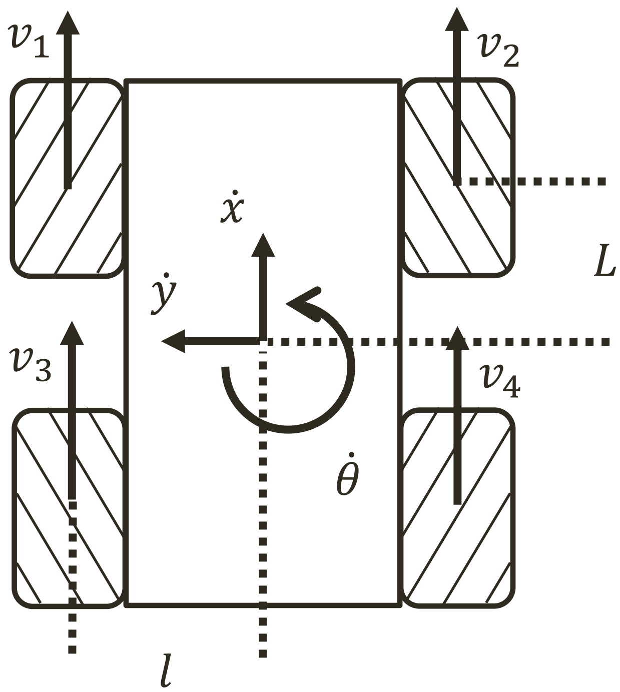
Control cinemático para omnidireccional

Dr. José de Jesús Hernández Barragán
josed.hernandezb@academicos.udg.mx

Preliminares

Esquema de un robot móvil omnidireccional de 4 ruedas.



v_i son las velocidades lineales de actuación de cada rueda i

$\dot{x}$, $\dot{y}$ y $\dot{\theta}$ son las velocidades que se producen en el marco de referencia global

L y l son la medida del centro del robot
al centro de las ruedas

Preliminares (continuación)

Modelo cinemático inverso:

$$\begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \\ v_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sqrt{2}\sin(\alpha) & -\sqrt{2}\cos(\alpha) & -(L+l) \\ \sqrt{2}\cos(\alpha) & \sqrt{2}\sin(\alpha) & (L+l) \\ \sqrt{2}\cos(\alpha) & \sqrt{2}\sin(\alpha) & -(L+l) \\ \sqrt{2}\sin(\alpha) & -\sqrt{2}\cos(\alpha) & (L+l) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{\theta} \end{bmatrix}$$

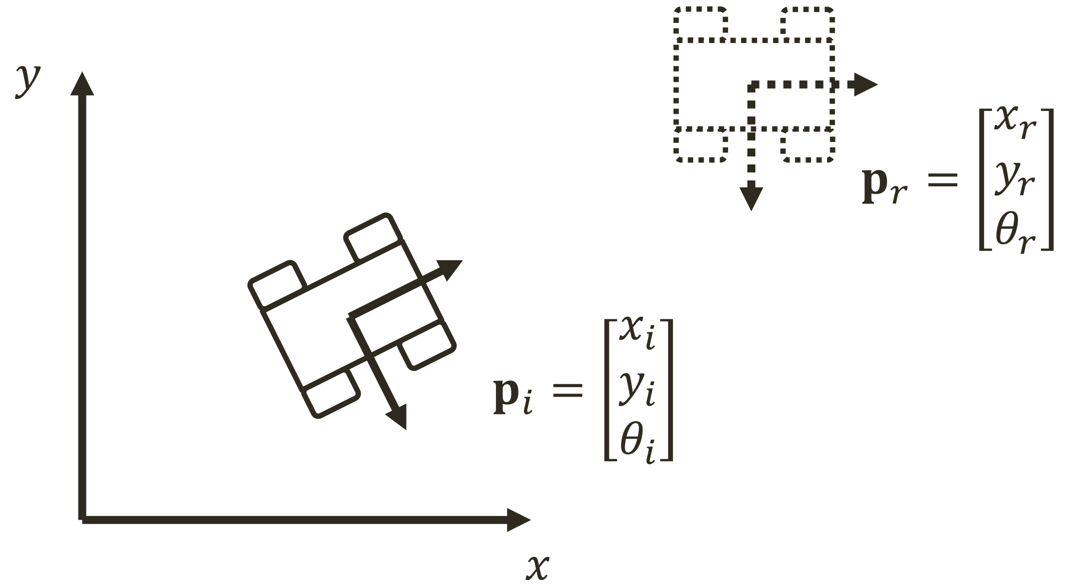
$$\alpha = \theta + {}^{\pi}/_{4}$$

Control para omnidireccional

La pose del móvil esta definida como

$$\mathbf{p} = \begin{bmatrix} x \\ y \\ \theta \end{bmatrix}$$

Dada la pose de referencia $\mathbf{p}_r$ y la pose actual $\mathbf{p}_i$, es posible realizar una tarea de control.



Control para omnidireccional (continuación)

La pose de error $\mathbf{p}_e$ entre $\mathbf{p}_r$ y $\mathbf{p}_i$ se puede calcular como

$$\mathbf{p}_e = \begin{bmatrix} x_e \\ y_e \\ \theta_e \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_r - x_i \\ y_r - y_i \\ \theta_r - \theta_i \end{bmatrix} = [\mathbf{p}_r - \mathbf{p}_i]$$

Es recomendable acotar $\theta_e = [-\pi, \pi]$. Podemos entonces aplicar la siguiente acción de control.

$$\mathbf{u} = \begin{bmatrix} u_x \\ u_y \\ u_\theta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k_x & 0 & 0 \\ 0 & k_y & 0 \\ 0 & 0 & k_\theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_e \\ y_e \\ \theta_e \end{bmatrix}$$

donde k_x, k_y, k_θ son ganacias positivas.

Control para omnidireccional (continuación)

Tenemos que

$$\dot{\mathbf{p}} = \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} = \mathbf{u} = \begin{bmatrix} u_x \\ u_y \\ u_\theta \end{bmatrix}$$

Entonces, aplicamos la acción del control al modelo

$$\begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \\ v_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sqrt{2}\sin(\alpha) & -\sqrt{2}\cos(\alpha) & -(L+l) \\ \sqrt{2}\cos(\alpha) & \sqrt{2}\sin(\alpha) & (L+l) \\ \sqrt{2}\cos(\alpha) & \sqrt{2}\sin(\alpha) & -(L+l) \\ \sqrt{2}\sin(\alpha) & -\sqrt{2}\cos(\alpha) & (L+l) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_x \\ u_y \\ u_\theta \end{bmatrix}$$

Control para omnidireccional (continuación)

Finalmente, tenemos

$$\begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \\ v_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sqrt{2}\sin(\alpha) & -\sqrt{2}\cos(\alpha) & -(L+l) \\ \sqrt{2}\cos(\alpha) & \sqrt{2}\sin(\alpha) & (L+l) \\ \sqrt{2}\cos(\alpha) & \sqrt{2}\sin(\alpha) & -(L+l) \\ \sqrt{2}\sin(\alpha) & -\sqrt{2}\cos(\alpha) & (L+l) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} k_x & 0 & 0 \\ 0 & k_y & 0 \\ 0 & 0 & k_\theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_r - x_i \\ y_r - y_i \\ \theta_r - \theta_i \end{bmatrix}$$