

---

Resolução de Problemas do Livro

**Introdução à Mecânica Analítica (Maia, N. M. M)**

por

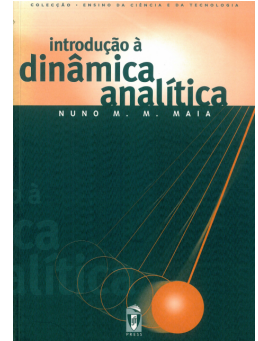
**Igo da Costa Andrade**

---

**Referência**

MAIA, N. M. M. **Introdução à Mecânica Analítica**. Lisboa, IST Press, 2000.

---



## Capítulo 2: Conceitos Fundamentais

### 2.8 PROBLEMAS

**2.1** Verifique se as seguintes expressões são ou não diferenciais exactas:

a)  $dU = x^2 y dx + y^2 x dy$

---

**Solução:**

Sejam  $A_x = x^2 y$  e  $S_y = y^2 x$ . Temos que  $dU$  será uma diferencial exata se, e somente se,

$$\frac{\partial A_x}{\partial y} = \frac{\partial A_y}{\partial x}.$$

Façamos:

$$\begin{cases} \frac{\partial A_x}{\partial y} = x^2 \\ \frac{\partial A_y}{\partial x} = y^2 \end{cases} \Rightarrow \frac{\partial A_x}{\partial y} \neq \frac{\partial A_y}{\partial x}$$

Portanto,  $dU = x^2 y dx + y^2 x dy$  não é uma diferencial exata. ■

---

b)  $dU = xy^2 dx + x^2 y dy$

---

**Solução:**

Sejam  $A_x = xy^2$  e  $A_y = x^2 y$ . Façamos:

$$\begin{cases} \frac{\partial A_x}{\partial y} = xy \\ \frac{\partial A_y}{\partial x} = xy \end{cases} \Rightarrow \frac{\partial A_x}{\partial y} = \frac{\partial A_y}{\partial x}$$

Portanto,  $dU = xy^2 dx + x^2 y dy$  é uma diferencial exata, ou seja,

$$dU = \frac{\partial U}{\partial x} dx + \frac{\partial U}{\partial y} dy,$$

em que  $\frac{\partial U}{\partial x} = A_x = xy^2$  e  $\frac{\partial U}{\partial y} = A_y = x^2y$ . A fim de determinar  $U = U(x, y)$ , façamos:

$$\begin{aligned}\frac{\partial U}{\partial x} = xy^2 &\Rightarrow U(x, y) = \int xy^2 dx = \frac{x^2y^2}{2} \\ &\Rightarrow U(x, y) = \frac{x^2y^2}{2} + f(y)\end{aligned}\tag{1}$$

$$\begin{aligned}\frac{\partial U}{\partial y} = x^2y &\Rightarrow U(x, y) = \int x^2y dy \\ &\Rightarrow U(x, y) = \frac{x^2y^2}{2} + g(x)\end{aligned}\tag{2}$$

Comparando os resultados em (1) e (2), devemos ter:

$$f(y) \equiv g(x) \Rightarrow f(y) = g(x) = \text{cte.}$$

Finalmente,

$$U(x, y) = \frac{x^2y^2}{2} + \text{cte.}$$

