Guía 5 resoluciones

Ian Chen

May 28, 2024

Abstract

Principal objetivo del documento es el aprendizaje del LaTeX. Se suponía que iba a poner todas las resoluciones paso a paso pero se me hizo muy difícil y muy largo así que solo pongo las respuestas ahora.

1 Reglas de derivación

1.1 Ejercicio 6

Hallar derivadas de funciones con reglas de derivación.

a) $f(x) = x^3 + x^2 + \sin x$

$$f'(x) = 3x^2 + 2x + \cos x$$

b) $f(x) = x^2 \cos x$

$$f'(x) = \frac{d}{dx}\left(x^2 \cos x\right) = \frac{d}{dx}\left(x^2\right)\cos x + \frac{d}{dx}(\cos x)\, x^2 = 2x\cos x - x^2 \sin x$$

c) $f(x) = 3\sin x$

$$f'(x) = \frac{d}{dx}(3\sin x) = 3\frac{d}{dx}(\sin x) = 3\cos x$$

d) $f(x) = x\ln x$

$$f'(x) = \frac{d}{dx}(x\ln x) = \frac{d}{dx}(x)\ln x + \frac{d}{dx}(\ln x)\, x = \ln x + 1$$

e) $f(x) = x^5 + \frac{1}{x} \to f'(x) = \frac{5x^6-1}{x^2}$
f) $f(x) = e^x + \ln x \to f'(x) = e^x + \frac{1}{x}$
g) $f(x) = x\sin x + e^x \cos x \to f'(x) = \sin x + x\cos x + e^x \cos x - e^x \sin x$
h) $f(x) = \frac{\sin x}{x}$ß$f'(x) = \frac{\cos x - \sin x}{x}$
i)

$$f'(x) = \frac{\cos^2 x - \sin^2 x}{\cos^2 x} = \frac{1}{\cos^2 x}$$

j)

$$f'(x) = \left(3x^2 + 4x + 1\right)\ln x + \frac{1}{x}\left(x^3 + x + 2x^2 + 2\right)$$

k)

$$f'(x) = \frac{(\ln x + 1)\left(x^2 + 1\right) - 2x^2 \ln x}{\left(x^2 + 1\right)^2}$$

l)

$$f'(x) = \frac{1}{x \ln a}$$

m)

$$f'(x) = -\frac{1}{x^2} - \frac{4}{x^3} - \frac{1,5}{\sqrt[3]{x^2}}$$

n)

$$f'(x) = 1 + \frac{(\sin x - \cos x)^2}{(\sin x + \cos x)^2}$$

ñ)

$$f'(x) = \frac{\ln x}{\sqrt[3]{x^2}} + \frac{\sqrt[3]{x}}{x}$$

o)

$$f'(x) = \frac{\log_a x}{x} + \frac{\ln x}{x \ln a} - \frac{1}{x}$$

p)

$$f'(x) = \sinh = \frac{e^x - e^{-x}}{2}$$

q)

$$f'(x) = \cosh = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$$

1.2 Ejercicio 7

Calcular derivadas usando regla de cadena $(f(g(x)))' = g'(x)f'(g(x))$

a)

$$f'(x) = 2x + 2$$

b)

$$f'(x) = 3\,(1 + x)^2$$

c)

$$f'(x) = 2001\,(1 + x)^{2000}$$

d)

$$f'(x) = e^{x+3}$$

e)

$$f'(x) = -3\,(1 - x)^2$$

f)

$$f'(x) = -3\sin(3x)$$

g)

$$f'(x) = -\frac{15x^4}{\cos^2(-3x^5)}$$

h)

$$f'(x) = 12\sin^3 x\cos x$$

i)

$$f'(x) = \frac{1}{x+1}$$

j)

$$f'(x) = \frac{\cos x}{2+\sin x}$$

k)

$$f'(x) = 2e^{\sin x}\cos x$$

l)

$$f'(x) = \frac{4x\ln(x^2+1)}{x^2+1}$$

m)

$$f'(x) = \frac{6\sin x}{(3\cos^2)^2} - \frac{\sin x}{\cos^2 x}$$

n)

$$f'(x) = \frac{2xa^2}{(a^2-x^2)^2}$$

ñ)

$$f'(x) = \cos x\left(3^{\sin x}\ln x + 2\sin x\right)$$

o)

$$f'(x) = \frac{\tan(x)\sec^2(x)}{\sqrt[3]{1+\tan^2(x)}}$$

p)

$$f'(x) = \frac{bx}{\sqrt{a+bx^2}}$$

q)

$$f'(x) = 0$$

r)

$$f'(x) = \frac{2(2x^3+3)\ln(x^2+1) - \frac{(2x)\left(2x^3+3\right)^2}{x^2+1}}{\ln^2(x^2+1)}$$

s)

$$f'(x) = 0$$

t)

$$f'(x) = 0$$

u)

$$f'(x) = \frac{2x^3}{(x^4+1)\sqrt{\ln(x^4+1)}}$$

v)

$$f'(x) = \frac{\sin\left(\frac{x}{2}\right)}{2} - \frac{\sin x}{4\sqrt{\frac{1+\cos x}{2}}}$$

w)

$$f'(x) = \frac{x}{x^2+1}$$

1.3 Ejercicio 8

Calcular derivada de la función siendo $f(x)$ en su dominio de definición.
a) $f(x) = x^x$, $Dom = [0, \infty+)$, $x = e^{\ln x}$

$$f'(x) = \frac{d}{dx}\left(x^x\right) = \frac{d}{dx}\left(e^{\ln(x^x)}\right) = \frac{d}{dx}\left(e^{x\ln x}\right) = \frac{d}{dg}\left(e^g\right)\frac{d}{dx}\left(x\ln x\right)$$

$$= e^g(1+\ln x) = x^x(1+\ln x) = x^x + x^x \ln x$$

b)

$$f'(x) = 3x^{3x} + 3x^x \ln x + a^x \ln a$$

c)

$$f'(x) = 3\sin^{3\ln x}(x)\left(\frac{\cos x \ln x}{\sin x} + \frac{\ln(\sin x)}{x}\right)$$

d)

$$f'(x) = \frac{x^{\sqrt{x}}\ln x + 2x^{\sqrt{x}}}{2\sqrt{x}}$$

e)

$$f'(x) = \frac{(1+\sin x)^{\cos x}\cos^2 x}{1+\sin x} - (1+\sin x)^{\cos x}\sin x \ln(1+\sin x)$$

f)

$$f'(x) = \left(1+\frac{1}{x}\right)^x \ln\left(1+\frac{1}{x}\right) - \frac{\left(1+\frac{1}{x}\right)^x}{x+1}$$