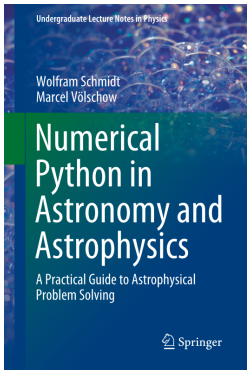
Resolução de Problemas do Livro

# Numerical Python in stronomy and Astrophysics: A practical guide to astrophysical problem solving (Schmidt, W.; Völschow, M)




por

**Igo da Costa Andrade**

**Referência**

SCHMIDT, W.; VÖLSCHOW, M. **Numerical Python in stronomy and Astrophysics**: A practical guide to astrophysical problem solving. Switzerland, Springer, 2021.

## Capítulo 2: Computação e exibição de dados[1]

### Exercícios

**2.1** Compute a declinação do Sol para os equinócios e solstícios usando apenas funções trigonométricas do módulo `math` em um loop `for` explícito. Imprima os resultados e cheque se eles concordam com os valores computados usando NumPy nesta seção. Este exercício ajuda a compreender o que está por trás de um loop impícito.

**Solução:**

Variação anual da declinação do sol:

$$\delta_\odot = -\arcsin\left[\sin\epsilon_0 \cos\left(\frac{360^\circ}{365.24}\right)(N+10)\right]$$

```
import math
from datetime import datetime, timedelta

year = 2024
jan1st = datetime(year,1,1)
eventos = [
  {
    "nome": "Equinócio de outono",
    "data": datetime(year,3,20)
  },
  {
    "nome": "Solstício de inverno",
    "data": datetime(year,6,20)
  },
  {
```

[1] Título original: *Computing and Displaying Data*.

```
    "nome": "Equinócio de primavera",
    "data": datetime(year,9,22)
  },
  {
    "nome": "Solstício de verão",
    "data": datetime(year,12,21)
  }
]


omega = 2*math.pi/365.24
ecl = math.radians(23.44)
for evento in eventos:
  diff = evento['data'] - jan1st
  N = diff.days
  delta = -math.asin(math.sin(ecl) * math.cos(omega * (N+10)))
  print(f"{evento['nome']} ({evento['data'].strftime('%d/%m/%Y')})")
  print(f"Declinação = {math.degrees(delta):.2f} deg.")
```

```
## Equinócio de outono (20/03/2024)
## Declinação = -0.91 deg.
## Solstício de inverno (20/06/2024)
## Declinação = 23.43 deg.
## Equinócio de primavera (22/09/2024)
## Declinação = -0.42 deg.
## Solstício de verão (21/12/2024)
## Declinação = -23.44 deg.
```

■

**2.2** O contador do dia $N$ na Eq. (2.1) pode ser calculado para uma data com a ajuda do módulo `datetime`. Por exemplo, o dia de equinócio vernal mp ano de 2020 é dado por

```
import datetime
vernal_equinox = datetime.date(2020, 3, 20) - \
                 datetime.date(2020, 1,  1)
```

Então `vernal_equinox.days` resulta em 79. Defina um array `N` (equinócios e solstícios) usando datetime.

**Solução:**

```
import datetime
import numpy as np

N = np.array([
  (datetime.date(2024, m, d)-datetime.date(2024,1,1)).days for m, d \
    in zip([3, 6, 9, 12],[20, 20, 22, 21])
])
print(N)
```

```
## [ 79 171 265 355]
```

**2.3** Uma fórmula mais precisa para a declinação do Sol leva em consideração a excentricidade $e = 0.0167$ da órbita da Terra:

$$\delta_\odot = -\arcsin\left[\sin(\epsilon_0)\cos\left(\frac{360^\circ}{365.24}(N+10) + e\frac{360^\circ}{\pi}\sin\left(\frac{360^\circ}{365.24}(N-2)\right)\right)\right]$$

Calcule a declinação assumindo uma órbita circular (Eq. 2.1), a declinação resultante da fórmula acima, a diferença entre esses valores, e o desvio relativo da aproximação circular em % para equinócios e solstícios e liste seus resultados em uma tabela. Certifique-se de que um número adequado de dígitos seja exibido para comparar as fórmulas.

**Solução:**

```
# Bibliotecas necessárias
import math
import numpy as np
import datetime

# Função auxiliar
def sun_declination(N, ecl, omega, e=0.0):
  delta = -np.arcsin(
    math.sin(ecl) * np.cos(omega*(N+10) + 2*e*np.sin(omega*(N-2)))
  )
  return delta

# Dados do problema
ecl = math.radians(23.44)
omega = 2*math.pi/365.24
e=0.0167

year = 2024
jan1st = datetime.date(year,1,1)
eventos = [
  {"nome": "Equinócio de outono", "data": datetime.date(year,3,20)},
  {"nome": "Solstício de inverno", "data": datetime.date(year,6,20)},
  {"nome": "Equinócio de primavera", "data": datetime.date(year,9,22)},
  {"nome": "Solstício de verão", "data": datetime.date(year,12,21)}
]
tbl_header = f"{f'Evento ({year})':<30s} {'Decl. (Órb. Circular)':<20s} {'Decl. (Órb. Elíptica)':<2

tbl = "="*len(tbl_header) + "\n"
tbl += tbl_header + "\n"
tbl += "-"*len(tbl_header) + "\n"

for evento in eventos:
  N = (evento['data'] - jan1st).days
  delta_circ = sun_declination(N=N, ecl=ecl, omega=omega, e=0.0)
  delta_elipse = sun_declination(N=N, ecl=ecl, omega=omega, e=e)
  erro = (delta_circ-delta_elipse)/delta_elipse
  row = f"""{f"{evento['nome']} ({evento['data'].strftime('%d/%m')})":<30s} """ + f"{math.degrees(de
```

```
        f"{math.degrees(delta_elipse):>20.2f}° " + f"{erro:>10.2%}"
  tbl += row + "\n"
tbl += "="*len(tbl_header)


print(tbl)
```

```
## ================================================================================================
## Evento (2024)                  Decl. (Órb. Circular) Decl. (Órb. Elíptica)   Erro (%)
## ------------------------------------------------------------------------------------------------
## Equinócio de outono (20/03)                  -0.91°                -0.17°    440.87%
## Solstício de inverno (20/06)                 23.43°                23.43°     -0.02%
## Equinócio de primavera (22/09)               -0.42°                 0.33°   -227.79%
## Solstício de verão (21/12)                  -23.44°               -23.44°      0.01%
## ================================================================================================
```

**2.4** A maior altitude $a_{amx}$ (também conhecida como culminação superior) de uma estrela medida a partir do plano horizontal de um observador na Terra é dada por:

$$a_{max} = \begin{cases} 90° - \phi + \delta; & \text{se } \phi \geq \delta, \\ 90° + \phi - \delta; & \text{se } \phi < \delta \end{cases}$$

onde $\phi$ é a latitude do observador e $\delta$ é a declinação da estrela. Calcule $a_{max}$ na sua localização atual para as estrelas: Polaris ($\delta = 89°15'51''$), Betelgeuse ($\delta = +07°24'25''$) e Rigel ($\delta = -08°12'15''$) e Sirius A ($\delta = -16°42'58''$). Para conseguir os dois casos na (Eq. 2.3), use a função `where()` de numpy. Por exemplo,

`np.where(phi <= delta, phi-delta, phi+delta)`

compara `phi` e `delta` elemento por elemento e retorna um *array* com elementos de `phi-delta` se a condição `phi <= delta` é verdadeira e elementos de `phi+delta` caso contrário. Imprima os resultados com o número apropriado de dígitos significativos junto com as declinações.

**Solução:**

```
import pandas as pd
stars = [
  {
    "name": "Polaris", "sgn": "+", "D": 89, "M": 15, "S": 51
  },
  {
    "name": "Betelgeuse", "sgn": "+", "D": 7, "M": 24, "S": 25
  },
  {
    "name": "Rigel", "sgn": "-", "D": 8, "M": 12, "S": 15
  },
  {
    "name": "Sirius A", "sgn": "-", "D": 16, "M": 42, "S": 58
  }
]
```

```
for i, star in enumerate(stars):
  star["DMS"] = 0
  for j, label in enumerate(["D", "M", "S"]):
    star["DMS"] += star[label]/60**j
    if star["sgn"] == "-":
      star["DMS"] *= -1
  stars[i] = star

stars_df = pd.DataFrame(stars)

location = {
  "name": "Palmas",
  "lat": {
    "sgn": "-", "D": 10, "M":10, "S":2
  },
  "lon": {
    "sgn": "-", "D": 48, "M":19, "39":2
  }
}


delta = stars_df["DMS"]
phi = sum(location["lat"][label]/60**i for i, label in enumerate(["D", "M", "S"]))
phi = phi if location["lat"]["sgn"]=="+" else -phi
phi
```

```
## -10.167222222222222
```

```
upper_culmination = 90 + np.where(phi>=delta, -phi+delta, phi-delta)

stars_df["upper_culmination"] = upper_culmination
stars_df
```

```
##          name sgn   D   M   S        DMS  upper_culmination
## 0     Polaris   +  89  15  51  89.264167          -9.431389
## 1  Betelgeuse   +   7  24  25   7.406944          72.425833
## 2       Rigel   -   8  12  15  -7.804167          87.636944
## 3    Sirius A   -  16  42  58 -15.316111          84.851111
```

■

**2.5** Um dia sideral é aproximadamente 3 min 56 s mais curto que um dia solar (24 h). Mostrq que isso implica em $1^h \approx 0,9973$ h. Como você poderia modificar a definição de $T$ na Sec. 2.1.2 para fazer uso desse fator sem uttilizar Astroppy unitis?

**Solução:**

$$1^h = \frac{24\text{h} - (3\text{min}56\text{s})}{24\text{h}} = \frac{24\text{h} - \left(\frac{3}{60}\text{h} + \frac{56}{3600}\text{h}\right)}{24\text{h}} \approx 0.9973\text{h}$$

■

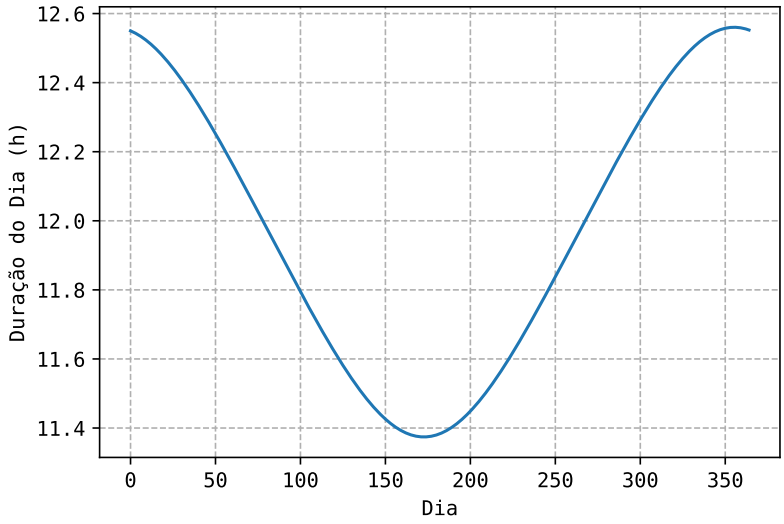
**2.6** Calcule e faça o gráfico da variação anual da duração do dia na sua localização geográfica, utilizando tanto a fórmula com correção de excentricidade do Exercício 2.3 quanto a função `get_sun()` de `SkyCoord`. Qual é o tamanho do desvio? Como seu resultado se compara com outros lugares mostrados na Fig. 2.5?

**Solução:**

```
import math
import numpy as np
from astropy.coordinates import SkyCoord, EarthLocation
import astropy.units as u

# Posição geográfica Palmas (Tocantins)
obs = EarthLocation(
  lat=-10*u.deg-10*u.arcmin-8*u.arcsec,
  lon=-48*u.deg-19*u.arcmin-54*u.arcsec
)

phi = obs.lat

N = np.arange(365) # array com elementos 0, 1, 2, ..., 364
omega = 2*math.pi/365.24 # Velocidade angular da Terra
ecl = math.radians(23.44) # Obliquidade da Eclíptica

# cálculo da decinação do Sol para cada dia do ano
delta = -np.arcsin(math.sin(ecl) * np.cos(omega*(N+10)))
# Cálculo da duração do dia em horas solares
h = np.arccos(-np.tan(delta) * math.tan(phi.radian))
T = (np.degrees(2*h)/360) * u.sday.to(u.h)
```

```
import matplotlib.pyplot as plt
import matplotlib.dates as mdates
plt.rcParams['font.family'] = 'monospace'

fig, ax = plt.subplots(figsize=(6, 4))
ax.plot(N, T)
ax.set_xlabel("Dia")
ax.set_ylabel("Duração do Dia (h)")
plt.grid(ls="dashed")
plt.savefig("figure/chap-02/excercise-2_6.pdf")
plt.close()
```

Figure 1: Variação anual da duração do dia em Palmas (TO)




**2.7** Determine a janela de observação para Betelgeuse na Véspera de Ano Novo. Comece com a localização do Observatório de Hamburgo (veja a Seção 2.1.3). Quantas horas a estrela é observável durante a noite astronômica, ou seja, quando o Sol está pelo menos 18° abaixo do horizonte? Altere para a sua localização e calcule as altitudes de Polaris, Betelgeuse e Sirius A para a noite seguinte. Produza gráficos semelhantes ao da Fig. 2.4. Caso o céu esteja limpo, quais estrelas você seria capaz de ver?

**Solução:**

```
import math
import numpy as np
from astropy.coordinates import \
  SkyCoord, EarthLocation, AltAz, get_sun
import astropy.units as u
from astropy.time import Time
```

```
# Localização geográfica do Observatório de Hamburgo
hamb_obs = EarthLocation(
  lat=53.480*u.deg, lon=10.241*u.deg
)

phi = hamb_obs.lat

utc_shift = 2*u.hour # CEST time zone (+2h)
ny_eve = Time("2024-12-31 12:00:00") - utc_shift

elapsed = np.arange(0, 24*60, 5) * u.min
time = ny_eve + elapsed
frame_local_24h = AltAz(obstime=time, location=hamb_obs)
```

```
# Estrela que desejamos observar
betelgeuse = SkyCoord.from_name("Betelgeuse")
betelgeuse_local = betelgeuse.transform_to(frame_local_24h)

# Coordenadas do Sol no sistema equatorial
sun = get_sun(time)
sun_local = sun.transform_to(frame_local_24h)
```

```
elapsed_observable = elapsed[np.where(sun_local.alt <= -18*u.deg)]
betelgeuse_observable = \
  betelgeuse_local.alt[np.where(sun_local.alt <= -18*u.deg )]
```

```
plt.figure(figsize=(8, 6))
plt.plot(
   elapsed.to(u.h), sun_local.alt, color="orange", label="Sol"
)


plt.plot(
  elapsed_observable.to(u.h), betelgeuse_observable, color="salmon", label="Betelgeuse"
)

plt.xlabel("Tempo a partir do meio-dia de 31/12/2024")
plt.xlim(0, 24)
```

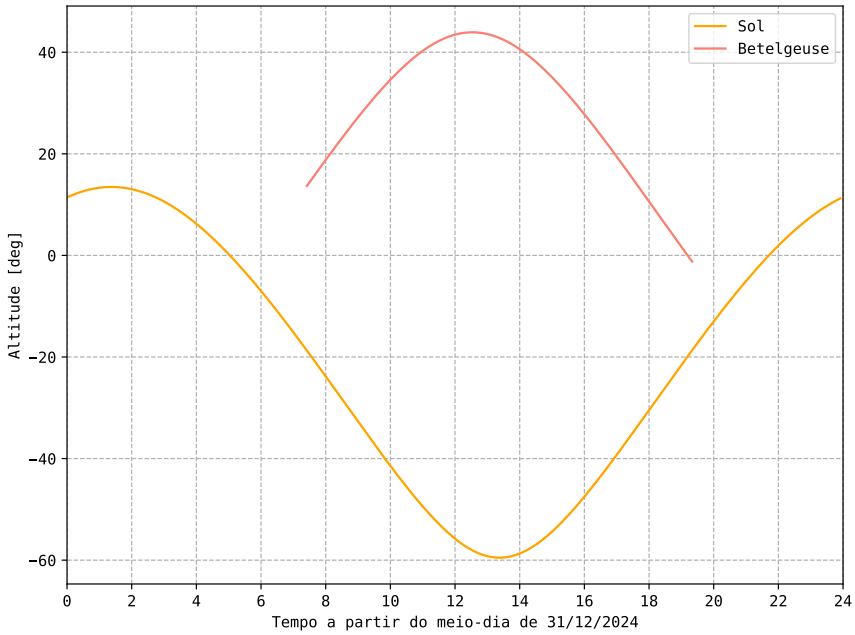
```
## (0.0, 24.0)
```

```
plt.xticks(np.arange(13)*2)
```

```
## ([<matplotlib.axis.XTick object at 0x700edf420ac0>, <matplotlib.axis.XTick object at 0x700edf420d30>, <
```

```
plt.ylabel("Altitude [deg]")
plt.legend(loc="upper right")

plt.grid(ls="dashed")
plt.tight_layout()
plt.savefig("figure/chap-02/excercise-2_7.pdf")
plt.close()
```

Figure 2: Variação anual da duração do dia em Palmas (TO)




```
# Localização geográfica da cidade de Palmas-TO
pwm_obs = EarthLocation(
  lat=-10.1689*u.deg, lon=-48.3317*u.deg
)
```