

**作业2参考答案**

**一、选择题：本大题共8小题，每小题5分，共40分.在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.**

1．已知集合，则（   ）

A． B． C． D．

【答案】A

【分析】根据分式不等式解法及对数函数的单调性求解不等式，再根据交集的定义求解即可．

【详解】解不等式，，

所以．

故选：A．

2．已知曲线在处的切线方程为，则（    ）

A． B． C．2 D．1

【答案】B

【分析】通过求导数，得到切线斜率的表达式，求得，将切点的坐标代入直线方程，求得．

【详解】求导函数可得，所以，

因为切线方程的斜率为1，所以

所以

所以切点坐标为，代入切线方程得，

故选：B．

3．下列各式中与不相等的是（    ）

A． B． C． D．

【答案】D

【分析】根据排列数、组合数及组合数的性质计算可得.

【详解】因为，故A、B正确；D错误；







，故C正确.

故选：D

4．某企业生产线上生产的产品的某项指标，且. 现从该生产线上随机抽取个产品，记表示的产品个数，则（    ）

A．7 B．9 C．11 D．13

【答案】B

【分析】根据正态分布的性质求出，即可得到，再根据二项分布的方差公式计算可得.

【详解】因为，且，

所以，

则，所以.

故选：B

5．已知函数，则（    ）

A． B．

C． D．的大小关系不确定

【答案】A

【分析】先利用导数判断函数在上的单调性，再根据函数的单调性即可得解.

【详解】，

当时，，所以函数在上单调递增，

又因为，所以.

故选：A.

6．若函数的值域为，则实数的取值范围是（ ）

A． B． C．（0，1） D．

【答案】B

【分析】先求出当时，的值域为，分析出要使的值域为，必须让时，的值域取到的所有值，然后分和两种情况分别求出的值域即可得解.

【详解】当时，的值域为，

所以要使的值域为，当时，

的值域需取到的所有值.

若，则的值域为，

所以只须，解得，

所以当时，的值域为；

若，则的值域为，

此时的值域不可能取到的所有值，

综上，实数的取值范围是.

故选：B

7．某城市对市民上班的出行方式进行了调查，结果显示有的市民乘坐公共交通工具，有的市民开私家车，有的市民选择步行．在乘坐公共交通工具出行的市民中有的人迟到，在开私家车出行的市民中有的人迟到，在步行出行的市民中有的人迟到．以频率估计概率，从该市随机选择一名市民，若他迟到了，则这名市民是乘坐公共交通工具出行的概率为（ ）

A． B． C． D．

【答案】C

【分析】利用全概率公式和贝叶斯公式即可求出结果.

【详解】由题知市民乘坐公共交通工具出行迟到的概率为×=，

市民开私家车出行迟到的概率为×=，

市民骑行或步行出行迟到的概率为×=，

则这名市民迟到的概率为×+×+×=，

故所求的概率为.

故选：C.

8．设，是定义在上的两个周期函数，的周期为8，的周期为4，且是奇函数．当时，，，若在区间上，函数恰有8个零点，则实数的取值范围是（    ）

A． B． C． D．

【答案】C

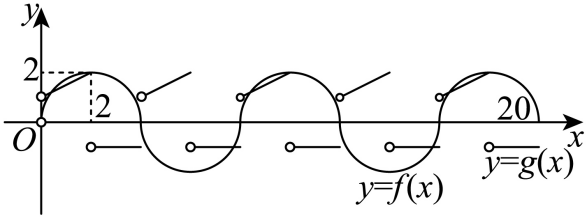
【分析】根据已知得到上图象是以为圆心，2为半径的半圆，利用周期性画出，在区间上的图象，数形结合求参数范围.

【详解】当时，令，即且，

故图象是以为圆心，2为半径的半圆，

又的周期为8，若直线过时，即，

在同一坐标系，在区间上的图象如下，恰有8个交点，



当直线与半圆且相切时，，

所以，可得，结合图知，

当与半圆且相交时，只有一个交点，

此时，上，恰有5个交点，

综上，实数的取值范围是.

故选：C

**二、选择题：本题共3小题，每小题6分，共18分.在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求.全部选对的得6分，部分选对的得部分分，有选错的得0分.**

9．已知正数满足，则（    ）

A． B．

C． D．

【答案】ABD

【分析】A选项，由基本不等式得到，得到；B选项，利用基本不等式“1”的妙用求出最小值；C选项，平方后得到，结合A知；D选项，，故D正确.

【详解】A选项，正数满足，故，

解得，当且仅当，即时，等号成立，A正确；

B选项，，

当且仅当，即，即时，等号成立，B正确；

C选项，，

由A知，，故，

故，C错误；

D选项，因为，所以，

故，当且仅当，即时，等号成立，D正确.

故选：ABD

10．关于二项式的展开式，下列说法正确的是（    ）

A．展开式共有6项

B．展开式的所有二项式系数之和为64

C．展开式中不含项

D．展开式的第5项系数最大

【答案】BCD

【分析】根据给定条件，利用二项式定理及二项式系数的性质逐项分析判断.

【详解】对于A，展开式共有7项，A错误；

对于B，展开式的所有二项式系数之和为，B正确；

对于C，展开式的通项，

而无解，因此展开式中不含项，C正确；

对于D，由选项C知，展开式奇数项的系数为正，偶数项的系数为负，第1，3，5项的系数

分别为，因此展开式的第5项系数最大，D正确.

故选：BCD

11．已知函数，则（    ）

A．时， B．在上单调递增

C．的极大值为1 D．的极大值为

【答案】AC

【分析】对于A，由函数解析式直接判断，对于BCD，对函数求导后，由导数的正负求出函数的单调区间，从而可求出函数的极值.

【详解】对于A，当时，，所以，所以A正确，

对于BCD，由，得，

由，得或，由，得或，

所以在，上单调递增，在，上单调递减，

所以的极大值为，极小值为，

所以BD错误，C正确，

故选：AC

**三、填空题：本题共3小题，每小题5分，共15分.**

12．已知函数，则的值域为 .

【答案】

【分析】根据二次函数性质求出时的值域，再根据对勾函数的单调性求出时的值域，然后利用分段函数的性质即可求解．

【详解】因为，

当时，，

当时，函数单调递减，故，

综上，函数的值域为．

故答案为：．

13．某无人机的研发费用*x*（单位：万元）与销售量*y*（单位：万件）之间的对应数据如表所示：

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 研发费用*x* | 3.4 | 4.7 | 5 | 5.6 | 6.3 |
| 销售量*y* | 15 | 16.9 | 19.2 | 18 | 20.9 |

根据表中数据可得经验回归方程为，则第三个样本点对应的残差为 .

【答案】1.2

【分析】由表格中的数据，根据平均数求得样本中心，代入回归方程可得参数的值，代入第三个样本点的值，集合残差的定义，可得答案.

【详解】由已知，得，，

所以，于是，

当时，，

因此，第三个样本点对应的残差为.

故答案为：.

14．甲、乙两人各有四张卡片，每张卡片上标有一个数字，甲的卡片上分别标有数字1，3，5，7，乙的卡片上分别标有数字2，4，6，8，两人进行四轮比赛，在每轮比赛中，两人各自从自己持有的卡片中随机选一张，并比较所选卡片上数字的大小，数字大的人得1分，数字小的人得0分，然后各自弃置此轮所选的卡片（弃置的卡片在此后的轮次中不能使用）.则四轮比赛后，甲的总得分不小于2的概率为 .

【答案】##0.5

【分析】将每局的得分分别作为随机变量，然后分析其和随机变量即可.

【详解】设甲在四轮游戏中的得分分别为，四轮的总得分为.

对于任意一轮，甲乙两人在该轮出示每张牌的概率都均等，其中使得甲得分的出牌组合有六种，从而甲在该轮得分的概率，所以.

从而.

记.

如果甲得0分，则组合方式是唯一的：必定是甲出1，3，5，7分别对应乙出2，4，6，8，所以；

如果甲得3分，则组合方式也是唯一的：必定是甲出1，3，5，7分别对应乙出8，2，4，6，所以.

而的所有可能取值是0，1，2，3，故，.

所以，，两式相减即得，故.

所以甲的总得分不小于2的概率为.

故答案为：.

【点睛】关键点点睛：本题的关键在于将问题转化为随机变量问题，利用期望的可加性得到等量关系，从而避免繁琐的列举.

**四、解答题：本题共5小题，共77分.解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.**

15．已知函数的定义域为集合，函数的值域为集合.

(1)求；

(2)若集合，且，求实数*a*的取值范围．

【答案】(1)

(2)

【分析】（1）分别求出，并计算即可.

（2）分类讨论整合出的取值集合即可.

【详解】（1）要使函数有意义，

则解得，所以，

对于函数，，所以，

所以.

（2）因为，，

当时，即时，，满足题意；

当时，即时，要使，则，解得，

综上所述，实数*a*的取值范围是.

16．某地区因其独特的地理位置和生态环境，对气候变化较为敏感.地理研究小组为了研究该地区的生态情况，对该地区年平均气温（单位：摄氏度）与年降水量（单位：毫米）之间的关系进行了探究.小组收集了过去10年该地区的相关数据如下表所示.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 年平均气温 | 12.1 | 12.5 | 11.3 | 12.4 | 13.1 | 11.5 | 11.0 | 11.3 | 12.6 | 12.2 |
| 年降水量 | 850 | 880 | 820 | 860 | 895 | 840 | 800 | 830 | 865 | 860 |

(1)求样本的相关系数（精确到0.01）；

(2)建立关于的回归方程（，的计算结果均精确到1），预测年平均气温为13.5摄氏度时的年降水量.

附：，，，，相关系数：.回归方程：，其中，.

【答案】(1)；

(2)，910毫米.

【分析】（1）由相关系数公式求数据的相关系数；

（2）应用最小二乘法求回归方程，再代入预测年平均气温为13.5摄氏度时的年降水量.

【详解】（1）；

（2）由，

，

，，

所以关于的回归方程为，

将代入，得，

故预测年平均气温为13.5摄氏度时的年降水量为910毫米.

17．已知函数．

(1)求的单调区间；

(2)若在区间上的最大值为，求它在该区间上的最小值．

【答案】(1)单调递减区间为，单调递增区间

(2)

【分析】（1）求出函数的定义域与导函数，再解关于导函数的不等式，即可求出函数的单调区间；

（2）结合（1）可知函数的单调性，从而由函数的最大值求出的值，即可求出函数的最小值.

【详解】（1）函数的定义域为，

又

令，解得 ，令，则或，

所以的单调递减区间为，单调递增区间.

（2）由（1）可知在上单调递增，在上单调递减，在上单调递增，

又，，

则，解得，

所以，又，，

所以在区间上的最小值为.

18．在某次人工智能知识问答中，考生甲需要依次回答道试题.若甲答对某道试题，则下一道试题也答对的概率为，若甲答错某道试题，则下一道试题答对的概率为.

(1)若，考生甲第1道试题答对与答错的概率相等，记考生甲答对试题的道数为，求的分布列与期望；

(2)若，且考生甲答对第1道试题，求他第10道试题也答对的概率.

【答案】(1)分布列见解析，

(2).

【分析】（1）的所有可能取值为，求得分布列可求数学期望；

（2）设“考生甲答对第道试题”，则，由全概率公式可得，计算可求得，可求结论.

【详解】（1）由题可知，的所有可能取值为，且，

，

，

.

的分布列为：

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 0 | 1 | 2 | 3 |
|  |  |  |  |  |

则.

（2）设“考生甲答对第道试题”，

则，



，

则.

因为，所以是以为首项，为公比的等比数列，

则，即，

则，

即他第10道试题也答对的概率为.

19．已知函数的导函数为，若函数的定义域为，且不等式对任意成立，则称函数是“超导函数”.

(1)判断是否为“超导函数”，并说明理由；

(2)若函数与都是“超导函数”，且对任意，都有，，记，求证：函数是“超导函数”；

(3)已知函数是“超导函数”且，若有且仅有一个实数满足，求的取值范围.

【答案】(1)是，理由见解析；

(2)证明见解析；

(3)或.

【分析】（1）求出导数，再利用“超导函数”定义判断即可.

（2）求出的导数，作差变形，利用“超导函数”定义推理判断符号即得.

（3）构造函数，利用“超导函数”定义确定单调性可得，再构造函数，利用导数求出函数值集合，结合已知求出范围.

【详解】（1）函数，求导得，则，

所以是“超导函数”.

（2）函数，求导得，

则，

由函数与都是“超导函数”，得，

由对任意，都有，，得，

因此，即，

所以函数是“超导函数”.

（3）由函数是“超导函数”，得对任意，，

令，求导得，函数在上单调递减，且，

由，得，即，

因此，即，令，

由有且仅有一个实数满足，得直线与函数的图象有且只有1个交点，

，当时，；当时，，

函数在上单调递增，函数值的集合为，在上单调递减，函数值的集合为，

因此当或时，直线与函数的图象有且只有1个交点，

所以的取值范围或.