

**作业6参考答案**

**一、选择题：本大题共8小题，每小题5分，共40分．在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的．**

1．已知集合，集合，则（    ）

A． B． C． D．

【答案】C

【分析】化简集合，根据集合交集的概念求解即可.

【详解】由题意可得，

由，解得或，所以或，

所以，

故选：C

2．已知*x*，*y*是实数，则“”是“”是的（   ）

A．充分不必要条件 B．必要不充分条件 C．充要条件 D．既不充分也不必要条件

【答案】D

【分析】根据不等式的特征，举例说明充分必要性.

【详解】若，满足，此时，所以不是的充分条件，

反过来，若，满足，此时，所以也不是的必要条件，所以”是“”的既不充分也不必要条件.

故选：D

3．已知随机变量服从二项分布，则（    ）

A． B．8 C． D．5

【答案】C

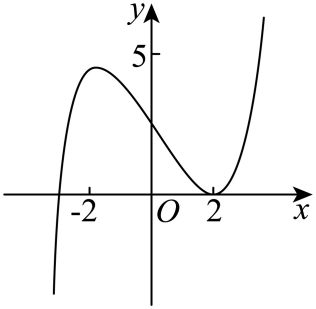
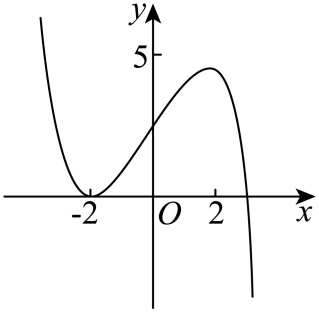
【分析】先由二项分布求得，再根据方差的性质得选项.

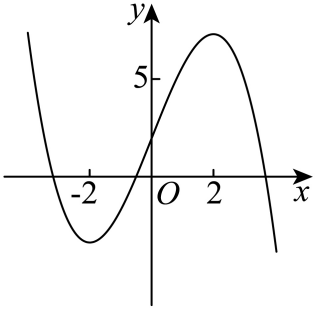
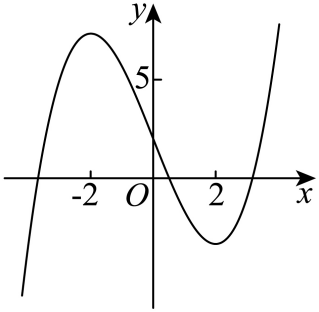
【详解】因为随机变量服从二项分布，所以，所以，

故选：C.

【点睛】本题考查二项分布的方差的计算，以及方差的性质，属于基础题.

4．函数的部分图像大致为（   ）

A． B．

C． D．

【答案】D

【分析】直接求出的单调区间，再结合时，，逐一分析各个选项，即可求解.

【详解】因为，则，

当或时，，当时，，

则在区间和上单调递增，在区间上单调递减，

又当时，，结合图象可知，选项A，B，C错误，选项D正确，

故选：D.

5．《第二十条》、《热辣滚烫》、《飞驰人生2》三部贺岁片引爆了2024年春节电影市场．某电影院同时段播放这三部电影，小李和小明每人只能选择看其中的一场电影，则两位同学选择的电影不相同的概率为（    ）

A． B． C． D．

【答案】D

【分析】分别求2个人不同的选择方案以及选择的电影相同的选择方案，根据对立事件结合古典概型分析求解.

【详解】因为每个人选择方案有3种，可知2个人不同的选择方案有种；

且三位同学选择的电影相同的选择方案有种；

所以三位同学选择的电影不相同的概率为.

故选：D.

6．定义一种运算则函数的值域为（    ）

A． B． C． D．

【答案】B

【分析】化简函数的解析式，结合指数函数的值域可得出函数的值域.

【详解】由可得，解得；由可得，解得.

所以.

故当时，；

当时，则，.

综上所述，函数的值域为.

故选：B.

7．已知随机事件*A*，*B*，若，则（   ）

A． B． C． D．

【答案】B

【分析】根据对立事件先求出，再根据乘法公式求出，从而可求.

【详解】因为，故，而，故，

故，同理，

故，

故选：B.

8．已知函数的定义域为，且，对任意，，则不等式的解集是（ ）

A． B． C． D．

【答案】A

【分析】设，由恒成立，在上单调递减，由可得，由单调性解不等式即可.

【详解】设，则 ，

对任意，，恒成立，即在上单调递减，

由可得，，解得，即解集为.

故选：A

**二、选择题：本题共3小题，每小题6分，共18分．在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求．全部选对的得6分，部分选对的得部分分，有选错的得0分．**

9．下列命题中正确的是（    ）

A．已知随机变量*X*服从二项分布*B*（*n*，*p*），若，，则

B．若随机变量，且，则

C．一组数据1，3，5，7，9，11，13的第60百分位数为7

D．若样本数据，，…，的平均数为3，则，，⋯，的平均数为10

【答案】BD

【分析】根据二项分布期望、方差公式判断A，根据正态分布的对称性判断B，根据百分位数的概念判断C，根据平均数定义计算D.

【详解】对A，由题意，解得，故A错误；

对B，由正态分布的对称性知，，

则，故B正确；

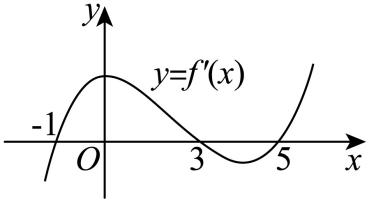
对C，由知，第60百分位数为由小到大排列的第5个数9，故C错误；

对D，由题意知，则

，故D正确.

故选：BD

10．如图是函数的导函数的图象，则下列说法错误的是（    ）



A．为函数的单调递增区间

B．为函数的单调递减区间

C．函数在处取得极大值

D．函数在处取得极小值

【答案】BC

【分析】根据导函数函数值的正负与函数单调性的关系，以及函数极值点的定义，对每个选项进行逐一分析，即可判断和选择.

【详解】由图可知，当时，，故单调递减；

当，，故单调递增；

当，，故单调递减；

当，，故单调递增，且，，，

则该函数在和处取得极小值；在处取得极大值.，

即BC错误，

故选：BC

11．关于的展开式，下列说法正确的是（   ）

A．展开式共有8项 B．展开式的所有项系数之和为1

C．展开式的二项式系数之和为256 D．展开式中含有常数项

【答案】BC

【分析】利用二项式展开式的性质即可判断A；利用赋值法即可判断B；由二项式系数和的性质即可求解C；根据通项特征即可判断D．

【详解】对于A，，所以展开式共有9项，故A错误；

对于B，令，则，故B正确；

对于C，展开式的二项式系数之和为，故C正确；

对于D，展开式中的通项是，

令，解得，所以展开式中没有含常数项，故D错误；

故选：BC．

**三、填空题：本题共3小题，每小题5分，共15分．**

12．已知函数，则 .

【答案】

【分析】利用已知的分段函数，可先求，再求即可.

【详解】因为，所以.

所以.

故答案为：.

13．现有5位同学报名参加学校的足球、篮球等4个不同的社团活动，每位同学只能参加一个社团，且每个社团都要有同学参加，在小明报名参加足球社团的条件下，有两名同学参加足球社团的概率为 .

【答案】##

【分析】根据条件概率公式结合组合数公式求解即可.

【详解】设事件为小明报名参加足球社团，事件为两名同学参加足球社团，

则.

故答案为：

14．函数.对于，都有，则实数的取值范围是 .

【答案】

【分析】利用导数求出在上的最小值和在上的最大值，由题意，列式求解即可.

【详解】因为，，所以，

所以时，，时，，

即在上单调递减，在上单调递增，所以，

因为，，所以，

所以时，，时，，

即在上单调递减，在上单调递增，又，，

所以，

对于，都有，则，

所以，即.

故答案为：

**四、解答题：本题共5小题，共77分．解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤．**

15．在改革开放成就展上某地区某农产品近几年的产量统计表：

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 年份 | 2019 | 2020 | 2021 | 2022 | 2023 | 2024 |
| 年份代码*x* | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| 年产量*y*（万吨） | 6.6 | 6.7 | 7 | 7.1 | 7.2 | 7.4 |

(1)根据表中数据，建立*y*关于*x*的线性回归方程；

(2)根据线性回归方程预测2025年该地区该农产品的年产量.

【答案】(1)

(2)

【分析】（1）先求出和的值，然后求出，进而由，，可求出，从而可求出关于的线性回归方程；

（2）当年份为2025年时，年份代码为，由（1）求得的回归方程，求出的值即可．

【详解】（1）由题意可知：

，

，

，

所以，

又，

故关于的线性回归方程为．

（2）由（1）可得，当年份为2025年时，年份代码为，此时．

所以可预测2025年该地区该农产品的年产量约为万吨．

16．设函数，且.

(1)求实数的值及函数的定义域；

(2)求函数在区间上的最小值.

【答案】(1)，定义域为

(2)0

【分析】（1）根据题中条件，即可对数运算，得到的值﻿；再根据真数大于零，列出不等式组求解，即可求出定义域；

（2）由（1）将函数解析式整理得到，判断其在给定区间的单调性，即可得出最小值.

【详解】（1）因为，

由，得，则，解得；

又，解得，

所以的定义域为；

（2）由（1）得，

因为，令，

令，则函数单调递增，

故，即时，取最小值，

故的最小值为0．

17．已知函数．

(1)求曲线的图象在点处的切线方程；

(2)若方程有3个不同的根，求实数*k*的取值范围．

【答案】(1)；

(2).

【分析】（1）利用导数的几何意义求出曲线在点处的切线方程.

（2）利用导数求出函数的极值，并作出其图象，数形结合求出的范围.

【详解】（1）函数，求导得，则，而，

所以曲线的图象在点处的切线方程为，即.

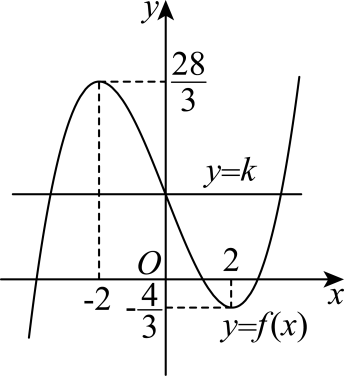
（2）函数，定义域为，求导得，

当时，，当时，，

函数在上单调递增；在上单调递减，

则当时，取得极大值，当时，取得极小值，

作出函数的图象，如图，



若方程有3个不同的根，则直线和函数的图象有3个交点，

观察图象知，当时，直线和函数的图象有3个交点，

所以实数的取值范围为．

18．研究表明，春季早晚温差大，由于个人体质不同，可能会导致感冒患病．某医学研究小组为了解30~40岁人群的体质健康是否与性别有关，在3月感冒易发季节对某社区中该年龄段的60位居民进行了检测，将检测结果制成如下2×2列联表：

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| 性别 | 健康状况 | | 合计 |
| 不感冒 | 感冒 |
| 男 | 12 | 18 | 30 |
| 女 | 6 | 24 | 30 |
| 合计 | 18 | 42 | 60 |

(1)在上述不感冒的人群中，按照性别采用分层抽样的方法抽取9人，再从这9人中随机选取4人访谈，记参与访谈的男性人数为，求的分布列和期望；

(2)依据小概率值的独立性检验，能否据此推断30~40岁人群的体质健康与性别有关？若把表中所有数据扩大到原来的10倍，在相同的检验标准下，再用独立性检验判断体质健康与性别的关联性，结论还一样吗？请解释原因．

附录：，其中．

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 0.1 | 0.05 | 0.025 | 0.01 | 0.001 |
|  | 2.706 | 3.841 | 5.024 | 6.635 | 10.828 |

【答案】(1)分布列见解析，

(2)答案见解析

【分析】（1）利用分层抽样的方法抽取人，则抽取男性人，女性 人，随机变量的所有取值为，求出对应概率，即可列出分布列，求出期望；

（2）根据列联表中的数据， 经计算得到，再和参考数据表中对应的数据比较，即可得到结论.

【详解】（1）样本中不感冒的男性有人，女性有 人，比例为，

按照性别采用分层抽样的方法抽取人，则抽取男性人，女性 人，

所以随机变量的所有取值为.

则 ， ， ，

，

所以的分布列为

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 1 | 2 | 3 | 4 |
|  |  |  |  |  |

所以.

（2）提出统计假设：岁人群的体质健康与性别无关.

根据列联表中的数据，经计算得到，

因为，假设成立，

所以依据小概率值的独立性检验，不能据此推断岁人群的体质健康与性别有关.

如果把所有数据都扩大10倍后，

，，

所以依据小概率值的独立性检验，能据此推断岁人群的体质健康与性别有关.

与之前的结论不一样，原因是每个数据都扩大为原来的10倍，相当于样本量变大为原来的10倍，导致推断结论发生了变化.

19．定义在区间上的函数满足：若对任意，且，都有，则称是上的“好函数”．

(1)若是上的“好函数”，求的取值范围．

(2)（i）证明：是上的“好函数”．

（ii）设，证明：．

【答案】(1)

(2)（i）证明见解析；（ii）证明见解析.

【分析】（1）利用给定定义得到，再结合求解参数范围即可.

（2）（i）利用给定定义结合换元法并构造函数，利用导数判断其单调性，进而得到，最后再证明结论即可.

（ii）利用已知得到，再利用裂项相消法证明结论即可.

【详解】（1）由题可知任意，

且，，即，解得，

因为，所以解得，即的取值范围为．

（2）（i）设，

则．

令，且，

则，则在上单调递增，

得到，即，

故是上的“好函数”.

（ii）由（i）可知，当时，，

令，则，

即，

故，

化简可得．