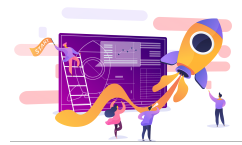
Resolução de Problemas do Curso

Curso de Física Básica (Veduca)



por

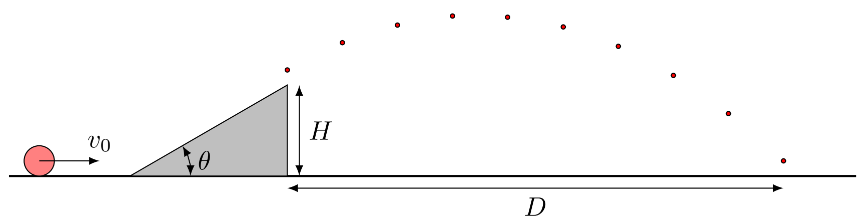
Igo da Costa Andrade

Movimentos em duas ou três dimensões

Lançamento a partir de uma plataforma inclinada

1 Um corpo, que vem com velocidade v_0, passa por uma plataforma de lançamento com uma inclinação θ conhecida, com altura H. No fim da plataforma, o corpo sai do local e alcança uma distância d. Qual é essa distância?

Solução:



Dividimos o movimento em duas etapas: (i) o movimento de subida na plataforma inclinada; e (ii) o movimento parabólico assim que o corpo perde o contato com a plataforma.

Na primeira etapa, o corpo sobe a plataforma inclinada com desaceleração dada por

$$a = g \sin\theta$$

Ao fim dessa etapa, o corpo percorrerá uma distância igual a $\Delta s = \dfrac{H}{\sin\theta}$ e atingirá uma velocidade$v$, tal que:

$$\begin{aligned} v^2 = v_0^2 - 2a\Delta s &\Rightarrow v^2 = v_0^2 - 2g\sin\theta\frac{H}{\sin\theta} \\ &\Rightarrow v^2 = v_0^2 - 2gH \\ &\Rightarrow v = \sqrt{v_0^2 - 2gH} \end{aligned}$$

Depois de percorrer a plataforma, o corpo é lançado da altura H, com velocidade v calculada acima. As equações horárias da trajerória são as seguintes:

$$\begin{cases} x = v\cos\theta t \\ y = H + v\sin\theta t - \dfrac{1}{2}gt^2 \end{cases}$$

Substituindo $t = \dfrac{x}{v\cos\theta}$ na equação horária da posição x na equação para a posição y, temos:

$$
\begin{aligned}
y &= H + v\sin\theta\frac{x}{v\cos\theta} - \frac{1}{2}g\left(\frac{x}{v\cos\theta}\right)^2 \\
y &= H + \tan\theta x - \frac{g}{2v^2\cos^2\theta}x^2
\end{aligned}
$$

Para determinar o alcance do corpo, façamos $y = 0$, donde:

$$
\begin{aligned}
H + \tan\theta x - \frac{g}{2v^2\cos^2\theta}x^2 = 0 &\Rightarrow x^2 - \tan\theta\left(\frac{2v^2\cos^2\theta}{g}\right)x - H\left(\frac{2v^2\cos^2\theta}{g}\right) = 0 \\
&\Rightarrow x^2 - \frac{v^2 2\sin\theta\cos\theta}{g}x - \frac{2v^2 H\cos^2\theta}{g} = 0 \\
&\Rightarrow x^2 - \frac{v^2\sin(2\theta)}{g}x - \frac{2v^2 H\cos^2\theta}{g} = 0 \\
&\Rightarrow x = \frac{-\left[-\frac{v^2\sin(2\theta)}{g}\right] \pm \sqrt{\left[-\frac{v^2\sin(2\theta)}{g}\right]^2 - 4\left(-\frac{2v^2 H\cos^2\theta}{g}\right)}}{2} \\
&\Rightarrow x = \frac{\frac{v^2\sin 2\theta}{g} \pm \sqrt{\left(\frac{v^2\sin 2\theta}{g}\right)^2 + \frac{8v^2 H\cos^2\theta}{g}}}{2} \\
&\Rightarrow x = \frac{v^2\sin 2\theta}{g}\left[\frac{1}{2} \pm \frac{1}{2}\sqrt{1 + \frac{8v^2 H\cos^2\theta}{g}\frac{g^2}{v^4\sin^2 2\theta}}\right] \\
&\Rightarrow x = \frac{v^2\sin 2\theta}{g}\left[\frac{1}{2} \pm \frac{1}{2}\sqrt{1 + \frac{2gH}{v^2\sin^2\theta}}\right]
\end{aligned}
$$

Desprezamos a solução com sinal negativo pois representa um ponto da parábola anterior à posição de lanlamento. Assim, o alcance D é dado por:

$$
D = \frac{v^2\sin 2\theta}{g}\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\sqrt{1 + \frac{2gH}{v^2\sin^2\theta}}\right)
$$

Lembramdo que $v^2 = v_0^2 - 2gH$, temos:

$$
D = \frac{(v_0^2 - 2gH)\sin 2\theta}{g}\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\sqrt{1 + \frac{2gH}{(v_0^2 - 2gH)\sin^2\theta}}\right)
$$

8.4005952