Resolução de Problemas do Livro

Cálculo e Álgebra Linear: Vol 1: Vetores no plano e funções de uma variáve. (Kaplan, W.; Lewis, D. J.)

por

Igo da Costa Andrade

Referência
KAPLAN, W.; LEWIS, D. J.. **Cálculo e Álgebra Linear**: Vol 1: Vetores no plano e funções de uma variáve.. Rio de Janeiro, Ed. Univ, de Brasilia, 1972.

Capítulo 0: Introdução

PROBLEMAS

1 (a) Encontre um inteiro x tal que $10\sqrt{2} < x < 10\sqrt{3}$.

Solução:
Observemos que $10\sqrt{2}$, x e $10\sqrt{3}$ são números positivos. Então:

- Pela primeira desigualdade, temos:

$$10\sqrt{2} < x \Rightarrow \begin{cases} (10\sqrt{2})\cdot(10\sqrt{2}) < (10\sqrt{2})\cdot x \\ (10\sqrt{2})\cdot x < x \cdot x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 200 < (10\sqrt{2})\cdot x \\ (10\sqrt{2})\cdot x < x^2 \end{cases}$$
$$\Rightarrow 200 < x^2$$

- Pela segunda desigualdade, temos:

$$x < 10\sqrt{3} \Rightarrow \begin{cases} x\cdot x < (10\sqrt{3})\cdot x \\ (10\sqrt{3})\cdot x < (10\sqrt{3})\cdot(10\sqrt{3}) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x^2 < (10\sqrt{3})\cdot x \\ (10\sqrt{3})\cdot x < 300 \end{cases}$$
$$\Rightarrow x^2 < 300$$

Combinando os resultados acima, obtemos:

$$\begin{aligned} 10\sqrt{2} < x < 10\sqrt{3} \Rightarrow 200 < x^2 < 300 &\Rightarrow x^2 = 225, 256, 289 \\ &\Rightarrow x = 15, 16, 17. \end{aligned}$$

■

(b) Encontre um inteiro x tal que $-5\sqrt{2} < x < -3\sqrt{3}$.

Solução:
Observememos que $-5\sqrt{2}$, x e $-3\sqrt{3}$ são todos números negativos.

- Pela primeira desigualdade:

$$-5\sqrt{2} < x \Rightarrow \begin{cases} (-5\sqrt{2})\cdot(-5\sqrt{2}) > (-5\sqrt{2})\cdot x \\ (-5\sqrt{2})\cdot x > x^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 50 > (-5\sqrt{2})\cdot x \\ (-5\sqrt{2})\cdot x > x^2 \end{cases}$$
$$\Rightarrow 50 > x^2$$

- Pela segunda desigualdade,

$$x < -3\sqrt{3} \Rightarrow \begin{cases} x \cdot x > (-3\sqrt{3}) \cdot x \\ (-3\sqrt{3}) \cdot x > (-3\sqrt{3}) \cdot (-3\sqrt{3}) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x^2 > (-3\sqrt{3}) \cdot x \\ (-3\sqrt{3}) \cdot x > 27 \end{cases}$$
$$\Rightarrow x^2 > 27$$

Combunando os resultados acima, tem-se:

$$\begin{aligned} -5\sqrt{2} < x < -3\sqrt{3} \Rightarrow 50 > x^2 > 27 &\Rightarrow x^2 = 49 \text{ ou } 36 \\ &\Rightarrow x^2 = (-7)^2 \text{ ou } (-6)^2 \\ &\Rightarrow x = -7 \text{ ou } -6 \end{aligned}$$

■

(c) Encontre um número racional x tal que $\sqrt{2} < x < \sqrt{3}$.

Solução:

$$\sqrt{2} < x < \sqrt{3} \Rightarrow (\sqrt{2})^2 < x^2 < (\sqrt{3})^2 \Rightarrow 2 < x^2 < 3$$

A título de exemplo, façamos:

$$\begin{aligned} \sqrt{2} < x < \sqrt{3} &\Rightarrow 2 < x^2 < 3 \\ &\Rightarrow \frac{200}{100} < x^2 < \frac{300}{100} \end{aligned}$$

■