

**作业5参考答案**

**一、选择题：本大题共8小题，每小题5分，共40分.在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.**

1．设全集，集合*A*满足，则（   ）

A． B． C． D．

【答案】C

【分析】根据全集及补集写出集合*A*即可.

【详解】由题知，

由，得．

故选：C

2．已知函数，则函数的定义域为（    ）

A． B．

C． D．

【答案】D

【分析】由根式和复合函数的定义域求解即可.

【详解】由题可知的定义域为，

则为使有意义必须且只需，

解得，

所以的定义域为.

故选：D

3．7名同学到甲、乙、丙三个场馆做志愿者，每名同学只去1个场馆，甲场馆安排3名，乙场馆安排2名，丙场馆安排2名，则不同的安排方法共有（   ）

A．210种 B．420种 C．1260种 D．630种

【答案】A

【分析】由分步乘法计数原理即可求出.

【详解】先从人中选人去甲场馆，有种，再从剩下的人中选人去乙场馆，有种，再将剩下的人安排去丙场馆，有种，

则由分步乘法计数原理可得不同的安排方法共有种.

故选：A.

4．随机变量，且，则（    ）

A．6.4 B．12.8 C．25.6 D．3.2

【答案】A

【分析】根据二项分布的期望（均值）求，再求，再根据公式求解.

【详解】由，

因为，所以，

所以.

故选：A

5．函数的图象在点处的切线斜率为（    ）

A．0 B．1 C．2 D．3

【答案】D

【分析】求出函数的导数，再利用导数的几何意义求出切线的斜率.

【详解】函数，求导得，则，

所以所求切线的斜率为3.

故选：D

6．已知，则的最大值为（    ）

A． B．0 C．4 D．

【答案】D

【分析】将原式变形，再结合基本不等式代入计算，即可得到结果.

【详解】因为，则，所以，



，

当且仅当时，即时，等号成立，

所以的最大值为.

故选：D

7．垃圾分类是指按一定规定或标准将垃圾分类储存､投放和搬运，从而转变成公共资源的一系列活动，做好垃圾分类是每一位公民应尽的义务.已知某种垃圾的分解率与时间（月）近似地满足关系（其中为正常数），经过5个月，这种垃圾的分解率为，经过10个月，这种垃圾的分解率为，那么这种垃圾完全分解大约需要经过（    ）个月.（参考数据：）

A．20 B．27 C．32 D．40

【答案】B

【分析】根据和的两组值求出，再根据求出即可得解.

【详解】依题意得，解得，，

则，

这种垃圾完全分解，即分解率为，即，

所以，所以，

所以.

故选：B

8．若函数在上单调递增，则实数*a*的取值范围是（    ）

A． B． C． D．

【答案】D

【分析】根据导数和单调性的关系，得到在区间上恒成立，再利用参变分离，转化为最值问题，即可求解.

【详解】由已知，在区间上恒成立，

即在区间上恒成立，即，，

所以

故选：D

**二、选择题：本题共3小题，每小题6分，共18分.在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求.全部选对的得6分，部分选对的得部分分，有选错的得0分.**

9．［多选题］下列说法正确的是（   ）

A．“对任意一个无理数*x*，也是无理数”是真命题

B．命题“，”的否定是“，”

C．设*x*，，则“”是“且”的充分不必要条件

D．设*a*，，则“”是“”的必要不充分条件

【答案】BD

【详解】对于A，是无理数，是有理数，故A错误；对于B，由全称量词命题与存在量词命题的定义知其正确；对于C，，可取，，不符合且，而且可以推出，所以“”是“且”的必要不充分条件，故C错误；对于D，若，但时，有，而可推出，所以“”是“”的必要不充分条件，故D正确．

10．现有不同的球15个，其中红球4个，黄球5个，绿球6个，则下列说法正确的是（    ）

A．从中任选1个球，有15种不同的选法

B．若每种颜色选出1个球，有120种不同的选法

C．若要选出不同颜色的2个球，有31种不同的选法

D．若要不放回地依次选出2个球，有210种不同的选法

【答案】ABD

【分析】利用分步与分类计数原理计算得到选项ABD正确；若要选出不同颜色的2个球，有74种不同的选法，所以选项C错误.

【详解】A. 从中任选1个球，有种不同的选法，所以该选项正确；

B. 若每种颜色选出1个球，有种不同的选法，所以该选项正确；

C. 若要选出不同颜色的2个球，有种不同的选法，所以该选项错误；

D. 若要不放回地依次选出2个球，有种不同的选法，所以该选项正确.

故选：ABD

11．对于函数，下列说法正确的是（    ）

A．恰有一个极值点

B．有最小值但没有最大值

C．直线与曲线的公共点个数最多为4

D．经过点只可作的一条切线

【答案】ACD

【分析】由导数得出单调性进而判断AB；由单调性得出图像，结合直线过定点判断C；由导数的几何意义判断D.

【详解】对于A，的定义域为，，

当或时，，当时，，

所以在和上单调递增，在上单调递减，

故是唯一的极值点，故A正确；

对于B，函数在上的最小值为，

又因为当时，且，当且时，，

当且时，，

所以既无最小值也无最大值，故B错误；

对于C，由B选项作出函数的大致图象如图所示，

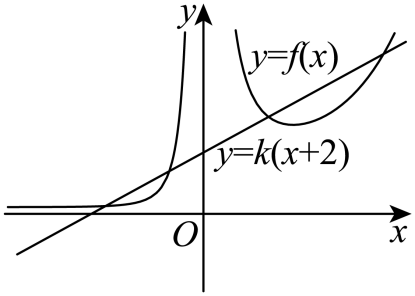
直线恒过点，

当足够大时，

直线与曲线有2个交点，

直线与曲线有2个交点，

则直线与曲线的公共点个数最多为4，故C正确；



对于D，易知点不在的图象上，设切点为，

则，解得，

则经过点只可作曲线的一条切线，故D正确.

故选：ACD.

**三、填空题：本题共3小题，每小题5分，共15分.**

12．已知函数，则=

【答案】3

【分析】根据给定条件，分段判断代入求值.

【详解】依题意，，所以.

故答案为：3

13．二项式，则该展开式中的常数项是 ，二项式系数最大项是第 项.

【答案】  7

【分析】根据二项式的通项公式、二项式系数的性质进行解答即可.

【详解】二项式的通项公式为：，

当时，即时，常数项为：，

因为，所以二项式系数最大项是第项，

故答案为：；

14．对实数*a*和*b*，定义运算“”：设函数．若函数恰有两个零点，则实数*c*的取值范围是 ．

【答案】

【分析】根据定义运算法则化简，画出的图像，结合图像可求出*c*的取值范围

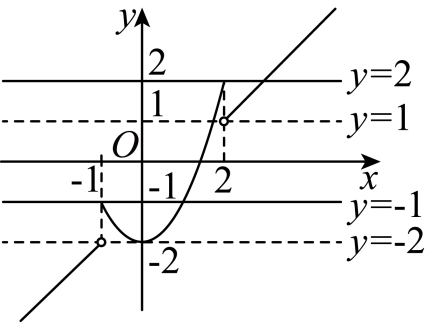
【详解】因为，

所以

由图可知，当或时，函数与的图象有两个公共点，

的取值范围是.

故答案为：



**四、解答题：本题共5小题，共77分.解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.**

15．在改革开放成就展上某地区某农产品近几年的产量统计表：

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 年份 | 2019 | 2020 | 2021 | 2022 | 2023 | 2024 |
| 年份代码 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| 年产量（万吨） | 6.6 | 6.7 | 7 | 7.1 | 7.2 | 7.4 |

(1)根据表中数据，建立关于的线性回归方程.

(2)根据线性回归方程预测2025年该地区该农产品的年产量.

附：对于一组数据，，…，，

其回归直线方程的斜率和截距的最小二乘估计分别为

，．

【答案】(1)

(2)7.56万吨

【分析】（1）根据公式直接计算求线性回归方程；

（2）当年份为2025年时，年份代码为，利用线性回归方程求解.

【详解】（1）由题意可知：，

，

，

所以，

又，

故关于的线性回归方程为.

（2）（2）由（1）可得，当年份为2025年时，年份代码为，

此时.

所以可预测2025年该地区该农产品的年产量约为7.56万吨.

16．设为实数，已知函数是奇函数．

(1)求的值；

(2)求证：是增函数．

【答案】(1)2

(2)证明见解析

【分析】（1）利用，求出的值，验证即可；

（2）利用函数单调性的定义证明即可；

【详解】（1）函数是奇函数，

则，解得，

经检验，当时，，

则，则为奇函数，

所以的值为2.

（2）由（1）可知，，设，

则，因为，

所以，，

故，即，

所以是上的增函数.

17．已知函数在处取得极值.

(1)求实数的值；

(2)求函数在上的最大值和最小值.

【答案】(1)

(2)，

【分析】（1）求出导数，令导数在极值点处为0，得到，在验证在左右两边导函数异号，即可的结论；

（2）由（1）中结论得到导数，然后令导数大于0，求得函数的增区间，从而得到函数的减区间，由此知道函数在已知区间上的单调性，由单调性求出最大值与最小值.

【详解】（1），

∵函数在处取得极值，

∴，即，

即，

当时，，当时，，符合题意，

∴.

（2）由（1）知，

则，

令，解得或；

令，解得；

∴函数在上单调递增，在上单调递减，

则极大值，而，.

故函数在上的最大值和最小值分别为，

，.

18．为了研究学生的性别与是否喜欢运动的关联性，随机调查了某中学的100名学生，整理得到如下表格：

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | 男学生 | 女学生 | 合计 |
| 喜欢运动 | 40 | 20 | 60 |
| 不喜欢运动 | 20 | 20 | 40 |
| 合计 | 60 | 40 | 100 |

(1)依据的独立性检验，能否认为学生的性别与是否喜欢运动有关联？

(2)按学生的性别以及是否喜欢运动用分层随机抽样的方法从这100名学生中选取10人，再从这10人中任选2人，喜欢运动的男学生被选中的人数为，求的分布列与期望.

附：，其中.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | 0.1 | 0.05 | 0.01 |
|  | 2.706 | 3.841 | 6.635 |

【答案】(1)认为学生的性别与是否喜欢运动有关联

(2)分布列见解析；期望为

【分析】（1）首先假设，再计算，并和参考数据比较，即可作出判断；

（2）利用超几何分布求解分布列，再计算期望.

【详解】（1）假设零事件认为学生的性别与是否喜欢运动无关联，

，

所以根据的独立性检验，认为不成立，即认为学生的性别与是否喜欢运动有关联；

（2）喜欢运动的男生有人，其他有6人，

由题意可知，，

，，，

所以的分布列为：

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | 0 | 1 | 2 |
|  |  |  |  |

.

19．悬链线的原理运用于悬索桥、架空电缆、双曲拱桥、拱坝等工程．通过建立坐标系，悬链线可表示为双曲余弦函数的图象．现定义双曲正弦函数，回答以下问题：

(1)分别求和的导函数；

(2)分别求和的单调区间；

(3)如果对任意，恒成立，求实数*a*的取值范围．

【答案】(1)，；

(2)的增区间为，减区间为；的增区间为，无减区间；

(3)．

【分析】（1）根据导数计算公式，即可求解；

（2）根据（1）的结合，判断导数的正负，即可求解函数的单调区间；

（3）首先根据不等式，构造函数，，根据的单调性，讨论的最小值的正负，即可判断不等式是否成立，从而得到实数的取值范围.

【详解】（1），；

（2），

所以当时，，当时，，

所以的增区间为，减区间为；

当时，，

所以的增区间为，无减区间；

（3），，

令，，则，

由（2）知在上递增，所以在上递增，

所以，

当即时，，在上递增，所以，

即，；

当即时，，，所以存在唯一的，

使得，且当时，，在上递减，所以，

即，不合题意，

综上所述，*a*的取值范围是．