

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE MARINGÁ
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA QUÍMICA
CURSO DE ENGENHARIA ELÉTRICA

IAN ALVES SOUSA

**ANÁLISE COMPARATIVA DO DESEMPENHO DO CONTROLADOR
PID APLICADO EM UM MOTOR DE CORRENTE CONTÍNUA COM
DIFERENTES MÉTODOS DE SINTONIA**

TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO

MARINGÁ

2022

IAN ALVES SOUSA

**ANÁLISE COMPARATIVA DO DESEMPENHO DO CONTROLADOR
PID APLICADO EM UM MOTOR DE CORRENTE CONTÍNUA COM
DIFERENTES MÉTODOS DE SINTONIA**

Trabalho de Conclusão de Curso
apresentado ao Departamento de
Engenharia Química, curso de Engenharia
Elétrica da Universidade Estadual de
Maringá, como requisito parcial à obtenção
do título de Engenheiro Eletricista.

Orientadora: Profa. Dra. Camila de Brito
Miranda

MARINGÁ

2022

TERMO DE APROVAÇÃO

ANÁLISE COMPARATIVA DO DESEMPENHO DO CONTROLADOR PID APLICADO EM UM MOTOR DE CORRENTE CONTÍNUA COM DIFERENTES MÉTODOS DE SINTONIA

por

IAN ALVES SOUSA

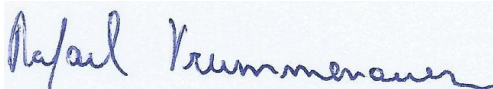
Este Trabalho de Conclusão de Curso (TCC) foi apresentado em 25 de abril de 2022 como requisito parcial para a obtenção do título de Engenheiro Eletricista. O candidato foi arguido pela Banca Examinadora composta pelos membros abaixo assinados. Após deliberação, a Banca Examinadora considerou o trabalho aprovado.



Prof.ª Camila de Brito Miranda Faia
Orientadora



Eng. Emilio Soitsi Zukeram Júnior
Membro titular



Prof. Rafael Krummenauer
Membro titular

AGRADECIMENTOS

Agradeço à minha orientadora Profa. Dra. Camila de Brito Miranda, pela sabedoria e paciência com que me guiou nesta trajetória.

Aos meus amigos e colegas que contribuíram com a minha jornada na universidade.

Gostaria de deixar registrado também, o meu reconhecimento à minha família, que me ajudou a realizar meus objetivos.

Por fim, agradeço a minha namorada e a todos aqueles que me apoiaram e que não me deixaram desistir.

Em todo o universo há energia, é só uma
questão de tempo até que os homens
tenham êxito em associar seus
mecanismos ao aproveitamento desta
energia.
(TESLA, Nikola)

RESUMO

SOUSA, Ian Alves. **Análise comparativa do desempenho do controlador PID aplicado em um motor de corrente contínua com diferentes métodos de sintonia.** 2022. 74 f. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação) – Engenharia Elétrica- Universidade Estadual de Maringá. Maringá, 2022.

Neste trabalho realizou-se a modelagem de um motor de corrente contínua e o controle de sua velocidade usando controladores PID. Utilizou-se o método de sintonia baseado na curva de reação do sistema em malha aberta, introduzido por Ziegler-Nichols, em 1942. Este método foi aprimorado em diversos outros métodos, como a derivação feita por Chien, Hrones e Reswick (CHR), em 1952, e o aprimoramento realizado por Cohen e Coon, em 1953. Realizou-se as simulações por meio do Software MATLAB e comparou-se a aplicação de todos os métodos de sintonia mencionados em duas funções de transferências com características diferentes. A velocidade do motor foi controlada com sucesso em todos os casos, e as melhores sintonias do controlador PID foram apresentadas por Ziegler-Nichols. Apesar disso, todos os métodos tiveram êxito em realizar o controle do sistema.

Palavras-chave: Controlador PID. Métodos de Sintonia. Ziegler-Nichols. CHR. Cohen-Coon.

ABSTRACT

SOUSA, Ian Alves. **Comparative analysis of the performance of the PID controller applied to a DC motor with different tuning methods**. 2022. 74 f. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação) – Engenharia Elétrica- Universidade Estadual de Maringá. Maringá, 2022.

In this work, a direct current motor was modeled and its speed was controlled using PID controllers. The tuning method based on the reaction curve of the open loop system, introduced by Ziegler-Nichols, in 1942, was used. This method was improved in several other methods, such as the derivation made by Chien, Hrones and Reswick (CHR), in 1952, and the improvement carried out by Cohen and Coon, in 1953. The simulations were carried out using the MATLAB Software and the application of all the tuning methods mentioned in two transfer functions with different characteristics was compared. The motor speed was successfully controlled in all cases, and the best PID controller tuning was presented by Ziegler-Nichols. Despite this, all methods were successful in controlling the system.

Keywords: PID controller. Tuning Methods. Ziegler-Nichols. CHR. Cohen-Coon.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 - Diagrama de componentes de um motor CC	18
Figura 2 - Circuito equivalente do motor CC	18
Figura 3 - Ligações do circuito de campo de motores CC	20
Figura 4 - Diagrama esquemático de um motor CC com carga conectada	21
Figura 5 - Diagrama de blocos do motor de corrente contínua	25
Figura 6 - Curva da resposta ao degrau unitário	27
Figura 7 - Influência da taxa de amortecimento na resposta ao degrau	29
Figura 8 - Representação em diagrama de blocos de uma malha fechada controlada	29
Figura 9 - Curva da resposta ao degrau em malha aberta	34
Figura 10 - Comparação entre as plantas aplicadas em um sistema de malha fechada	43
Figura 11 - Resposta a malha aberta da Planta 1	44
Figura 12 - Resposta a malha aberta da Planta 1 - Aproximando o ponto de inflexão	45
Figura 13 - Resposta a malha aberta da Planta 2	45
Figura 14 - Resposta do sistema aplicando o método de Ziegler-Nichols na Planta 1	47
Figura 15 - Resposta do sistema aplicando o método de Ziegler-Nichols na Planta 2	48
Figura 16 - Resposta do sistema aplicando o método de CHR – 0 % de sobressinal na Planta 1	49
Figura 17 - Resposta do sistema aplicando o método de CHR – 0 % de sobressinal na Planta 2	50
Figura 18 - Resposta do sistema aplicando o método de CHR - 20 % de sobressinal na Planta 1	51
Figura 19 - Resposta do sistema aplicando o método de CHR – 20 % de sobressinal na Planta 2	51
Figura 20 - Resposta do sistema aplicando o método de Coheen-Coon na Planta 1	52
Figura 21 - Resposta do sistema aplicando o método de Coheen-Coon na Planta 2	53
Figura 22 - Resposta do sistema aplicando o método IAE na Planta 1	54
Figura 23 - Resposta do sistema aplicando o método IAE na Planta 2	55
Figura 24 - Resposta do sistema aplicando o método ITAE na Planta 1	56
Figura 25 - Resposta do sistema aplicando o método ITAE na Planta 2	56
Figura 26 - Resposta do sistema aplicando o método IMC na Planta 1	57
Figura 27 - Resposta do sistema aplicando o método IMC na Planta 2	58
Figura 28 - Resposta do sistema aplicando todos os métodos na Planta 1	59

Figura 29 - Resposta do sistema aplicando todos os métodos na Planta 1 - Melhor visualização	60
Figura 30 - Resposta do sistema aplicando todos os métodos na Planta 2	61

LISTA DE QUADROS

Quadro 1 - Efeitos das ações do PID

33

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 - Parâmetros do controlador PID a partir do método de Ziegler-Nichols em malha aberta	35
Tabela 2 - Parâmetros do controlador PID a partir do método de CHR - 0 %	37
Tabela 3 - Parâmetros do controlador PID a partir do método de CHR – 20 %	37
Tabela 4 - Parâmetros do controlador PID a partir do método de Cohen-Coon	38
Tabela 5 - Parâmetros do controlador PID a partir dos métodos IAE e ITAE	39
Tabela 6 - Parâmetros do controlador PID a partir do método IMC	40
Tabela 7 - Parâmetros do motor	41
Tabela 8 - Parâmetros das respostas do sistema em malha aberta	46
Tabela 9 - Parâmetros do método de curva de reação das plantas apresentadas	46
Tabela 10 - Parâmetros do sistema aplicando todos os métodos na Planta 1	60
Tabela 11 - Parâmetros do sistema aplicando todos os métodos na Planta 2	62

LISTA DE ABREVIATURAS, SIGLAS, ACRÔNIMOS E NOMENCLATURAS

B	Vetor densidade de fluxo magnético
b	Coeficiente de atrito estático
CA	Corrente Alternada
CC	Corrente Contínua
CHR	Chien, Hrones e Reswick
e_{ind}	Tensão induzida na espira
$E(s)$	Sinal de erro atuante no domínio da frequência
F_C	Força produzida em cada condutor
i	Valor da corrente no fio condutor
J	Momento de inércia
K	Ganho estático
K_e	Constante força eletromotriz
K_i	Ganho integral
K_m	Constante do motor
K_p	Ganho proporcional
K_t	Constante de torque
L_a	Indutância de armadura
l	Comprimento do fio
L	Constante do tempo morto
MATLAB	Matrix Laboratory (Software de computação usado na análise de dados)
P	Controlador proporcional
PD	Controlador proporcional derivativo
PI	Controlador proporcional integrativo
PID	Controlador proporcional integrativo derivativo
R_a	Resistência de armadura
T	Tempo dominante
T_d	Tempo derivativo
T_e	Torque eletromagnético
T_i	Tempo integrativo
T_L	Torque da Carga
T_p	Instante de pico
T_r	Tempo de subida

T_s	Tempo de acomodação
$U(s)$	Saída do controlador no domínio da frequência
v	Entrada do sistema em Volts
v_i	Velocidade do condutor
V_{ce}	Tensão induzida
ω	Velocidade angular
ω_n	Frequência natural de oscilação
ZN	Ziegler-Nichols
Δu	Variação das abscissas do sinal de controle
Δy	Variação das abscissas da função de resposta ao degrau
ξ	Taxa de amortecimento
ϕ	Fluxo magnético
λ	Parâmetro de desempenho
θ	Ângulo entre o fio condutor e o vetor densidade de fluxo magnético
θ	Tempo motor normalizado
$\%UP$	Ultrapassagem percentual

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	13
2	FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA	16
2.1	MOTORES DE CORRENTE CONTÍNUA	16
2.1.1	Aspectos Construtivos	17
2.1.2	Princípio de Funcionamento	19
2.1.3	Classificação dos Motores de Corrente Contínua	20
2.2	MODELAGEM DO MOTOR DE CORRENTE CONTÍNUA	21
2.3	DESEMPENHO DO SISTEMA	25
2.3.1	Definição das Especificações da Resposta Transitória	26
2.3.2	Sistemas de Segunda Ordem	27
2.4	CONTROLADORES	29
2.4.1	Controlador Proporcional (P)	30
2.4.2	Controlador Integral (I)	30
2.4.3	Controlador Proporcional Integral (PI)	31
2.4.4	Controlador Proporcional Derivativo (PD)	31
2.4.5	Controlador Proporcional Integral Derivativo (PID)	32
2.5	MÉTODOS DE SINTONIA	33
2.5.1	Método de Ziegler e Nichols	33
2.5.2	Método de Chien, Hrones e Reswick (CHR)	36
2.5.3	Método de Cohen e Coon	37
2.5.4	Método da Integral do Erro Absoluto	39
2.5.5	Método do Modelo Interno (IMC)	40
3	RESULTADOS E DISCUSSÕES	41
3.1	PARÂMETROS DO MOTOR E FUNÇÃO DE TRANSFERÊNCIA	41
3.2	CURVA DE REAÇÃO	43
3.3	APLICAÇÃO DO MÉTODO DE ZIEGLER E NICHOLS	47
3.4	APLICAÇÃO DO MÉTODO DE CHR 0 % DE SOBRESSINAL	48
3.5	APLICAÇÃO DO MÉTODO DE CHR 20 % DE SOBRESSINAL	50
3.6	APLICAÇÃO DO MÉTODO DE COHEN-COON	52
3.7	APLICAÇÃO DO MÉTODO DA INTEGRAL DO ERRO (IAE)	54
3.8	APLICAÇÃO DO MÉTODO DA INTEGRAL DO ERRO (ITAE)	55
3.9	APLICAÇÃO DO MÉTODO DO MODELO INTERNO (IMC)	57
3.10	COMPARAÇÃO DOS RESULTADOS	58
4	CONCLUSÃO	65

REFERÊNCIAS

67

APÊNDICE A – CÓDIGO UTILIZADO NO MATLAB

70

1 INTRODUÇÃO

A primeira indicação da possibilidade de interação entre energia elétrica e mecânica foi apresentada por Michael Faraday por volta de 1830. Esta descoberta deu início ao gerador e ao motor elétrico, também ao microfone, ao alto-falante, ao transformador, ao galvanômetro, entre outros dispositivos cujos princípios e características se relacionam com a conversão de energia. Como resultado desta relação, a energia mecânica pode ser convertida em elétrica, e vice-versa, por meio das máquinas elétricas. Embora este processo possa também produzir outras formas de energia como luz e calor (KOSOW, 2005).

As máquinas de corrente contínua (CC) são muito versáteis, apresentando diversos usos e características devido a diversas combinações de enrolamento de campo, podendo ser ligadas em paralelo, série, composta ou até mesmo com excitação independente. Para cada tipo de excitação há uma relação diferente do torque com o aumento da velocidade angular, trazendo diversas aplicações para o mesmo, tanto em operações dinâmicas quanto em regime permanente.

Motores CC possuem a grande vantagem de que podem ser facilmente controlados, por isso, eles têm sido usados com frequência em aplicações que exigem uma ampla faixa de velocidades ou de controle preciso da saída do motor. Entretanto, com o avanço tecnológico, os dispositivos de estado sólido, que são comumente utilizados nos sistemas de acionamentos em corrente alternada (CA), desenvolveram-se o suficiente para que esses sistemas estejam substituindo as máquinas CC em aplicações antes associadas quase exclusivamente as máquinas de corrente contínua. Porém, a versatilidade das máquinas CC, combinado com sua simplicidade, assegura o seu uso continuado em uma ampla variedade de aplicações (CHAPMAN, 2013).

Nos tempos atuais, com a exigência pela maior rapidez nos processos produtivos em grande escala e o aperfeiçoamento dos métodos de produção, fica evidente a necessidade do controle e da variação de velocidade das máquinas elétricas acionantes. Inicialmente, foram utilizados sistemas mecânicos, como caixas de engrenagens, correias e polias, limitando muito os processos de produção e eficiência das máquinas. Posteriormente, foram utilizados motores de indução e acoplamentos magnéticos para controlar a rotação das máquinas. Esse método possuía baixo rendimento e grandes perdas elétricas nos acoplamentos. Também

foram utilizados motores de anéis, em que o controle era feito por meio do reajuste da resistência do rotor no reostato interno (WEG, 2012).

Com o avanço da indústria eletrônica, cada vez mais as tarefas de um sistema de controle estão sendo desempenhadas de forma automática, com mais facilidade, eficiência e segurança. Isto permitiu uma ampla disseminação das teorias clássicas de controle, dos controladores automáticos e também para a evolução da tecnologia empregada. Dessa forma, tais sistemas contribuem cada vez mais para o desenvolvimento da tecnologia e civilização.

A exemplo desses sistemas, há os controladores proporcionais, integrais e derivativos (PID). Eles são muito utilizados em sistemas de controles industriais há décadas, mais precisamente, desde que, Ziegler e Nichols propuseram o primeiro método de ajuste de controlares PID (ZIEGLER; NICHOLS, 1942), tendo a capacidade de estabilizar cerca de 90 % dos processos industriais existentes. Esse controlador utiliza da técnica de controle de processo que une as ações integral, derivativa e proporcional, fazendo com que o erro seja minimizado pela ação proporcional, zerado pela ação integral e antecipado pela ação derivativa.

Entretanto, mesmo tendo tal capacidade, diversas pesquisas mostram que somente entre 5 % e 20 % das malhas de controle de uma indústria estão sintonizadas corretamente. Problemas de processo, estratégias de controle incompatíveis com as necessidades do mesmo, dimensionamento inadequado dos elementos da malha de controle, instrumentos descalibrados e principalmente sintonia inadequada são fatores que contribuem para o funcionamento inadequado dos controladores PID (SARAIVA, 2011).

A sintonia de controladores PID é composta por duas etapas: identificação de alguns parâmetros, seguida da aplicação de equações baseadas nestes parâmetros. Um método bastante utilizado na sintonia de controladores PID baseia-se na identificação de apenas um ponto da resposta em frequência do processo, o ponto crítico. Tal ponto consiste de duas informações: ganho e período críticos do processo, os quais são obtidos quando o sistema se encontra no limiar da estabilidade. Conhecido este ponto, equações de Ziegler-Nichols ou variações das mesmas são aplicadas para a sintonia dos controladores (ZIEGLER E NICHOLS, 1942).

Contudo, entre os métodos de sintonia de controladores PID, é importante estudar qual seria o mais indicado no sistema de controle de velocidade de um motor

CC e quais são as características que deveriam ser levadas em conta, para que o sistema trabalhe da melhor maneira possível.

No presente trabalho, o motor CC foi modelado a partir das equações que regem, tanto o comportamento mecânico quanto o comportamento elétrico, assim foi possível estabelecer uma equação que relacione a velocidade do eixo do rotor com a tensão de armadura. Com o software MATLAB, pode-se obter os parâmetros mecânicos, construtivos e elétricos de uma máquina de corrente contínua, para que seja possível estabelecer valores e trabalhar com dados que se aproximam dos motores reais. Após a modelagem, conceitos relativos a sistemas de controle serão brevemente apresentados com o propósito de facilitar o entendimento de certas especificações.

Nesse trabalho faz-se a análise de desempenho de sete metodologias de sintonia de controladores para o controle da velocidade de máquinas elétricas do tipo de corrente contínua. Foram utilizadas duas funções de transferências diferentes para modelar o sistema proposto, afim de comparar qual a atuação dos métodos em sistemas com comportamentos divergentes.

2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

A fundamentação teórica trata-se de uma revisão de tudo o que é necessário ser compreendido para que o entendimento dos resultados e das discussões seja completo, dessa forma, esse capítulo tem informações sobre o motor CC, sua modelagem, os controladores e seus métodos de sintonia.

2.1 MOTORES DE CORRENTE CONTÍNUA

Uma máquina elétrica é um elemento que pode converter tanto a energia mecânica em energia elétrica como a energia elétrica em energia mecânica. Quando tal dispositivo é usado para converter energia mecânica em energia elétrica, ele é denominado gerador. Quando converte energia elétrica em energia mecânica, ele é considerado um motor. Como qualquer máquina elétrica é capaz de fazer a conversão da energia em ambos os sentidos, então qualquer máquina pode ser usada como gerador ou como motor. Na prática, quase todos os motores fazem a conversão da energia de uma forma em outra pela ação de um campo magnético (CHAPMAN, 2013).

A transformação direta ou inversa da energia mecânica em energia elétrica produz e amplia as funções e atribuições das máquinas elétricas, podendo elas trabalhar em prol de muitas áreas diferentes e beneficiar muitas pessoas. Todavia, isso pode ajudar no desenvolvimento de novas tecnologias que tem a chance de transformar o nosso cotidiano.

Existem diversas razões para o uso do motor de corrente contínua (CC). Uma delas, é que os sistemas de potência em CC foram, e ainda são, comuns em carros, tratores e aeronaves. Quando um veículo já dispõe de um sistema elétrico em corrente contínua, faz sentido considerar o uso de motores CC. Outra aplicação desta classe de motor era nos casos em que havia necessidade de uma ampla faixa de velocidades. Antes do uso difuso de retificadores e inversores baseados em eletrônica de potência, os motores CC eram insuperáveis em aplicações de controle de velocidade. Mesmo quando não havia fontes de corrente contínua de potência, circuitos retificadores e outros de estado sólido eram usados para criar a potência

elétrica CC necessária, e os motores eram usados para conceder o controle de velocidade desejado.

2.1.1 Aspectos Construtivos

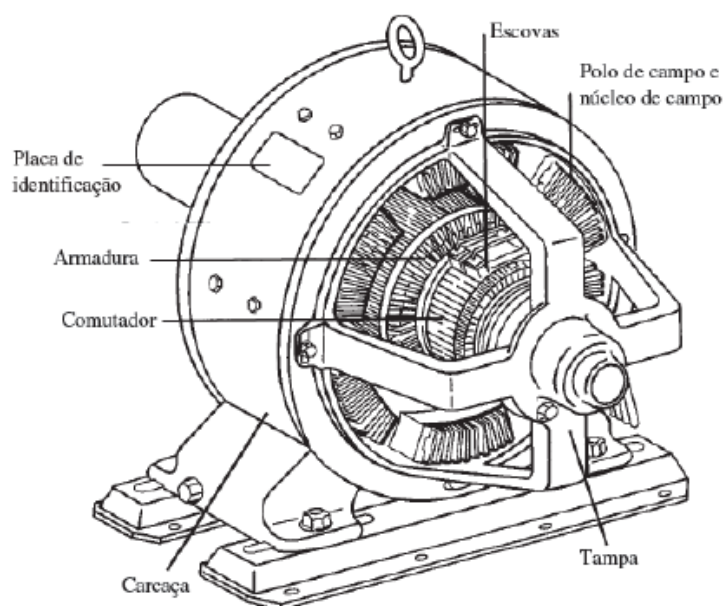
Um motor de corrente contínua é composto basicamente por 3 partes:

1. Estator: Parte estacionária da máquina, constituída de uma carcaça que fornece o suporte físico e do enrolamento de campo, que proporciona um caminho para o fluxo magnético.
2. Rotor: Parte rotativa da máquina, composta pelo eixo e pelo enrolamento de armadura, que por sua vez é alimentado por uma fonte de tensão contínua através do comutador e da escova.
3. Comutador: Parte diferencial dessas máquinas, é um dispositivo mecânico que está conectado aos terminais das espiras do enrolamento de armadura.

Há dois enrolamentos principais em uma máquina CC: os enrolamentos de armadura e os enrolamentos de campo. Os enrolamentos de armadura são definidos como os enrolamentos nos quais a tensão é induzida e os enrolamentos de campo são definidos como os enrolamentos que produzem o fluxo magnético principal da máquina. Em uma máquina CC, normalmente os enrolamentos de armadura estão localizados no rotor e os enrolamentos de campo estão localizados no estator. Como os enrolamentos de armadura estão localizados no rotor, o próprio rotor de uma máquina CC é denominado algumas vezes armadura (CHAPMAN, 2013). Na Figura 1, pode-se ver um exemplo de diagrama dessa máquina.

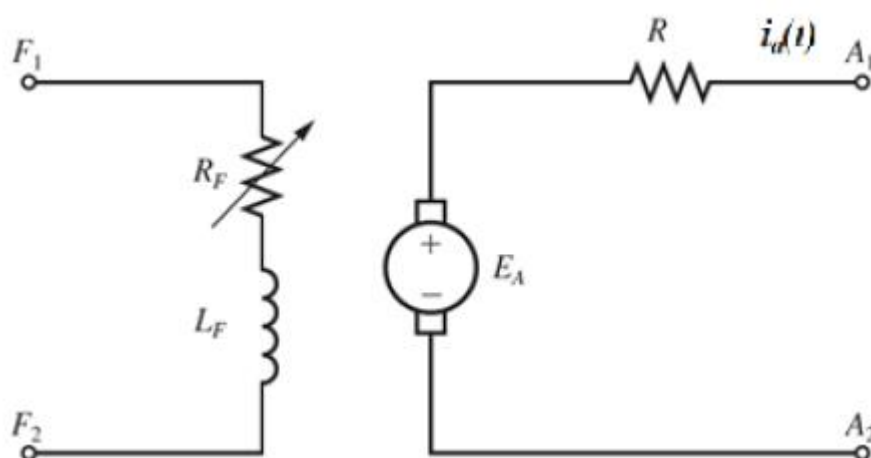
O circuito equivalente de um motor CC pode ser visto na Figura 2, em que o circuito de armadura é representado pelo resistor R e pela fonte de tensão E_a e o circuito de campo é composto pelas bobinas de campo, representado pelo indutor L_F e pelo resistor R_F .

Figura 1 - Diagrama de componentes de um motor CC



Fonte: Chapman (2013)

Figura 2 - Circuito equivalente do motor CC



Fonte: Chapman (2013)

O diagrama da Figura 1 mostra um esquema dos enrolamentos do motor CC, mas um importante componente que precisa ser evidenciado é o comutador, constituído sobre o eixo do rotor em uma das extremidades do núcleo e feito de segmentos individuais de cobre isolados entre si, e possui um aro de aperto que o mantém na forma cilíndrica. As bobinas da armadura são inseridas nas ranhuras do núcleo, e seus lados são conectados aos segmentos do comutador.

Em um motor CC a energia é fornecida para a armadura por meio de uma fonte de tensão CC, em que a mesma é levada aos segmentos do comutador através das escovas. O comutador tem a função de inverter o sentido da corrente no enrolamento da armadura, para produzir um torque que mantenha a mesma girando sempre no mesmo sentido.

2.1.2 Princípio de Funcionamento

A ação motora resulta quando temos um circuito elétrico que faz uma corrente i circular por meio de condutores que são colocados em um campo magnético. Com isso, uma força (F_C) é produzida em cada condutor que pode ser calculada pela Equação (1), de forma que, se os condutores são colocados numa estrutura que seja livre para girar, resulta em um torque eletromagnético, T_e , que, por sua vez gera uma velocidade angular ω , que representa o giro do motor (CHAPMAN, 2013).

$$F_C = B \cdot i \cdot l \cdot \sin \theta \quad (1)$$

em que B é o vetor densidade de fluxo magnético, l é o comprimento do fio e θ é o ângulo entre o fio condutor e o vetor densidade de fluxo magnético.

Para o funcionamento do motor CC, é necessário a interação entre os condutores que conduzem a corrente, gerando assim os campos magnéticos. Considerando a lei da indução eletromagnética de Faraday, na qual afirma que um fluxo magnético quando varia através de uma espira, na mesma é induzida uma tensão, que pode ser determinada por meio da Equação (2), em que e_{ind} é a tensão induzida na espira e v_i é a velocidade do condutor.

$$e_{ind} = B \cdot l \cdot v_i \cdot \sin \theta \quad (2)$$

Contudo, o número de caminhos, polos e condutores na armadura de um motor de corrente contínua é fixo ou constante e, portanto, a equação para o torque eletromagnético desenvolvido para uma dada armadura pode ser apresentada apenas em função de suas variáveis. Neste caso, uma variação no fluxo produz uma variação na corrente da armadura, e também variação no torque (KOSOW, 2005). Com tal, pode-se definir o torque eletromagnético na armadura por meio da Equação (3), em

que ϕ é o fluxo magnético no entreferro, K_t é a constante do torque e i_a é a corrente de armadura.

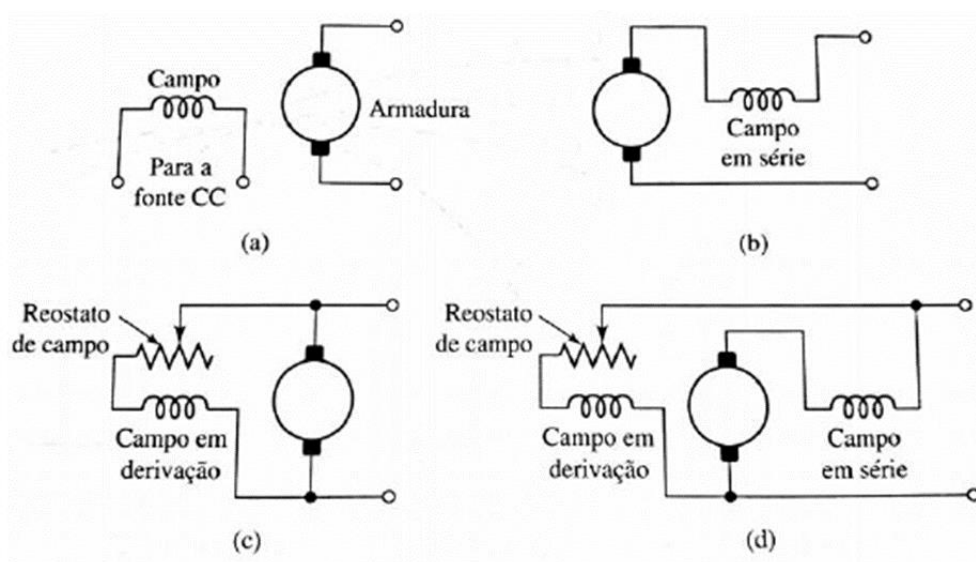
$$T_e = K_t \cdot \phi \cdot i_a \quad (3)$$

2.1.3 Classificação dos Motores de Corrente Contínua

Segundo Patané (2008), os motores CC possuem uma ampla variedade de características de funcionamento, como tensão, corrente, velocidade e conjugado dos motores, que podem ser obtidas por meio de diferentes formas de excitação dos enrolamentos de campo. Os enrolamentos de campo podem ser excitados independentemente, por uma fonte externa CC ou auto excitados, através da conexão do enrolamento de campo em série ou em paralelo com a armadura. A Figura 3 exemplifica a questão.

Dessa forma, dependendo da ligação entre os enrolamentos de campo e de armadura, temos uma excitação diferente no motor, criando cada qual diferentes características.

Figura 3 - Ligações do circuito de campo de motores CC



Fonte: Fitzgerald et al. (2014)

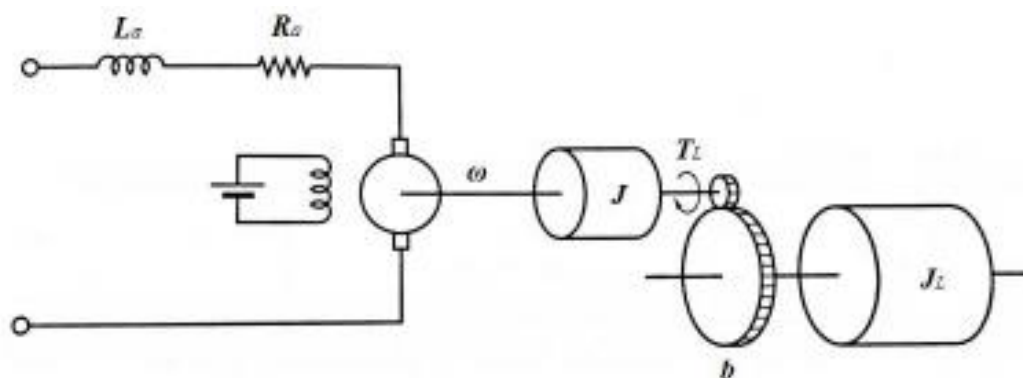
2.2 MODELAGEM DO MOTOR DE CORRENTE CONTÍNUA

Até agora foram apresentadas as características de regime permanente dos motores de corrente contínua. Tal condição não é suficiente para a compreensão do papel desempenhado pelas máquinas rotativas de tecnologia mais avançada. O comportamento dinâmico de um sistema eletromecânico permite a implementação de controles de velocidade e posicionamento de um eixo de grande precisão e rapidez de resposta, de acordo com alguma função especificada no tempo (t) ou de uma outra variável qualquer (FITZGERALD et al., 2014).

Para que o sistema seja analisado, precisa-se encontrar um modelo matemático que a represente, uma função de transferência. Assim, pode-se conhecer melhor os parâmetros elétricos, mecânicos e eletromecânicos do sistema, descobrir qual a ordem do sistema e realizar as simulações de controle do motor.

Na Figura 4, é possível verificar que a inércia combinada da carga e do rotor é designada como J . O coeficiente de atrito estático equivalente do motor e da carga é representado por b . O torque da carga em oposição é chamado de T_L . Na armadura têm-se a indutância de dispersão da armadura L_a e a resistência do enrolamento de armadura R_a .

Figura 4 - Diagrama esquemático de um motor CC com carga conectada



Fonte: Ogata (2010)

Em resumo, deseja-se obter a função de transferência que relacione o valor de saída (ω) com a entrada (V). Para isso, é necessário analisar algumas equações do motor que relacionam essas variáveis. O torque eletromagnético no eixo do motor

pode ser representado pela soma dos torques em oposição, como pode ser visto na Equação (4).

$$T_e(t) = J \cdot \frac{d\omega(t)}{dt} + b \cdot \omega(t) + T_L \quad (4)$$

Kosow (2005) define a Equação (4) como a equação fundamental do torque para máquinas CC. A transformada de Laplace dessa equação é evidenciada na Equação (5):

$$T_e(s) = J \cdot s \cdot \omega(s) + b \cdot \omega(s) + T_L \quad (5)$$

A Equação (3) também evidencia o torque eletromagnético, visto que o fluxo ϕ é constante no sistema. Considerando ϕ como parte da constante K_t , ela pode ser reescrita como é mostrada na Equação (6).

$$T_e(t) = K_t \cdot i_a(t) \quad (6)$$

O torque eletromagnético desenvolvido pela armadura de acordo com as Equações (3) e (6) é chamado apenas de torque desenvolvido. O torque disponível na polia ou eixo do motor é um tanto menor que o torque desenvolvido, devido as perdas específicas rotacionais que requerem e consomem uma porção do torque desenvolvido durante a ação motora (KOSOW, 2015). A transformada de Laplace da Equação (6) é vista na Equação (7).

$$T_e(s) = K_t \cdot I_a(s) \quad (7)$$

Durante a operação de um motor CC, o movimento relativo entre os condutores da armadura e as linhas de campo magnético faz com que apareça uma diferença de potencial no circuito da armadura. A tensão induzida na máquina depende de algumas variáveis, como o fluxo ϕ da máquina, a velocidade ω do rotor e da constante de construção da máquina K_e . A equação da tensão induzida (V_{ce}) pode ser vista na Equação (8).

$$V_{ce}(t) = K_e \cdot \phi \cdot \omega(t) \quad (8)$$

Assim como na Equação (6), o fluxo pode ser considerado constante, fazendo parte da constante de construção da máquina (K_e), podendo reescrever a Equação (8) como na Equação (9).

$$V_{ce}(t) = K_e \cdot \omega(t) \quad (9)$$

A tensão gerada na armadura de uma máquina de corrente contínua não pode nunca se igualar a tensão aplicada nos terminais da armadura, porque, o sentido no qual ocorre o fluxo inicial da corrente determina o sentido da rotação, e esta por sua vez cria a tensão induzida, também conhecida como força contra eletromotriz (fcem) (KOSOW, 2015). Portanto a fcem, assim como a resistência dos enrolamentos da armadura, é um fator limitante à circulação de corrente. Aplicando a transformada de Laplace, a Equação (9) é descrita como indicado na Equação (10).

$$V_{ce}(s) = K_e \cdot \omega(s) \quad (10)$$

Por fim, aplica-se a Lei de Kirchhoff das tensões na malha do enrolamento de armadura e tem-se a Equação (11).

$$v(t) = R_a \cdot i_a(t) + L_a \cdot \frac{di_a(t)}{dt} + V_{ce}(t) \quad (11)$$

Aplicando a transformada de Laplace pode-se obter a Equação (12).

$$V(s) = R_a \cdot I_a(s) + L_a \cdot s \cdot I_a(s) + V_{ce}(s) \quad (12)$$

Dessa forma, pode-se aplicar a equivalência da tensão induzida no rotor visto na Equação (10), gerando então a Equação (13). Além disso, isolou-se a corrente de armadura.

$$V(s) = I_a(s) \cdot (R_a + L_a \cdot s) + K_e \cdot \omega(s) \quad (13)$$

O próximo passo é isolar a corrente de armadura na Equação (7) e substituir o torque eletromagnético apresentado na Equação (5). O mesmo está evidenciado na Equação (14).

$$V(s) = \frac{(J \cdot s \cdot \omega(s) + b \cdot \omega(s) + T_L)}{K_t} \cdot (R_a + L_a \cdot s) + K_e \cdot \omega(s) \quad (14)$$

Para encontrar a função de transferência, considera-se que não há nenhuma carga sendo aplicada no motor, assim $T_L = 0$. Assim é possível isolar a velocidade angular e encontrar um denominador comum, como é mostrado na Equação (15).

$$V(s) = \omega(s) \cdot \frac{(J \cdot s + b) \cdot (R_a + L_a \cdot s) + K_e \cdot K_t}{K_t} \quad (15)$$

Evidenciando a velocidade angular tem-se a Equação (16).

$$\omega(s) = V(s) \cdot \frac{K_t}{(J \cdot s + b) \cdot (R_a + L_a \cdot s) + K_e \cdot K_t} \quad (16)$$

Assim, a função de transferência do motor de corrente contínua é apresentada na Equação (17).

$$\frac{\omega(s)}{V(s)} = \frac{K_t}{(J \cdot s + b) \cdot (R_a + L_a \cdot s) + K_e \cdot K_t} \quad (17)$$

É possível perceber então que a função de transferência é de segunda ordem, o que pode ser melhor diagnosticado na exemplificação dela, mostrada na Equação (18).

$$\frac{\omega(s)}{V(s)} = \frac{\frac{K_t}{JL_a}}{s^2 + \left(\frac{R_a}{L_a} + \frac{b}{J}\right) \cdot s + \left(\frac{R_a \cdot b + K_e \cdot K_t}{JL_a}\right)} \quad (18)$$

Segundo Dias (2018), os valores de K_e e K_t são numericamente idênticos ($K_e = K_t = K_m$), em que ambas constantes dependem de aspectos construtivos da

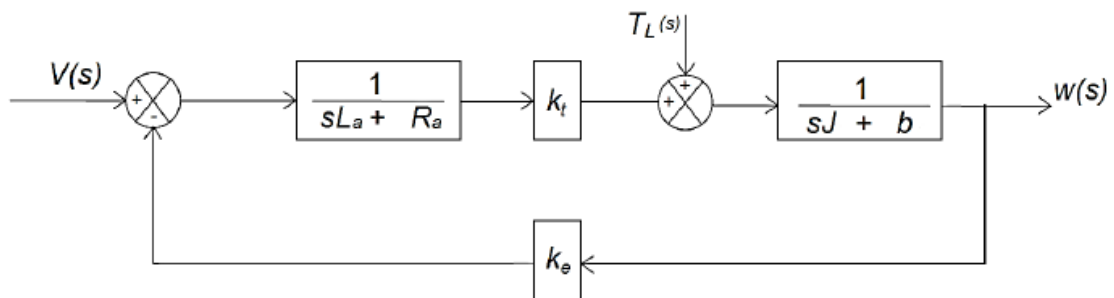
máquina e do fluxo magnético. Portanto pode-se reescrever as equações (17) e (18) como as Equação (19) e (20).

$$\frac{\omega(s)}{V(s)} = \frac{K_m}{(J \cdot s + b) \cdot (R_a + L_a \cdot s) + K_m^2} \quad (19)$$

$$G(s) = \frac{\omega(s)}{V(s)} = \frac{\frac{K_m}{JL_a}}{s^2 + \left(\frac{R_a}{L_a} + \frac{b}{J}\right) \cdot s + \left(\frac{R_a \cdot b + K_m^2}{JL_a}\right)} \quad (20)$$

A Figura 5 mostra o diagrama de blocos da função de transferência do motor de corrente contínua.

Figura 5 - Diagrama de blocos do motor de corrente contínua



Fonte: Adaptado de Dias (2018)

2.3 DESEMPENHO DO SISTEMA

Em um sistema industrial, são poucas as vezes que a planta é conhecida, dessa forma, para escolher o melhor controlador para o processo é necessário ter uma base de comparação do desempenho do sistema. E para conhecer essa base pode-se detalhar sinais de entradas específicos e comparar as saídas para esses sinais.

Os sinais de entrada de teste geralmente utilizados são as funções degrau, rampa, parábola de aceleração, impulso, senoidais e outras. Com esses sinais de teste, tanto a resposta experimental como os resultados matemáticos dos sistemas de controle podem ser obtidas facilmente, uma vez que esses sinais são funções de tempo muito simples (OGATA, 2010).

Em alguns casos específicos é possível calcular o modelo matemático do sistema, e com isso em mãos, analisar o desempenho da resposta utilizando diversos métodos diferentes. Para entender o comportamento da resposta do sistema, é preciso conhecer os parâmetros que a definem.

2.3.1 Definição das Especificações da Resposta Transitória

Na maioria dos casos, o desempenho de um sistema de controle é avaliado em função da grandeza no domínio do tempo. Alguns sistemas apresentam a condição inicial diferente de zero, não respondendo instantaneamente e irão fornecer respostas transitórias sempre que estiverem sujeitos a sinais de entrada ou distúrbios.

Com frequência, as características de desempenho de um sistema de controle são especificadas em termos de resposta transitória a uma entrada em degrau unitário, pois é uma entrada gerada com facilidade. Quando a resposta de um sistema a uma entrada em degrau é conhecida, é possível calcular matematicamente a resposta do mesmo a qualquer tipo de sinal de entrada (OGATA, 2010).

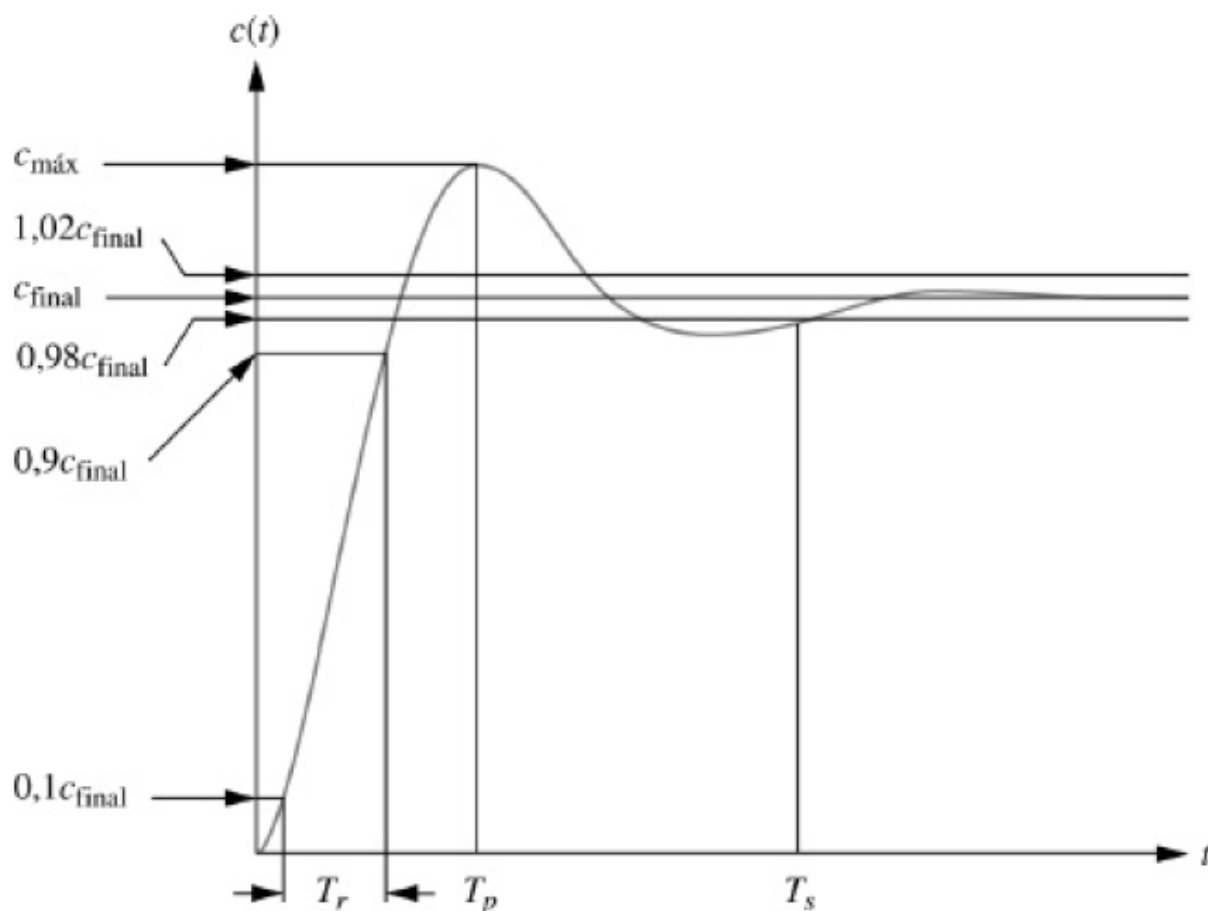
Para realizar uma análise completa da resposta transitória de um sistema de controle a uma entrada em degrau unitário, existem algumas características que devem ser levadas em consideração.

O tempo de subida (T_r) é o tempo necessário para que a forma de onda vá de 0,1 do valor final até 0,9 do valor final. O instante de pico (T_p) é o tempo requerido para alcançar o primeiro pico, ou o pico máximo (NISE, 2012).

O tempo de acomodação (T_s) é o tempo necessário para que a curva da resposta alcance um valor de 2 % em torno do valor final. O tempo de acomodação está relacionado à maior constante de tempo do sistema de controle. Pode-se determinar qual porcentagem deve ser utilizada no critério de erro a partir dos objetivos do projeto do sistema em questão (OGATA, 2010).

Por fim, a ultrapassagem percentual ($\%UP$), é o valor, em porcentagem, máximo de pico da curva de resposta, medido a partir da unidade. A Figura 6 mostra a curva de resposta ao degrau unitário, evidenciando todas essas características descritas anteriormente.

Figura 6 - Curva da resposta ao degrau unitário



Fonte: Nise (2012)

O tempo de subida, o instante de pico e o tempo de acomodação fornecem informações sobre a velocidade da resposta transitória (NISE, 2012). Essas informações podem auxiliar um projetista a determinar se a velocidade e a natureza da resposta degradam ou não o desempenho do sistema.

2.3.2 Sistemas de Segunda Ordem

Uma função de transferência de um sistema é dada como a planta do mesmo, e descrita como um método de modelamento que determina a relação entre a entrada do sistema e a sua saída, assim, a estrutura de uma função de transferência genérica consiste de uma divisão de polinômios.

Cada polinômio possui suas raízes, sendo as raízes do numerador os zeros e as do denominador os polos. Os valores dos polos e dos zeros é que determinam as

características de estabilidade e desempenho de uma função de transferência (NISE, 2012). A função de transferência de um sistema de segunda ordem é dada pela Equação (21), definida sem nenhum zero e com dois polos, em que ω_n é a frequência natural de oscilação e ξ é a taxa de amortecimento.

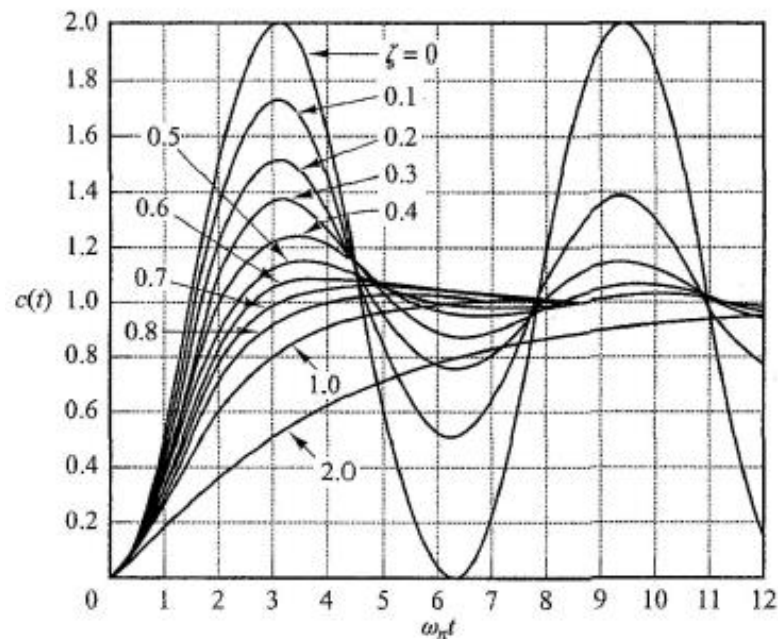
$$G(s) = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2 \cdot \xi \cdot \omega_n \cdot s + \omega_n^2} \quad (21)$$

Como são apenas dois polos, existem quatro combinações possíveis para os seus valores, cada uma resultando em uma taxa de amortecimento diferente:

- Dois polos reais e distintos ($\xi > 1$). O sistema é superamortecido, obtendo uma resposta mais lenta do sistema.
- Dois polos reais e iguais ($\xi = 1$). O sistema é criticamente amortecido, obtendo um amortecimento mais rápido sem que haja oscilação na parte transitória.
- Dois polos complexos conjugados ($0 < \xi < 1$). O sistema é subamortecido, obtendo um amortecimento mais rápido, porém, mostrando uma oscilação na parte transitória da resposta.
- Dois polos complexos ($\xi = 0$). O sistema não é amortecido, obtendo uma saída com oscilação na frequência natural do sistema.

A Figura 7 evidencia como o valor da taxa de amortecimento influencia na resposta ao degrau. Ela mostra todas as possíveis repostas do sistema: superamortecida, criticamente amortecida, subamortecida e não amortecida. Tendo em mente o comportamento da curva e quais parâmetros podem defini-lo, pode-se fazer uma análise mais completa das possíveis respostas ao degrau que um sistema de controle pode gerar.

Figura 7 - Influência da taxa de amortecimento na resposta ao degrau

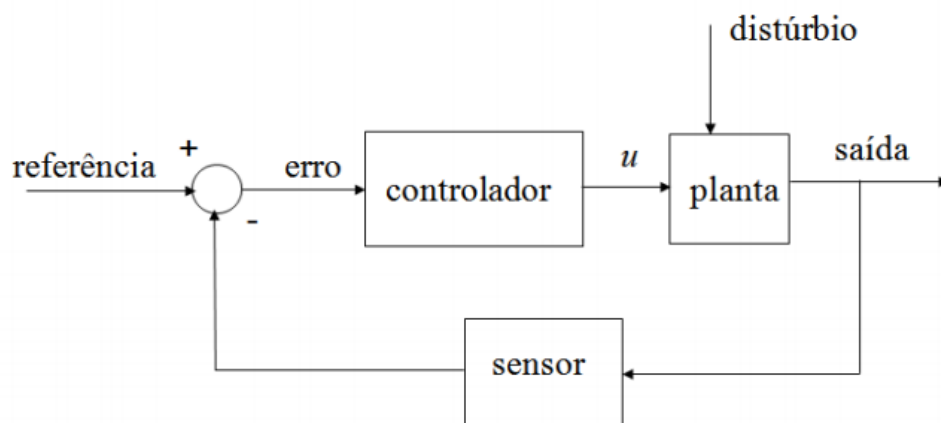


Fonte: Ogata (2010)

2.4 CONTROLADORES

Em geral, um controlador automático recebe a diferença entre o valor real de saída da planta e o valor desejado (entrada de referência), detecta o desvio e produz um sinal de controle (u) com a finalidade de reduzir o erro a zero ou a um valor pequeno. Um controlador automático produz o sinal de controle por meio da ação de controle (OGATA, 2010). Tal iteração pode ser vista na Figura 8.

Figura 8 - Representação em diagrama de blocos de uma malha fechada controlada



Fonte: Siqueira (2014)

2.4.1 Controlador Proporcional (P)

O controlador proporcional (P) age de forma que o valor do erro do sistema possa ser amplificado e desta forma melhor controlado (OGATA, 2010). A vantagem deste controlador é manter o sistema estável e o erro menor do que 10 %. Sua desvantagem é fazer com que o tempo de acomodação se torne muito grande (DIAS, 2018)

Para tal controlador, a relação entre a saída do controlador e o erro atuante ($e(t)$) no domínio do tempo é dada pela Equação (22), em que K_p é o ganho proporcional.

$$u(t) = K_p \cdot e(t) \quad (22)$$

Dessa maneira, o K_p pode ser obtido relacionando a saída do controlador, $U(s)$, com o sinal de erro atuante, $E(s)$, ambos no domínio da frequência, como indicado na Equação (23).

$$\frac{U(s)}{E(s)} = K_p \quad (23)$$

2.4.2 Controlador Integral (I)

O controlador integral faz com que a sua saída seja modificada a uma taxa de variação proporcional ao erro, ou seja, o sinal de saída varia de acordo com a integral do sinal do erro atuante. Sua vantagem é manter o valor do erro nulo e sua desvantagem é aumentar o tempo de estabilização (DIAS, 2018).

A Equação (24) apresenta a ação de controle do controlador integral, em que K_i é o ganho integral, variável ajustável.

$$u(t) = K_i \cdot \int_0^t e(t) dt \quad (24)$$

A função de transferência desse controlador é dada na Equação (25).

$$\frac{U(s)}{E(s)} = \frac{K_i}{s} \quad (25)$$

2.4.3 Controlador Proporcional Integral (PI)

O controlador proporcional integral (PI) une a vantagem do controle proporcional em manter o sistema estável e utiliza a vantagem do controle integral em reduzir o erro em regime permanente. A redução acontece integrando o erro no tempo, ou seja, o erro será acumulado e com isso o sinal de controle irá aumentar ou diminuir dependendo do sinal e do valor do erro acumulativo. Isso faz com que não exista mais erro em regime permanente pois o erro será variado de acordo com o valor de sua integral. Sendo que, o valor da integral é diretamente proporcional a área sob a curva entre a variável do processo e o valor esperado. A ação integral, geralmente, é utilizada em conjunto com a ação proporcional (KIONG et al., 1999).

A Equação (26) apresenta a ação do controlador PI, em que T_i é o tempo integrativo.

$$u(t) = K_p \cdot e(t) + \frac{K_p}{T_i} \int_0^t e(t) dt \quad (26)$$

Sendo a função de transferência evidenciada pela Equação (27).

$$\frac{U(s)}{E(s)} = K_p \cdot \left(1 + \frac{1}{T_i \cdot s} \right) \quad (27)$$

2.4.4 Controlador Proporcional Derivativo (PD)

O controle derivativo aplicado juntamente com o controle proporcional torna o controlador mais sensível com a vantagem de melhorar a resposta do sistema em regime transitório. A ação desse controle depende da taxa de variação do erro, podendo então corrigir o sistema antes que erro se torne muito elevado, entretanto, o

controlador derivativo é sensível a ruídos, o que pode tornar o sistema instável (DIAS, 2018).

A ação de controle desse controlador está representada na Equação (28), em que T_d é o tempo derivativo.

$$u(t) = K_p \cdot e(t) + K_p \cdot T_d \frac{de(t)}{dt} \quad (28)$$

E a função de transferência é representada na Equação (29), onde.

$$\frac{U(s)}{E(s)} = K_p \cdot (1 + T_d \cdot s) \quad (29)$$

2.4.5 Controlador Proporcional Integral Derivativo (PID)

O controlador proporcional integral derivativo (PID) parece ser a opção ideal para se trabalhar, entretanto, esta é opção mais cara e a mais difícil de ajustar, pois agora tem-se três ganhos para determinar (K_p , K_i e K_d). A combinação dos ajustes pode determinar se o sistema será oscilatório ou não, se o sistema será rápido ou lento (SOUZA, 2004).

Os controladores PID podem ser aplicados a maioria dos sistemas de controle. Em particular, quando o modelo matemático da planta não é conhecido e, portanto, métodos de projeto analítico não podem ser utilizados, controles PID se mostram os mais úteis (OGATA, 2010).

A Equação (30) apresenta a função característica do controlador PID.

$$u(t) = K_p \cdot e(t) + \frac{K_p}{T_i} \int_0^t e(t) dt + K_p \cdot T_d \frac{de(t)}{dt} \quad (30)$$

A função de transferência é dada pela Equação (31).

$$\frac{U(s)}{E(s)} = K_p \cdot \left(1 + \frac{1}{T_i \cdot s} + T_d \cdot s \right) \quad (31)$$

Com o controlador PID em mãos, é possível obter os outros tipos de controladores (P, PI ou PD), basta zerar aquele que não interessa. O Quadro 1 mostra um resumo das principais características das ações de controle separadamente.

Quadro 1 - Efeitos das ações do PID

Ação	Tempo de subida	Sobressinal	Tempo de estabilidade	Erro em regime permanente
Proporcional	Diminui	Aumenta	Pequena alteração	Diminui
Integral	Diminui	Aumenta	Aumenta	Cancela
Derivativa	Pequena alteração	Diminui	Diminui	Pequena alteração

Fonte: Adaptado de Saraiva (2011)

2.5 MÉTODOS DE SINTONIA

Afim de determinar quais serão os valores dos ganhos dos controladores PID, é necessário usar os métodos de sintonia. Para definir os parâmetros do controlador, os métodos buscam atingir alguns critérios de desempenho, como o menor sobressinal; o menor tempo de subida; o menor tempo de acomodação; rejeição adequada a perturbações; insensível a erros de modelagem e erros de medição. Porém, Campos e Teixeira (2006), ressaltam que o principal critério para que uma malha de controle seja satisfeita é a estabilidade.

Todos os métodos de sintonia que serão apresentados nesse trabalho utilizarão esses parâmetros como base para definir os ganhos dos controladores. Esse tipo de método é chamado de método de curva de reação, dado como uma forma empírica de encontrar o controlador do processo, entretanto, existem diversos outros métodos e programas que fazem sintonia automática dos controladores.

2.5.1 Método de Ziegler e Nichols

Desenvolvido por J. G. Ziegler e N. B. Nichols, ambos da *Taylor Instrument Companies*, foi o primeiro método de ajuste sistemático dos parâmetros de um controlador PID. Os autores desenvolveram regras empíricas de ajuste dos

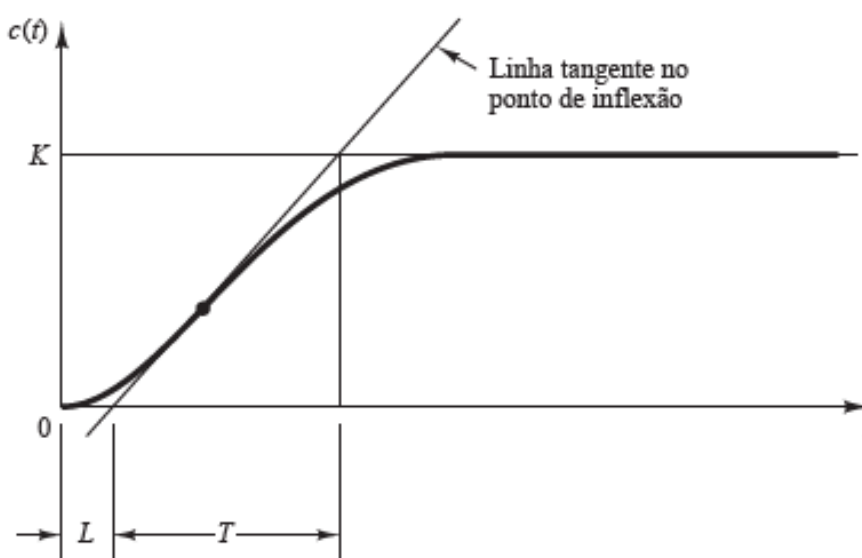
parâmetros do controlador, baseados em testes práticos e manuais realizados em determinados processos com o controlador comercial *Fulscope da Taylor*, que foi o primeiro controlador PID do mercado (CAMPOS & TEIXEIRA, 2006). Era preciso alavancar as vendas, então Ziegler, do departamento de vendas, trabalhou junto com Nichols do departamento de pesquisa (SARAIVA, 2011).

Dois métodos clássicos para determinar os parâmetros do controlador PID foram apresentados por eles. Ambos são largamente usados, em sua forma original ou com algumas modificações. O primeiro método utiliza a curva de reação do sistema, que é a resposta do sistema em malha aberta ao degrau. Esse método se aplica se a curva de resposta ao degrau de entrada tiver o aspecto de um S. Essa curva de resposta ao degrau pode ser gerada experimentalmente ou a partir de uma simulação dinâmica da planta (OGATA, 2010).

O método consiste em obter a curva de resposta do sistema em malha aberta, encontrar o ponto de inflexão da curva e gerar uma reta tangente a curva no ponto encontrado. Consequentemente pode-se extrair dois parâmetros conforme visto na Figura 9.

Entre os parâmetros encontrados existe a constante do tempo morto (L), que é o tempo até a reta tangente tocar o eixo do tempo. O outro parâmetro é a constante de tempo (T), que é a distância entre o cruzamento da tangente com o eixo do tempo até o tempo em que a reta tangente atinge o valor máximo da função de resposta.

Figura 9 - Curva da reposta ao degrau em malha aberta



Fonte: Ogata (2010)

A relação entre a constante de tempo morto e a constante de tempo é o tempo morto normalizado representado pela Equação (32) (KIONG et al., 1999).

$$\theta = \frac{L}{T} \quad (32)$$

Outro parâmetro é o ganho estático, definido pela razão entre a variação das abscissas da função de resposta ao degrau (Δy) e do sinal de controle (Δu), que é a função degrau. Como a função degrau usada como sinal de controle geralmente tem como amplitude o valor unitário, o ganho estático pode ser definido pela amplitude da função de resposta. A Equação (33) define tal parâmetro.

$$K = \frac{\Delta y}{\Delta u} \quad (33)$$

Identificando os parâmetros, basta realizar os cálculos descritos na Tabela 1, para a obtenção dos parâmetros do controlador PID.

A principal vantagem do método de Ziegler-Nichols está em sua simplicidade, pois basta saber identificar os parâmetros a partir da resposta do sistema ao degrau. Por outro lado, a sua desvantagem é que o ajuste é sensível a mudanças no processo, seja por meio de mudanças de carga ou por perturbações externas. Esse problema pode ser minimizado com uma função degrau com grande magnitude para que a relação de sinal/ruído do sistema seja otimizada (KIONG et al., 1999).

Tabela 1 - Parâmetros do controlador PID a partir do método de Ziegler-Nichols em malha aberta

Tipo de controlador	K_p	T_i	T_d
P	$\frac{T}{L}$	—	—
PI	$0,9 \cdot \frac{T}{L}$	$\frac{L}{0,3}$	—
PID	$1,2 \cdot \frac{T}{L}$	$2 \cdot L$	$0,5 \cdot L$

Fonte: Adaptado de Ogata (2010)

O segundo método de Ziegler-Nichols, da oscilação crítica na malha fechada, com a ação proporcional. Esse método visa encontrar um valor de K_p para quando o sinal de saída apresenta uma oscilação sustentada, sendo esse o K_{CR} . Quando possível determina-lo, identifica-se o período crítico P_{CR} , e com esses dois parâmetros é possível encontrar os parâmetros dos controladores. Esse método não é aplicável na função de transferência da planta de estudo do presente trabalho, pelo fato de não existir nenhum valor do ganho que faça a função oscilar.

2.5.2 Método de Chien, Hrones e Reswick (CHR)

Desenvolvido no *Massachusetts Institute of Technology (MIT)*, por K.L. Chien, J. A. Hrones e J. B. Reswick foi o primeiro trabalho a utilizar um modelo aproximado de primeira ordem com tempo morto, representativo do comportamento de sistema de alta ordem. Foi um dos primeiros métodos a serem derivados do método de curva de reação de Ziegler-Nichols e foi criado em 1952 (CAMPOS & TEIXEIRA, 2006).

Nesse método, existem regras de ajustes diferenciadas tanto para características servo (mudança de *setpoint*) quanto para características regulatórias (perturbações de carga com *setpoint* constante). Também são propostos dois critérios de desempenho: a resposta mais rápida sem sobrevalor (CHR – 0 %) e a resposta mais rápida com 20 % do sobrevalor (CHR – 20 %).

Portanto, o mesmo é muito usado em processos industriais que não podem demonstrar um alto sobressinal. Além disso, esse método é conhecido por absorver variações na dinâmica do processo, como não-linearidade, desgaste de equipamentos, etc (STOCKLER, 2012).

Como essa técnica de ajuste é do tipo de curva de reação, os mesmos parâmetros encontrados na seção anterior podem ser utilizados para calcular os controladores do CHR. Na Tabela 2 pode ser visto as equações para o método de CHR – 0 % de sobressinal e na Tabela 3 pode ser encontrado as equações para o método de CHR – 20 % de sobressinal.

Tabela 2 - Parâmetros do controlador PID a partir do método de CHR - 0 %

Tipo de controlador	K_p	T_i	T_d
P	$0,3 \cdot \frac{T}{K \cdot L}$	—	—
PI	$0,35 \cdot \frac{T}{K \cdot L}$	$1.16 \cdot T$	—
PID	$0,6 \cdot \frac{T}{K \cdot L}$	T	$0,5 \cdot L$

Fonte: Adaptado de Campos e Teixeira (2006)

Tabela 3 - Parâmetros do controlador PID a partir do método de CHR – 20 %

Tipo de controlador	K_p	T_i	T_d
P	$0,7 \cdot \frac{T}{K \cdot L}$	—	—
PI	$0,6 \cdot \frac{T}{K \cdot L}$	T	—
PID	$0,95 \cdot \frac{T}{K \cdot L}$	$1.357 \cdot T$	$0,473 \cdot L$

Fonte: Adaptado de Campos e Teixeira (2006)

Nota-se que diferente do método de Ziegler-Nichols, CHR utiliza o valor de ganho estático nas equações para os cálculos dos parâmetros dos controladores. Existem alguns estudos que indicam que o método CHR também pode ser aplicado sem esse parâmetro, mas para o presente estudo os resultados foram melhores utilizando o ganho K .

2.5.3 Método de Cohen e Coon

Proposto em 1953 pelo engenheiro G. H. Cohen e pelo matemático G. A. Coon, ambos da *Taylor Instrument Companies*, o método de Cohen e Coon é baseado em um critério de razão de decaimento $\frac{1}{4}$, em resposta a um distúrbio na carga. Também baseado em Ziegler-Nichols, esse método foi desenvolvido para sistemas com o tempo morto elevado, assim, ele é aplicável para sistemas que $\theta > 0,3$ (CAMPOS & TEIXEIRA, 2006).

Assim como no método anterior, os parâmetros para calcular os controladores são extraídos da curva de reação, a diferenciação do método são os cálculos para encontrar tais valores e a forma que foi criado.

A sintonia do controlador em sistemas com tempo morto apresenta a existência de um número infinito de modos harmônicos, soluções da equação característica fundamental. Os autores realizaram um estudo teórico para obter os parâmetros do controlador que são mais adequados de acordo com o modo harmônico fundamental, aquele de menor frequência e amplitude (PINTO, 2014).

As equações para determinar os parâmetros do controlador desse método podem ser encontradas na Tabela 4.

Tabela 4 - Parâmetros do controlador PID a partir do método de Cohen-Coon			
Tipo de controlador	K_p	T_i	T_d
P	$\frac{1}{K} \cdot \left(0,35 + \frac{1}{\theta}\right)$	—	—
PI	$\frac{1}{K} \cdot \left(0,083 + \frac{0,9}{\theta}\right)$	$L \cdot \frac{3,3 + 0,31 \cdot \theta}{1 + 2,2 \cdot \theta}$	—
PID	$\frac{1}{K} \cdot \left(0,25 + \frac{1,35}{\theta}\right)$	$L \cdot \frac{2,5 + 0,46 \cdot \theta}{1 + 0,61 \cdot \theta}$	$\frac{0,37 \cdot L}{1 + 0,19 \cdot \theta}$

Fonte: Adaptado de Kiong et al (1999)

A principal diferença entre o método de Cohen-Coon e o método de Ziegler-Nichols está no ajuste dos tempos integral e de derivada. No método de Ziegler-Nichols apenas o tempo morto é levado em consideração para a determinação desses parâmetros, enquanto no método de Cohen-Coon a constante de tempo também é levada em consideração (KIONG et al, 1999).

O método apresenta um desempenho razoável para valores de $0,6 < \theta < 4,5$ (RIVERA et al, 1986). Além disso, a robustez é ruim para valores $\theta < 2$. Portanto, para processos onde há grandes diferenças entre o tempo morto e a constante de tempo é de se esperar que o método de Cohen-Coon funcione melhor que o método de Ziegler-Nichols.

2.5.4 Método da Integral do Erro Absoluto

Um grupo de pesquisadores da *Louisiana State University* desenvolveu na década de 60 uma metodologia para minimização de critérios de desempenho baseados nas integrais de erro IAE (Integral do módulo do erro) e ITAE (Integral do módulo do erro vezes o tempo). Esse método é chamado de método da integral do erro absoluto. A partir da resolução de um problema de otimização multiobjetivo, foram obtidas regras de ajuste dos parâmetros do controlador PID para diferentes conjuntos de especificações (PINTO, 2014).

Mostram bons resultados para características regulatórias. E assim como os outros métodos apresentados no presente trabalho, os parâmetros dos controladores são calculados a partir dos dados encontrados na curva de reação (LOPEZ et al, 1967). Na Tabela 5, encontra-se as equações para determinar os parâmetros do controlador por meio dos métodos apresentados.

Diferente das tabelas apresentadas anteriormente, a Tabela 5 não apresenta as equações dos parâmetros para o controlador proporcional, visto que esse método apresenta implicações utilizando o erro integral. Além disso, estudos mostram que esse método apresenta bons rendimentos quando aplicado em uma função cujo valor do tempo morto normalizado esteja entre 0 e 1 ($0 < \theta < 1$).

Tabela 5 - Parâmetros do controlador PID a partir dos métodos IAE e ITAE

Tipo de controlador	K_p	T_i	T_d
PI - IAE	$\frac{0,984}{K} \cdot \left(\frac{T}{L}\right)^{0,986}$	$\frac{T}{0,608 \cdot \left(\frac{T}{L}\right)^{0,707}}$	—
PI - ITAE	$\frac{0,859}{K} \cdot \left(\frac{T}{L}\right)^{0,977}$	$\frac{T}{0,674 \cdot \left(\frac{T}{L}\right)^{0,68}}$	—
PID - IAE	$\frac{1,435}{K} \cdot \left(\frac{T}{L}\right)^{0,921}$	$\frac{T}{0,878 \cdot \left(\frac{T}{L}\right)^{0,749}}$	$T \cdot \left(0,482 \cdot \left(\frac{L}{T}\right)^{1,137}\right)$
PID - ITAE	$\frac{1,357}{K} \cdot \left(\frac{T}{L}\right)^{0,947}$	$\frac{T}{0,842 \cdot \left(\frac{T}{L}\right)^{0,738}}$	$T \cdot \left(0,381 \cdot \left(\frac{L}{T}\right)^{0,995}\right)$

Fonte: Adaptado de Lopes et al (1967)

2.5.5 Método do Modelo Interno (IMC)

Em 1986, D. E. Rivera, M. Morani e S. Skogestad, da *California Institute of Technology*, demonstraram analiticamente a estrutura IMC (*Internal Model Control*), proposta inicialmente por Garcia (1982).

Assim como nos outros métodos apresentados, os controladores são calculados por meio dos parâmetros da curva de reação. O que diferencia o IMC dos demais métodos aqui apresentados é uma variável a mais utilizada nas equações e a sugestão de desempenho para cada controlador usando essa variável. A sugestão de desempenho foi dada pelo autor, que sugere um valor do parâmetro de desempenho que tende a se encaixar como teste inicial para o sistema, e pode servir como base de melhorias. Na Tabela 6, pode-se encontrar tais equações.

Aplicando esse método de maneira conservadora o parâmetro de desempenho (λ) pode ser escolhido como sendo igual a constante do tempo ($\lambda = T$), porém, o λ pode ser alterado baseando-se nos testes realizados com o valor do parâmetro de desempenho escolhido, afim de melhorar o sinal de saída. Além disso, um tempo morto grande tende a tornar o controle mais difícil por meio do método IMC, refletindo em um maior valor do parâmetro de desempenho. Esse método é melhor utilizada em sistemas que $\theta > 0,125$.

Tabela 6 - Parâmetros do controlador PID a partir do método IMC

Tipo de controlador	K_p	T_i	T_d	Sugestão de desempenho
PI	$\frac{2.T + L}{2.K.\lambda}$	$T + 0.5.L$	–	$(\lambda/L) > 0,8$
PID	$\frac{2.T + L}{K.(2.\lambda + L)}$	$T + 0.5.L$	$\frac{T.L}{(2.T + L)}$	$(\lambda/L) > 1,71$

Fonte: Adaptado de Rivera et al. (1967)

3 RESULTADOS E DISCUSSÕES

Nesse capítulo serão apresentadas as respostas do sistema aos métodos de sintonia de controlador PID que foram indicados na seção anterior. O objetivo é controlar a velocidade do motor CC, utilizando a função de transferência que relaciona a velocidade e a tensão do mesmo. Por fim, apresentam-se os resultados e comparações, afim de encontrar quais métodos se encaixaram melhor nesse processo, aplicando como base de comparação critérios como o comportamento das respostas, o tempo de subida, o instante de pico, o tempo de acomodação, a ultrapassagem percentual máxima e se as respostas alcançam ou não a estabilidade no valor desejado.

3.1 PARÂMETROS DO MOTOR E FUNÇÃO DE TRANSFERÊNCIA

Para realizar a simulação, alguns dos parâmetros necessários para função de transferência do motor CC foram extraídos da referência Tsai et al. (2011). A Tabela 7 mostra os parâmetros utilizados na função de transferência de um motor CC,

Tabela 7 - Parâmetros do motor			
Parâmetros	Constante	Valor	Unidade
Resistência de armadura	R_a	2,875	Ω
Indutância de armadura	L_a	2,7	mH
Constante força eletromotriz	K_e	0,0042	$V/(rad/s)$
Constante de torque	K_t	0,0042	Nm/A
Coefficiente de atrito	b	0,000089	$Nm/(rad/s)$
Momento de inércia	J	0,0005	Kgm^2
Número de polos	P	4	$polos$

Fonte: Adaptado de Tsai et al. (2011)

Substituindo os valores dos parâmetros da Tabela 7 na função de transferência, mostrada na Equação (18), tem-se a Equação (34).

$$G(s) = \frac{\omega(s)}{V(s)} = \frac{3111}{s^2 + 1065.s + 203} \quad (34)$$

Tavares (2019) usou praticamente os mesmos dados para aplicar diferentes técnicas de ajustes do controlador, com uma diferença, o valor da indutância de armadura foi alterado para que o mesmo fique mais próximo da resistência de armadura e aumente o tempo morto do sistema. Dessa forma, considerando o valor da indutância de armadura como 2,7 H, encontra-se uma planta diferente, mostrada na Equação (35).

Apesar de serem usados os mesmos dados que Tavares (2019), não é possível comparar os resultados entre os trabalhos, visto que o autor tratou de técnicas de ajuste diferentes, aplicando esses parâmetros de forma distinta.

$$G(s) = \frac{\omega(s)}{V(s)} = \frac{3,111}{s^2 + 1,2428.s + 0,2026} \quad (35)$$

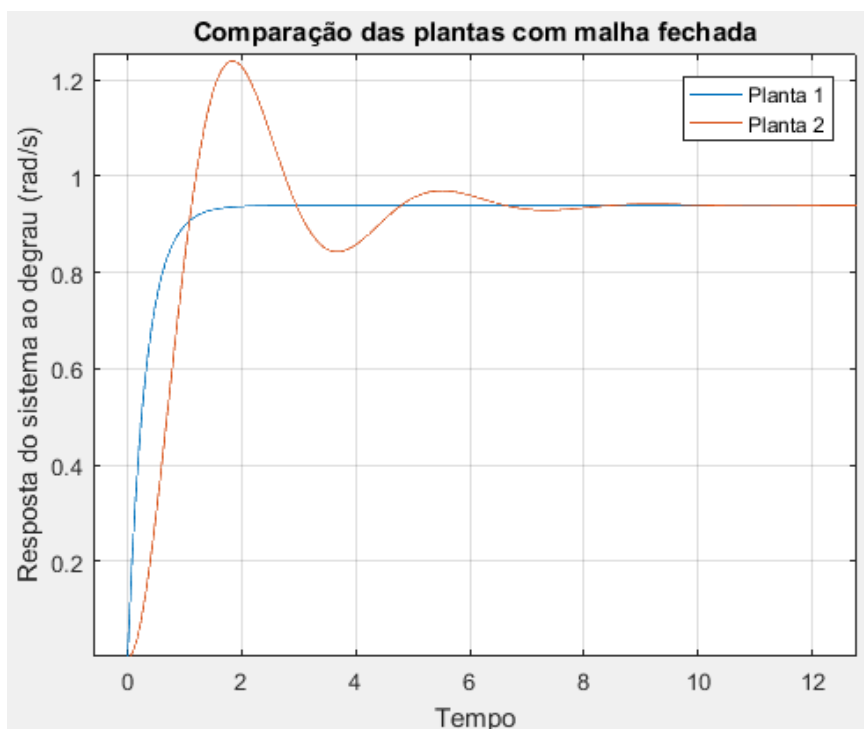
Ambas funções de transferência (Equações (34) e (35)) foram utilizadas neste trabalho. Aplicou-se os métodos de sintonia relacionados as curvas de reação, afim de comparar os mesmos e identificar para cada caso aquele que apresenta melhor desempenho em relação as especificações desejadas.

Em malha aberta ambas as plantas apresentam um comportamento superamortecido, encontrando sua estabilidade de forma mais lenta. Entretanto, quando são aplicadas em malha fechada apresentam comportamentos diferentes, esses comportamentos são mostrados na Figura 10.

Analisando a Figura 10, vê-se que a primeira planta segue com sua resposta superamortecida mesmo aplicada em um sistema de malha fechada, entretanto, a segunda planta apresenta um comportamento subamortecido. Assim, constata-se a primeira diferença entre os sistemas.

A entrada nesse sistema foi um degrau unitário, todavia, as respostas não estabilizam no valor unitário, a estabilidade é atingida com o valor de 0,938 de amplitude, constatando a existência de um erro em regime permanente. Portanto, ambos os sistemas apresentam a condição inicial para que o controlador PID seja aplicado, um erro a ser minimizado.

Figura 10 - Comparação entre as plantas aplicadas em um sistema de malha fechada



Fonte: Autoria Própria

Um bom funcionamento de um sistema para controlar a velocidade de um motor CC apresenta algumas características. O motor precisa de um valor de tensão maior que o ideal para sair da inércia e dar a partida, dessa forma, é comum que haja um sobressinal, visto que uma força grande precisa ser aplicada para que o sistema encontre o valor indicado. Para esse sistema, o ideal é o menor sobressinal possível, afim de evitar o desgaste nas peças do motor. Além disso, um tempo de subida e de acomodação baixos, para que o sistema consiga encontrar a sua velocidade nominal de forma rápida e sem comprometer o equipamento. Entretanto, a condição que sempre precisa ser cumprida é a estabilidade no valor desejado.

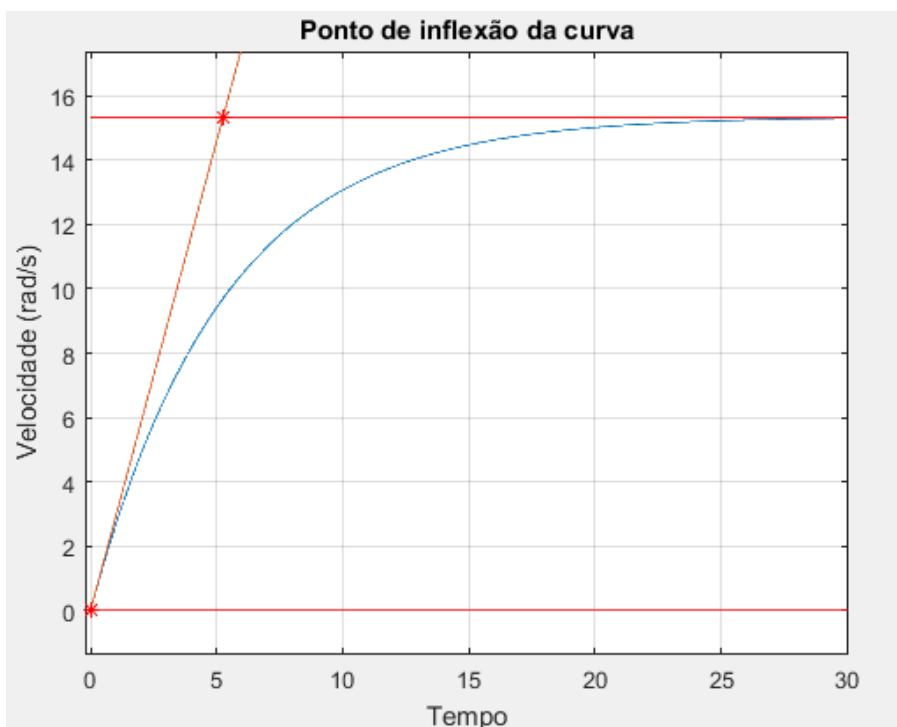
Para facilitar o entendimento, a partir desse ponto, as duas funções de transferência (Equações (34) e (35)) serão denominadas de Planta 1 e Planta 2, respectivamente.

3.2 CURVA DE REAÇÃO

Como visto na Seção 2.5, todos os métodos apresentados utilizam-se da curva de reação, assim, aplicou-se as duas funções de transferência em um sistema

de malha aberta com uma entrada degrau unitário. Utilizando o Software MATLAB, aplicou-se tal método, o código usado pode ser encontrado no Apêndice A. O ponto de inflexão e a reta tangente foram evidenciados na Figura 11, assim como os parâmetros que serão utilizados nas técnicas de ajuste.

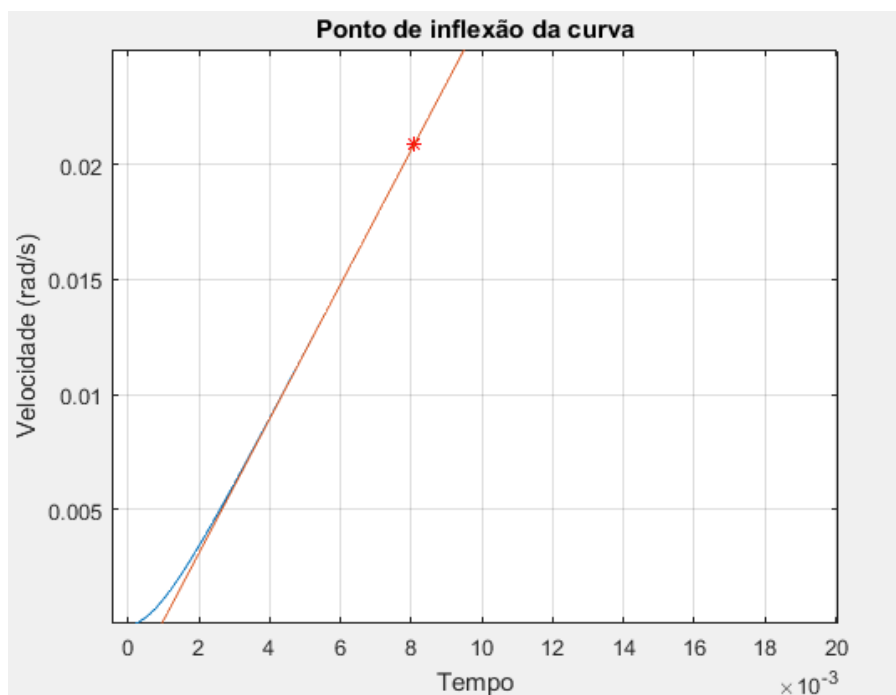
Figura 11 - Resposta a malha aberta da Planta 1



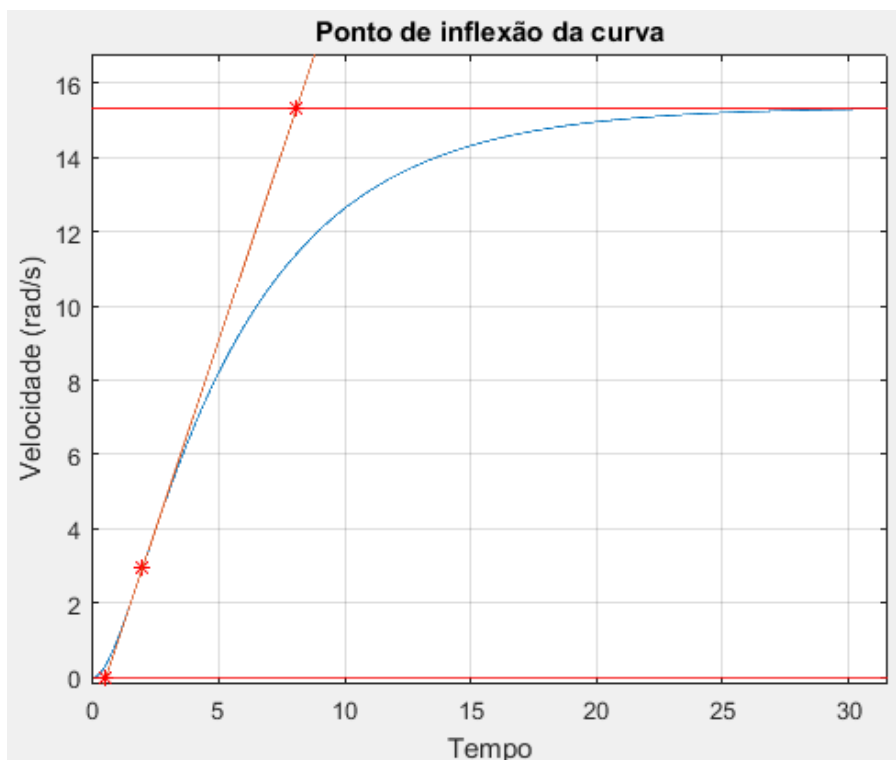
Fonte: Autoria Própria

Uma característica essencial para que esse método seja aplicado, é que a resposta ao degrau em malha aberta seja uma curva em S. A resposta a malha aberta da Planta 1, apresentada na Figura 11 é uma curva em S, mas o ponto de inflexão é tão próximo do zero que fica difícil de identificar nessa imagem. Na Figura 12 pode-se ver melhor essa característica, aproximando a vista no ponto de inflexão.

De forma análoga, aplicou-se a entrada em degrau unitário para a Planta 2, em que a resposta encontrada é apresentada na Figura 13. Essa simulação foi encontrada através do código mostrado no Apêndice A, mudando o valor da indutância de armadura.

Figura 12 - Resposta a malha aberta da Planta 1 - Aproximando o ponto de inflexão

Fonte: Autoria Própria

Figura 13 - Resposta a malha aberta da Planta 2

Fonte: Autoria Própria

Diferente da resposta encontrada na Planta 1, a segunda planta apresenta um comportamento em S mais visível. Entretanto, em questão das especificações, ambas possuem um tempo de acomodação próximos e atingem o mesmo valor em regime permanente.

Para facilitar a análise, a Tabela 8 apresenta para as Plantas 1 e 2 os valores do tempo de acomodação, tempo de subida, valor em regime permanente (Δy) e o tempo de inflexão (T_x), que é o tempo até a reta tangente interceptar o sinal da resposta.

Tabela 8 - Parâmetros das respostas do sistema em malha aberta				
Plantas	T_x (s)	T_r (s)	T_s (s)	Δy
1	0,008	11,24	19,3	15,33
2	1,977	11,43	19,7	15,33

Fonte: Autoria Própria

É possível perceber que apesar do tempo de acomodação e o valor em regime permanente para ambas as plantas serem parecidos, o aumento no valor da indutância de armadura na Planta 2 alterou o tempo de subida dessa resposta, deixando-a mais lenta, contudo, a maior diferença está no tempo de inflexão, visto que a resposta em malha aberta da segunda planta demora muito mais para gerar a inflexão. A Tabela 9 evidencia os valores colhidos dessa simulação, que serão usados para os cálculos dos controladores.

Tabela 9 - Parâmetros do método de curva de reação das plantas apresentadas				
Plantas	L	T	θ	K
1	$9,33 \cdot 10^{-4}$	5,26	$1,77 \cdot 10^{-4}$	15,33
2	0,5226	7,58	0,0690	15,33

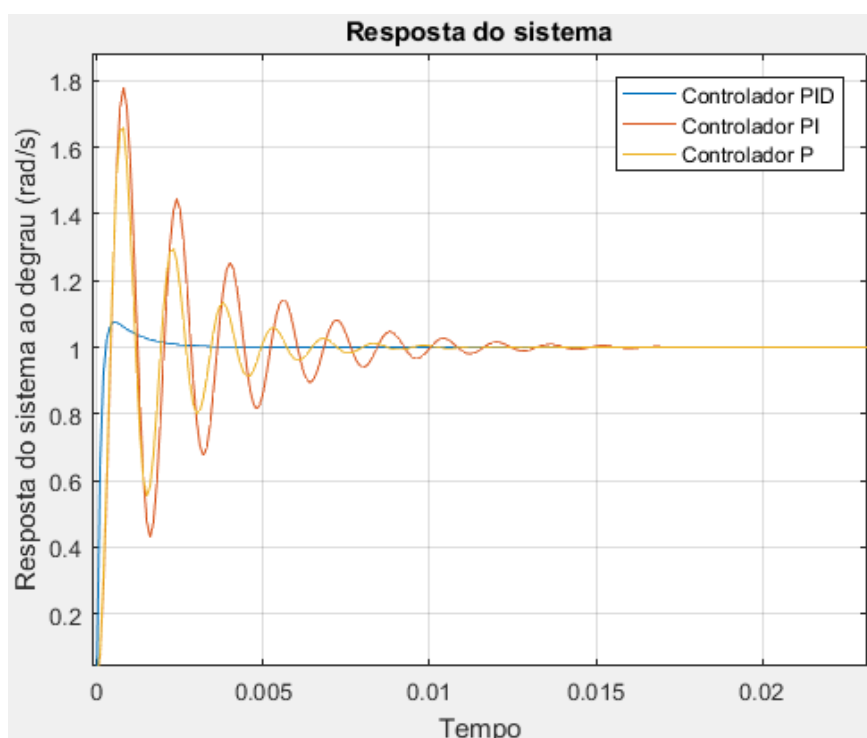
Fonte: Autoria Própria

A Tabela 9 mostra uma grande diferença entre as duas funções na constante de tempo morto e no tempo morto normalizado, entretanto, mostra uma igualdade no valor do ganho estático. Com os valores dos parâmetros definidos, é possível aplicar os métodos de sintonia.

3.3 APLICAÇÃO DO MÉTODO DE ZIEGLER E NICHOLS

O método de Ziegler-Nichols foi aplicado para encontrar os parâmetros K_p , T_i e T_d , nos controladores P, PI e PID, utilizando as equações apresentadas na Tabela 1. Na Figura 14 é possível encontrar as respostas do sistema utilizando esses controladores e a Planta 1 como função de transferência. O código usado para essa simulação pode ser encontrado no Apêndice A.

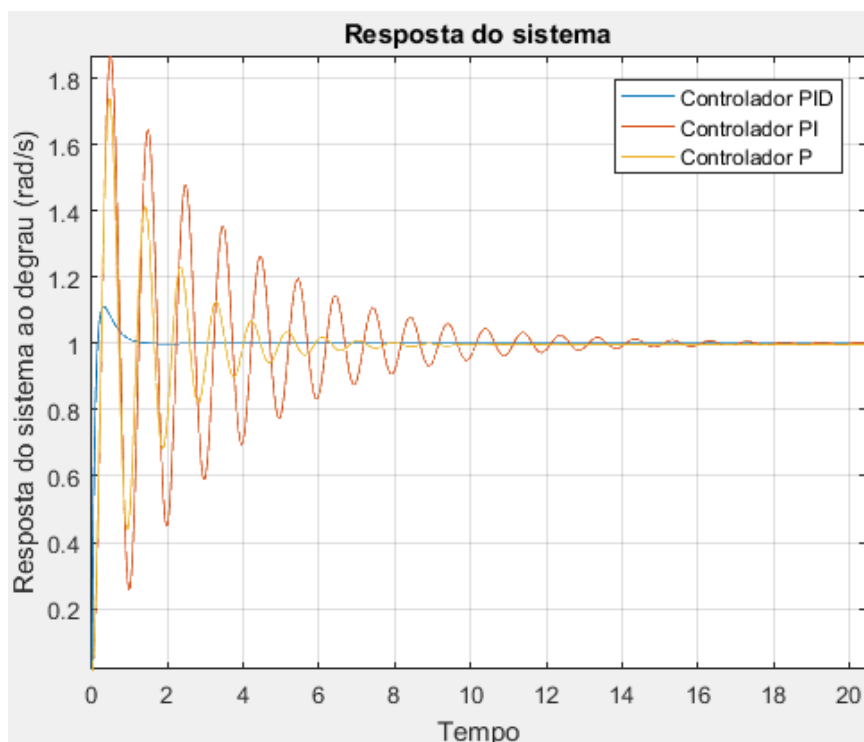
Figura 14 - Resposta do sistema aplicando o método de Ziegler-Nichols na Planta 1



Fonte: Autoria Própria

O mesmo foi feito para a Planta 2 e pode-se conferir o resultado na Figura 15. De maneira parecida, os controladores encontrados aplicando a técnica de ajuste de Ziegler-Nichols, para ambas as plantas, ajustaram a saída do sistema para o valor desejado, de mesma amplitude que a entrada. Também é possível notar que o mesmo controlador tem uma resposta parecida, independente da função de transferência aplicada.

Figura 15 - Resposta do sistema aplicando o método de Ziegler-Nichols na Planta 2



Fonte: Autoria Própria

Entretanto, uma nítida diferença é o tempo que ambos alcançam a estabilidade. A Planta 1 em malhar aberta já conseguia obter a estabilidade de forma mais rápida em comparação com a Planta 2, contudo, aplicando o controlador, essa diferença acentuou-se. Para os controladores P e PI, ocorreram algumas oscilações para acomodarem-se, e é visível nas Figuras 14 e 15 que na Planta 1 a quantidade de oscilações é menor que na Planta 2.

Já o controlador PID aplicado nas duas plantas apresentou uma característica de resposta muito parecida, com o menor sobressinal entre os controladores, e com os tempos de subida e acomodação mais viáveis.

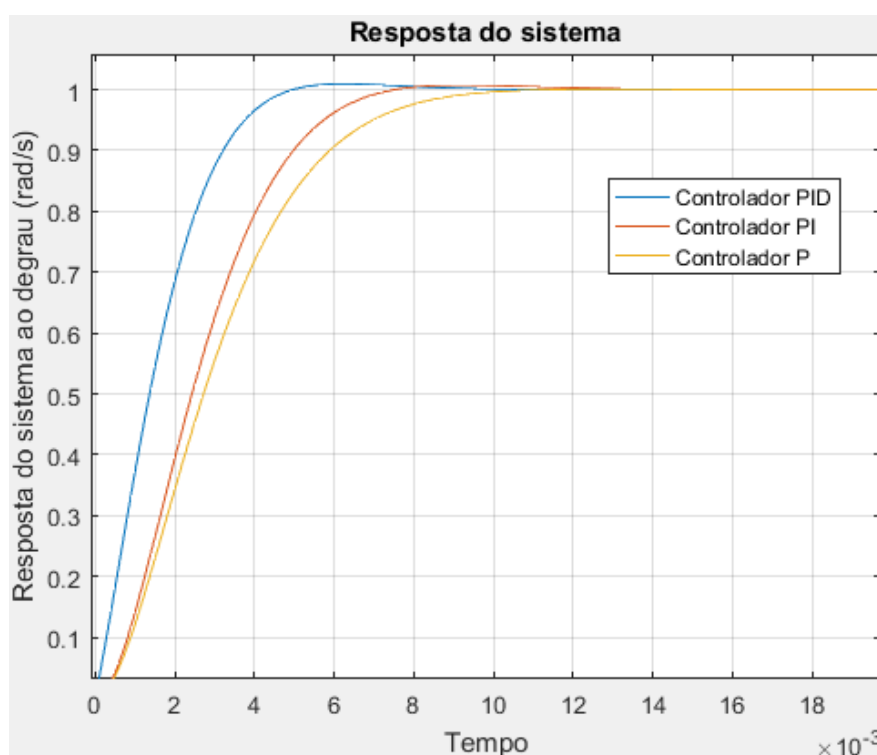
3.4 APLICAÇÃO DO MÉTODO DE CHR 0 % DE SOBRESSINAL

De forma análoga à seção anterior, os valores para os parâmetros dos controlares P, PI e PID foram obtidos utilizando o método de CHR – 0 % de sobressinal, por meio das equações apresentadas na Tabela 2. A Figura 16 evidencia os resultados encontrados quando aplicado na Planta 1.

Da mesma forma, utilizou-se os controladores sintonizados pelo método de CHR – 0 % de sobressinal na Planta 2 e os resultados podem ser vistos na Figura 17.

Ao analisar as simulações, encontrou-se diferenças no comportamento das respostas das duas plantas. As respostas da Planta 1 apresentam uma característica superamortecida, não apresentando sobressinal, assim como indicado na teoria. Além disso, o controlador PID dessa planta apresenta um tempo de subida e de acomodação menores que dos outros controladores, tornando-o o melhor para uso.

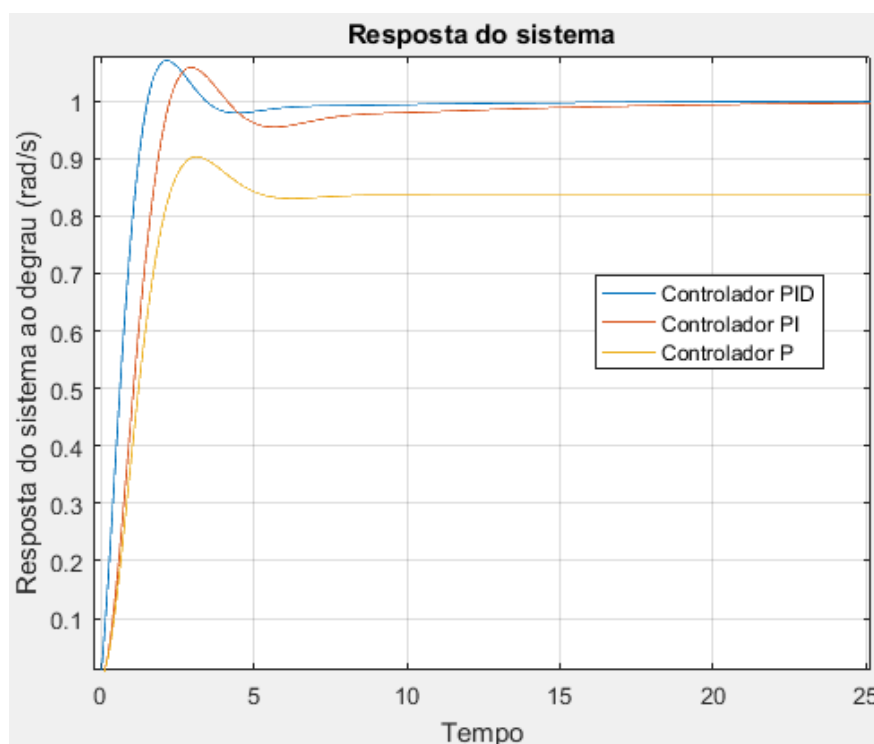
Figura 16 - Resposta do sistema aplicando o método de CHR – 0 % de sobressinal na Planta 1



Fonte: Autoria Própria

Em contradição, as respostas da Planta 2 apresentam um sobressinal um pouco mais elevado, e uma característica subamortecida com poucas oscilações. Além disso, o controlador P não conseguiu atingir o valor desejado em regime permanente. Todavia, o melhor controlador dessa planta foi também o PID, visto que apresenta menor valor nos tempos de subida e acomodação, porém, com um sobressinal um pouco maior que o controlador PI.

Figura 17 - Resposta do sistema aplicando o método de CHR – 0 % de sobressinal na Planta 2



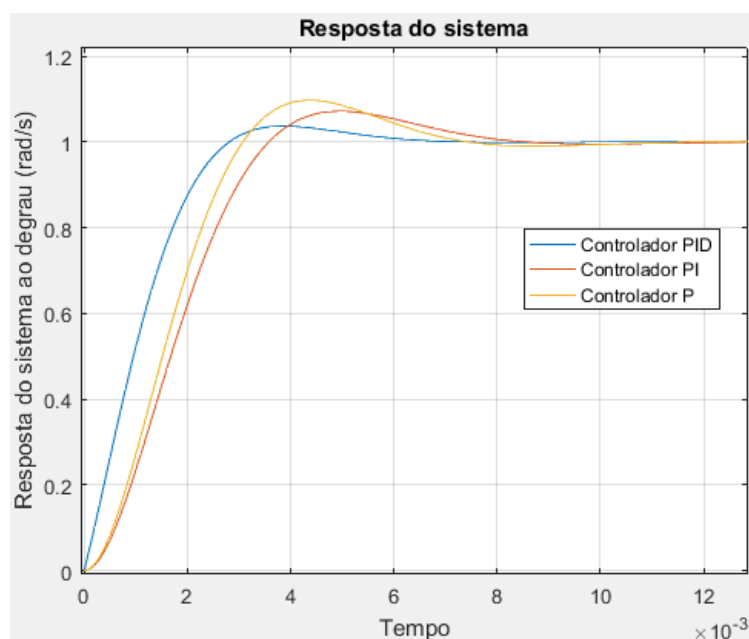
Fonte: Autoria Própria

O método de CHR 0 % de sobressinal teve dificuldades de diminuir o valor do sobressinal na Planta 2. Isso ocorre, pois, esse método é indicado para uso em sistemas industriais com rápido tempo de subida e acomodação.

3.5 APLICAÇÃO DO MÉTODO DE CHR 20 % DE SOBRESSINAL

Utilizando a Tabela 3, foi possível encontrar as respostas do sistema utilizando o método de CHR – 20 % de sobressinal para os controladores P, PI e PID. Esse método tem como característica a obtenção de um valor maior que sobressinal, em função de obter uma resposta mais rápida. Na Figura 18 apresenta-se o resultado para a Planta 1.

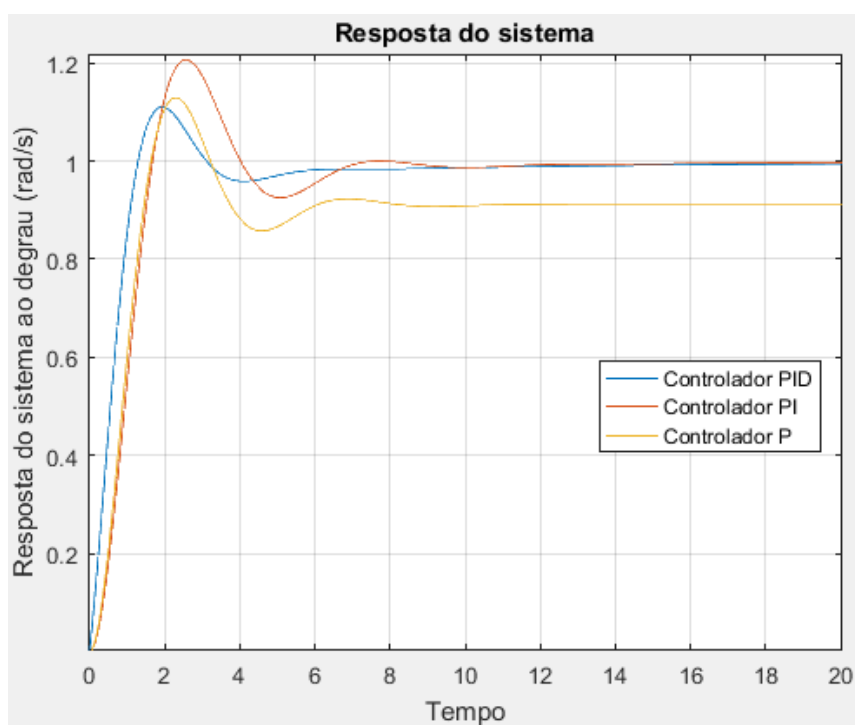
Figura 18 - Resposta do sistema aplicando o método de CHR - 20 % de sobressinal na Planta 1



Fonte: Autoria Própria

A Figura 19 evidencia o mesmo método aplicado para a Planta 2.

Figura 19 - Resposta do sistema aplicando o método de CHR – 20 % de sobressinal na Planta 2



Fonte: Autoria Própria

Assim como na seção anterior, o comportamento das respostas varia com a mudança de planta. Para a Planta 1 foram mostrados bons resultados, apresentando a resposta com o controlador PID como a mais satisfatória, entretanto, não atingiu o 20 % de sobressinal como indicado para o presente método.

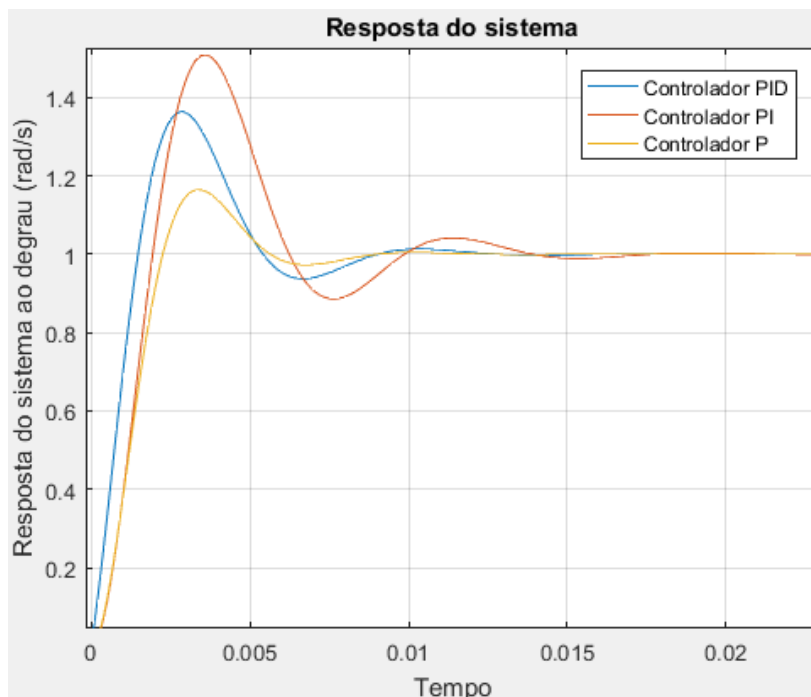
Para a Planta 2, foi obtido um comportamento mais condizente com a teoria, sendo que o controlador PI atingiu o valor de sobressinal esperado, contudo, o controlador PID apresentou uma resposta mais rápida, com um sobressinal menor, e o controlador P não encontrou a saída nominal desejada em regime permanente.

Analisando os dois métodos de CHR aplicado, obteve-se a constatação que o controlador P não pode ser aplicado para a Planta 2. Além disso, as respostas obtidas na aplicação da Planta 1 foram mais satisfatórias, principalmente no método de atenuação do sobressinal.

3.6 APLICAÇÃO DO MÉTODO DE COHEN-COON

O método deste tópico tem seus cálculos datados na Tabela 4. A Figura 20 mostra as respostas do sistema aplicando o método de Cohen-Coon nos controladores P, PI e PID na Planta 1.

Figura 20 - Resposta do sistema aplicando o método de Coheen-Coon na Planta 1



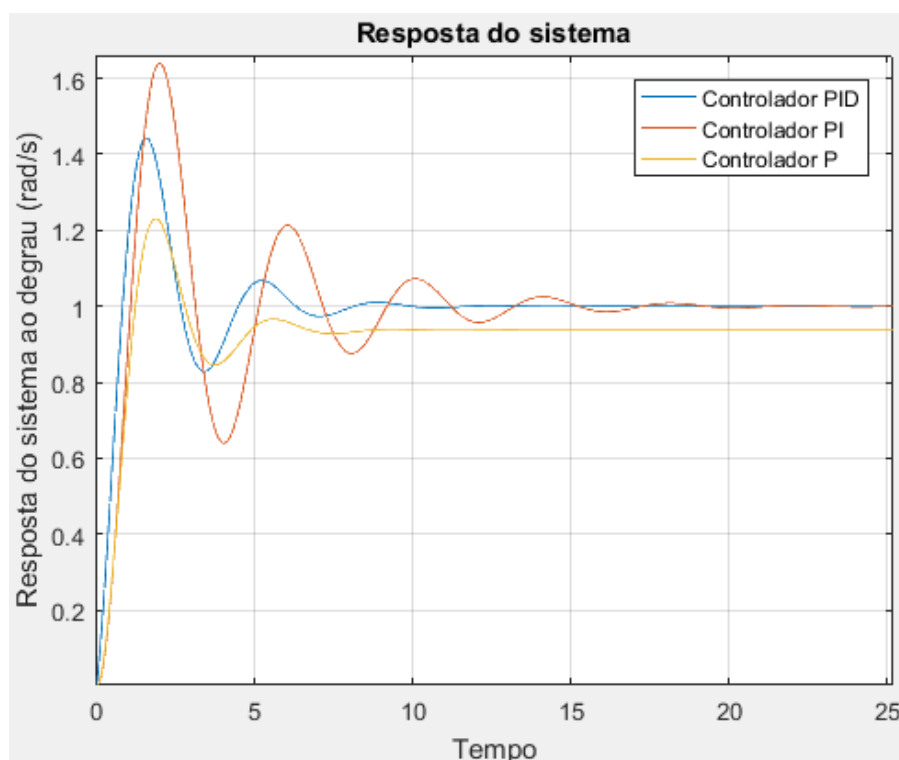
Fonte: Autoria Própria

De forma análoga, esse método foi aplicado para a Planta 2 e os resultados podem ser encontrados na Figura 21.

As respostas para o método de Coheen-Coon não foram as mais satisfatórias, visto que nenhuma das plantas apresenta a condição para utilizar o método, que é $0,6 < \theta < 4,5$. Os valores do tempo morto normalizado das duas funções são menores que 0,6.

A Planta 1 apresenta um tempo de subida pequeno, mas não consegue estabilizar-se sem antes apresentar um sobressinal bem elevado e com duas oscilações antes da acomodação.

Figura 21 - Resposta do sistema aplicando o método de Coheen-Coon na Planta 2



Fonte: Autoria Própria

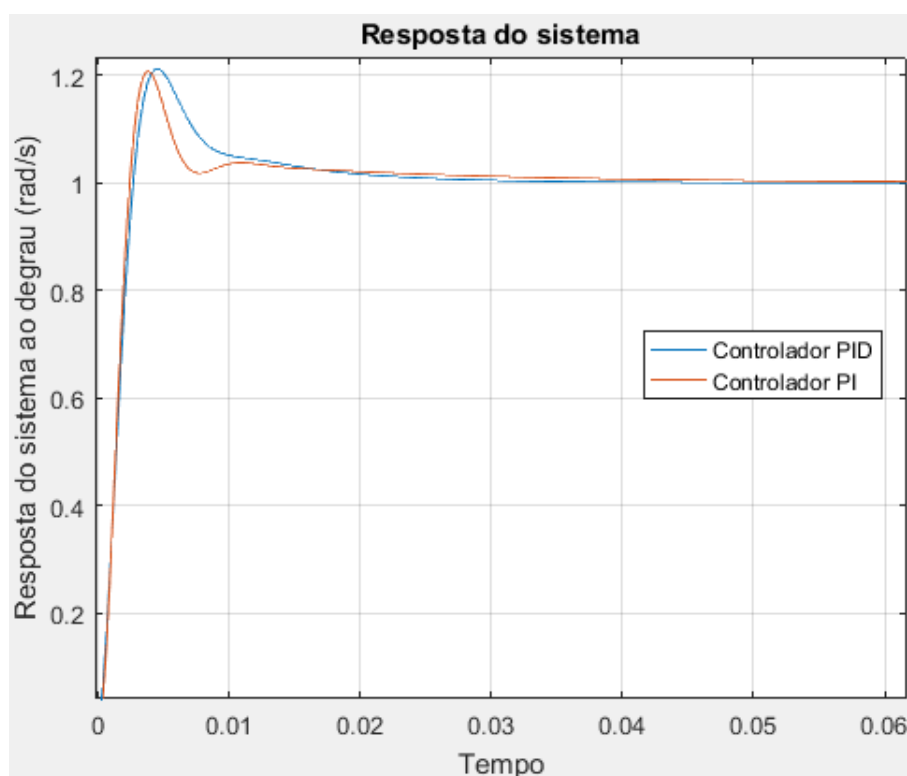
De forma parecida, a Planta 2 apresenta um alto sobressinal, conjecturado com um número maior de oscilações. Além disso, o sistema com o controlador P não atingiu o valor de saída desejado em regime permanente.

3.7 APLICAÇÃO DO MÉTODO DA INTEGRAL DO ERRO (IAE)

O método da integral do erro utiliza-se da integral do módulo do erro (IAE), e apresenta as equações para os cálculos dos controladores PI e PID na Tabela 5. Aplicando tais equações com a utilização dos parâmetros da curva de reação da Planta 1, obtém-se os resultados mostrados na Figura 22.

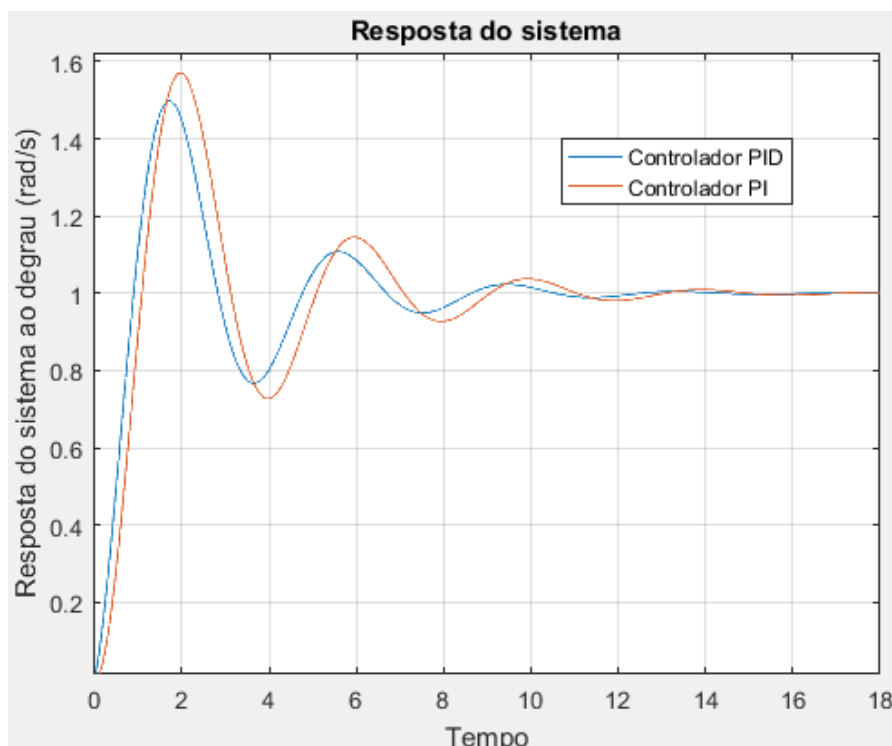
Utilizando esse método na Planta 2, obtém-se as respostas mostradas na Figura 23. A teoria indica que a condição para que esse método seja satisfatório é que a planta tenha um valor de tempo morto normalizado entre 0 e 1. Ambos as plantas cumprem essa condição. A Planta 2 apresenta um sobressinal elevado, e um comportamento de um sistema subamortecido, enquanto a Planta 1 mostra um sobressinal menor, com um decaimento gradual até atingir o regime permanente.

Figura 22 - Resposta do sistema aplicando o método IAE na Planta 1



Fonte: Autoria Própria

Figura 23 - Resposta do sistema aplicando o método IAE na Planta 2



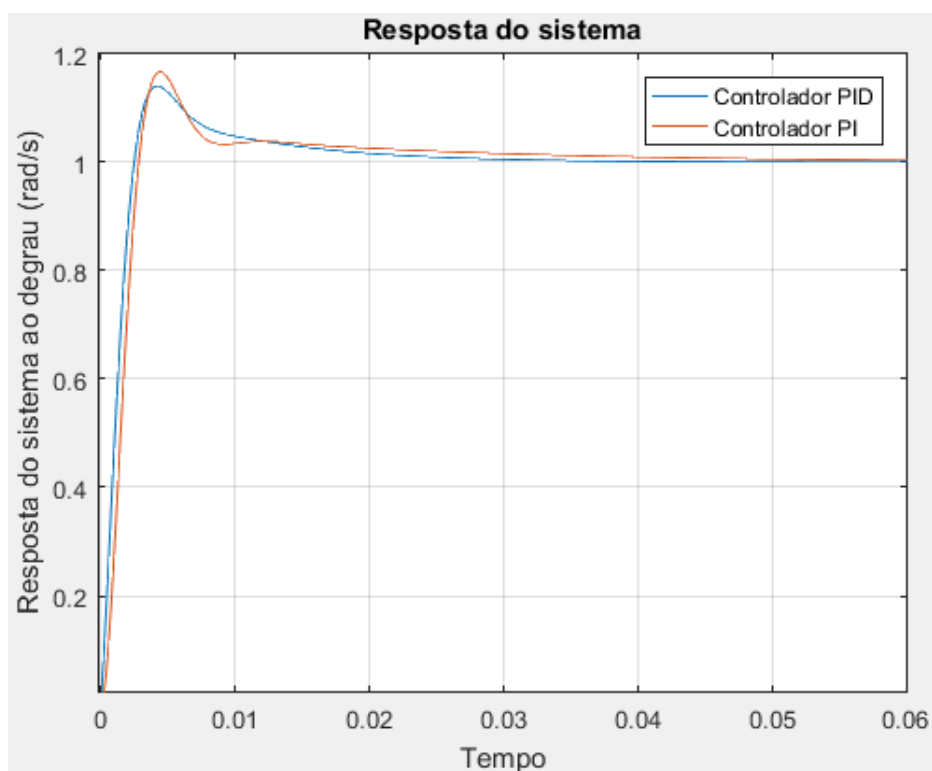
Fonte: Autoria Própria

Entre todas as respostas vistas até agora, as da Planta 1 com a sintonia dos controladores com o método IAE são as que apresentaram um comportamento mais diferente, atingindo seu valor de pico rapidamente e decaindo de forma mais veloz e acentuada.

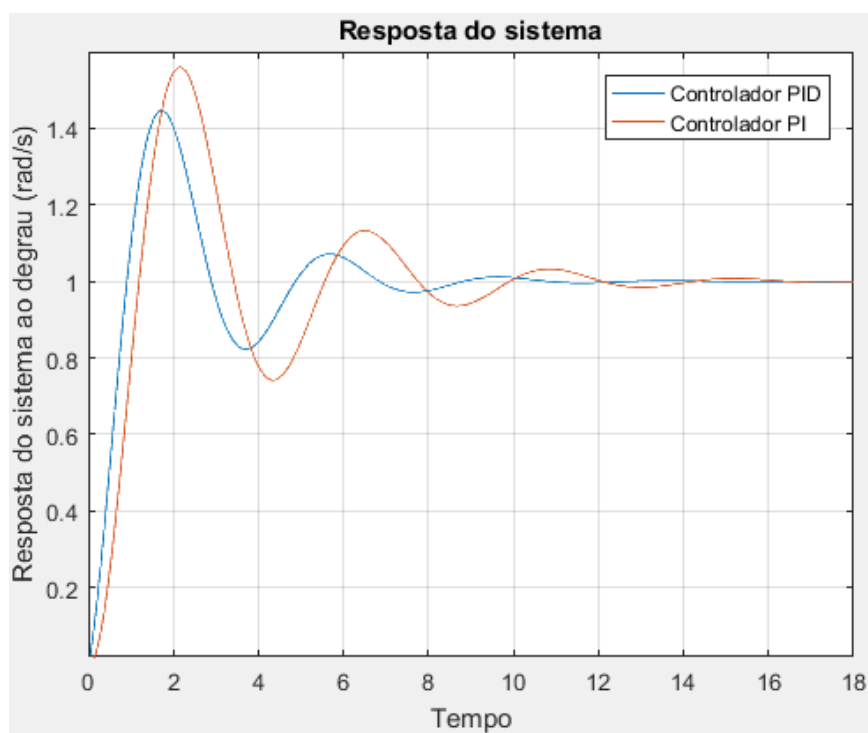
3.8 APLICAÇÃO DO MÉTODO DA INTEGRAL DO ERRO (ITAE)

A Tabela 5 também apresenta os cálculos para o método da integral do módulo do erro vezes o tempo (ITAE) para os controladores PI e PID. Dessa forma, a Figura 24 apresenta os resultados da simulação utilizando esse método com os parâmetros da curva em malha aberta da Planta 1.

A Figura 25 evidencia as respostas obtidas aplicando o método em questão para a Planta 2. Esse método apresenta características de resposta parecida com a do método IAE, nas duas plantas, porém apresentando um sobressinal menor.

Figura 24 - Resposta do sistema aplicando o método ITAE na Planta 1

Fonte: Autoria Própria

Figura 25 - Resposta do sistema aplicando o método ITAE na Planta 2

Fonte: Autoria Própria

3.9 APLICAÇÃO DO MÉTODO DO MODELO INTERNO (IMC)

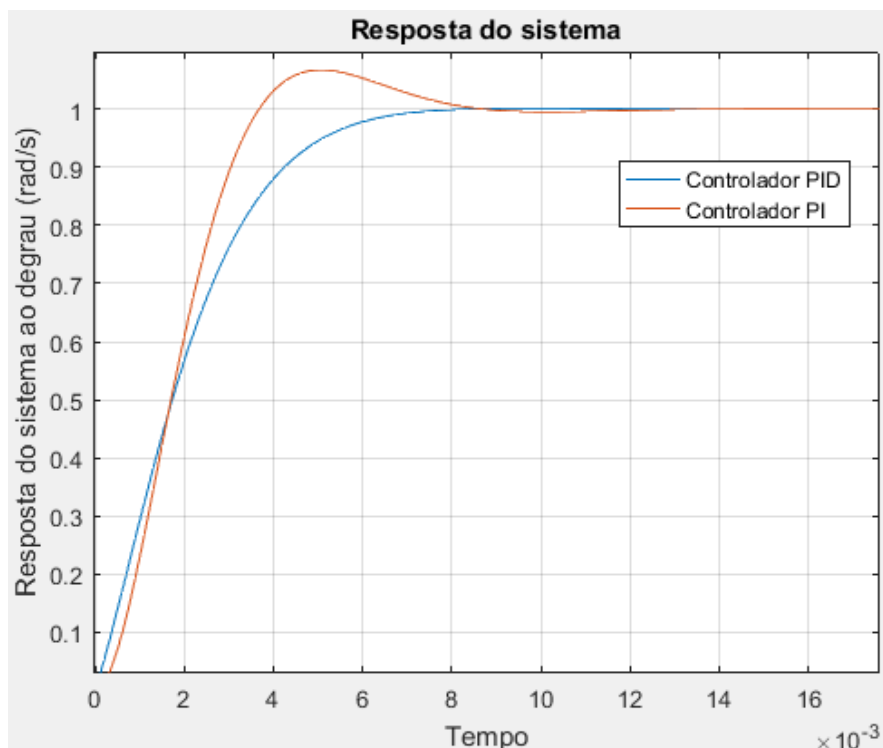
O método do modelo interno tem as equações relatadas na Tabela 7. A mesma indica que a sugestão para utilização do método é usar $(\lambda/L) > 1,71$. Dessa forma, o valor do parâmetro de desempenho foi escolhido por meio da Equação (36).

$$\lambda = 1,71 \cdot L \quad (36)$$

Assim, foi aplicado tal método para encontrar os parâmetros dos controladores PI e PID. A Figura 26 mostra as respostas do sistema para a Planta 1.

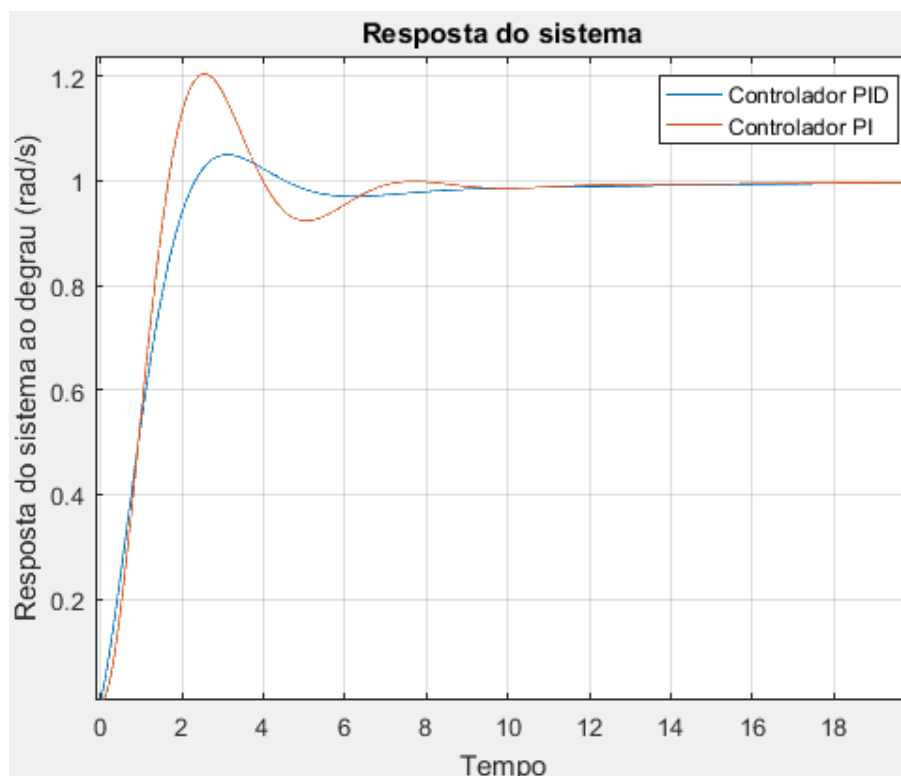
A Figura 27 mostra os resultados do método aplicado para a Planta 2. Nenhuma das plantas apresenta a condição descrita na teoria para uma utilização satisfatória desse método, por tal, as respostas obtidas apresentam parâmetros maiores quando comparados com as técnicas apresentadas. A Planta 1 apresentou um baixo valor de sobressinal, principalmente no controlador PID. Já Planta 2 apresenta um sobressinal mais elevado.

Figura 26 - Resposta do sistema aplicando o método IMC na Planta 1



Fonte: Autoria Própria

Figura 27 - Resposta do sistema aplicando o método IMC na Planta 2



Fonte: Autoria Própria

O comportamento da resposta na Planta 2 apresenta um caráter subamortecido, com poucas oscilações, em contradição com o comportamento da resposta na Planta 1, com a saída superamortecida. Diminuindo o valor do parâmetro de desempenho é detectado um maior valor de sobressinal, entretanto, uma resposta mais rápida é obtida.

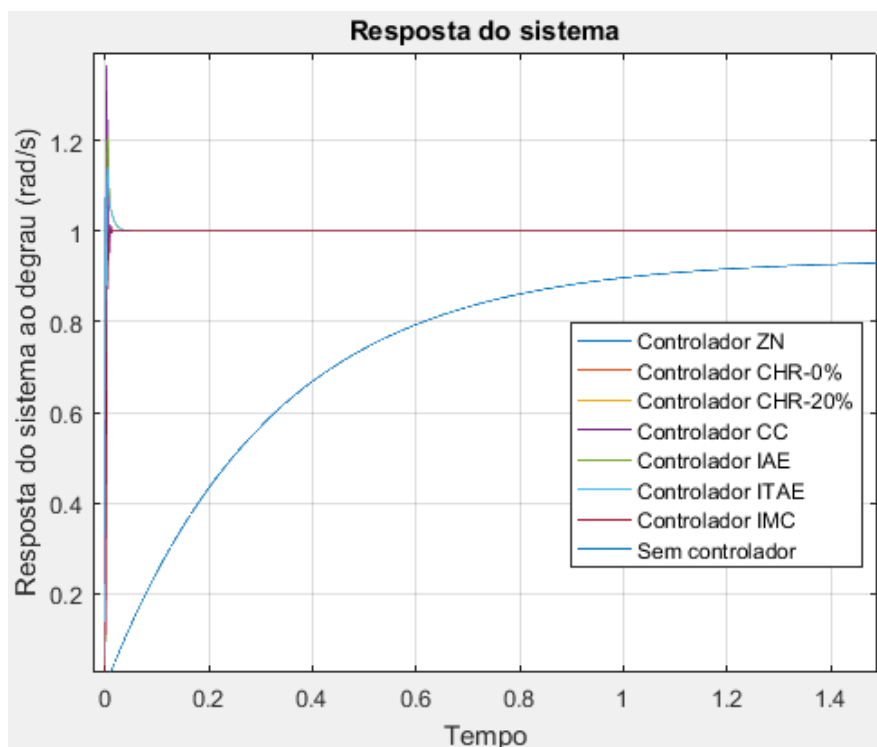
3.10 COMPARAÇÃO DOS RESULTADOS

Para a comparação dos resultados foi escolhido utilizar apenas as respostas dos controladores PID como base, pois, na maioria dos métodos de sintonia apresentados, esses foram os que apresentaram os melhores resultados. Todas as respostas foram adquiridas através do código discriminado no Apêndice A, alterando de L_a para alterar a planta e mudando as fórmulas de K_p , T_i e T_d afim de alterar o método de ajuste utilizado.

A Figura 28 apresenta todas as respostas do sistema na Planta 1, utilizando o controlador PID, indicando a discrepância entre as respostas do sistema com

controlador e sem o mesmo. Sem o controlador, além de não atingir o valor desejado, o sistema se estabiliza em um tempo muito maior comparado com os sistemas controlados. Para melhor visualizar o comportamento das curvas, a Figura 29 mostra as mesmas respostas da Figura 28, porém modificando a escala do eixo do tempo.

Figura 28 - Resposta do sistema aplicando todos os métodos na Planta 1



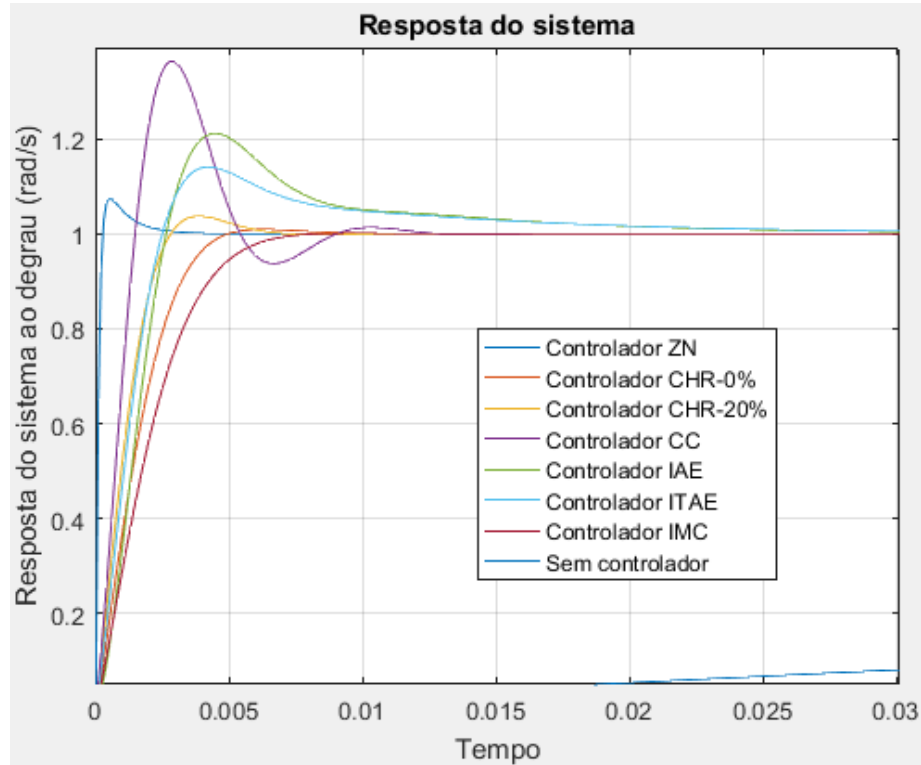
Fonte: Autoria Própria

Afim de retratar melhor os comportamentos das respostas utilizando os controladores PID para a Planta 1, a Tabela 10 evidencia os dados de cada resultado, mostrando os parâmetros dos controladores e as especificações que definem as curvas, o sobressinal máximo, tempo de subida, tempo de pico e tempo de acomodação.

Como dito anteriormente, o sistema sem controle da Planta 1 apresenta um comportamento superamortecido, contudo, as respostas dos sistemas controlados apresentam uma diversificação em seu comportamento. Em dois casos, o tempo de acomodação foi menor do que o tempo de pico, nos métodos de CHR – 0 % e no IMC, isso ocorre pois o pico do sistema é dado pelo valor de regime permanente, dessa forma, ele acomoda-se antes de encontrar o seu valor máximo. Diferentemente dos

outros controladores, que apresentam um valor de sobressinal e tem sua acomodação posterior a isso.

Figura 29 - Resposta do sistema aplicando todos os métodos na Planta 1 - Melhor visualização



Fonte: Autoria Própria

Tabela 10 - Parâmetros do sistema aplicando todos os métodos na Planta 1

Método de sintonia	K_p	T_i	T_d	%UP	T_r (ms)	T_p (ms)	T_s (ms)
Ziegler-Nichols	6672,3	0,0019	0,0005	7,46	0,178	0,5	1,55
CHR – 0 %	220,47	5,2570	0,0005	0,94	2,919	6,2	4,29
CHR – 20 %	349,08	7,1337	0,0004	3,68	1,914	3,9	4,87
Cohen-Coon	496,08	0,0023	0,0003	36,31	1,139	2,9	8,31
IAE	266,52	0,0093	0,0001	21,13	1,892	4,5	16,7
ITAE	315,49	0,0106	0,0004	14,06	1,845	4,2	16,3
IMC	166,28	5,2574	0,0005	0,12	3,890	9,8	6,08

Fonte: Autoria Própria

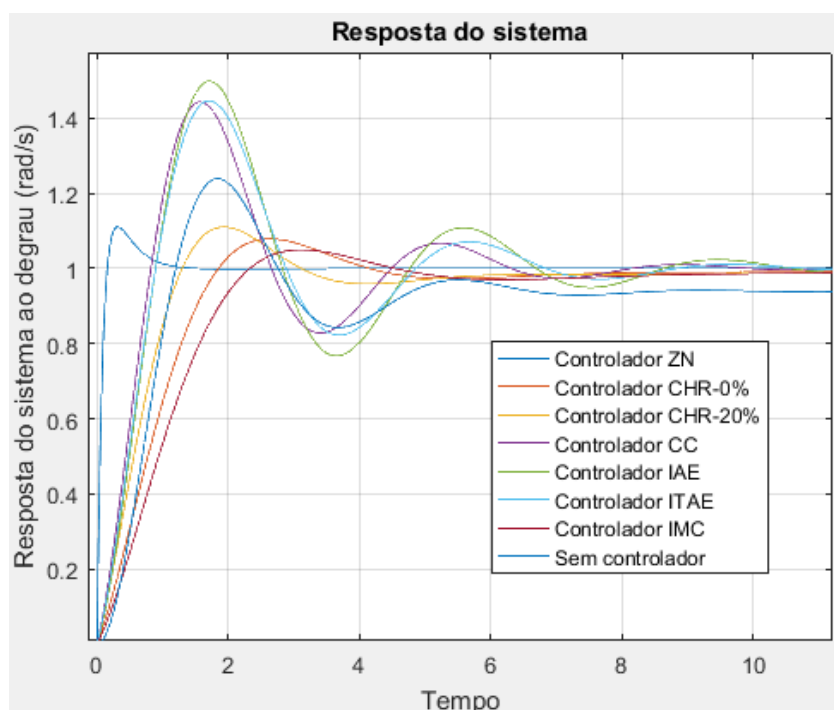
O método de Cohen-Con foi o que se diferenciou no comportamento, pois apresenta uma resposta subamortecida com o maior sobressinal apresentado entre todos os métodos de sintonia apresentados no presente trabalho. Em questão de tempo de subida, o método que apresentou o menor valor foi o de Ziegler-Nichols, assim como no tempo de pico e no tempo de acomodação.

Comparando o sobressinal máximo é possível perceber que os métodos de CHR-0 % de sobressinal e IMC atenuaram bastante o sobressinal, entretanto, esses sistemas demoraram a acomodar-se. Contudo, em Ziegler-Nichols e CHR-20 % de sobressinal, têm-se um valor pequeno de sobressinal, entre 0 e 10 %, e além disso, apresentam um tempo de subida mais rápidos que os demais.

A mesma comparação foi realizada com a Planta 2, a Figura 30 evidencia todas as curvas de resposta utilizando os controladores PID, juntamente com a resposta do sistema sem controle.

A resposta sem controlador atinge a estabilidade com um tempo bem parecido, se comparado com os sistemas aplicando o controlador PID, porém como mencionado anteriormente não obtém o valor desejado em regime permanente. A Tabela 11 mostra os parâmetros dos controladores PID aplicados na Planta 2 e as especificações das respostas.

Figura 30 - Resposta do sistema aplicando todos os métodos na Planta 2



Fonte: Autoria Própria

Tabela 11 - Parâmetros do sistema aplicando todos os métodos na Planta 2

Método de sintonia	K_p	T_i	T_d	%UP	T_r	T_p	T_s
Ziegler-Nichols	17,3998	1,0452	0,2613	11,05	0,11	0,31	0,84
CHR – 0 %	0,5674	7,5775	0,2613	7,92	1,33	2,63	6,54
CHR – 20 %	0,8983	10,282	0,2472	11,16	0,96	1,93	5,75
Cohen-Coon	1,2929	1,1696	0,1909	44,32	0,63	1,57	4,38
IAE	1,0986	1,1646	0,1746	49,85	0,68	1,71	4,69
ITAE	1,1136	1,2506	0,2018	44,63	0,68	1,72	4,76
IMC	0,4426	7,8388	0,2526	5,05	1,63	3,12	8,12

Fonte: Autoria Própria

A resposta do sistema sem controlador apresenta uma característica subamortecida, assim como na maioria dos sistemas com controladores. O único que apresenta um comportamento diferente, é o Método de Ziegler-Nichols, e além disso, esse método tem os menores valores de tempo de subida, de pico e tempo de acomodação.

As respostas dos sistemas controlados da Planta 2 apresentam em média um sobressinal máximo maior quando comparadas com as respostas dos sistemas controlados da Planta 1.

Analisando as Tabelas 9 e 10, percebe-se que o motivo do método de Ziegler-Nichols apresentar uma resposta diferente e de melhores resultados é devido o valor do ganho proporcional aplicado. Em ambas as plantas esse valor é significativamente maior que os demais métodos, acarretando em uma resposta rápida e eficaz.

Mesmo variando a planta, os métodos de CHR apresentam respostas com comportamentos parecidos. O método com 0 % de sobressinal atinge um valor de sobressinal máximo menor que os outros métodos, mas tem dificuldades com a velocidade de subida, levando mais tempo que os demais para se estabilizar. Em contradição, o método com 20 % de sobressinal não atingiu esse valor em nenhuma das plantas, todavia, apresentou um sobressinal máximo na média.

O método de Cohen-Coon apresentou a pior performance para a Planta 1, e apesar da resposta rápida para a Planta 2, evidenciando um sobressinal máximo elevado.

Nos métodos da integral do erro IAE e ITAE, é possível perceber que ambos possibilitam respostas rápidas e elevados valores de sobressinal máximo na Planta 2, e na Planta 1 uma gradual e lenta acomodação até o valor de saída desejado. Dessa forma, esses métodos não tiveram um desempenho satisfatório quando comparado com os demais.

O método do modelo interno apresentou uma resposta com um baixo valor de sobressinal máximo, mas a resposta mais lenta dentre todas as respostas. Assim, percebe-se que isso foi influenciado pelo valor do parâmetro de desempenho (λ), que foi escolhido dessa forma devido a sugestão da teoria. Percebe-se que esse valor foi sugerido para uma primeira tentativa de sintonia, mostrando uma resposta lenta e funcional, e a partir da diminuição do parâmetro a resposta tende a ser mais rápida, mas o sobressinal mais elevado, de acordo com a literatura.

Em um sistema de controle da velocidade do motor CC, é sugerido que o mesmo apresente uma resposta rápida com o mínimo de sobressinal possível, em ambas as plantas o método que obteve o melhor desempenho foi o de Ziegler-Nichols. Isso não significa que os outros métodos não possam ser utilizados, e por se tratarem de ajustes a partir dos parâmetros da curva de reação, esses métodos podem ser usados como métodos práticos de se ajustar um controlador.

Comparando as respostas dos sistemas em que o controlador PID foi aplicado, percebe-se que a condição primordial foi atingida em todos eles. A estabilidade é alcançada no valor desejado e ocorreu o controle da velocidade na resposta do sistema.

Sobre a comparação das duas plantas, é possível perceber que a mudança no valor da indutância de armadura acarretou em diversas diferenças entre as respostas, porém, as respostas dos sistemas com diferentes métodos mostrou que independente da planta aplicada em sistema de segunda ordem, o método terá suas próprias características. Por exemplo, o método de Ziegler-Nichols apresenta seu sobressinal antes dos demais, isso é evidenciado pelo menor tempo de subida entre eles, o método de CHR – 0 % apresenta uma resposta mais demorada com um sobressinal bem próximo do zero em ambas as plantas, e o método IMC apresenta uma resposta mais lenta em ambos os casos.

Por fim, a Planta 1 apresenta um tempo morto muito menor quando comparado com a Planta 2, e isso acarretou em uma melhor compatibilidade das

técnicas de ajuste, evidenciando menores valores de sobressinal e respostas que seriam certamente usadas em processos industriais.

4 CONCLUSÃO

No presente trabalho, foi proposto uma análise comparativa entre diferentes controladores clássicos (P, PI e PID) e diferentes sintonias para os mesmos, aplicados em um motor de corrente contínua, com o intuito de destacar o comportamento relacionado à partida das máquinas e ao controle de velocidade das mesmas. Foram utilizados métodos clássicos de curva de reação e as simulações foram realizadas pelo software MATLAB, com a finalidade de entender que para cada sistema, um método de sintonia pode ser mais eficiente que outro.

Sobre a função de transferência, foram apresentadas no estudo duas possibilidades, com diferentes valores de indutância de armadura e como essa mudança altera o comportamento da resposta do sistema. O sistema sem controlador mostrou que quando o valor da indutância é significativamente menor que a resistência, o sistema tem uma resposta em malha fechada rápida e superamortecida. Divergindo completamente do sistema com o valor da indutância próxima do valor da resistência, o qual apresentou um tempo morto elevado e uma resposta subamortecida em malha fechada.

Foram aplicados diversos controladores, entretanto, os mais eficientes foram os controladores PID, apresentando em todos os casos a estabilidade e uma curva de respostas mais rápida que o sistema sem controlador. Dentro os métodos de sintonia utilizados, aquele que mostrou o melhor desempenho foi o de Ziegler-Nichols, apresentando um baixo sobressinal e rapidez na resposta em ambas as plantas.

Relacionando as técnicas de ajuste com as duas plantas mostradas no presente trabalho, percebe-se que os métodos apresentaram um desempenho mais robusto na Planta 1, o sistema com baixo valor de tempo morto, e isso ocorreu devido ao fato de ser mais fácil de sintonizar funções que não apresentam muitas oscilações. A Planta 2 mostrou um comportamento difícil de controlar, com um tempo morto alto e predominante, porém, também apresentam resultados satisfatórios quando comparados com o sistema em malha aberta.

Como continuidade do trabalho, é interessante realizar modificações no parâmetro de desempenho no método IMC, afim de descobrir de forma mais detalhada sua característica, e aplicar métodos de sintonia de auto ajuste. Também sugere-se aplicar esses métodos de sintonia em um motor conectado a diferentes

cargas, afim de mostrar como cargas distintas podem requerer diferentes métodos para sintonizar o controlador.

REFERÊNCIAS

CAMPOS, M. C. M. M. De; Teixeira, H. C. G. **Controles típicos de equipamentos e processos industriais**. São Paulo: Editora Edgar Blücher, 2006.

CARVALHO, G. **Máquinas Elétricas: Teoria e Ensaio**. 4. ed. São Paulo: Editora Érica Ltda, 2011.

CHAPMAN, S. J. **Fundamentos de Máquinas Elétricas**. 5. ed. Porto Alegre: AMGH, 2013.

DIAS, B. S. **Análise comparativa do desempenho de um controlador PI e PID aplicado em um motor de corrente contínua**. 2018. 50 f. TCC (Graduação) – Graduação em Engenharia Elétrica, Centro Universitário do Sul de Minas. Varginha, 2018.

FITZFERALD, E; KINGSLAY, C; STEPHEN, U. **Máquinas Elétricas**. 7. ed. Porto Alegre: AMGH, 2014.

KIONG, T et al. **Advances in PID Control: Advances in Industrial Control**. 1. ed. London: Springer-Verlag, 1999.

KOSOW, I. L. **Máquinas Elétricas e Transformadores**. 15. ed. São Paulo: Globo, 2005.

NISE, N. S. **Engenharia de Sistemas de Controle**. 6. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2012.

OGATA, K. **Engenharia de Controle Moderno**. 5. ed. São Paulo: Pearson Education do Brasil, 2010.

PATANÉ, E. J. **Implementação de controle de velocidade em malha fechada para motores de corrente contínua utilizando sistema de aquisição de dados**. 2008. 127 f. Dissertação (Mestrado) – Centro Universitário do Instituto Mauá de Tecnologia (CEUN-IMT). Varginha, 2018. Disponível em: <<https://maua.br/files/dissertacoes/implementacao-de-controle-de-velocidade.pdf>>. Acesso em: 28 mar. 2022.

PINTO, J. E. M. G. **Aplicação prática do método de sintonia de controladores PID utilizando o método do relé com histerese**. 2014. 110 f. Dissertação (Mestrado) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica e de Computação, Universidade Federal do Rio Grande do Norte. Natal, 2014.

RIVERA, D. E; MONARI, M; SKOGESTAD, S. **Internal model control, 4: PID Controller Design**. 1986.

SARAIVA, F. A. **Métodos de sintonia em controladores PID**. 2011. 47 f. TCC (Graduação) – Graduação de Telecomunicações, Centro Universitário La Salle - Unisalle. Canoas, 2011.

SIQUEIRA, A. A. G. **SEM 536 – Sistemas de Controle I: Aula 5 – Controlador PID**. Universidade de São Paulo, 2017.

SOUZA, G. T. de. **Controle e Automação Industrial**. 2014. 131 f. Dissertação técnica (Conclusão de Curso) – Escola Técnica Estadual Pedro Ferreira Alves (ETE). Mongi Mirim, 2014. Disponível em: <http://adjutojunior.com.br/controle_processos/ETE_Mecatronica_Control_e_Automação_Industrial.pdf>. Acesso em: 28 mar. 2022.

STOCKLER, E. **Sintonia de Controladores PID: TCA: Controle de Processos**. Universidade de Brasília, 2012.

TAVARES, P. A. N. **Análise de diferentes tipos de ajuste de um controlador PID aplicado a um motor CC sem escovas**. 2019. 82 f. Monografia (Graduação) – Engenharia Eletrônica – universidade de Brasília (UNB). Brasília, 2019.

TSAI, M; QUY, T. P; WU, B; TSENG C. *Model Construction and Verification of a BLDC Motor Using MATLAB/SIMULINK and FPGA Control*. 2019. 7 f. *Departament of Electrical Engineering Minghsin University of Science and Techonoly. Hsinchu, Taiwan*, 2011.

WEG; Industrias S.A. **Características e Especificações de Motores de Corrente Contínua e Conversores CA/CC**. Disponível em: <<http://ecatalog.weg.net/files/wegnet/WEG-curso-dt-3-caracteristicas-e-especificacoes-de-motores-de-corrente-continua-conversores-ca-cc-artigo-tecnico-portugues-br.pdf>>. Acesso em: 28 mar. 2022.

ZIEGLER, J. G. e NICHOLS, N. B. **Optimum settings for automatic controllers**, Transactions of ASME, 1942.

APÊNDICE A – CÓDIGO UTILIZADO NO MATLAB

A principal toolbox usada no código é chamada *Symbolic Math Toolbox* que possui funções para relacionar as diversas representações entre funções de transferência.

```
%% Método de sintonia - ZIEGLER-NICHOLS
clc;
clear all

%% Entrada dos dados do motor de corrente contínua
J = 0.0005;
b = 0.000089;
kt = 0.0042;
ke = kt;
Ra = 2.875;
La = 0.0027; %Planta 1 (Para Planta 2 utilizar 2.7)

%% Formação da função de transferência
Gaux1 = tf(kt,[La Ra]);
Gaux2 = tf(1,[J b]);
Gaux = Gaux1*Gaux2;
Gconst = tf(ke,1);
Gv = feedback(Gaux,Gconst);

t = 0:0.0001:35;
G = step(Gv,t); %Simulação do sistema em malha aberta

%% Encontrando o ponto de inflexão da curva
Gf = G(length(G))*ones(1,length(t));
G0 = G(1)*ones(1,length(t));
Gdiff = gradient(G,t);
i = find(Gdiff==max(Gdiff));
tdiff = t(i);

%% Encontrando a reta tangente e onde intercepta os eixos
k = tdiff*(1/0.0001);
tang = (t-t(k))*Gdiff(k)+G(k);

L = (t(k)*Gdiff(k) - G(k))/Gdiff(k); %Tempo morto
l = L*(1/0.0001);
k2 = ceil(l);

T1 = (t(k)*Gdiff(k) - G(k) + G(350000))/Gdiff(k);
t1 = T1*(1/0.0001);
k3 = ceil(t1);

T = T1 - L; %Constante de tempo
k = G(length(G))-G(1); %Ganho estático
teta = L/T; %Tempo morto normalizado

%% Definindo os parâmetros dos controladores com o método ZN1
Kp1 = T/L; %Controlador P

Kp2 = 0.9*T/L; %Controlador PI
Ti2 = 3*L;
```

```

Kp3 = 1.2*T/L;                                     %Controlador PID
Ti3 = 2*L;
Td3 = 0.5*L;

%% Simulando o sistema com controlador P
P = tf([Kp1],[1]);
GP = Gv*P;
PFinal = feedback(GP,1);
GPFinal = step(PFinal,t);

%% Simulando o sistema com controlador PI
PI = tf([(Kp2*Td3) Kp2],[Ti2 0]);
GPI = Gv*PI;
PIFinal = feedback(GPI,1);
GPIFinal = step(PIFinal,t);

%% Simulando o sistema com controlador PID
PID = tf([(Kp3*Td3*Td3) (Kp3*Td3) (Kp3)],[Ti3 0]);
GPID = Gv*PID;
PIDFinal = feedback(GPID,1);
GPIDFinal = step(PIDFinal,t);

%% Figura 1 mostra a resposta do degrau em malha aberta, ponto de inflexão
e onde a tangente corta.
figure(1);
plot(t,G), grid on;
hold on
plot(t,Gf, 'r', t, G0, 'r'), grid on
hold on
plot(tdiff, G(i), 'r*'), grid on
hold on
plot(t,tang), grid on;
hold on
plot(L,tang(k2), 'r*'), grid on
hold on
plot(Tl,tang(k3), 'r*'), grid on
title('Ponto de inflexão da curva');
xlabel('Tempo')
ylabel('Velocidade (rad/s)')
grid on

%% Figura 2 mostra a comparação da simulação com os controladores PID, PI e
P.
figure(2);
Graf(1) = plot(t,GPIDFinal), grid on;
hold on
Graf(2) = plot(t,GPIFinal), grid on;
hold on
Graf(3) = plot(t,GPFinal), grid on;
hold off
legend(Graf,'Controlador PID','Controlador PI','Controlador P')
title('Resposta do sistema');
xlabel('Tempo')
ylabel('Resposta do sistema ao degrau (rad/s)')
grid on

```