

Fundamentos de Optimización

Segundo obligatorio

2023

Se deberán entregar dos archivos: **un informe en formato pdf**, y un notebook en formato *ipynb* con el código completado. El informe debe ser autocontenido (por ejemplo, si se está comentando una gráfica, la gráfica tiene que estar en el documento). No es necesario que el código se incluya en el informe.

Las resoluciones de los ejercicios pueden ser escaneados si resulta legible.

1.
 - a) Demuestre que si A_1 y A_2 son dos conjuntos convexos, entonces $A_1 \cap A_2$ también lo es.
 - b) Demuestre que si $\{A_i\}_{i \in \mathbb{N}}$ es una familia de conjuntos convexos, entonces $\bigcap_{i \in \mathbb{N}} A_i$ también lo es.
2.
 - a) Implemente el método de descenso por gradiente con dirección de máximo descenso y paso fijo, según especificaciones en el notebook.
 - b) Implemente un método de descenso por gradiente acelerado (Nesterov), según especificaciones en el notebook.
 - c) Pruebe los dos métodos implementados en las dos funciones incluidas (Rosenbrock y $\|Ax - b\|^2$), y:
 - **Experimente con los tamaños de paso.**
 - Compare los métodos en términos de cantidad de iteraciones necesarias y tiempo de ejecución.
 - Grafique la función de error $\|x_k - x^*\|$ en función de las iteraciones. Utilice escala logarítmica en el eje vertical¹.
 - ¿Los métodos son de descenso?
 - Superpuesto a la curva de nivel de la función de Rosenbrock, grafique las trayectorias de ambos métodos.
 - Para cada item, analice, comente y justifique.**
 - d) Modifique el método de descenso por gradiente (en una nueva función) **implementando el paso decreciente**. Pruebe el método en alguna de las funciones y comente.
 - e) Modifique el método de descenso por gradiente (en una nueva función) para corregir la dirección de descenso utilizando el *diagonal scaling*. Utilizando paso fijo², pruebe el método la función de Rosenbrock, compare con el método implementado en a) y comente.

¹Puede ser útil el comando `plt.yscale('log')`

²Cuidado que en este caso puede no tener sentido utilizar el mismo paso para las dos versiones del método a comparar. Elija un paso razonable para cada versión.