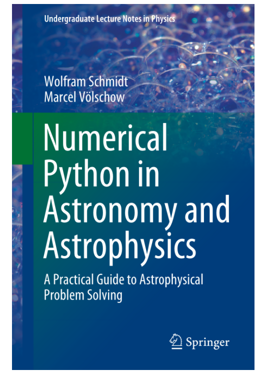
Resolução de Problemas do Livro

# Numerical Python in stronomy and Astrophysics: A practical guide to astrophysical problem solving (Schmidt, W.; Völschow, M)




por

**Igo da Costa Andrade**

**Referência**
SCHMIDT, W.; VÖLSCHOW, M. **Numerical Python in stronomy and Astrophysics**: A practical guide to astrophysical problem solving. Switzerland, Springer, 2021.

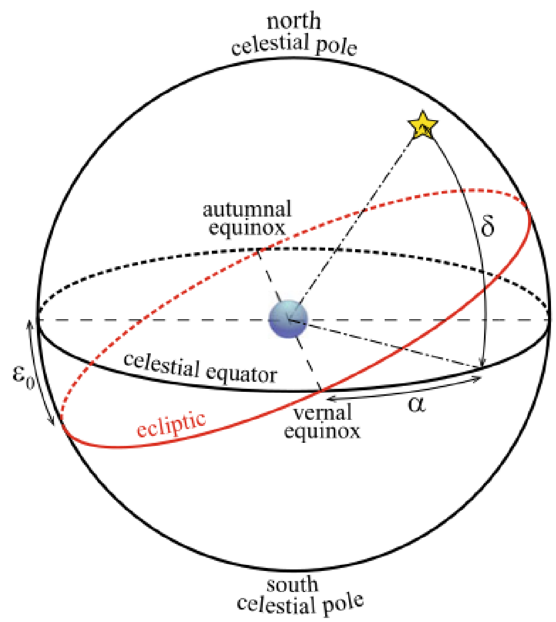
## Capítulo 2: Computação e exibição de dados[1]

**Resumo do capítulo**: Os arrays do NumPy são essenciais para cálculos numéricos em Python, estendendo suas capacidades numéricas de forma notável. Por exemplo, eles podem ser usados como variáveis simples para avaliar uma expressão aritmética para muitos valores diferentes sem precisar programar um loop. Na primeira seção, combinamos o poder do NumPy e do Astropy para calcular as posições de objetos na esfera celeste. Além disso, introduzimos o Matplotlib para produzir gráficos a partir de dados de arrays. Outras aplicações são mostradas no contexto das leis de Kepler e forças de maré, como a impressão de tabelas formatadas e a plotagem de mapas vetoriais.

[1]Título original: *Computing and Displaying Data*.

# 1 Astronomia Esférica

Figure 1: Esfera Celeste




Esfera celeste com coordenadas $\alpha$ (ascensão reta) e $\delta$ (declinação) de um objeto estelar. O plano orbital da Terra (eclíptica) intersecta a esfera ao longo do círculo vermelho, que é inclinado pelo ângulo $\varepsilon$ (obliquidade) em relação ao equador celeste. O equador celeste é a projeção externa do equador da Terra na esfera celeste. Os pontos de interseção da eclíptica e do equador celeste são os dois equinócios.

## 1.1 Declinação do Sol

Enquanto a declinação das estrelas é constante, a posição do sol muda no sistema equatorial no decorrer do período de um ano. Isso decorre da inclinação do eixo de rotação da Terra em relação à direção perpendicular da eclípica, a qual é denominada obliquidade e vale $\epsilon_0 = 23,44°$.A variação anual da declinação do Sol é dada por

$$\delta = -\arcsin\left[\sin\epsilon_0 \cos\left(\frac{360°}{365.24}(N+10)\right)\right]$$

em que $N$ é a quandidade de dias a partir de 1º de janeiro.

**Exemplo**

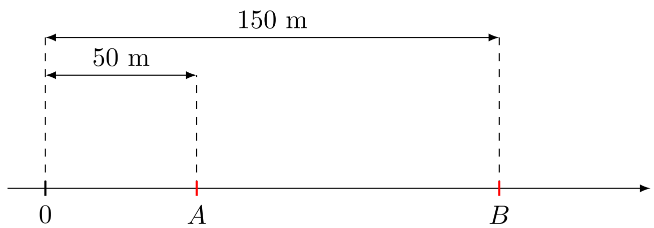
```
# Biblioteca importada
import math

# Dados do exemplo
N = 171 # dia do primeiro solstício
omega = 2*math.pi/365.24 # velocidade angular em rad/dia
ecl = math.radians(obliq) # obliquidade da eclípitica em rad

# Aproximação para a declinação do Sol
delta = -math.asin(math.sin(ecl) * math.cos(omega*(N+10)))
```

Resultado: Declinação do Sol em 20 de junho de 2020: $\delta = 23,43°$

**1 (FEI-SP)** Dois móveis $A$ e $B$, ambos com movimento uniforme, percorrem uma trajetória retilínea conforme mostra a figura. Em $t = 0$, estes se encontram, respectivamente, nos pontos $A$ e $B$ na trajetória. As velocidades dos móveis são $v_A = 50$ m/s e $v_B = 30$ m/s no mesmo sentido.




Em que instante a distância entre os dois móveis será 50 m?

(a) 200 m

(b) 225 m

(c) 250 m

(d) 300 m

(e) 350 m

**Solução:**

Escrevamos as equações horárias das trajétórias dos móveis $A$ e $B$, sabendo que ambos descrevem movimento uniforme:

$$\begin{cases} s_A = s_{0A} + v_A t \\ s_B = s_{0B} + v_B t \end{cases}$$

Os móveis encontram-se no instante $t^*$ tal que $s_A = s_B = s^*$, ou seja:

$$\begin{aligned} s_A = s_B &\Rightarrow s_{0A} + v_A t^* = s_{0B} + v_B t^* \\ &\Rightarrow v_A t^* - v_B t^* = s_{0B} - s_{0A} \\ &\Rightarrow (v_A - v_B) t^* = s_{0B} - s_{0A} \\ &\Rightarrow t^* = \frac{s_{0B} - s_{0A}}{v_A - v_B} \end{aligned}$$

Nesse instante, a posição $s^*$ dos móveis será:

$$s^* = s_{0A} + v_A t^* \Rightarrow s^* = s_{0A} + v_A \left( \frac{s_{0B} - s_{0A}}{v_A - v_B} \right)$$

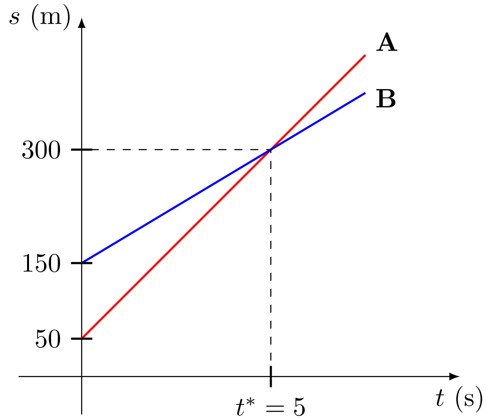
O script `Python` abaixo mostra o resultano numérico correspondente ao desenvolvimento algébrico acima:

```python
# Dados do problema
s_0A = 50
v_A = 50
s_0B = 150
v_B = 30

# Instante do encontro
t_star = (s_0B - s_0A) / (v_A - v_B)

# Posição do encontro
s_star = s_0A + v_A * t_star
```

Os móveis encontram-se no instante $t^* = 5$ s e na posição $s^* = 300$ m.
O gráfico abaixo mostra a posição de cada móvel em função do tempo, bem como o ponto de encontro.




Portanto, a resposta correta é letra **D**.