**作业1参考答案**

**一、选择题：本大题共8小题，每小题5分，共40分.在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.**

1．已知集合，集合，则（   ）

A． B． C． D．

【答案】D

【分析】先化简集合，再利用集合的交集运算即可.

【详解】由，，

可得.

故选：D

2．已知函数，则“”是“”的（   ）

A．充分不必要条件 B．必要不充分条件

C．充要条件 D．既不充分也不必要条件

【答案】A

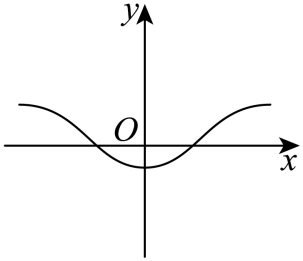
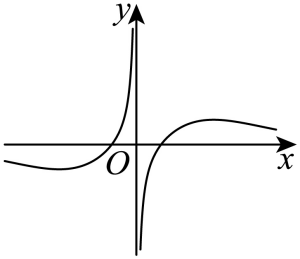
【分析】根据函数解析式，求解时的值，与解方程得的值，结合充分条件与必要条件进行判断即可.

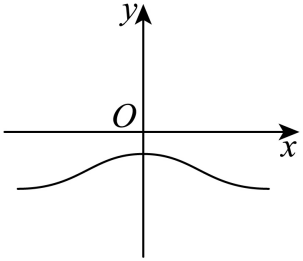
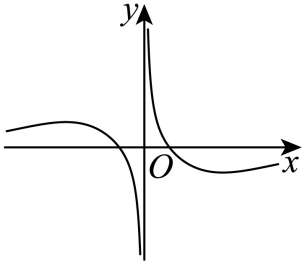
【详解】若，则，反之，若，则或.

故“”是“”的充分不必要条件.

故选：A.

3．函数的大致图象是（    ）

A． B．

C． D．

【答案】B

【分析】利用函数性质和排除法排除不符合选项即可得解.

【详解】因为，

所以定义域为关于原点对称，且，

所以为奇函数，排除A，C；

当时，，故，排除D.

故选：B．

4．在我国，每年因酒后驾车引发的交通事故达数万起，酒后驾车已经成为交通事故的第一大“杀手”．《中华人民共和国道路交通安全法》中规定：酒后驾车是指车辆驾驶员血液中的酒精含量大于或者等于．某课题小组研究发现人体血液中的酒精含量（单位：）与饮酒后经过的时间（单位：）近似满足关系式其中为饮酒者的体重（单位：），为酒精摄入量（单位：）．根据上述关系式，已知某驾驶员体重，他快速饮用了含酒精的白酒，若要合法驾驶车辆，最少需在（    ）（取：）

A．12小时后 B．24小时后 C．26小时后 D．28小时后

【答案】B

【分析】分段研究函数，当时，，当时，令，解不等式即可.

【详解】当时，，

所以，

当时，令，

即，所以，

所以.

故选：B

5．设则（   ）

A． B．

C． D．

【答案】B

【分析】令，求导分析单调性，再结合和对数的性质比较可得.

【详解】令，则，

所以在上单调递增，

所以，即，

又，即，可得，

，所以，

综上.

故选：B.

6．*A*、*B*是一个随机试验中的两个事件，且，则下列错误的是（    ）

A． B． C． D．

【答案】C

【分析】由可得，由可得，再结合可求出，再利用条件概率公式求解即可.

【详解】，，

又，，故C错误；

，，，故A正确；

，，故B正确；

，故D正确.

故选：C.

7．著名数学家欧几里得著的《几何原本》中记载：任何一个大于1的整数要么是一个素数，要么可以写成一系列素数的积，例如．对于，其中均是素数，则从中任选3个数，可以组成不同三位数的个数为（    ）

A．18 B．32 C．36 D．42

【答案】D

【分析】先将1260表示成若干素数的乘积形式，再根据分类加法计数原理计算即得.

【详解】因，依题，从中任选3个数组成三位数，可以分成两类情况：

① 三个数都不相同，共有三位数个；

② 含有2个2或2个3，共有个.

由分类加法计数原理，可以组成不同三位数的个数为.

故选：D.

8．函数有且只有一个零点，则的取值是（    ）

A． B． C． D．

【答案】B

【分析】根据函数有且只有一个零点，将其转化为函数的图象与直线有且只有一个交点，求导判断函数的单调性，求出其最小值，即得参数的值.

【详解】由，可得.

令，则，

则当时，，当时，，

则在上单调递减，在上单调递增，故，

且当时，；当时，，

因函数有且只有一个零点，

即函数的图象与直线有且只有一个交点，

故.

故选：B.

**二、选择题：本题共3小题，每小题6分，共18分.在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求.全部选对的得6分，部分选对的得部分分，有选错的得0分.**

9．某场晚会共有2个小品类节目，4个舞蹈类节目和5个歌唱类节目，下列说法正确的是（    ）

A．晚会节目不同的安排顺序共有种

B．若5个歌唱类节目各不相邻，则晚会节目不同的安排顺序共有种

C．若第一个节目为舞蹈类节目，且最后一个节目不是歌唱类节目，则晚会节目不同的安排顺序共有种

D．若两个小品类节目相邻，且第一个或最后一个节目为小品类节目，则晚会节目不同的安排顺序共有种

【答案】AC

【分析】A选项，利用全排列进行求解；B选项，先安排2个小品类节目，4个舞蹈类节目，再利用插空法进行求解；C选项，从4个舞蹈节目中选择1个安排在第一个节目，再安排歌唱类节目，最后安排剩余的5个节目，得到答案；D选项，将两个小品进行全排列，有种选择，再从第一个或最后一个节目选择1个位置，再将剩余的9个节目和9个位置进行全排列，故D错误.

【详解】A选项，晚会节目不同的安排顺序共有种，A正确；

B选项，若5个歌唱类节目各不相邻，先安排2个小品类节目，4个舞蹈类节目，有种选择，

6个节目共有7个空，选择5个空进行插空，故有种选择，

则晚会节目不同的安排顺序共有种，B错误；

C选项，若第一个节目为舞蹈类节目，

则从4个舞蹈节目中选择1个安排在第一个节目，有种安排，

最后一个节目不是歌唱类节目，则除了第一个和最后一个位置外，

剩余的9个位置选择5个安排歌唱类节目，有种选择，

剩余的5个节目，剩余的5个位置，进行全排列，有种选择，

则晚会节目不同的安排顺序共有种，C正确；

D选项，若两个小品类节目相邻，且第一个或最后一个节目为小品类节目，

先将两个小品进行全排列，有种选择，再从第一个或最后一个节目选择1个位置，

再将剩余的9个节目和9个位置进行全排列，

则晚会节目不同的安排顺序共有种，D错误.

故选：AC

10．下列说法正确的有（   ）

A．某学校有2023名学生，其中男生1012人，女生1011人，现选派10名学生参加学校组织的活动，记男生的人数为X，则X服从超几何分布

B．若随机变量的均值，则

C．若随机变量的方差，则

D．随机变量，则

【答案】ABC

【分析】A选项由超几何分布的定义可判断；B选项，利用公式可得；C选项，利用公式可得；D选项，利用二项分布和组合数的对称性可得.

【详解】A选项：根据超几何分布的定义，可知A正确；

B选项：，故B正确；

C选项：，故C正确；

D选项：因为，所以，

根据组合数的对称性可知，，故D错误.

故选：ABC

11．设函数，下列说法正确的是（    ）

A．曲线为轴对称图形

B．

C．当时，

D．若不等式恰有两个正整数解，则实数的取值范围为

【答案】BC

【分析】对于A，利用对称轴的定义计算判断即可；对于B，根据解析式计算得，由此对所求式进行并组求和，即得；对于C，作差后利用因式分解和配方法，结合自变量范围可推得差小于0即可；对于D，代入，将其分解因式后求出不等式解为或，因，即得此时不等式仅有1个正整数解，故不符合要求，即D错误.

【详解】对于A，不妨设曲线有一条对称轴为直线，

则，

而，显然，故曲线不是轴对称图形，即A错误；

对于B，因，

则



，故B正确；

对于C，由，

因时，，且，故，故C正确；

对于D，不妨取，则不等式为，整理得：，

即，解得或，

因故此时不等式恰有一个正整数解为2，不合题意，

故实数的取值范围不可能是，即D错误..

故选：BC.

**三、填空题：本题共3小题，每小题5分，共15分.**

12．二项式的展开式的常数项是 .

【答案】##

【分析】首先写出二项式展开式的通项公式，然后找出常数项并求出常数项.

【详解】在二项式中，其展开式的通项公式为：

，进一步化简得

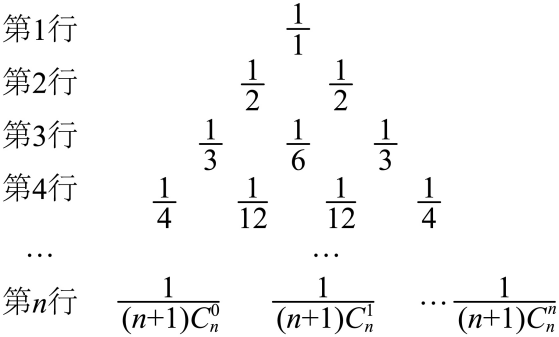
.

令，即.

将代入通项公式得.

故答案为：.

13．将杨辉三角中的每一个数都换成分数，可得到如图所示的分数三角形，成为“莱布尼茨三角形”，从莱布尼茨三角形可以看出，存在*x*使得，则*x*的值是 .



【答案】或

【分析】根据，可得，再根据组合数的性质，计算即可得出答案.

【详解】根据题意可得，

因为



，

即，所以或.

故答案为：或.

14．设、分别是定义在上的奇函数和非零偶函数，当时，，且，则不等的解集是 ．

【答案】

【分析】构造函数，判断出函数的奇偶性，由导数得出的单调性，根据，求出的取值规律，可得答案.

【详解】、分别是定义在上的奇函数和非零偶函数，

所以、，

令，则，

因此函数在上是奇函数，

当时，，

在上单调递增，又函数在上是奇函数，

所以在上单调递增，且，

，，

因为，，

所以时，，时，，

时，，时，，

的解集是，即的解集是．

故答案为：．

**四、解答题：本题共5小题，共77分.解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.**

15．已知函数，且，且.

(1)求的值；

(2)若，求实数的取值范围.

【答案】(1)

(2)

【分析】（1）由解出即可求解；

（2）由指数函数的单调性即可求解.

【详解】（1）因为，所以，所以

（2）由（1）得，则函数是上的增函数.

由，得，

解得，即的范围是

16．某科技公司为调研正在研发的新产品在18～22岁和23～27岁青年群体中的受众面，通过发布问卷的方式展开调查，回收了400份问卷并整理数据，得到如下列联表.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | 感兴趣 | 不感兴趣 | 合计 |
| 18～22岁 | 160 | 40 | 200 |
| 23～27岁 |  | 70 |  |
| 合计 | 290 | 110 | 400 |

(1)求，；

(2)分别计算18～22岁和23～27岁青年群体对新产品感兴趣的频率；

(3)判断是否有99.9%的把握认为是否对新产品感兴趣与青年的年龄段有关.

附，.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | 0.050 | 0.010 | 0.001 |
|  | 3.841 | 6.635 | 10.828 |

【答案】(1)，.

(2)0.8，

(3)有99.9%的把握

【分析】（1）根据二阶列联表计算可得；

（2）根据表格中的数据可分别计算频率；

（3）根据独立性检验原理，计算卡方并给出判断即可.

【详解】（1）由二阶列联表可得：，；

（2）根据表格中数据可得18～22岁青年群体对新产品感兴趣的频率为，

根据表格中数据可得23～27岁青年群体对新产品感兴趣的频率为；

（3）零假设：对新产品感兴趣与青年的年龄段无关.

由，

根据独立性检验原理，可知零假设不成立，可推断对新产品感兴趣与青年的年龄段有关，该推断犯错误的概率不超过0.1%，

即有99.9%的把握认为是否对新产品感兴趣与青年的年龄段有关.

17．已知函数．

(1)当时，求曲线在点处的切线方程；

(2)求的单调区间．

【答案】(1)

(2)答案见解析

【分析】（1）求导函数，利用导数的几何意义求出切线的斜率，代入点斜式直线方程求解即可.

（2）求出导函数，根据和分类讨论，可求得单调区间.

【详解】（1）当时，．

，即切点为．

，则．

所以切线方程为，即．

（2）．

①当时，，所以在单调递增．

②当时，由可得，由可得．

所以在单调递减，在单调递增．

综上所述，当时，在单调递增；当时，

在单调递减，在单调递增．

18．某自助餐厅为了吸引顾客，鼓励消费，设置了一个抽奖箱，箱中放有8折､8.5折的奖券各2张，9折､9.5折的奖券各3张，每张奖券的形状都相同，每位顾客可以从中任取3张奖券，最终餐厅将在结账时按照3张奖券中最优惠的折扣进行结算.

(1)若该自助餐厅有两个餐厅，顾客甲第一次随机地选择一个餐厅用餐，如果第一次去餐厅，那么第二次去餐厅的概率为0.56；如果第一次去餐厅，那么第二次去餐厅的概率为0.88，求顾客甲第二次去餐厅用餐的概率；

(2)求一位顾客抽到的3张奖券的折扣均不相同的概率；

(3)若自助餐的原价为100元/位，记一位顾客最终结算时的价格为，求的分布列及数学期望.

【答案】(1).

(2).

(3)分布列见解析，

【分析】（1）使用全概率公式求解顾客甲第二次去A餐厅用餐的概率，全概率公式是将一个复杂事件的概率分解为多个简单事件的条件概率与相应简单事件概率乘积之和.

（2）通过计算从给定奖券中任选3张的总方法数以及3张奖券折扣均不相同的方法数，利用古典概型概率公式计算概率，古典概型概率公式为事件A发生的概率等于事件A包含的基本事件数除以基本事件总数.

（3）先确定离散型随机变量X的所有可能取值，然后分别计算每个取值的概率，得到分布列，最后根据数学期望的定义计算，数学期望是随机变量取值与对应概率乘积的总和.

【详解】（1）（1）设“第次去餐厅用餐”，“第次去餐厅用餐”.

根据题意得，，，则，

故顾客甲第二次去餐厅用餐的概率为.

（2）从张奖券中任选张有种方法，

取到的折扣均不相同的取法有种，

所以一位顾客抽到的张奖券的折扣均不相同的概率为.

（3）的所有可能取值为，，，，

，

，

.

.

所以的分布列为

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 80 | 85 | 90 | 95 |
|  |  |  |  |  |

所以

19．定义：函数图象上不同的三点*A*，*B*，*C*，它们的横坐标成等差数列，且该函数在点*B*处切线的斜率恒小于直线*AC*的斜率，则称该函数是其定义域上的“等差偏移”函数，设．

(1)讨论的极值；

(2)若是其定义域上的“等差偏移”函数，求*a*的取值范围；

(3)当时，数列满足，，记前*n*项和为，试证明：．

【答案】(1)无极小值．

(2)．

(3)证明见解析

【分析】（1）求导，分类讨论函数单调性、极值即可；

（2）设，，，故只需判断的符号即可；

（3）由题意，证明得到，放缩即可得证.

【详解】（1）．

当时，在上单调递减，无极值；

当时，令易知在上单调递增；上单调递减，

无极小值．

（2）方法一：设，不妨设，

由是其定义域上的＂等差偏移＂函数，



，

令，

，而时，，，，

即*a*的取值范围为．

方法二：设*A*，*C*两点的横坐标分别为，，则*B*点横坐标为，

由“等差偏移”函数定义知：，化简得：

，

即：，即，

令，函数，，

故，又因为，所以，

（3）方法一：时，，，

，假设，，，

令，，，

在上单调递增，，对恒成立



时

，

而，对恒成立

．

方法二：，则，

设，，

因为，当时在单调递增，，故．

构造函数，

即在单调递增，则，故当时，

所以有，故

即．

所以，即；

故