3$$

$$\vec{E} = \frac{Q\cdot r}{4\pi\varepsilon_0\cdot a^3} = k\cdot\frac{Q}{a^3}\cdot r$$

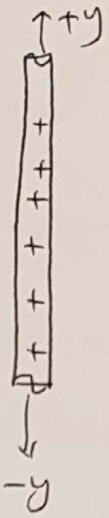
$$\vec{E} = k\cdot\frac{Q}{a^3}\cdot r \text{ bulunur.}$$

$r<R$ için

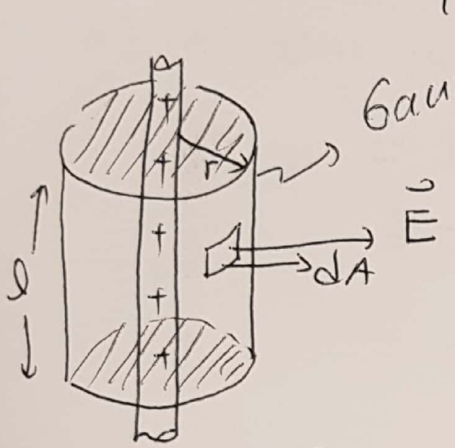
Sonuç:



S. 4) Birim uzunluk başına yük yoğunluğu λ olan düzgün yüklü, sonsuz uzunlukta, çizgisel pozitif bir yükten r uzaklığında $\vec{E} = ?$



Çözüm: Yük dağılımının simetrisi ve Gauss yasası ele alınır:



Silindirin taban yüzeyleri E ye paralel olduğundan geçen akı sıfırdır.

$$\lambda = \frac{Q}{l} \Rightarrow Q = \lambda . l$$

$$\Phi = \oint \vec{E} . dA = \frac{Q}{\varepsilon_0}$$

$$E \oint dA = \frac{\lambda . l}{\varepsilon_0}$$

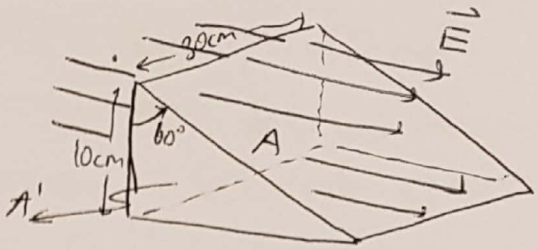
$$E . (2\pi r . l) = \frac{\lambda . l}{\varepsilon_0}$$

$$\vec{E} = \frac{\lambda . \cancel{l}}{2\pi r . \cancel{l} . \varepsilon_0} = \frac{1}{2\pi\varepsilon_0} \frac{\lambda}{r}$$

$$\vec{E} = k \frac{2\lambda}{r}$$ bulunur.

Question: Find the electric field at a distance r from a line of positive charge of infinite length and constant charge per unit length λ?

Soru 5) Kapalı bir üçgensel kutunun yatay bir $E = 7{,}8 \times 10^4\ N/C$ elektrik alanında bulunduğunu varsayalım. a) Soldaki düşey yüzeyden b) A eğik yüzeyinden c) kutunun tüm yüzeyinden geçen elektrik akısını bulunuz?



Çözüm:

a) A' alanı için; $A' = (10\,cm)(30\,cm) = 300\,cm^2 = 0.03\,m^2$

$$\Phi_{E,A'} = \vec{E} \cdot \vec{A'} = E A' \cos\theta =$$

$$= 7{,}8 \times 10^4\ N/C \cdot 0.03\,m^2 \cdot \cos 180$$

$$= -2{,}34\ kN \cdot m^2/C$$

b) $$\Phi_{E,A} = E A \cos\theta$$

$$= 7{,}8 \times 10^4\ N/m \cdot A \cdot \cos 60$$

$$A = (30\,cm) \cdot \left(\frac{10}{\cos 60}\right) = 600\,cm^2 = 0.06\,m^2$$

$$= 7{,}8 \times 10^4 \cdot 0{,}06 \cdot \frac{1}{2}$$

$$= 2{,}34\ kN \cdot m^2/C$$

c) Taban ve iki üçgen için; $\vec{E}$ alana paralel olduğunda

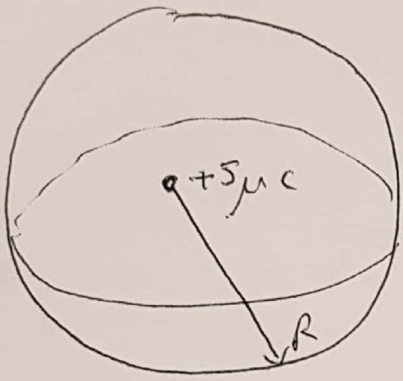
$\Phi_E = 0$ dır.

$$\Phi_E = -2.34 + 2.34 = 0$$

Question: Consider a closed triangular box resting within a horizontal electric field of magnitude $E = 7.8 \times 10^4\ N/C$, as shown in fig. Calculate the electric flux through a) the vertical rectangular surface? b) the slanted surface? c) the entire surface of the box!

Soru 6) $+5\mu C$ luk bir nokta yük, 12 cm yarıçaplı bir küresel merkezinde bulunmaktadır. Bu küre yüzeyinden geçen elektrik akısı ne kadardır? ($\varepsilon_0 = 8{,}85 \times 10^{-12}\ C^2/N \cdot m^2$).

Çözüm:



$$\phi = \oint \vec{E} \cdot dA = \frac{q}{\varepsilon_0}$$

$$\vec{E} \cdot 4\pi R^2 = \frac{q}{\varepsilon_0}$$

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{q}{R^2}$$

$$\phi = 4\pi R^2 \cdot \vec{E}$$

$$\phi = \cancel{4\pi R^2} \cdot \frac{q}{\cancel{4\pi}\varepsilon_0 \cdot \cancel{R^2}}$$

$$\boxed{\phi = \frac{q}{\varepsilon_0}}$$

$$\phi = \frac{+5 \times 10^{-6}\ C}{8{,}85 \times 10^{-12}\ C^2/N \cdot m^2}$$

$$\phi = 0.56 \times 10^{-6}\ \frac{N \cdot m^2}{C}$$ bulunur.