

Superintendencia del Mercado de Valores (SIMV) & La Asociación Dominicana de Sociedades Administradoras de Fondos de Inversión (ADOSAFI)

Primera Edición del Concurso Sobre El Mercado de Capitales Dominicano: Mecanismos de Inversión Colectiva, agosto 2024

# Simulación de un ETF Replicante de un Índice de deuda Gubernamental en el Mercado de Renta Fija Dominicano

Seudónimo: Osarel

Autores: Ian Contreras, Hector Castro y Nicole Duran

Resumen (Abstract):

El presente estudio propone la creación de un Fondo de Inversión Abierto Cotizado que replique un índice financiero compuesto por el universo de instrumentos de deuda pública doméstica disponible en el mercado dominicano. Para minimizar los costos de replicación entre el índice y el fondo, desarrollamos una metodología de replicación sintética basada en la igualación de sensibilidades a los factores de riesgo. Mediante esta metodología, simulamos el fondo y logramos una réplica que conservaba las características de riesgo/retorno del índice con una reducción de la dimensionalidad del portafolio en un 460%. La metodología garantiza una replicación eficiente que minimiza el error de seguimiento y optimiza los costos de gestión. En última instancia, este fondo ofrece a los inversionistas un mecanismo de inversión colectiva con ventajas comparativas respecto a sus pares, y cuya implementación contribuiría significativamente al desarrollo y profundización del mercado de valores dominicano.

**Palabras clave**: Replicación de ETF, Deuda pública dominicana, Mecanismo de Inversión Colectiva, Error de seguimiento, Inmunización de duración

## Contenidos

Introducción	2
Marco Teórico	4
Tracking Error	5
Impacto de los ETFs en Otros Mercados Regionales	5
Descripción del mercado de renta fija gubernamental	7
Datos	8
Metodología	8
Índice de referencia	9
Desarrollo del Modelo	17
Planteamiento tradicional del problema de minimización del tracking error (error de seguimiento	).17
Adaptación del modelo de inmunización de duración para la minimización del tracking error	18
Idiosincrasias del mercado de Renta Fija Dominicano.	22
Resultados	24
Simulación y optimización del ETF por sensibilización de duración.	24
Implicaciones y limitaciones	32
Índice de Deuda Gubernamental de la Republica Dominicana GOBIXDR	32
Implicaciones para la estructuración de ETF en República Dominicana	33
Desafíos en la implementación de un ETF	33
Impacto potencial en el mercado local de renta fija.	33
Conclusión	34
Bibliografía	35
Anexos	37
Abreviaturas	38
Closorio	20

## Introducción

El mercado de capitales en la República Dominicana ha experimentado un notable crecimiento, especialmente en el sector de la renta fija, donde la deuda pública ha adquirido un rol predominante<sup>1</sup>. Desde la implementación del marco regulatorio establecido por la Ley No. 249-17, la participación del sector de administradoras de fondos de inversión como porcentaje del PIB ha aumentado del 0.08% al 3.56% entre 2013 y 2023, lo que representa un crecimiento de 45 veces en esa década. Para marzo 2024, la clase de activo de renta fija representaba un 30% de los fondos de inversión en base a AUM<sup>2</sup>, donde la totalidad son administrados activamente. (ADOSAFI, 2024)

Sin embargo, a pesar del incremento en la emisión de instrumentos financieros, persisten desafíos estructurales que limitan el desarrollo eficiente de este mercado. Entre estos desafíos se encuentran la baja liquidez en el mercado secundario y la falta de mecanismos de formación de precios que reflejen adecuadamente el valor de los activos. Solo el 5% del volumen transado se realiza por la bolsa de valores, y esta cifra es incluso menor si uno toma en cuenta que los fondos de pensión, los cuales manejan grandes volúmenes, están obligados a transar por esta vía. Por lo que, esto demuestra que en el mercado la gran mayoría de operaciones con renta fija pasan en el mercado OTC, y, por lo tanto, con la menor liquidez y descubrimiento de precios que eso conlleva.

Estos problemas no solo afectan la transparencia del mercado, sino que también limitan la capacidad de los inversionistas para tomar decisiones informadas. Volviéndolo una barrera de entrada significativa para potenciales inversionistas, en especial a los inversores extranjeros, dado que estos son más sensibles al riesgo idiosincrático del mercado dominicano.

El patrón de desarrollo observado en el mercado de capitales de la República Dominicana es consistente con lo que se ha visto en otros mercados en desarrollo. En estos mercados, la expansión inicial suele estar liderada por instrumentos de deuda pública, mientras que la evolución hacia un mercado más eficiente, con mayor liquidez y menores costes transaccionales, requiere de una diversificación de los vehículos de inversión acorde a las necesidades del mercado. Viendo el paradigma planteado por nuestros pares regionales (México, Colombia, Brasil, etc.), la nueva frontera a superar es la creación de mecanismos de inversión colectiva pasiva.

El auge de los vehículos de inversión pasiva ha sido la revolución financiera más importante de finales de siglo pasado. Este tipo de vehículos, encabezados por los ETFs, se han convertido en el

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup> Según datos del Banco Central de la República Dominicana (2023), "el volumen de negociación de bonos gubernamentales ha aumentado a una tasa promedio anual del 12% desde 2010" (p. 37). Este crecimiento refleja la creciente confianza de los inversores en la economía dominicana.

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup> AUM: activos bajo administración

vehículo de inversión más importante en la mayoría de los mercados de capitales desarrollados. Lo que comenzó como una herramienta de inversión pasiva basada en los supuestos de la TPM<sup>3</sup>, ahora fungen como mecanismos estructurales de los mercados al garantizar liquidez, spread bidask reducidos y mejoran la formación de precios. Además, los ETFs han demostrado superar en rendimiento a la mayoría de los gestores activos, lo cual ha hecho que la estrategia de inversión pasiva sea la principal tanto en el sector institucional como minorista. Esta revolución en el estilo de inversión ha sido denominada como "The ETF Revolution", y ha sido la tendencia ubicua de manera internacional como regional (Guzman, 2022).

Los ETFs de renta fija permiten a los inversionistas acceder a una cartera diversificada de bonos a través de un solo vehículo de inversión, permitiendo a los inversionistas participar en mercados de difícil acceso. Estos desempeñan un rol crucial en los mercados de renta fija globales donde la liquidez es limitada y la formación de precios puede ser problemática. Bodie, Kane, & Marcus (2021)<sup>4</sup>, Según el Informe sobre Mercado de Capitales (2023), "los ETFs pueden catalizar la participación de nuevos inversionistas, tanto locales como internacionales, al ofrecer una estructura de inversión más transparente y líquida en mercados que históricamente han enfrentado desafíos en la negociación de bonos individuales" (p. 76).

Nuestra investigación se enfoca en proponer y probar una metodología de replicación sintética de un índice de deuda gubernamental, utilizando la figura de fondo abierto cotizado, tal como lo define la Superintendencia del Mercado de Valores (SIMV). Dada la baja liquidez de los instrumentos de renta fija en los mercados dominicanos, esta metodología es de gran relevancia, ya que las replicaciones físicas de un índice suelen ser inviables debido a los altos costos transaccionales. Por lo tanto, es esencial desarrollar una metodología que no solo se ajuste a las características de riesgo y retorno de la renta fija, sino también a las condiciones estructurales del mercado, como la liquidez, los spreads y el tipo de transacciones, para asegurar la viabilidad de un ETF como mecanismo de inversión colectiva pasiva en la República Dominicana.<sup>5</sup>

-

<sup>&</sup>lt;sup>3</sup> En 1952, el economista y premio Nobel Harry Markowitz d (Hodnett & Hsieh, 2012)esarrolló la teoría moderna de carteras, en lo adelante (TPM), introdujo el concepto de portafolio de mercado el cual está garantizado a ser el más eficiente en términos de retorno/riesgo en un mercado con eficiencia fuerte. La TPM establece que en el largo plazo es prácticamente imposible superar de manera consistente el rendimiento del portafolio de mercado mediante la gestión activa, lo que hace que la estrategia pasiva sea la más atractiva.

<sup>&</sup>lt;sup>4</sup> Bodie, Z., Kane, A., & Marcus, A. J. (2021). *Investments* (12th ed.). McGraw-Hill Education. Zvi Bodie, Alex B son analistas experimentados en finanzas e inversiones. Bodie se especializa en finanzas personales y seguridad social, Kane en inversiones y mercados de capital, y Marcus en econometría financiera, lo que les permite ofrecer una perspectiva integral y profunda sobre los mercados financieros.

<sup>&</sup>lt;sup>5</sup> Por temas de simplicidad, en el resto de trabajo nos referiremos de manera intercambiable a la figura de fondo abierto cotizado como ETF.

## Marco Teórico

Los ETFs son vehículos de inversión que permiten a los inversores minoristas e institucionales obtener exposición a una amplia gama de activos o estrategias de inversión. Para cumplir con esta función, los patrocinadores de ETFs – generalmente grandes gestores de activos – minimizan el error de seguimiento (Tracking error entre el rendimiento del ETF y el de su índice de referencia respectivo). (Todorov, 2021)

Los ETFs representan importantes oportunidades como vehículo de inversión, una de estas es su capacidad para ofrecer una diversificación de manera sencilla y a un costo reducido. Esto se debe a que los ETFs funcionan como acciones ordinarias, lo que permite su compra y venta durante el día y ofrece la posibilidad de realizar ventas en corto, así como el uso de estrategias de gestión de riesgos, como órdenes de límite y límites de perdidas. También, suelen ser una opción de inversión más económica en comparación con productos similares ofrecidos por fondos gestionados (Kosev & Williams, 2011).

A pesar de las ventajas que ofrecen los ETFs, estos no están libres de desafíos, particularmente en el mercado de bonos. (Todorov, 2021) explican que, dado que los bonos son generalmente menos líquidos que las acciones y tienen un menor número de compradores y vendedores potenciales, su negociación puede ser más complicada. Además, los bonos tienen una fecha de vencimiento y un monto mínimo de negociación mayor que el de las acciones, lo que restringe las operaciones posibles. Estas características del mercado de bonos obligan a los patrocinadores de ETFs a tener en consideración los factores de riesgo de los bonos a la par de características de transabilidad de los títulos. En última instancia, estos desafíos intrínsecos a la categoría de renta fija que requieren una gestión cuidadosa y flexible por parte de los patrocinadores de ETFs que puede variar de acuerdo con la estrategia de replicación utilizada.

Las estrategias de replicación de un índice se pueden categorizar según el objetivo de la replicación o la composición del portafolio replicado. En cuanto al objetivo, un ETF puede replicar el rendimiento de un índice o la exposición a ciertos factores de riesgo. En términos de la composición del portafolio, un ETF puede seguir una estrategia física, que implica la propiedad directa de los activos subyacentes del índice de referencia, o una estrategia sintética, donde se utilizan una composición de activos distintas a la del índice original. Incluso en una estrategia sintética, el portafolio puede mantener una muestra representativa de los activos del índice para aproximar su rendimiento.

Las ventajas de una estrategia sintética pueden incluir un menor costo, una mejor accesibilidad a clases de activos e inversiones particulares (incluyendo acciones de mercados emergentes) y una mayor precisión en la entrega del rendimiento objetivo. Es decir, una estrategia sintética puede reducir el error de seguimiento, ya que el ETF tiene la garantía contractual de recibir el mismo rendimiento que el activo subyacente (Kosev & Williams, 2011). Estas ventajas hacen que la replicación sintética sea una opción atractiva para algunos inversores.

## Tracking Error

El Tracking Error (TE), o error de seguimiento, es una métrica crucial en la evaluación del desempeño de los ETFs en relación con su índice de referencia. El TE es el valor absoluto de la diferencia entre los rendimientos del fondo y su índice de referencia. Esta métrica proporciona una medida de cuán cerca sigue un ETF a su índice de referencia y es un indicador clave de la eficiencia de la gestión del fondo (Kosev & Williams, 2011).

Los patrocinadores de ETFs tienden a enfatizar la reducción del tracking error y a minimizar el riesgo de contraparte para apoyar la utilización de esquemas de replicación sintética. (Ramaswamy, 2011) señala que los patrocinadores suelen destacar el menor tracking error y subestimar el riesgo de contraparte para promover los esquemas de replicación sintética, que también se presentan como una opción más económica en comparación con la replicación física directa. En los esquemas de replicación sintética, como fue mencionado anteriormente, los ETFs utilizan instrumentos derivados para replicar índice de referencia y reducir sus costos cuando les resulta factible.

La creciente popularidad de los productos ETF entre los inversores ha llevado a una mayor competencia entre los patrocinadores, lo que los ha obligado a buscar técnicas de replicación alternativas para optimizar sus estructuras de tarifas. Ramaswamy (2011) explica que, en realidad, esta popularidad ha incrementado la competencia entre los patrocinadores de ETFs, forzándolos a innovar en sus técnicas de replicación para mantener bajos los costos y minimizar el tracking error.

## Impacto de los ETFs en Otros Mercados Regionales

Una de las motivaciones principales para el desarrollo de este trabajo es que se ha demostrado el impacto significativo de la implementación de ETFs en otros mercados de capitales. El uso de ETFs ha transformado los mercados financieros regionales en Brasil, México y Colombia, afectando no solo la eficiencia de los mercados sino también la forma en que los inversionistas abordan la diversificación y la gestión de riesgos. Como analista financiero especializado en renta fija, es crucial examinar no solo los impactos descritos por los estudios, sino también considerar las implicaciones más amplias para los mercados de deuda y la estabilidad financiera en general.

#### **Brasil**

En Brasil, el papel de los ETFs en mejorar la eficiencia del mercado es innegable. Especialistas en el área, nativos de Brasil y la región documentan cómo los ETFs facilitan el arbitraje, ayudando a corregir discrepancias de precios y, en teoría, promoviendo un mercado más eficiente (Sampaio Maluf & Melo Albuquerque, 2013). No obstante, como analista de renta fija, es importante considerar las implicaciones para los bonos corporativos y soberanos.

El aumento de la volatilidad debido a los grandes movimientos de capital en y fuera de los ETFs podría afectar las tasas de interés y los spreads de crédito, especialmente en un mercado de renta fija que ya de por sí es sensible a las condiciones de liquidez. Los inversores podrían requerir primas de riesgo más altas para compensar la mayor volatilidad, lo que podría encarecer el costo

de financiamiento para las empresas brasileñas y, potencialmente, para el gobierno. Además, la concentración de inversión en ETFs que replican índices bursátiles podría desviar flujos de capital que, de otro modo, podrían haberse dirigido a activos de renta fija, afectando la profundidad y liquidez del mercado de bonos.

## México

En México, la introducción de ETFs sectoriales ha sido recibida como un avance significativo en la diversificación de portafolios. Los ETFs han permitido a los inversionistas centrar sus estrategias en sectores específicos, lo que ha cambiado las dinámicas de correlación en el mercado (Torres Bello & Sosa Castro, 2018). Desde una perspectiva de renta fija, este cambio tiene implicaciones directas para la estructura de tasas de interés y los diferenciales de crédito.

La creciente inversión en sectores específicos a través de ETFs podría llevar a una sobrevaloración relativa de ciertos sectores económicos, lo que en situaciones de estrés podría resultar en una corrección abrupta de precios. Esto no solo afectaría a los mercados de renta variable, sino también a los mercados de bonos corporativos emitidos por empresas de estos sectores. Un ajuste brusco en los precios de los activos podría aumentar el riesgo de crédito percibido y elevar los spreads, afectando la valoración de los bonos en cartera.

Adicionalmente, se ha hecho imprescindible no advertir sobre las distorsiones de precios en mercados menos líquidos (Gómez Chiñas, 2019). Desde el punto de vista de un analista de renta fija, estas distorsiones pueden tener efectos secundarios en los mercados de deuda. Un mercado de renta variable volátil podría impactar la confianza de los inversores, lo que podría traducirse en mayores tasas de interés para compensar el riesgo percibido, encareciendo el financiamiento para las empresas.

## Colombia

El estudio de (Fallón, Rojas, & Peña, 2010) sobre los fondos de pensiones voluntarios en Colombia en comparación con ETFs destaca una realidad que también afecta al mercado de renta fija. La incapacidad de muchos fondos de superar el rendimiento de los ETFs cuestiona la eficacia de la gestión activa en este contexto. Para el mercado de bonos, esto plantea preguntas sobre la capacidad de los gestores activos para identificar y explotar ineficiencias en los precios de los bonos, lo que es crítico para generar rendimientos ajustados al riesgo superiores.

Además, la tendencia hacia la inversión pasiva, reflejada en el creciente uso de ETFs, podría reducir la demanda de bonos emitidos por emisores menos conocidos o más riesgosos, ya que los ETFs tienden a replicar índices que priorizan emisores más grandes y líquidos. Esto podría aumentar los costos de financiamiento para empresas medianas o en crecimiento, que dependen de la emisión de bonos para financiar sus operaciones.

La creciente preferencia por ETFs también podría significar una menor disposición a asumir riesgos de crédito, lo que podría llevar a una compresión de spreads en los bonos más seguros y

una ampliación en los de mayor riesgo. Esta dinámica afectaría la estructura de tasas en Colombia, especialmente en un mercado que aún se está desarrollando en comparación con otros de la región.

En cada uno de estos mercados, los ETFs han tenido un impacto profundo, pero la narrativa no es exclusivamente positiva. Desde la perspectiva de un analista de renta fija, es fundamental considerar cómo estos productos de inversión pueden influir no solo en los mercados de renta variable, sino también en la estabilidad y el funcionamiento del mercado de bonos. La mayor eficiencia y diversificación que ofrecen los ETFs vienen acompañadas de riesgos que podrían traducirse en mayores costos de financiamiento y una volatilidad más pronunciada en los mercados de deuda. Estos factores deben ser monitoreados de cerca para entender completamente el impacto de los ETFs en la economía y la estabilidad financiera de estos mercados.

## Descripción del mercado de renta fija gubernamental

El mercado de deuda pública en la República Dominicana está caracterizado por la emisión de títulos de deuda por parte de dos entidades principales el Banco Central y el Ministerio de Hacienda. Este mercado se ha desarrollado en un contexto donde ambas instituciones han tenido diferentes objetivos y prioridades al emitir deuda, lo que ha generado una falta de coordinación que repercute en ineficiencias, como diferencias en las tasas de interés para vencimientos similares y una estructura de deuda fragmentada. A pesar de que la deuda pública representa un 37% del PIB en 2011, un nivel relativamente bajo en comparación con otros países de la OCDE, el crecimiento absoluto de esta deuda es significativo, con un aumento superior al 90% entre 2005 y 2011, alcanzando más de 20,000 millones de dólares. Este incremento, junto con la baja presión tributaria en el país, genera percepciones de riesgo entre los inversionistas, lo que puede impactar negativamente el desarrollo del mercado de deuda privada.

Otro aspecto relevante del mercado de deuda pública dominicano es la influencia de las emisiones de deuda pública en el desarrollo del mercado de deuda privada. La alta rentabilidad y el volumen de los títulos emitidos por el gobierno, especialmente por el Banco Central, han desplazado la demanda por bonos corporativos. Esta situación es común en mercados emergentes, donde la infraestructura financiera no está suficientemente desarrollada para soportar un mercado robusto de deuda privada. Como resultado, el mercado de capitales en la República Dominicana sigue siendo dependiente de las emisiones de deuda pública, lo que limita el crecimiento y la diversificación del mercado financiero en su conjunto. Además, en 2011, las emisiones del gobierno central en el mercado interno representaban apenas el 13% del total de la deuda pública, mientras que el Banco Central dominaba el mercado interno con un volumen significativamente mayor (OECD, 2012)

#### Datos

## Vector de Precios y Curvas de Rendimientos

Uno de los pilares fundamentales de nuestra investigación es la calidad y precisión de los insumos utilizados para la valoración y análisis de las posiciones en el tiempo. Partiendo del estándar utilizado en el mercado dominicano la primera opción fue utilizar el vector de precios de RDVAL<sup>6</sup>, sin embargo, al no haber sido posible hacernos con el insumo, optamos por otra alternativa.

En este contexto, Quantech <sup>7</sup> nos proporcionó el vector de precios utilizado como base para la valoración continua de las posiciones dentro de cada portafolio.

Por igual, Quantech nos proveyó con la curva de rendimientos histórica para el mercado local denominado en pesos dominicanos. Insumo que más adelante es descompuesto para extraer los factores de riesgo asociados con los diferentes horizontes temporales y la evaluación del impacto de las tasas sobre los portafolios.

Para sus valoraciones, Quantech se apoya en la metodología de estimación de curvas de rendimiento de (Nelson & Siegel, 1987). Este enfoque es muy reconocido en el ámbito financiero por su capacidad de modelar de manera flexible y robusta la estructura temporal de tasas de interés.

## Metodología

El modelo principal de este trabajo es el modelo de sensibilización de duración y convexidad (SD&C), cuyo objetivo es garantizar una réplica eficiente entre el ETF y el índice. Este modelo requiere como insumo un índice caracterizado por factores de riesgo. Debido a la falta de datos, nos vimos obligados a construir nuestro propio índice de referencia e identificar los factores de riesgo. Por lo tanto, nuestro desarrollo metodológico se divide en dos secciones: en primer lugar, las metodologías relacionadas con los insumos de datos y, en segundo lugar, las metodologías para la replicación del índice de referencia. Es importante destacar al lector que, aunque especificamos ambos modelos, el enfoque central de nuestro trabajo es establecer una metodología de replicación sintética de un índice de renta fija.

<sup>&</sup>lt;sup>6</sup> RDVAL es la única empresa proveedora de precios autorizada e independiente que provee diariamente la valoración de los instrumentos financieros que se negocian en el mercado de valores dominicano, así como sus respectivas curvas de rendimiento.

<sup>&</sup>lt;sup>7</sup> Quantech es una startup fundada por profesionales con vasta experiencia y formación en los temas relacionados a los mercados de capitales, esta busca desarrollar una infraestructura robusta para los gestores de activos del mercado dominicano.

## Índice de referencia

Un Índice Financiero es una medida estadística que refleja el valor de un conjunto de activos financieros agrupados de acuerdo con ciertos criterios. Estos se utilizan como objetivo de rendimiento de portafolios, referencias sobre las características retorno/riesgo de una clase de activo y como referencia para productos anclados a índices. (Bloomberg, 2023)

En el mercado de renta fija de la República Dominicana, el único índice público es el GOBIX, que representa la deuda gubernamental consolidada en pesos. Incluye títulos emitidos localmente por el Banco Central y el Ministerio de Hacienda, cumpliendo con los criterios de ser instrumentos bullets con al menos 60 días desde su emisión y 540 días hasta su vencimiento, y tener un mínimo de bursatilidad media según el índice de bursatilidad de la proveedora de precios. Los rendimientos de los componentes del índice se calculan usando precios proporcionados por RDVAL. El GOBIX se publica en dos modalidades: Índice de precio limpio e índice de retorno total, y para nuestro trabajo utilizaremos el retorno total. (Bolsa de Valores Dominicana, 2014)

Sin embargo, no pudimos contar con la composición histórica del índice para la fecha de elaboración de este trabajo. Por lo que creamos el índice de referencia de manera similar al GOBIX, al utilizar el mismo universo de instrumentos, pero ajustado a las necesidades cuantitativas de nuestro ejercicio. Este índice se construyó siguiendo la metodología de Bloomberg Fixed Income Methodology.

## Reglas para la construcción del Índice de referencia.

## Reglas para la construcción del índice:

Reglas	Índice de referencia	Gobix
Tipo de Instrumento	Bonos bullet tasa fija no amortizables	Bonos bullet tasa fija no amortizables
Moneda	Deuda denominada en pesos	Deuda denominada en pesos
Emisor	Ministerio de Hacienda y el Banco	Ministerio de Hacienda y el
	Central de la Republica Dominicana	Banco Central de la
		Republica Dominicana
Mínima cantidad de días	31 días	60 días
desde emisión		
Mínima cantidad de días a	180 días.	540 días
vencimiento		
Mínimo monto emitido	No aplica	Aplica
Liquidez mínima de	No aplica	Aplica
mercado		
Región del mercado	Local	Local
Periodo mínimo para	No aplica	90 días
reclusión		

Fuente de precios	Quantech SRL (Nelson & Siegel)	RDVAL (Bootstarp)
Reinversión de flujos	En el mismo índice en la fecha de	Reinversión inmediata en la
	rebalanceo	TIPP

Las principales diferencias metodológicas entre ambos índice son: El índice de referencia reinvierte los flujos de caja en el índice en la fecha de rebalanceo, a diferencia del GOBIX, que los reinvierte en la Tasa de Interés Nominal Pasiva Promedio (TIPP)<sup>8</sup>. Otra diferencia es que el índice de referencia no excluye instrumentos por criterios de liquidez debido a la insuficiencia de datos. Las demás diferencias en los criterios de exclusión no son materiales y se realizaron para simplificar el cálculo del índice de referencia.

## Metodología para la construcción de un índice de Retorno total de Renta Fija.

La medida estándar para el retorno de un bono es el retorno total. El cual incluye el retorno local por el cupón corrido/flujos de cupón (retorno cupón) y los movimientos en el precio de un bono por las fluctuaciones de la tasa de interés (retorno limpio) (Bloomberg, 2023). En este trabajo, buscamos replicar el índice de retorno total ya es el que representa la realidad de inversión en el mercado dominicano. Por ende, el Índice de Retorno Total de un índice representa el nivel originado por el producto acumulado del retorno total desde la fecha de concepción del índice hasta la fecha actual. Este queda descrito por la siguiente formula:

$$IRT_t = IRT_{t-1} * (1 + RTP_t)$$

## Ecuación 1: Índice de Retorno Total

para t, donde esta representa la fecha donde se calcula el índice.

#### Donde:

- IRT<sub>t</sub>- Valor del Índice de Retorno-Total para el día t.
- RTP<sub>t</sub>- Retorno Total Ponderado del índice en la fecha t.
- $IRT_{t-1}$  Valor del Índice de Retorno-Total en la fecha del último día hábil anterior.
- En el caso donde t=1 (fecha de inicio del índice/Inception Date), entonces  $IRT_{1-1}=IRT_0=100$

#### Donde..

El retorno total ponderado representa las variaciones de valor total del bono i ajustado a su peso en la composición del índice. Su fórmula es la siguiente:

<sup>&</sup>lt;sup>8</sup> TIPP: Tasa de Interés Nominal Pasiva Promedio de los Certificados a Plazo Fijo y/o Depósitos a Plazos de cero (0) a treinta (30) días de los Bancos Múltiples en Pesos Dominicanos publicada, de manera definitiva, por el Banco Central de la República Dominicana.

$$RTP_t = \sum_{i=1}^{n} RT_{i,t} * W_{i,t}$$

Ecuación 2: Retorno Total Ponderado

para i = 1, 2, ..., n; donde n es el número total de bonos dentro del índice y t representa las fechas donde se calcula el índice.

Donde:

 $RTP_t$ - Retorno Ponderado Total del índice en la fecha t.

RTP<sub>i, t</sub>- Retorno-Total-Ponderado del bono i en la fecha t.

 $RT_{i,t}$ -Retorno-Total del bono i en la fecha t.

 $W_{i,t}$  – Precio limpio del bono i en el último día hábil anterior.

Donde,

La ponderación de los títulos que componen el índice se realizará por capitalización de mercado. Es decir, la ponderación de cada título individual resultará del valor de mercado del título dividido por el valor total de mercado de los títulos que componen el índice (Bloomberg, 2023). Las ponderaciones permanecerán fijas hasta el último día hábil bursátil de cada mes, donde podrán verse afectadas únicamente por los resultados del rebalanceo. El proceso de rebalanceo considera cambios en la composición del índice por motivos de nuevas emisiones, tamaño y vencimiento de los títulos en el índice, y cualquier otro motivo que amerite una inclusión o exclusión de uno o varios títulos.

Por el otro lado, el retorno total está compuesto por:

$$RT_{t} = CRP_{t} + CRC_{t}$$
 
$$RT_{i,t} = \frac{(PL_{i,t} - PL_{i,t-1}) + \left(\left(CC_{i,t} - CC_{i,t-1}\right) + \left(C_{i,t \ t=pc}\right)\right)}{PL_{i,t-1} + CC_{i,t-1}}$$

Ecuación 3: Retorno Precio de un bono

Donde:

- PL<sub>i,t</sub>-Precio Limpio del bono i en la fecha t.
- CC<sub>i. t</sub>- Cupón corrido del bono i en la fecha t.
- $C_{i,t\;t=pc}$  Flujo de caja del bono i condicional a que la fecha de cálculo del índice (t) coincida con el pago de cupón (pc) del bono i.

- $PL_{i,t-1}$  Precio limpio del bono i en el último día hábil anterior.
- $CC_{i, t-1}$  Cupón corrido del bono i en el último día hábil anterior.

## Modelo de Factores de Riesgo para Renta Fija

El modelo de Asset Pricing Model fue el primero que introdujo que el retorno de un portafolio puede ser caracterizado por las sensibilidades del portafolio a los factores de riesgo por los retornos de los factores de riesgo. Esto se hace con el objetivo de caracterizar el riesgo/rendimiento de un portafolio en un mercado donde no se puede observar un portafolio de mercado.

La definición de un factor de riesgo, según el BIS (2022), es un elemento clave que influye en la variación del valor de un instrumento, como pueden ser un tipo de cambio o una tasa de interés.

En el caso de los bonos, su valor está dado por el valor presente de los flujos de caja descontados a una tasa  $r(0, t_i)$ . Esta función es conocida como la curva de rendimiento, y determina la tasa de descuento para un bono cero cupones que venza en el periodo  $t_i$ . Representando la relación entre tasas de rendimiento y los plazos a vencimientos.

Por lo que, para un bono bullet estándar, el único factor que hace que su precio varie es la tasa de descuento que se le aplique<sup>9</sup>. Sin embargo, esta pérdida/ganancia solo es realizada si el inversionista se plantea vender el bono antes de su fecha de vencimiento. Según (Fabozzi), esta exposición a las fluctuaciones de las tasas de interés se le conoce como riesgo de mercado, y es el factor de riesgo principal de renta fija.

Dado que esta relación viene dada por una curva de rendimiento  $r(0,t_i)$  con una estructura temporal que no necesariamente se desplaza de manera paralela, entonces los distintos flujos de cupón con distintos vencimientos de un bono están expuestos a distintos tipos de riesgo de tasas de interés. Por lo que ese riesgo de mercado puede ser descompuesto por factores de riesgo que caractericen los movimientos de la curva de rendimiento. Y, por lo tanto, para correctamente identificar el riesgo de un portafolio de bonos es necesario identificar: 1) Los factores de riesgo a los cuales el portafolio se encuentra expuesto  $^{10}$ , 2) La sensibilidad del portafolio a los distintos factores.

$$B = \sum_{i=1}^{n} c_i e^{-r(0,t_i)t_i}$$

Donde:

B: Precio del bono

 $t_i$ : fecha de vencimiento del flujo de cupón y principal

n: cantidad de pagos de cupón y principal

<sup>&</sup>lt;sup>9</sup> La fórmula del precio de un bono B que tiene pagos de cupones discretos está dada por la siguiente ecuación:

<sup>&</sup>lt;sup>10</sup> En la sección Hierarchical Clustering para caracterizar los factores principales en el mercado de renta fija, detallamos como caracterizar los factores de riesgo de un portafolio de bonos.

Para medir la sensibilidad de un portafolio al cambio de las tasas de interés, las dos medidas más utilizadas son la duración y la convexidad. La duración mide el cambio en el cambio relativo en el precio de un bono con respecto a un cambio paralelos en la tasa de rendimiento de ese bono, mientras que la convexidad mide la diferencia en el cambio de precio entre dos bonos con la misma duración modificada.

La duración modificada se expresa como:

$$D = \frac{-1}{B} \frac{\partial B}{\partial y}$$

### Ecuación 4: Duración modificada

#### Donde:

- D: es la duración modificada del bono
- B: es el precio del bono.
- y: es la tasa de rendimiento a la cual se descuenta el bono.

Y para la convexidad es:

$$C = \frac{-1}{B} \frac{\partial^2 B}{\partial y^2}$$

## Ecuación 5: Convexidad

#### Donde:

• C: es la convexidad del bono.

Ambos se pueden expresar el cambio en términos monetarios, y esas versiones se denominan duración dinero (money duration) y convexidad dinero (money convexity). Las cuales se representan por:

$$D_{\$} = DB$$
,  $C_{\$} = CB$ 

## Ecuación 6: Duración y convexidad moneda

## Donde:

- $D_{\$}$ : es la duración moneda de un bono
- $C_{\$}$ : es la convexidad moneda de un bono

Sin embargo, hay que entender un concepto importante, y es que los bonos están sujetos a una curva de rendimiento asociada a sus características. Por lo que, es necesario identificar los distintos factores de riesgo como  $\Delta y_i$  por  $i \in (1, 2, .... k)$ . En teoría, como las curvas de rendimientos son continuas, el portafolio en teoría está sujeto a infinitos tramos de madurez a lo que no está

expuesto. Se ha demostrado empíricamente que se pueden agrupar tramos de la curva, según las correlaciones de sus movimientos. Y que, en términos generales, nuestra caracterización del riesgo no pierde precisión.

Entendiendo esto (Fabozzi) plantea que el reto consiste en reducir los factores de riesgo de la manera menos arbitraria posible, y que ya se ha demostrado que unos pocos factores de riesgo (2 o 3) son suficientes para explicar el comportamiento toda una curva de rendimientos.

## Clúster jerárquico para caracterizar los factores principales en el mercado de renta fija.

El índice de referencia cuenta con exposición a todos los instrumentos de renta fija gubernamentales emitidos localmente y denominados en pesos dominicanos. Por ello, nuestro universo de factores de riesgo está compuesto los nodos de referencia de la curva de rendimiento del Banco Central de la Republica Dominicana y a la curva de rendimiento del Ministerio de Hacienda local en pesos dominicanos. Para reducir la dimensionalidad del universo de factores de riesgo, utilizamos la técnica estadística de clúster jerárquico.

La agrupación<sup>11</sup> se refiere a un conjunto muy amplio de técnicas para encontrar subgrupos, o clústeres, en un conjunto de datos. Al realizar agrupación de las observaciones de un conjunto de datos, buscamos dividirlas en grupos distintos de manera que las observaciones dentro de cada grupo sean bastante similares entre sí, mientras que las observaciones en diferentes grupos sean bastante diferentes entre sí. (James, Witten, Hastie, Tibshirani, & Taylor, 2023).

A diferencia de otros métodos de agrupación que crean agrupaciones bajo una cantidad predeterminada (k) como K-means, La técnica de clúster jerárquico produce una serie de agrupaciones anidadas que luego pueden ser revisadas a detalle en un dendograma (explicado más adelante).

En lo correspondiente a esta investigación se utilizó una metodología de *bottom-up* o aglomerativa que consiste en partir desde la agregación más desmenuzada posible e ir combinando las agrupaciones más cercanas hasta llegar a una o varias agrupaciones finales

Esta metodología de agrupación suele utilizarse con distancia euclidiana o con la correlación entre las variables. En lo referente a esta investigación se utilizó la correlación como medida de distancia.

Los pasos realizados fueron los siguientes:

1- Tomando en cuenta el tiempo para su vencimiento de los instrumentos vigentes para el Banco Central de la República Dominicana y el Ministerio de Hacienda emitido localmente

<sup>&</sup>lt;sup>11</sup> En inglés, las técnicas de agrupación se conocen como clustering, y la técnica de Clúster Jerárquica se denomina hierarchical clustering.

en pesos dominicanos, se delimitó un factor de riesgo por cada año de curva. Dando como resultado:

Factor de riesgo	
BCRD	MDHOP
1,2,3,4,5,6,7	1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12,13,14,15,16

- 2- Luego fueron calculadas las correlaciones de las series históricas de primeras diferencias del universo de factores de riesgo.
- 3- Y Finalmente se aplicó Agrupación Jerárquica a estas correlaciones con la restricción de agrupar por tramos con una correlación de un 95% o más. El siguiente dendograma fue arrojado como resumen:

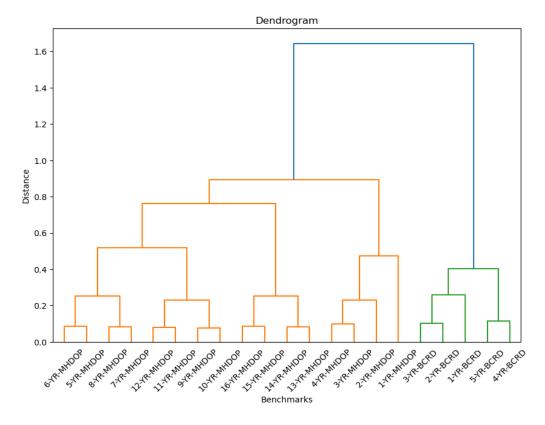


Ilustración 1: Dendograma de factores de riesgo del índice. Fuente: Elaboración propia.

Este ejercicio dio como resultado el tramo de 3 años del banco Central como único factor de riesgo para el emisor, y los tramos a 3,5 ,10 y 15+ años para el Ministerio de Hacienda

**(denominado en pesos dominicanos).** Ya que el índice no presenta ponderación para el tramo de 15+ años, este quedó fuera de las analíticas.

#### Desarrollo del Modelo

## Planteamiento tradicional del problema de minimización del tracking error (error de seguimiento)

El concepto de tracking error, que hace referencia a la diferencia entre los retornos de un índice y un portafolio, se plantea de distintas formas según de como uno mida las diferencias. Los modelos más comunes son lo de desviaciones cuadráticas y los lineales. Debido a las comisiones lineales sobre el rendimiento, la definición del tracking error por desviaciones lineales se desempeña mejor las actitudes de riesgo/retorno de los inversores (Rudolf, Wolter, & Zimmermann, 1999). Por lo tanto, en este trabajo utilizaremos un modelo lineal por temas de simplicidad y rendimiento.

En su expresión lineal bajo de modelo MAD<sup>12</sup>, el tracking error es el absoluto de las desviaciones entre el portafolio y el índice. Los pesos del portafolio están determinados al resolver un problema de minimización, el cual se expresa como:

$$min_{\beta} 1'(|X * \beta - Y|), donde 1' \equiv (1, ..., 1) \in R^T$$

## Ecuación 7: Mínima Desviación Absoluta MAD

#### Donde:

- 1.  $\beta$  es el vector n \* 1 de las ponderaciones del portafolio.
- 2. X es la matriz T \* n de los vectores de retornos del universo de instrumentos del portafolio
- 3. Y es el vector T \* 1 de retornos del índice en el tiempo.

Sin embargo, es importante destacar que el modelo MAD no asegura una solución única en el problema de minimización. Esto quiere decir que el vector de ponderaciones resultantes, aunque sea el que mejor replique el retorno histórico de un índice, no asegura que la exposición a sus factores de riesgos sea la misma, independientemente de la clase de activo a evaluar. (Rudolf, Wolter, & Zimmermann, 1999)

Otra problemática que levanta el trabajar el modelo MAD con respecto al retorno, es que esto es un análisis ex post retorno. Ósea, que nosotros obtenemos las ponderaciones más eficientes para el pasado, sin embargo, no están garantizadas a ser las más eficientes en el futuro. Para, esto hay que plantear el sistema en base a retornos esperados:

$$min_{\beta} \ 1'(|\mu_X * \beta - \mu_Y|), donde \ 1' \equiv (1, \dots, 1) \in R^T$$

Ecuación 8: Mínimo retorno esperado absoluto MAD

<sup>&</sup>lt;sup>12</sup> El modelo de mínima desviación absoluta es comúnmente conocido como MAD, por sus siglas en inglés: Minimum Absolute Deviation.

## Adaptación del modelo de inmunización de duración para la minimización del tracking error.

Basado en los modelos de factores de riesgo planteados por (Fama, 1970), podemos plantear un portafolio de instrumentos de renta fija cuyos factores de riesgo sean los nodos de referencia de la curva cero cupones.

Recordando que el cambio en el valor de un portafolio se puede aproximar por:

$$\Delta V \approx -D_{\$}(V)\Delta y + \frac{C_{\$}}{2}(V)(\Delta y)^{2}$$

## Ecuación 9: Aproximación del retorno de un bono por Delta Gamma

Entonces un portafolio(V) multifactores, suponiendo que tenemos *K* factores y N activos, y que el retorno de cada activo puede expresarse de manera matricial de la forma:

$$\pi \left( D_{\$,V}, C_{\$,V} \right) = -D_{\$*} \Delta Y + 0.5 * C_{\$} * \Delta Y^{2}$$

$$D_{\$} = \begin{bmatrix} D\$_{1,1} & \dots & D\$_{1,k} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ D\$_{n,1} & \dots & D\$_{n,k} \end{bmatrix}, C_{\$} = \begin{bmatrix} C\$_{1,1} & \dots & C\$_{1,k} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ C\$_{n,1} & \dots & C\$_{n,k} \end{bmatrix}, \Delta Y = \begin{bmatrix} \Delta Y_{1} \\ \dots \\ \Delta Y_{K} \end{bmatrix}, \Delta Y^{2} = \begin{bmatrix} \Delta Y_{1}^{2} \\ \dots \\ \Delta Y_{K}^{2} \end{bmatrix}$$

Ecuación 10: Aproximación Delta Gamma del retorno para un portafolio multifactores

#### Donde:

- $\pi$  es el retorno del portafolio
- $D_{\$}$  es la matriz de duración moneda de n activos para K factores de riesgo
- $C_{\$}$  es la matriz de convexidad moneda de n activos para K factores de riesgo
- $\Delta Y$ : son los retornos esperados de los factores de riesgo
- $\Delta Y2$ : son los retornos esperados al cuadrado de los factores de riesgo

Dado que la duración moneda de un portafolio de bonos es la suma de la duración moneda de los bonos subyacentes, y lo mismo aplica para la convexidad moneda. Entonces, la exposición al riesgo de cada bono subyacente a cada factor de riesgo, representada por las matrices  $D_{\$}$  y  $C_{\$}$  pueden ser agregadas en términos del portafolio, resultando en unos vectores de exposición a los factores de riesgo del portafolio completo. Matemáticamente se expresa de la siguiente manera:

$$D_{\$}(V,k) = \sum_{j=i}^{p} D_{\$}(B_{j,k}) \to D_{\$}(V) = [D_{1} \dots D_{k}]$$

## Ecuación 11: Duración moneda del portafolio para k factor de riesgo

Lo mismo aplica para la convexidad moneda

$$C_{\$}(V,k) = \sum_{j=1}^{p} C_{\$}(B_{j,k}) \rightarrow C_{\$}(V) = [C_{1}^{*} \dots C_{k}^{*}]$$

Ecuación 12: Convexidad moneda del portafolio para k factor de riesgo

Por lo tanto, el retorno de un portafolio de bonos puede ser expresado en términos de la exposición a los factores de riesgo por instrumentos, o en término del portafolio. Ambos son equivalentes, por lo tanto, se llega a una conclusión importante para el trabajo.

Lema 1: Lo importante para un portafolio de renta fija no es la duración moneda o convexidad moneda de posiciones particulares, si no, lo único que se necesita para caracterizar un portafolio es su sensibilidad a los factores de riesgo, representado por  $D_{\$}(V)$  y  $C_{\$}(V)$ .

Otra conclusión importante a la que se llega es que, si se replica de manera exacta  $D_{\$}(V)$  y  $C_{\$}(V)$  de un portafolio, por fuerza se debe llegar al mismo retorno, Ya que el retorno de un portafolio de renta fija está determinado por la ecuación  $\pi(V)$ , que solo depende de los vectores de duración y convexidad moneda. Ósea,

Lema 2: <u>Para replicar el retorno de un índice(portafolio) de instrumentos de renta fija, solo debes replicar su sensibilidad.</u>

Con estos dos supuestos demostrados matemáticamente, podemos utilizar una técnica de mitigación de riesgos conocida como inmunización de duraciones (duration immunization). Esta estrategia busca reducir la sensibilidad de un portafolio a los cambios en la curva de rendimiento, con un diferencial entre la duración y convexidad moneda del portafolio de referencia y el subportafolio cercana a cero. Esto se realiza cuando se desea minimizar el impacto del riesgo por tasas de interés, especialmente en situaciones donde los pasivos representan una alta proporción del patrimonio, y se prefiere mitigar el riesgo igualando la duración de los activos y pasivos. El ejemplo más famoso del uso de esta técnica son los fondos de pensión, los cuales tienen pasivos predecibles y significativos, y, por lo tanto, prefieren mitigar el riesgo del portafolio utilizando inmunización de duración. El inconveniente es que se incurre en un costo de oportunidad en términos de retornos cuando las tasas de interés cambian a favor del portafolio. (Stefanica, 2010)

De manera estricta, la inmunización de portafolios se refiere al proceso de obtener un portafolio con duración y convexidad moneda igual a cero al tomar posiciones en otros bonos disponibles en el mercado. Sin embargo, el modelo central de este trabajo utiliza los métodos cuantitativos de la inmunización de portafolios con el objetivo de igualar la duración y convexidad moneda un índice y un portafolio de renta fija. Por lo tanto, en lugar de mitigar la sensibilidad de un portafolio, buscamos replicarla.

Sea I un índice de renta fija con  $D_{\$}(I)$  duración moneda y  $C_{\$}(I)$  duración moneda. Así mismo, en el mercado tenemos  $B_1, \dots, B_n$  bonos de renta fija para replicar el índice, donde B representa el

tamaño de la posición y, por lo tanto, implícitamente su ponderación en el portafolio. Respectivamente, cada instrumento cuenta con duración y convexidad  $(D,C)_i$  para i=1:n. Por lo tanto, el portafolio replica es constituido por  $B_1, \dots, B_i$  donde  $i\subseteq n$  y lo representaremos como V

Como vimos en el modelo MAD, la condición que garantiza un tracking error igual a cero es que el retorno del portafolio sea igual al del índice:

$$\pi(I) = \pi(V)$$

## Ecuación 13: Condición de tracking error cero

Aunque parece trivial el postulado, si tomamos en cuenta el lema 2, donde demostramos que dos portafolios con los mismos vectores  $D_{\$}(V)$  y  $C_{\$}(V)$  obtendrán aproximadamente el mismo retorno. Por lo que, esta condición inicial se transforma a:

$$D_{\$}(I,k) = D_{\$}(V,k)$$

$$C_{\$}(I,k) = C_{\$}(V,k)$$

## Ecuación 14: Condición de tracking error cero por delta gamma

Si se garantizan estas condiciones por factor de riesgo, entonces el tracking error está garantizado a ser aproximadamente 0. Planteadas en su forma extensa, resultan en:

$$D_{\$}(I,k) = D_{\$}(B_1,k) + \dots + D_{\$}(B_i,k) = D_{1,k}B_1 + \dots + D_{i,k}B_i$$
  
$$C_{\$}(I,k) = C_{\$}(B_1,k) + \dots + C_{\$}(B_i,k) = C_{1,k}B_1 + \dots + C_{i,k}B_i$$

Resultando en el siguiente sistema lineal para  $B_1, ..., B_i$ :

$$\begin{cases} D_{1,k} B_1 & \dots & D_{i,k} B_i \\ C_{1,k} B_1 & \dots & C_{i,k} B_i \end{cases} = \frac{D_{\$}(I,k)}{C_{\$}(I,k)}$$

Que representado en su forma matricial nos da:

$$V_k * \beta_k = I_k$$

$$\beta_k = V_k^{-1} I_k$$

Donde:

- $V_k$ : Es la matriz de características (duración moneda y convexidad moneda) del portafolio del portafolio sintético para el factor k,
- $I_k$ : Matriz de características del índice para el factor k.
- $\beta_k$ : Vector de tamaños de posiciones del portafolio sintético.

Este sistema siempre tendrá solución si y solo si:

- 1. Se utilizan dos instrumentos por factor de riesgo en el portafolio sintético.
- 2.  $det(V_k) \neq 0$

Esta segunda condición se puede plantear para  $V_k$  de dos instrumentos como:

$$det \begin{pmatrix} D_1 & D_2 \\ C_1 & C_2 \end{pmatrix} = D_1 C_2 - C_1 D_2 \neq 0 \rightarrow \frac{D_1}{C_1} \neq \frac{D_2}{C_2}$$

Ecuación 15: condición para solución única del sistema 2x2

Este resultado tiene una interpretación fascinante y es que siempre es posible replicar el retorno de un factor de riesgo si se disponen de dos bonos con ratios duración-a-convexidad distintos.

Por lo tanto, para garantizar las condiciones 2 y 3 para 1: k factores de riesgo, se genera el siguiente conjunto de sistema de ecuaciones:

$$\beta_k = V_k^{-1} I_k$$
, para cada  $k \in 1, 2, ..., K$ 

Ecuación 16: Inmunización de duración para k factor de riesgo

Que tendrá solución para cada uno de los sistemas de ecuaciones si y solo si los bonos dependen únicamente de un solo facto de riesgo. Si un bono pertenece múltiples factores de riesgo, entonces existirá una incongruencia entre los  $\beta_k$  donde el bono se encuentre. Este resultado general será una matriz 2 x k, que representa las ponderaciones de los dos instrumentos pertenecientes a los k factores del portafolio. Se representa como:

$$\beta = \begin{bmatrix} \beta_{1,1} & \dots & \beta_{1,k} \\ \beta_{2,1} & \dots & \beta_{n,k} \end{bmatrix}$$

Ecuación 17: Matriz de ponderaciones para 2 x k instrumentos

Fascinante, nosotros pasamos de un problema de optimización MAD, donde el objetivo era minimizar el tracking error entre los retornos de un índice y un portafolio, variando el vector de ponderaciones  $\beta$ . A un conjunto de k sistemas lineales donde se replica la duración del índice, controlando el vector de posiciones sobre los bonos  $\beta_k$  para k factores de riesgo.

Matemáticamente este proceso se ve así:

$$min_{\beta}1'(|\mu_X * \beta - \mu_Y|), donde1' \rightarrow \beta = \beta_1, ..., K, donde\beta_k = V_k^{-1}I_k, para cada k \in 1, 2, ..., K$$

Financieramente, se están creando un subportafolio por cada factor de riesgo del Índice, y se igualan las sensibilidades del subportafolio con las del índice. Ahora, este modelo de replicación de duración y convexidad (SD&C) tiene las siguientes ventajas

- 1. Dado que  $\beta$ , se obtiene a través de sistemas lineales 2x2, su costo computacional es significativamente inferior al modelo MAD. Tanto en su programación como en carga computacional.
- 2. Siempre y cuando se garantice que:
  - 1) Los instrumentos pertenezcan a un único factor de riesgo
  - 2) Los instrumentos que pertenezcan a un mismo portafolio tengan ratios duraciónconvexidad distintos
  - 3) Tener un mínimo de tres instrumentos por factores de riesgo. Entonces se garantiza una replicación total en las características de riesgo y retorno del portafolio sintético y el índice.
- 3. El hecho de que la solución óptima está garantizada con tres instrumentos por factores de riesgo hace que el método de replicación de duración tenga unos costes de implementación significativamente inferiores al método MAD. El cual pierde precisión al reducir el universo de constituyentes del subportafolio.

## Idiosincrasias del mercado de Renta Fija Dominicano.

El mercado de renta fija en la República Dominicana, aunque con mucho potencial, sigue en vías de desarrollo en términos de la variedad de tipos de operaciones. En su mayoría, las operaciones en el mercado secundario están orientadas a portafolios de tipo long-only, tanto para el sector minorista como para el institucional. Por lo tanto, las operaciones de venta en corto o con apalancamiento son poco frecuentes y están reservadas para inversionistas institucionales especializados. Y los instrumentos con duración negativa están reservados para algunos instrumentos de la curva corporativa, lo cual no aplica para nuestro trabajo. Esto implica que cualquier estrategia de replicación o inmunización de duración aplicada a este mercado debe considerar el riesgo asociado a no encontrar una contraparte para ejecutar la operación o un bono con duración y convexidad negativa. En nuestro caso, donde se busca replicar un índice agregado de renta fija gubernamental, y por lo tanto se requiere un alto nivel de liquidez en los instrumentos operados. Las operaciones de venta en corto o de margen son inviables para estos fines de replicación dada la situación actual del mercado dominicano.

Esta restricción en el tipo de operaciones tiene implicaciones importantes en el modelo de sensibilización de duración planteado en. En el modelo, los elementos de la matriz de ponderaciones pertenecen a los números reales  $\beta \in \mathbb{R}$ , por lo que estos pueden ser negativos cuando representan una posición de venta en corto, o mayor a uno cuando representa una posición apalancada. Sin embargo, al incluir la realidad transaccional del mercado dominicano, se agregan dos restricciones a nuestro método de sensibilización de duración para garantizar posiciones longonly fully-invested. Matemáticamente se ve así:

$$\begin{bmatrix} D_{1,k} & D_{2,k} & D_{2,k} \\ C_{1,k} & C_{2,k} & C_{2,k} \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \\ \beta_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} D_{\$}(I,k) \\ C_{\$}(I,k) \\ 1 \end{bmatrix} \rightarrow \beta_k = V_k^{-1} I_k$$

Ecuación 18: Inmunización de duración y convexidad con restricción long-only

Si y solo si:

$$\frac{D_1}{C_1} \neq \frac{D_2}{C_2} \neq \frac{D_3}{C_{\text{con}}}$$

*Donde*  $\beta_1$ ,  $\beta_2$ ,  $\beta_3 > 0$  *si y solo si*:

$$\beta_1 = \frac{\det(V_1)}{\det(V_k)} > 0$$
,  $\beta_2 = \frac{\det(V_2)}{\det(V_k)} > 0$ ,  $\beta_2 = \frac{\det(V_2)}{\det(V_k)} > 0$ 

Ecuación 19: Restricciones de positividad de las ponderaciones por Kramer

La condición de cero reservas de efectivo, que indica que la suma de ponderaciones debe de los instrumentos del subportafolio debe ser igual a uno. Ósea, todo el efectivo disponible para el subportafolio es invertido. Esa condición se garantiza, al añadir un tercer bono y establecer que  $\beta_1 + \beta_2$ ,  $+ \beta_3 = 1$ . La segunda condición, que garantiza posiciones long-only únicamente, solo se obtiene si se garantizan las condiciones de positividad planteadas de Kramer. Sin embargo, esta se cumple, si y solo si todos los bonos del subportafolio pertenecen a la canasta original del índice  $B_1, \dots, B_i$  donde  $i \subseteq n$ . Por lo que las condiciones de positividad no se garantizan si el subportafolio es de una canasta sintética con respecto al índice.

Ahora, ¿qué sucede si el número de instrumentos disponibles para el factor k es menor que 3? De manera general, se podría recomendar reducir la cantidad de factores a aquellos que garanticen que cada factor tenga, como mínimo, 3 instrumentos disponibles en todo momento, lo cual simplificaría el proceso de replicación. Ya que es la única forma para que matemáticamente se garantice una réplica que cumpla con las restricciones iniciales. Sin embargo, si es necesario incluir un factor de riesgo k con menos de 3 instrumentos para caracterizar adecuadamente el riesgo, se deben hacer ciertos supuestos para garantizar que el portafolio se invierta en su totalidad en un formato long-only.

En el caso que el número de instrumentos disponibles para invertir por factor de riesgo es uno, entonces la solución se vuelve trivial, ya que por fuerza la exposición del subportafolio del índice va a ser igual a la sensibilidad del instrumento disponible por la ponderación de ese factor en la canasta. Con lo que:

$$D_{1,k} = D_{\$}(I,k) \ y \ C_{1,k} = C_{\$}(I,k)$$

Por otro lado, en el caso de que solo haya dos instrumentos disponibles para un factor de riesgo, es necesario construir un sistema de programación lineal que minimice el error entre la duración modificada y la convexidad del índice con respecto a las de los bonos, sujeto a las restricciones de long-only y fully-invested. No obstante, en este trabajo nos omitimos la optimización al asumir que la media de la duración modificada y la convexidad de los bonos se aproxima a la del índice. Este supuesto es válido únicamente si el índice tiene como objetivo replicar el mercado en su conjunto, como es en este caso. De lo contrario, el supuesto sería inválido, y la optimización sería necesaria.

#### Resultados

## Simulación y optimización del ETF por sensibilización de duración.

Utilizando la metodología de sensibilización de duración y convexidad (SD&C), replicamos el índice de renta fija gubernamental dominicana, denominado Gobix Like Index, elaborado a partir de los lineamientos del GOBIXDR y utilizando los vectores de precios de Quantech SRL. Esta replicación se realizó para el período 2014-2023. En la gráfica siguiente, se muestra la evolución histórica del nivel del índice junto al ETF que lo sigue.

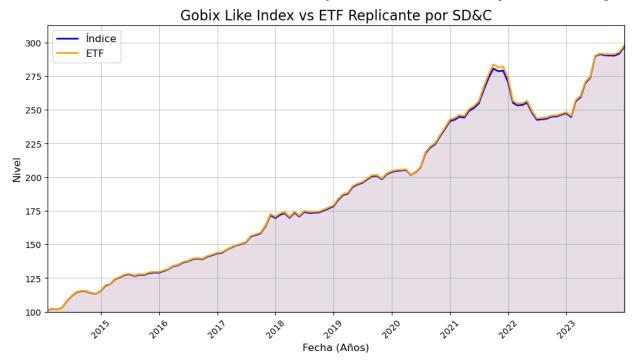


Ilustración 2 Nivel Índice de referencia vs ETF replicante. Fuente: Elaboración propia.

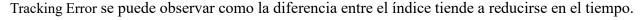
Max Drawdown (Últimos 12 meses)			
Fecha	Índice	ETF	
12/31/2014	-1.71%	-1.80%	
12/31/2015	-0.92%	-0.97%	
12/31/2016	-0.31%	-0.33%	
12/31/2017	-1.24%	-1.17%	
12/31/2018	-2.00%	-2.07%	
12/31/2019	-1.21%	-1.26%	
12/31/2020	-1.87%	-2.03%	
12/31/2021	-3.56%	-3.56%	
12/31/2022	-13.58%	-14.15%	
12/31/2023	-12.86%	-13.49%	

Tabla 1: Max Drawdown últimos 12 meses

De manera general, se puede observar que el comportamiento histórico de la serie del Índice y la del ETF son prácticamente idénticos. El periodo con mayor desviación entre las series es entre 2021 y 2023, donde se conoce que hubo un ciclo de alta volatilidad en el ciclo de tasas de interés, por lo tanto, es sorprendente como se mantuvo el tracking error bajo en periodos de alta volatilidad de las tasas.

Partiendo de este visual es preciso concluir que la metodología utilizada en el ETF replica de forma efectiva el comportamiento del índice. Es importante recalcar los supuestos que maneja nuestra metodología que contribuyen a la falta de precisión de los resultados. Por igual, los resultados anuales observados en Tabla 1: Max Drawdown últimos 12 meses , muestran anualmente el comportamiento del max drawdown de ambos portafolios y como era de esperar partiendo de lo observado en Ilustración 2 Nivel Índice de referencia vs ETF replicante sus resultados son muy similares.

Por otro lado, en los resultados del Tracking Error (referirse a la sección de Tracking Error**Error! Reference source not found.** para su definición) presentados en la Ilustración 3 Histórico del



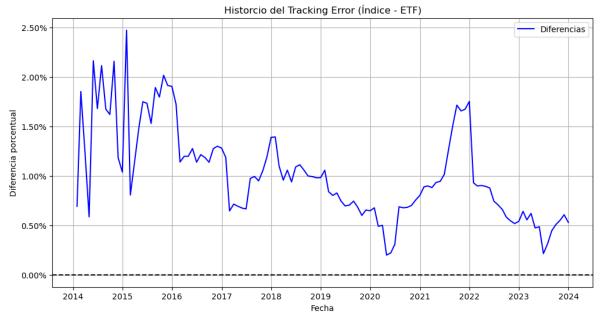


Ilustración 3 Histórico del Tracking Error. Fuente: Elaboración propia.

Cabe destacar que el ejercicio fue desarrollado con data mensual por lo que la cantidad de observaciones es una limitante al momento de analizar el comportamiento histórico del tracking error. Sin embargo, en lo referente a esta variable un ETF busca un resultado lo más cercano a 0 posible, por lo que su tendencia a la baja (acercándose a 0) da una buena impresión en cuanto a sus resultados. Es razonable plantear que la media del tracking error tiende a cero mientras más se aumenta el número de observaciones.

El tracking error se ha reducido con el desarrollo y madurez del mercado de deuda pública a partir de la desmaterialización de los títulos en 2013. Este comportamiento también va de la mano con los avances que ha tenido el mercado de valores dominicano viendo como el comportamiento se ha ido acercando a lo esperado en el tiempo considerando que en el tramo de mediados del 2020 a 2022 los impactos de la pandemia del COVID-19 provocaron alta volatilidad y poca frecuencia de transacciones en los precios observados.

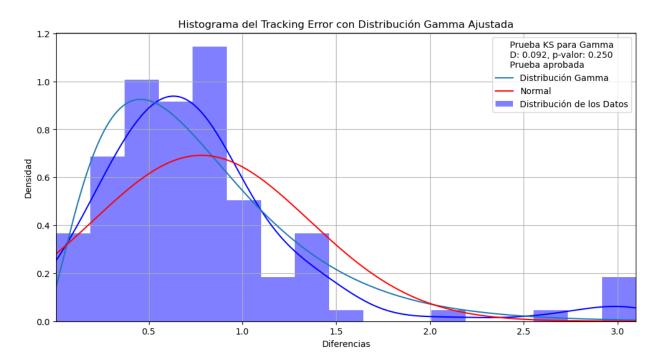


Ilustración 9: Ajuste de distribución para las observaciones de tracking error entre el Índice de referencia y el ETF.

Analizando los resultados desde otra perspectiva, la Ilustración 9: presenta los resultados de una prueba de bondad de ajuste cuya conclusión indica que la distribución de frecuencias de las diferencias absolutas entre el índice y el ETF coinciden con el comportamiento de una distribución Gamma. A partir de esto podemos concluir que la mayor frecuencia de los resultados se concentra en valores más pequeños. No solo esto, si no que observando la narrativa de la imagen 4 y 5, es razonable concluir que la mientras más aumentamos el número de observaciones más cercana estará la media de la distribución gamma a cero.

## Comparación de las características riesgo/retornos del ETF con respecto al índice

Entre las métricas resultantes de ambos portafolios, la principal a destacar es la duración modificada y la convexidad ya que estas explican la sensibilidad de un portafolio ante los cambios en las tasas de interés (detallado en el apartado Modelo de Factores de Riesgo para Renta Fija) y la investigación se basa en como partiendo únicamente de la sensibilidad es posible replicar la exposición y el comportamiento de un índice de deuda de la República Dominicana.

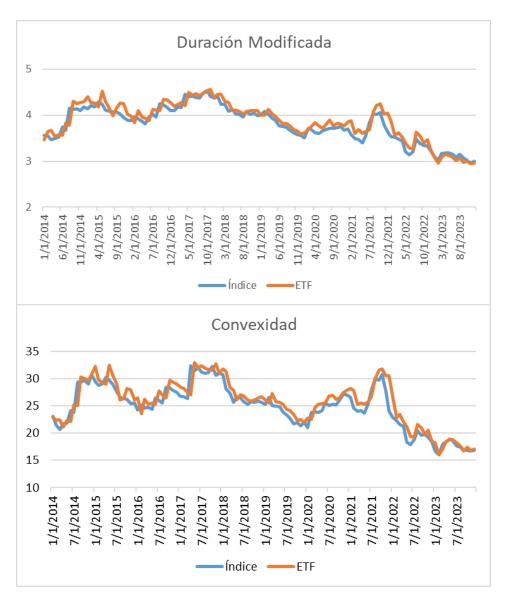


Ilustración 4 Convexidad & Duración Modificada Total. Fuente: Elaboración propia.

Observando el comportamiento histórico de la convexidad y la duración modificada en la Ilustración 4 es perceptible como a nivel agregado la sensibilidad del ETF ha aproximado de forma histórica la del Índice en cuestión.

Al profundizar un poco más en cuanto a la comparativa de las sensibilidades, la Ilustración 5 detalla la comparativa de las sensibilidades obtenidas según los factores de riesgo a los que se encuentran expuestos ambos portafolios.

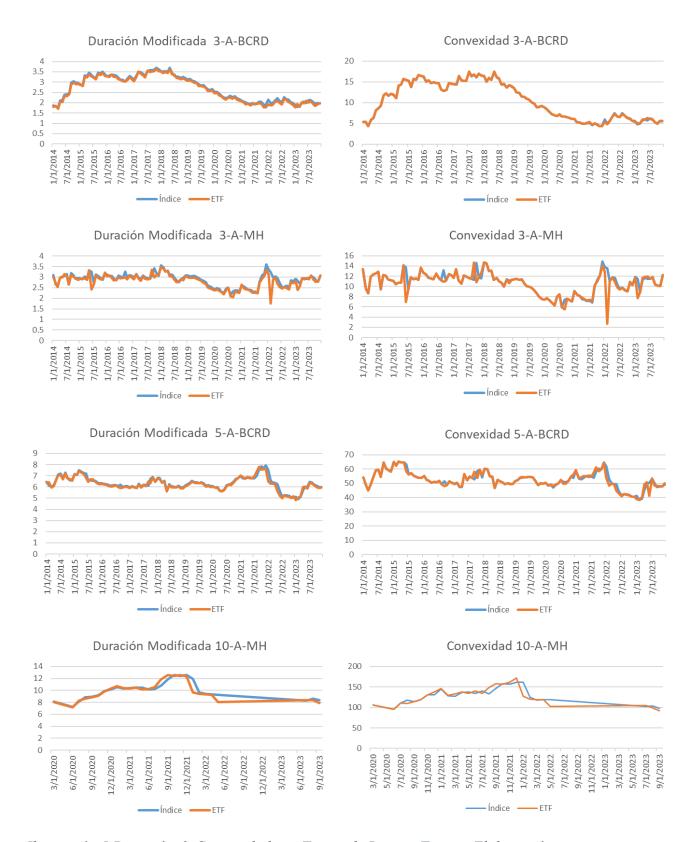


Ilustración 5 Duración & Convexidad por Factor de Riesgo. Fuente: Elaboración propia

Según lo observado, en cada factor de riesgo se percibe una clara aproximación por parte del ETF al comportamiento del Índice. Esto es de vital importancia en cuenta a los resultados obtenidos porque indica que el portafolio sintético se expone de forma eficiente a los mismos factores que afectan al portafolio global. Esta es una característica importante y de principal relevancia en la elaboración de un ETF ya que un inversionista al invertir en este tipo de vehículos financieros, más que un rendimiento, busca conseguir la exposición del índice correspondiente.

Por otro lado, una métrica de relevancia para un inversionista es la volatilidad de sus retornos. En la Ilustración 6 se muestra como históricamente las volatilidades de ambos portafolios ha tenido prácticamente el mismo comportamiento. Esto nos permite afirmar que un inversionista que tome una posición en el fondo experimentaría variaciones similares en su portafolio a las de haber tomado una posición por separado en cada instrumento del índice.



Ilustración 6 Comparación de Desviaciones Estándar. Fuente: Elaboración propia

Otras métricas de rendimiento que pudieran ser comparadas entre ambos portafolios son por ejemplo YTM, current yield, y Sherman ratio. La Ilustración 6 muestra cómo se observa los resultados de la YTM y Sherman Ratio se aproximan, similar al comportamiento observado en las características tratadas anteriormente, sin embargo, no todas las métricas de retorno o riesgo del portafolio tendrán comportamientos similares.

En el caso del current yield, vemos como históricamente el comportamiento de ambos portafolios no refleja la similitud que se observa en las demás. En el caso de esta métrica cuyo resultado depende directamente del cupón de los instrumentos que conforman un portafolio, es de entender que su resultado no se vea replicado al igual que los demás, ya que la metodología de replicación no persigue instrumentos cuyo cupón sea similar al del portafolio base, sino exclusivamente en su tenor.

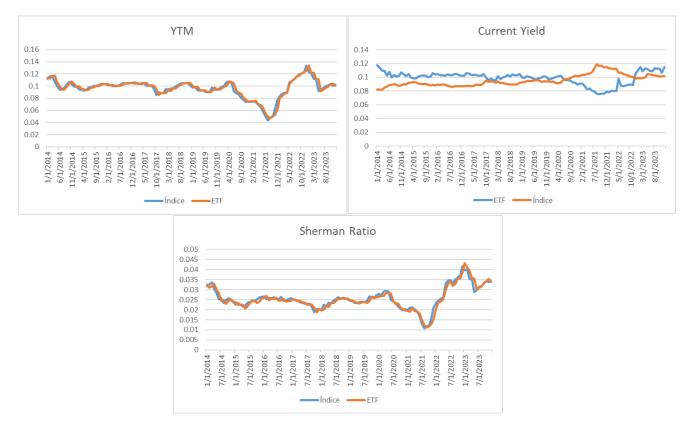


Ilustración 7 Otras Métricas. Fuente: Elaboración propia.

1

Al contrastar los resultados obtenidos por el portafolio sintético del ETF con los del Índice de referencia, se observa que ambos portafolios a nivel histórico se han visto expuestos de forma similar a los impactos recibidos en el mercado. Teniendo esto en cuenta es importante hacer alusión a que lo único que la metodología implementada en esta investigación se ha enfocado en replicar ha sido la sensibilidad a los movimientos de las tasas de interés, en otras palabras, su duración y convexidad. Sin embargo, partiendo de los puntos tratados en este apartado hemos visto que la sensibilidad se extrapola directamente al comportamiento de los retornos de un portafolio de renta fija.

#### Análisis de la eficiencia en la reducción de la dimensionalidad de la canasta del Índice.

Uno de los puntos en los que esta investigación hace hincapié, es en la metodología sintética para la elaboración del ETF, esto partiendo de que la misma al conseguir aproximar de forma lo suficientemente precisa la exposición y los retornos del índice en cuestión, resulta una gestión más eficiente en lo que a costos corresponde, ya que con una menor cantidad de instrumentos (en ocasiones incluso agregando derivados) el ETF consigue replicar de manera efectiva. Teniendo esto en cuenta, la Ilustración 8 muestra de forma anual, el comportamiento promedio de la cantidad de instrumentos que conformaron las canastas del índice y el fondo.

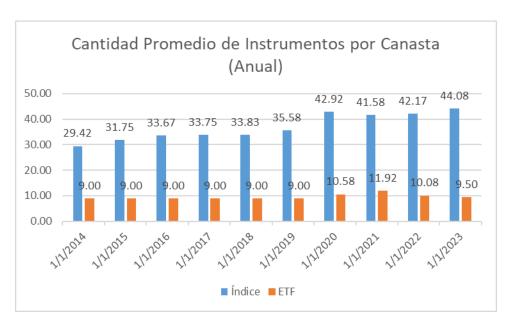


Ilustración 8 Canastas Históricas. Fuente: Elaboración propia.

Luego de repasar los resultados obtenidos, es preciso concluir que la metodología de Sensibilización de Duración y Convexidad utilizada en esta investigación es una estrategia eficaz para replicar el comportamiento de un índice de deuda local denominada en pesos de la República Dominicana como el utilizado en las bases propuestas.

El análisis detallado de las métricas se muestra como el ETF no solo replica de forma eficiente la sensibilidad del índice ante los cambios en las tasas de interés, sino que también mantiene un comportamiento coherente y estable con el índice en períodos de volatilidad.

Además, la tendencia a la baja del tracking error a lo largo del tiempo indica que la metodología se va acercando cada vez más a los resultados del índice, destacando que dicho comportamiento puede estar viéndose impulsado por los avances que ha tenido el mercado de valores dominicano en el período en cuestión, partiendo de esto se esperaría que el comportamiento mantuviera su mejoría en el tiempo

## Implicaciones y limitaciones

## Índice de Deuda Gubernamental de la Republica Dominicana GOBIXDR.

Como se resalta en el desglose de la construcción del índice utilizado para el desarrollo del ejercicio, algunas características del GOBIX no lo hacen un índice ideal para utilizar como benchmark en un ETF sobre todo por características que no consideran la viabilidad de los participantes para su replicación como su metodología de reinversión de los excedentes. Esto quiere decir que actualmente la República Dominicana no maneja un índice de deuda que pueda ser utilizado como benchmark tomando en cuenta todas sus características.

## Implicaciones para la estructuración de ETF en República Dominicana.

Actualmente la ley de la República Dominicana considera estructuras que coinciden con las características de un ETF con los Fondos Abiertos Cotizados. Según SIMV, son fondos de inversión abierto cuyo portafolio lo forman instrumentos, de renta variable o fija, en proporciones tales que permiten replicar un indicador bursátil u otro indicador de referencia verificable, cuyas cuotas de participación emitidas son negociables y transables en una bolsa aprobada por la Superintendencia. Esta debe garantizar que todos los participantes cumplan con las normas y directrices establecidas.

Por igual, es necesario identificar y coordinar con los participantes autorizados, gestores de fondos y proveedores de índices será crucial. Cada uno debe estar debidamente capacitado y tener la infraestructura necesaria para manejar la complejidad de un ETF.

Partiendo de esto, el reto consiste en identificar a los participantes que estarían conformando la estructura necesaria para su implementación, sobre todo en lo concerniente a los participantes autorizados, gestor del fondo y proveedor del índice.

## Desafios en la implementación de un ETF

El ejercicio realizado en esta investigación busca comparar únicamente los retornos totales de ambos portafolios sin considerar otros gastos en los que el fondo podría incurrir en los procesos recurrentes que conlleva la gestión, sin embargo, en la práctica esto no existe. El administrador del fondo se encuentra expuesto a las situaciones comunes del mercado de valores donde otras características como la liquidez, el costo transaccional y los impuestos impactan en los resultados finales de las transacciones. Por lo tanto, los costos asociados con la creación, gestión y transacción de los ETFs deben ser gestionados de manera eficiente para ofrecer un producto competitivo en el mercado.

Ya que un ETF de deuda sería un producto innovador en el mercado, la comprensión de los ETFs entre los inversores debería representar un factor fundamental. Los inversores deben estar informados sobre cómo funcionan los ETFs, sus beneficios y riesgos, para tomar decisiones informadas.

## Impacto potencial en el mercado local de renta fija.

La introducción de un ETF de deuda gubernamental en la República Dominicana podría ofrecer varios beneficios significativos para el mercado de renta fija:

- Mejora de la Liquidez: Un ETF de deuda gubernamental podría atraer una mayor participación de inversionistas, tanto nacionales como internacionales, incrementando la liquidez del mercado y facilitando la ejecución de transacciones a precios más justos y representativos del valor real de los instrumentos financieros.
- Reducción del Ruido en los Precios: Al agrupar varios instrumentos de deuda en un solo fondo, los ETFs proporcionan una referencia de precios más estable y menos volátil, lo que

- podría reducir significativamente el ruido en la formación de precios en el mercado de renta fija dominicano.
- Atracción de Inversionistas Internacionales: Los ETFs son instrumentos conocidos y valorados en los mercados internacionales, lo que podría hacer que el mercado de renta fija dominicano sea más atractivo para los inversionistas extranjeros. Esto no solo aumentaría la liquidez, sino que también podría conducir a una mayor integración con los mercados globales, beneficiando a la economía dominicana en su conjunto (Zvi Bodie, 2021)

## Conclusión

El desarrollo del índice de referencia y el ETF correspondiente a este estudio ha demostrado de manera convincente que es posible replicar de forma eficaz la exposición de un índice de deuda completo utilizando un número limitado de instrumentos, adaptado a ciertas particularidades del mercado de deuda dominicano partiendo principalmente de su duración y convexidad. Ya que el índice fue elaborado basándose en la metodología del GOBIX y con los instrumentos de deuda pública correspondientes, los resultados de las metodologías aplicadas deberían poder extrapolarse al mercado de valores dominicano de manera efectiva.

La metodología de clúster jerárquico utilizada para analizar la estructura temporal de la curva de rendimientos indica que, con solo 5 factores de riesgo, se puede explicar el comportamiento de toda la curva de rendimientos de la deuda local denominada en pesos dominicanos. Esta premisa no solo abre las puertas para una gestión más eficiente del portafolios de deuda de la República Dominicana, sino que demuestra que aún con las limitaciones presentes el mercado dominicano, el desarrollo actual ya permite a los participantes explotar estándares globales en lo correspondiente a renta fija.

El éxito del enfoque aplicado en esta investigación tiene implicaciones significativas en la gestión de portafolios y creación de ETFs en mercados emergentes. Lo capacidad de poder replicar un índice de deuda con solo un conjunto limitado de instrumentos representa una herramienta valiosa para los gestores que buscan maximizar la eficiencia operativa y la exposición a mercados de este tipo. El estudio también sugiere que, con los ajustes adecuados, la metodología podría aplicarse a otros conjuntos de instrumentos de deuda e incluso a otros mercados con características similares dando así un marco flexible y adaptable para la creación de fondos abiertos cotizados.

En conclusión, la investigación llevada a cabo no solo valida la técnica utilizada por el ETF para replicar el índice de referencia, sino, que aporta una nueva perspectiva sobre cómo abordar la replicación de índices de deuda en mercados emergentes.

## Bibliografía

- ABNER, D. (2010). *The ETF Hanbook: How to Value and Trade*. Hoboken, New Jersey: John Wiley & Sons, Inc.
- ADOSAFI. (2024, Abril). Fondos de Inversion en Republica Dominicana. Retrieved from adosafi.org: https://adosafi.org/wp-content/uploads/2024/05/04.-Boletin-Abril-2024.pdf
- BIS. (2022). Calculation of RWA for market risk.
- Bloomberg. (2023, Diciembre 15). *Bloomberg Fixed Income*. Retrieved from Bloomberg: https://assets.bbhub.io/professional/sites/10/Bloomberg-Index-Publications-Fixed-Income-Index-Methodology.pdf
- Bolsa de Valores Dominicana. (2014, Noviembre). *Metodología Índice de Deuda Gubernamental de la República*. Retrieved from BVRD: https://bvrd.com.do/indice/Data/metodologia-gobix.pdf
- Fabozzi, F. (n.d.). The Handbook of Fixed Income Securities.
- Fallón, E. C., Rojas, T. D., & Peña, C. R. (2010). Evidence of Active Management of Private Voluntary Pension Funds in Colombia: A Performance Analysis Using Proxy ETFs. *Estudios Gerenciales, vol. 26(115), Universidad ICESI.*, 13-38.
- Fama, E. F. (1970). Efficient Capital Markets: A Review of Theory and Empirical Work. *JSTOR*, 385-417.
- Gómez Chiñas, C. (2019, Diciembre). Presentacion. *Análisis Económico, vol. XXXIV(87)*, pp. 5-8.
- Guzman, S. (2022, 10 18). *The ETF Revolution And The Market's Evolution*. Retrieved from Forbes: https://www.forbes.com/sites/forbesfinancecouncil/2022/10/18/the-etf-revolution-and-the-markets-evolution/
- Hodnett, K., & Hsieh, H. (2012). Capital Market Theories: . *International Business & Economics Reaserch Journal*, 849-862.
- James, G., Witten, D., Hastie, T., Tibshirani, R., & Taylor, J. (2023). *An Introduction to Statistical Learning*.
- Kosev, M., & Williams, T. (2011). Exchange-traded Funds. Reserve Bank Of Australia.
- Kostovetsky, L., & Warner, J. (2022). The Market for Fund Benchmarks: Evidence from ETFs.
- Ley-No.-249-17. (n.d.). Retrieved from RDVAL: https://rdval.com.do/images/files/Ley-No.-249-17.pdf
- Nelson, C., & Siegel, A. (1987). Parsimonious Modeling of Yield Curves.

- OECD. (2012). El mercado de capitales en República Dominicana: Aprovechando su potencial para el desarrollo. OECD Publishing.
- Ramaswamy, S. (2011). Market structures and systemic risks of exchange-traded funds. BIS.
- Rudolf, M., Wolter, H., & Zimmermann, H. (1999). A linear model for tracking error minimization. *Elsevier*, 85-103.
- Sampaio Maluf, Y., & Melo Albuquerque, P. H. (2013). Evidências Empíricas: Arbitragem no Mercado Brasileiro com Fundos ETFs. *Contabilidade & Finanças USP, vol. 24, núm. 61*, 64-74.
- Stefanica, D. (2010). A primer for the mathematics fo financial engineering. Financial Engineering Press.
- Todorov, K. (2021). The anatomy of bond ETF arbitrage.
- Torres Bello, J. R., & Sosa Castro, M. (2018). Propuesta de Fondos Cotizados (ETFs) sectoriales en México y carteras eficientes.
- Zvi Bodie, A. K. (2021). Investments.

## Anexos

El modelo de Nelson y Siegel es uno de los enfoques más populares para la modelización de la estructura temporal de tasas de interés. Este modelo fue desarrollado con el objetivo de proporcionar una representación parsimoniosa de la curva de rendimientos, permitiendo capturar las principales características de la misma con un número reducido de parámetros. La fórmula del modelo combina una función exponencial con una función lineal, lo que permite ajustar la curva de rendimientos de manera flexible a diferentes formas que esta pueda adoptar, ya sea ascendente, descendente o con picos y valles. se deriva de la solución de una ecuación diferencial ordinaria que describe la dinámica de las tasas de interés, la cual viene dada por:

$$f(0,\theta) = \beta_0 + \beta_1 \exp\left(-\frac{\theta}{\tau_1}\right) + \beta_2 \left(\frac{\theta}{\tau_1}\right) \exp\left(-\frac{\theta}{\tau_1}\right)$$

Donde  $f(0, \theta)$  representa la tasa forward instantánea de hoy (0) para la fecha  $\theta$ .

$$R^{c}(0,\theta) = \frac{1}{\theta} \int_{0}^{\theta} f(0,s)ds$$

Resolviendo la integral que relaciona las tasas forwards con las tasas cero cupón (ecuación 2), obtenemos la ecuación central del modelo de Nelson y Siegel.

$$R^{c}(0,\theta) = \beta_{0} + \beta_{1} \left[ \frac{1 - exp\left(-\frac{\theta}{\tau}\right)}{\frac{\theta}{\tau}} \right] + \beta_{2} \left[ \frac{1 - exp\left(-\frac{\theta}{\tau}\right)}{\frac{\theta}{\tau}} - exp\left(-\frac{\theta}{\tau}\right) \right]$$

#### Donde:

- $R^{c}(0, \theta)$  es la tasa cero cupón compuesta continua en el tiempo cero con madurez  $\theta$ .
- $\beta_{\theta}$  es el límite de  $R^{c}(\theta, \theta)$  cuando  $\theta$  tiende a infinito. En la práctica es la tasa de interés de largo plazo.
- $\beta_1$  es el límite de  $R^c(0, \theta)$  cuando  $\beta_0$  tiende de  $\theta$  a cero. Es el spread entre las tasas de corto y largo plazo.
- $\beta_2$  es un parámetro de curvatura.
- $\tau$  es un parámetro de escala que mide la tasa a la cual los componentes de corto y mediano plazo decaen a cero.

Una de las principales ventajas del modelo de Nelson y Siegel es su capacidad para suavizar las tasas de interés a lo largo de la curva, forzando la tasa a largo plazo hacia una asíntota horizontal.

## Abreviaturas

ETF: Exchange Traded Fund

YTM: Rendimiento a vencimiento

#### Glosario

## 1. Sensibilización de Duración y Convexidad (SD&C)

Modelo utilizado para garantizar la réplica eficiente de un ETF con respecto a su índice de referencia. Se basa en las medidas de duración y convexidad de los instrumentos financieros.

#### 2. Índice de Referencia

Conjunto de activos financieros agrupados según ciertos criterios, que sirve como objetivo de rendimiento para portafolios, referencia para características retorno/riesgo de una clase de activo, y base para productos financieros. En el contexto del mercado de renta fija de la República Dominicana, se menciona el GOBIX como un ejemplo.

#### 3. Curva de Rendimiento

Representación gráfica que muestra la relación entre la tasa de rendimiento y el tiempo de vencimiento de los bonos de deuda. Es fundamental para la identificación de factores de riesgo en la replicación de un índice.

## 4. Factores de Riesgo

Elementos que afectan el rendimiento de los activos financieros, especialmente en el contexto de la renta fija. En este trabajo, se identifican mediante técnicas de agrupación jerárquica para reducir la dimensionalidad y simplificar la réplica de la curva de rendimientos.

## 5. Clúster Jerárquico

Técnica estadística utilizada para agrupar datos en subgrupos o clústeres basados en su similitud. En el contexto del trabajo, se utiliza para caracterizar los factores de riesgo en el mercado de renta fija dominicano, agrupando tramos de la curva de rendimientos.

## 6. Dendograma

Gráfico que representa la serie de agrupaciones anidadas producidas por un clúster jerárquico, permitiendo visualizar las relaciones jerárquicas entre los datos.

## 7. ETF (Exchange-Traded Fund)

Fondo de inversión que replica el rendimiento de un índice financiero, y cuyas cuotas se negocian en bolsa. En la República Dominicana, se les conoce como Fondos Abiertos Cotizados, según la legislación local.

#### 8. Duración

Medida que indica la sensibilidad del precio de un bono a cambios en las tasas de interés. Es una herramienta clave en la gestión del riesgo de interés.

#### 9. Convexidad

Medida que complementa la duración, indicando cómo cambia la duración de un bono con respecto a cambios en la tasa de interés. Es esencial para una réplica más precisa del comportamiento de la curva de rendimientos.

## 10. Liquidación

Proceso de completar una transacción financiera, especialmente relevante en mercados de renta fija para garantizar la eficiencia y el éxito de estrategias de replicación de índices.

## 11. SIMV (Superintendencia del Mercado de Valores de la República Dominicana)

Entidad reguladora del mercado de valores en la República Dominicana, encargada de supervisar y regular la creación y operación de productos financieros, incluidos los ETFs.

## 12. Mercado de Renta Fija

Segmento del mercado financiero donde se negocian instrumentos de deuda como bonos y obligaciones. Es un mercado clave en la investigación, con particular énfasis en la República Dominicana.

## 13. Fondo Abierto Cotizado

Fondo de inversión que sigue un índice financiero y cuyas cuotas se negocian en bolsa. Similar a un ETF, pero adaptado a las regulaciones dominicanas.

## 14. Replicación de Índice

Proceso de crear un portafolio que imite el rendimiento de un índice financiero. En este trabajo, se enfoca en replicar un índice de renta fija utilizando un número limitado de instrumentos.

#### 15. Sherman Ratio

Medida del rendimiento ajustado al riesgo que considera tanto la volatilidad (desviación estándar) como el Max Drawdown (máxima caída). Es útil para evaluar la eficiencia de un portafolio o estrategia de inversión en términos de riesgo y rendimiento.

## 16. Max Drawdown

La mayor pérdida en el valor de un portafolio desde un pico hasta un punto bajo, antes de alcanzar un nuevo pico. Es una métrica importante para evaluar el riesgo de pérdida extrema en una estrategia de inversión.

#### 17. Desviación Estándar

Medida de la volatilidad de los rendimientos de un activo o portafolio. Indica cuánto varían los rendimientos respecto a su promedio, y es un componente clave en la evaluación del riesgo.