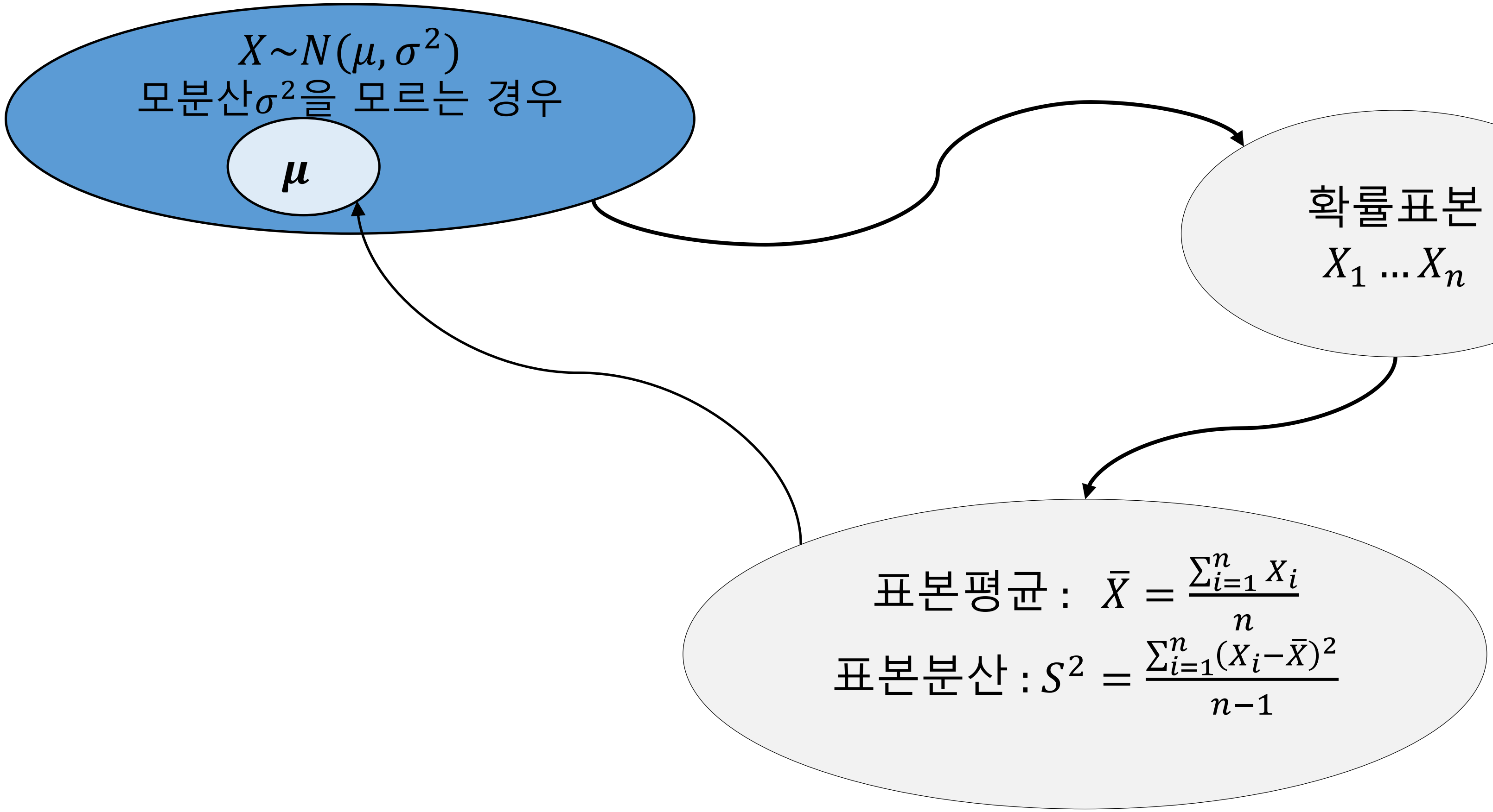
7. 통계적 추론 – 가설검정 (2)

모평균에 관한 가설검정

- **모평균 μ에 관한 검정 개요**



μ에 관한 추론

► 검정통계량 $\bar{X}$의 표본분포

$$T = \frac{\bar{X} - \mu}{S/\sqrt{n}} \sim t(n-1)$$

모평균에 관한 가설검정

- **모평균 $\boldsymbol{\mu}$에 관한 유의수준 $\mathbf{100}\boldsymbol{\alpha}\%$의 가설검정**
  - 모집단이 정규분포를 따르며, 모분산 σ^2이 알려지지 않은 경우
    - 검정통계량 $\bar{X}$ 는 귀무가설($\mu = \mu_0$) 하에서, $T = \frac{\bar{X}-\mu_0}{S/\sqrt{n}} \sim t\,[n-1]$를 만족함.

<table>
<tr><th>가설의 종류</th><th>기각역에 의한 검정</th><th colspan="2">유의확률에 의한 검정</th></tr>
<tr><td>$H_0{:}\,\mu = \mu_0$
$H_1{:}\,\mu > \mu_0$</td><td>$T > t_{\alpha,n-1}$면 귀무가설 기각</td><td>$P[T > t_0]$</td><td rowspan="3">유의확률(p value)≤ α면
귀무가설 기각

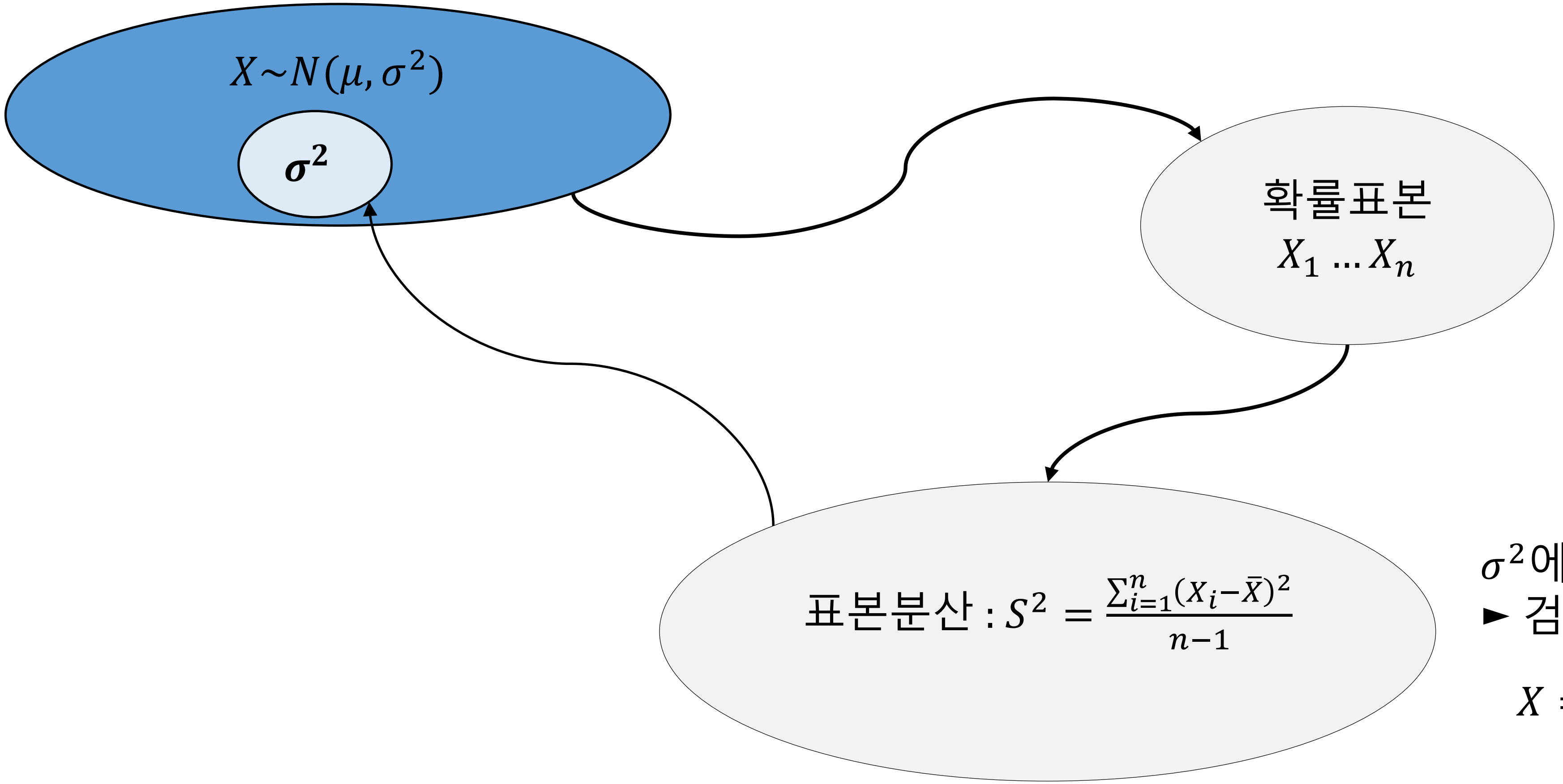
(단, $T\sim t[n-1]$이고,
$t_0 = \frac{\bar{x}-\mu_0}{s/\sqrt{n}}$ 임)</td></tr>
<tr><td>$H_0{:}\,\mu = \mu_0$
$H_1{:}\,\mu < \mu_0$</td><td>$T < -t_{\alpha,n-1}$면 귀무가설 기각</td><td>$P[T < t_0]$</td></tr>
<tr><td>$H_0{:}\,\mu = \mu_0$
$H_1{:}\,\mu \neq \mu_0$</td><td>$\lvert T\rvert > t_{\alpha/2,n-1}$ 면 귀무가설 기각</td><td>$P[T > \lvert t_0\rvert] \times 2$</td></tr>
</table>

모평균에 관한 가설검정

- 예제
  - 어느 회사에 소속된 한 포트폴리오 매니저가 자신의 회사가 관리하는 포트폴리오가 연평균 KOSPIR 지수의 수익률인 5%보다 더 좋다고 주장한다. 이 주장을 검정해 보기 위해 이 회사에서 관리하는 포트폴리오 중 31개를 랜덤하게 선택하여 조사해 본 결과, 평균이 6.3%, 표준편차가 2.1%였다. 이 정보를 토대로 이 회사의 포트폴리오 수익률이 5%를 초과하는지에 관해 유의수준 1%를 이용하여 검정하여라. 단, 포트폴리오 수익률은 정규분포를 따르는 것으로 가정할 것.

모분산에 관한 가설검정

- **모분산 σ^2 에 관한 검정 개요**



σ^2에 관한 추론

► 검정통계량 S^2의 표본분포

$$X = \frac{(n-1)S^2}{\sigma^2} \sim \chi^2[n-1]$$

모분산에 관한 가설검정

- **모분산 $\boldsymbol{\sigma^2}$ 에 관한 유의수준 $\mathbf{100}\boldsymbol{\alpha}\%$의 가설검정**
  - 모집단이 정규분포를 따르는 경우
    - 검정통계량 S^2는 귀무가설($\sigma^2 = \sigma_0^2$) 하에서, $X = \frac{(n-1)S^2}{\sigma_0^2} \sim \chi^2[n-1]$를 만족함.

<table>
<tr><th>가설의 종류</th><th>기각역에 의한 검정</th><th colspan="2">유의확률에 의한 검정</th></tr>
<tr><td>$H_0: \sigma^2 = \sigma_0^2$
$H_1: \sigma^2 > \sigma_0^2$</td><td>$X > \chi^2_{\alpha,n-1}$면 귀무가설 기각</td><td>$P[X > x_0]$</td><td rowspan="3">유의확률(p value)≤ α면
귀무가설 기각

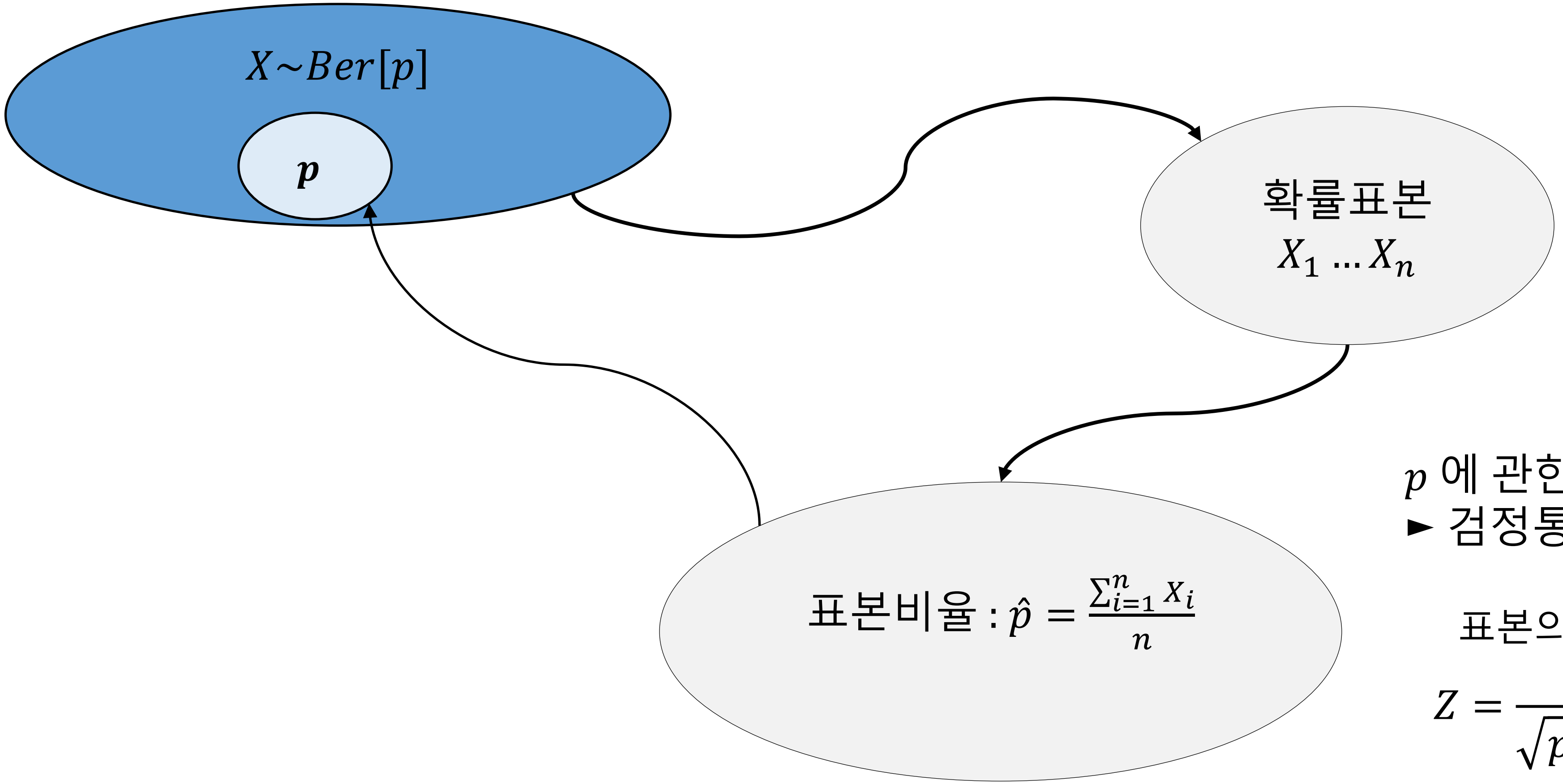
(단, $X \sim \chi^2[n-1]$이고,
$x_0 = \frac{(n-1)s^2}{\sigma_0^2}$임)</td></tr>
<tr><td>$H_0: \sigma^2 = \sigma_0^2$
$H_1: \sigma^2 < \sigma_0^2$</td><td>$X < \chi^2_{1-\alpha,n-1}$면 귀무가설 기각</td><td>$P[X < x_0]$</td></tr>
<tr><td>$H_0: \sigma^2 = \sigma_0^2$
$H_1: \sigma^2 \neq \sigma_0^2$</td><td>$X > \chi^2_{\alpha/2,n-1}$ 또는
$X < \chi^2_{1-\alpha/2,n-1}$ 면 귀무가설 기각</td><td>$Min(P[X > x_0],$
$P[X < x_0]) \times 2$</td></tr>
</table>

모분산에 관한 가설검정

- 예제
  - 어느 뮤추얼 펀드에 포함된 주식들의 수익률의 분산은 0.5를 넘는지를 알아보고자 한다. 이 펀드에 포함된 25개의 주식을 무작위로 추출한 뒤 표본분산을 구한 결과 0.72였다고 하자. 이 펀드에 포함된 주식 수익률의 분포가 정규분포라고 가정하였을 때, 그 분산이 0.50을 넘는지에 대해 5% 유의 수준에서 검정하여라.

모비율에 관한 가설검정

- **모비율 p 에 관한 검정 개요**



p 에 관한 추론

► 검정통계량 $\hat{p}$의 표본분포

표본의 수가 충분히 클 때,

$$Z = \frac{\hat{p} - p}{\sqrt{p(1-p)/n}} \stackrel{\cdot}{\sim} N(0,1)$$

모비율에 관한 가설검정

- **모비율 $\boldsymbol{p}$ 에 관한 유의수준 $\mathbf{100}\boldsymbol{\alpha}\%$의 가설검정**
  - 표본의 수가 충분히 클 때,
    - 검정통계량 $\hat{p}$는 귀무가설($p = p_0$) 하에서, $Z = \frac{\hat{p}-p_0}{\sqrt{p_0(1-p_0)/n}} \;\dot{\sim}\; N[0,1]$를 만족함.

가설의 종류	기각역에 의한 검정	유의확률에 의한 검정	
$H_0: p = p_0$ $H_1: p > p_0$	$Z > z_\alpha$면 귀무가설 기각	$P[Z > z_0]$	유의확률(p value)≤ α면 귀무가설 기각 (단, $Z \sim N[0,1]$이고, $z_0 = \frac{\hat{p}-p_0}{\sqrt{\frac{p_0(1-p_0)}{n}}}$임)
$H_0: p = p_0$ $H_1: p < p_0$	$Z < -z_\alpha$면 귀무가설 기각	$P[Z < z_0]$	
$H_0: p = p_0$ $H_1: p \neq p_0$	$\lvert Z\rvert > z_{\alpha/2}$ 면 귀무가설 기각	$P[Z > \lvert z_0\rvert] \times 2$	

모비율에 관한 가설검정

- 예제
  - 지난 해 금융상품 중 60%가 예금금리보다 수익률이 높았다. 올해 출시된 금융상품 중 50개를 임의로 추출해 보았더니 예금금리보다 수익률이 높은 상품이 26개 였다고 한다. 올해 출시된 금융상품 중 예금금리보다 수익률이 높은 상품의 비율이 작년 비율인 60% 보다 낮아졌는지를 유의수준 5%에서 검정하여라.