Resolução de Problemas do Livro

Understanding Physics for JEE: Mechanics 1 (Pandney, S.)

por

Igo da Costa Andrade

Referência

PANDNEY, S.. Understanding Physics for JEE: Mechanics 1. New Delhi, Arihant Publications, 2000.



Capítulo 2: Measurement and Errors

Questões Objetivas

- 1. O número de algarismos significativos em 3400 é:
 - (a) 3
 - (b) 1
 - (c) 4
 - (d) 2

Solução:

Observemos que $3400 = 3,4 \times 10^3$. Assim, temos dois algarismos significativos, a saber, 3 e 4. Portanto, a resposta correta é o item D.

- 2. Os algarismos significativos no número 6,0023 são:
 - (a) 2
 - (b) 5
 - (c) 4
 - (d) 3

Solução:

Temos cinco algarismos significativos em 6,0023: 6,0,0,2, e 3. Resposta correta: item B.

- **3.** O comprimento e a largura de uma folha de metal são 3,124 m e 3,002 m, respectivamente. A área desta folha, arredondada para o número correto de algarismos significativos, é:
 - (a) $9,378 \text{ m}^2$
 - (b) 9.37 m^2
 - (c) 9.4 m^2
 - (d) Nenhuma das anteriores.

$$\acute{A}rea = Comprimento \times Largura = 3,124 \times 3,002 = 9,378248$$

Com a correta quantidade de algarismos significativos, Área = 9,378 m². Resposta: item A.

- **4.** O comprimento, a largura e a espessura de um bloco são dadas por l = 12 cm, b = 6 cm e t = 2,45 cm. O volume do bloco, de acordo com o conceito de algarismos significativos, deve ser:
 - (a) $1 \times 10^2 \text{ cm}^3$
 - (b) $2 \times 10^2 \text{ cm}^3$
 - (c) $1,763 \times 10^2 \text{ cm}^3$
 - (d) 1Nenhuma das anteriores.

Solução:

$$V = l \times b \times t = 12 \times 6 \times 2,45 = 176,4 \text{ cm}^3 = 1,764 \times 10^2 \text{ cm}^3$$

Note-se que o comprimento (l), a largura (b) e a espessura (t) possuem respectivamente 2, 1 e 3 algarismos significativos. A resposta do volume $V=l\times b\times t$ deve ser arredondada para a menor quantidade de algarismos significativos das quantidades dadas, ou seja, 1 (um) algarismos significativo. Portanto, de acordo com o conceito de algarismos significativos:

$$V = 2 \times 10^2 \text{ cm}^3$$

Reposta correta: item B.

- 5. Se o erro na medição do raio de uma esfera é de 1%, qual será o erro na medição do volume?
 - (a) 1%
 - (b) $\frac{1}{3}\%$
 - (c) 3%
 - (d) 1Nenhuma das anteriores.

Solução:

Consideremos a fórmula para o volume V de uma esfera de raio R:

$$V = \frac{4}{3}\pi R^3$$

Tomando diferenciais em ambos os lados da equação, temos:

$$V = \frac{4}{3}\pi R^3 \Rightarrow dV = \frac{4}{3}\pi \left(3R^2dR\right) \Rightarrow dV = \frac{4}{3}\pi R^3 \left(3\frac{dR}{R}\right) \Rightarrow \frac{dV}{V} = 3\frac{dR}{R} \Rightarrow \frac{\Delta V}{V} = 3\frac{\Delta R}{R}$$

Dado que $\frac{\Delta R}{R} = 1\%$, temos:

$$\frac{\Delta V}{V} = 3\frac{\Delta R}{R} = 3 \cdot 1\% = 3\%$$

Resposta correta: item C.

- **6.** A densidade de um cubo é determinada medindo sua massa e o comprimento de seus lados. Se o erro máximo na medição da massa e do comprimento for de 4% e 3%, respectivamente, o erro máximo na medição da densidade será:
 - (a) 7%
 - (b) 9%
 - (c) 12%
 - (d) 13%

Seja o volume (V) do cubo dado por $V=l^3$, em que l é comprimento de seus lados. Assim,

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow \rho = \frac{m}{l^3} \Rightarrow d\rho = \frac{dm \cdot l^3 - m \cdot (3l^2dl)}{(l^3)^6} \Rightarrow \frac{d\rho}{\rho} = \frac{\frac{dm \cdot l^3 - m \cdot (3l^2dl)}{(l^3)^6}}{\frac{m}{l^3}}$$

$$\Rightarrow \frac{d\rho}{\rho} = \frac{dm}{m} - 3\frac{dl}{l}$$

$$\Rightarrow \left(\frac{\Delta\rho}{\rho}\right)_{max} = max\left(\pm\frac{\Delta m}{m} \mp 3\frac{\Delta l}{l}\right)$$

$$\Rightarrow \left(\frac{\Delta\rho}{\rho}\right)_{max} = \frac{\Delta m}{m} + 3\frac{\Delta l}{l} = 4\% + 3 \cdot 3\% = 13\%$$

Resposta Correta: item D.

- 7. O erro percentual na medição da massa e da velocidade é de 2% e 3%, respectivamente. O erro na medição da energia cinética, obtido a partir da medição da massa e da velocidade, será:
 - (a) 12%
 - (b) 10%
 - (c) 8%
 - (d) 5%

Solução:

$$\begin{split} K &= \frac{1}{2} m v^2 \Rightarrow dK = \frac{1}{2} dm v^2 + \frac{1}{2} m (2v dv) \Rightarrow \frac{dK}{K} = \frac{\frac{1}{2} dm v^2 + \frac{1}{2} m (2v dv)}{\frac{1}{2} m v^2} \\ &\Rightarrow \frac{dK}{K} = \frac{dm}{m} + 2 \frac{dv}{v} \\ &\Rightarrow \left(\frac{\Delta K}{K}\right)_{max} = max \left(\pm \frac{\Delta m}{m} \pm 2 \frac{\Delta v}{v}\right) \\ &\Rightarrow \left(\frac{\Delta K}{K}\right)_{max} = \frac{\Delta m}{m} + \frac{\Delta v}{v} = 2\% + 2 \cdot 3\% = 8\% \end{split}$$

Resposta correta: item C.

8. Uma força F é aplicada em uma placa quadrada de lado L. Se o erro percentual na determinação de L é de 2% e o de F é de 4%, qual é o erro permitido na pressão?

- (a) 8%
- (b) 6%
- (c) 4%
- (d) 2%

$$\begin{split} p &= \frac{F}{A} \Rightarrow p = \frac{F}{L^2} \Rightarrow dp = \frac{dFL^2 - F(2LdL)}{L^2} \Rightarrow \frac{dp}{p} = \frac{\frac{dFL^2 - F(2LdL)}{L^2}}{\frac{F}{L^2}} \\ &\Rightarrow \frac{dp}{p} = \frac{dF}{F} - 2\frac{dL}{L} \\ &\Rightarrow \left(\frac{\Delta p}{p}\right)_{max} = max\left(\pm\frac{\Delta F}{F} \mp 2\frac{\Delta L}{L}\right) \\ &\Rightarrow \left(\frac{\Delta p}{p}\right)_{max} = \frac{\Delta F}{F} + 2\frac{\Delta L}{L} = 4\% + 2 \cdot 2\% = 8\% \end{split}$$

Resposta Correta: item A.

- 9. O calor gerado em um circuito depende da resistência, da corrente e do tempo durante o qual a corrente flui. Se o erro na medição desses valores é de 1%, 2% e 1%, respectivamente, então o erro máximo na medição do calor é:
 - (a) 8%
 - (b) 6%
 - (c) 18%
 - (d) 12%

Solução:

A potência dissipada em um circuito com resistência R, no qual circula uma correten i é dada por $P = Ri^2$. Assim, o calor H gerado num tempo t é:

$$H = Ri^2t$$

Portanto, diferenciando a equação acima, obtemos

$$\begin{split} dH &= d(Ri^2)t + Ri^2dt = dRi^2t + R(2idi)t + Ri^2dt \Rightarrow \frac{dH}{H} = \frac{dRi^2t + R(2idi)t + Ri^2dt}{Ri^2t} \\ &\Rightarrow \frac{dH}{H} = \frac{dR}{R} + 2\frac{di}{i} + \frac{dt}{t} \\ &\Rightarrow \left(\frac{\Delta H}{H}\right)_{max} = max\left(\pm\frac{\Delta R}{R} \pm 2\frac{\Delta i}{i} \pm \frac{\Delta t}{t}\right) \\ &\Rightarrow \left(\frac{\Delta H}{H}\right)_{max} = \frac{\Delta R}{R} + 2\frac{\Delta i}{i} + \frac{\Delta t}{t} \\ &\Rightarrow \left(\frac{\Delta H}{H}\right)_{max} = 1\% + 2 \cdot 2\% + 1\% = 6\% \end{split}$$

Resposta Correta: item B.

- 10. Seja g a aceleração devido à gravidade na superfície da Terra e K a energia cinética rotacional da Terra. Suponha que o raio da Terra diminua em 2%. Mantendo todas as outras quantidades constantes, então:
 - (a) q aumenta 2% e K aumenta 2%.
 - (b) g aumenta 4% e K decresce 4%.
 - (c) g decresce 4% e K decresce 2%.
 - (d) q decresce 2% e K decresce 4%.

Seja R o raio da Terra. A aceleração da gravidade g na superfície terrestre é dada por:

$$g = \frac{GM}{R^2}$$

em que $G=6,67\times10^{-11}~\mathrm{m^3kg^{-1}s^{-2}}$ é a constante de gravitação universal e M é a massa da Terra. Considerando uma redução percentual $\frac{\Delta R}{R}=2\%$ no raio terrestre e mantendo as demais quantidades constantes, temos:

$$\begin{split} g &= GMR^{-2} \Rightarrow dg = GM(-2R^{-3}dR) \Rightarrow \frac{dg}{g} = \frac{-2GMR^{-3}dR}{GMR^{-2}} \\ &\Rightarrow \frac{dg}{g} = -2\frac{dR}{R} \Rightarrow \frac{\Delta g}{g} = -2\frac{\Delta R}{R} = -2\cdot(-2\%) = +4\% \end{split}$$

A energia cinética de rotação da Terra é

$$K = \frac{1}{2}I\omega^2$$

em que $I=\frac{2}{5}MR^2$ é o momento de inércia da Terra, considerada esférica e ω é a velocidade angular de rotação. Assim:

$$K = \frac{1}{5}MR^2\omega^2$$

Diferenciando a equação acima e considerando apenas a variação do raio R, temos:

$$dK = \frac{1}{5}M\omega^{2}(2RdR) \Rightarrow \frac{dK}{K} = \frac{\frac{1}{5}M\omega^{2}(2RdR)}{\frac{1}{5}MR^{2}\omega^{2}}$$
$$\Rightarrow \frac{dK}{K} = 2\frac{dR}{R}$$
$$\Rightarrow \frac{\Delta K}{K} = 2\frac{\Delta R}{R} = 2 \cdot (-2\%) = -4\%$$

Portanto, uma diminuição de 2% no raio da Terra provoca um aumento de 4% na aceleração da gravidade g e uma diminuição de 4% na energia cinética de rotação.

- 11. Uma quantidade física A é dependente de outras quatro quantidades físicas p, q, r e s por meio da equaçãção $A = \frac{\sqrt{pq}}{r^2s^3}$. O erro percentual das medidas de p, q, r e s são 1%, 3%, 0,5% e 0.33%, respectivamente, então o erro percentual máximo de A é:
 - (a) 2%
 - (b) 0%

5

- (c) 4%
- (d) 3%

$$\begin{split} A &= \frac{\sqrt{pq}}{r^2 s^3} \Rightarrow A = p^{1/2} q^{1/2} r^{-2} s^{-3} \Rightarrow dA = d(p^{1/2}) q^{1/2} r^{-2} s^{-3} + p^{1/2} d(q^{1/2} r^{-2} s^{-3}) \\ &\Rightarrow dA = \left(\frac{1}{2} p^{-1/2} dp\right) q^{1/2} r^{-2} s^{-3} + p^{1/2} \left[d(q^{1/2}) r^{-2} s^{-3} + q^{1/2} d(r^{-2} s^{-3})\right] \\ &\Rightarrow dA = \frac{1}{2} p^{-1/2} q^{1/2} r^{-2} s^{-3} dp + p^{1/2} \left\{\left(\frac{1}{2} q^{-1/2} dq\right) r^{-2} s^{-3} + q^{1/2} \left[\left(-2 r^{-3} dr\right) s^{-2} + r^{-2} \left(-3 s^{-4} ds\right)\right]\right\} \\ &\Rightarrow dA = \frac{1}{2} p^{-1/2} q^{1/2} r^{-2} s^{-3} dp + \frac{1}{2} p^{1/2} q^{-1/2} r^{-2} s^{-3} dq - 2 p^{1/2} q^{-2} r^{-3} s^{-3} dr - 3 p^{1/2} q^{1/2} r^{-2} s^{-4} ds \\ &\Rightarrow \frac{dA}{A} = \frac{1}{2} \frac{p^{-1/2} q^{1/2} r^{-2} s^{-3} dp}{p^{1/2} q^{1/2} r^{-2} s^{-3}} + \frac{1}{2} \frac{p^{1/2} q^{-1/2} r^{-2} s^{-3} dq}{p^{1/2} q^{1/2} r^{-2} s^{-3}} - 3 \frac{p^{1/2} q^{1/2} r^{-2} s^{-4} ds}{p^{1/2} q^{1/2} r^{-2} s^{-3}} \\ &\Rightarrow \frac{dA}{A} = \frac{1}{2} \frac{dp}{p} + \frac{1}{2} \frac{dq}{q} - 2 \frac{dr}{r} - 3 \frac{ds}{s} \\ &\Rightarrow \frac{\Delta A}{A} = \frac{1}{2} \left(\pm \frac{\Delta p}{p}\right) + \frac{1}{2} \left(\pm \frac{\Delta q}{q}\right) - 2 \left(\pm \frac{\Delta r}{r}\right) - 3 \left(\pm \frac{\Delta s}{s}\right) \\ &\Rightarrow \left(\frac{\Delta A}{A}\right)_{max} = max \left[\frac{1}{2} \left(\pm \frac{\Delta p}{p}\right) + \frac{1}{2} \left(\pm \frac{\Delta q}{q}\right) - 2 \left(\pm \frac{\Delta r}{r}\right) - 3 \left(\pm \frac{\Delta s}{s}\right)\right] \\ &\Rightarrow \left(\frac{\Delta A}{A}\right)_{max} = \frac{1}{2} \frac{\Delta p}{p} + \frac{1}{2} \frac{\Delta q}{q} + 2 \frac{\Delta r}{r} + 3 \frac{\Delta s}{s} \\ &\Rightarrow \left(\frac{\Delta A}{A}\right)_{max} = \frac{1}{2} \cdot 1\% + \frac{1}{2} \cdot 3\% + 2 \cdot 0, 5\% + 3 \cdot 0, 33\% \\ &\Rightarrow \left(\frac{\Delta A}{A}\right)_{max} \approx 4\% \end{split}$$

Resposta Correta: item C.

- 12. O comprimento de um pêndulo simples é de aproximadamente 100 cm, com uma precisão conhecida de 1 mm. Seu período de oscilação é de 2 s, determinado ao medir o tempo de 100 oscilações utilizando um relógio com resolução de 0,1 s. Qual é a precisão no valor determinado de g?
 - (a) 0.2%
 - (b) 0.1%
 - (c) 0.5%
 - (d) 2%

Solução:

O período de oscilação T de um pêndulo simples de comprimento L é dado por:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{g}{L}}$$

em que q é a aceleração da gravidade.

Isolando g, obtemos

$$g = \frac{1}{4\pi^2} T^2 L$$

Se T foi medido como a média de n=100 oscilações cuja duração total foi igual a t, temos:

$$g = \frac{1}{4\pi^2} \left(\frac{t}{n}\right)^2 L \Rightarrow g = \frac{1}{4\pi n^2} t^2 L$$

Tomanto a diferencial da expressão acima, obtemos:

$$\begin{split} dg &= \frac{1}{4\pi n^2} \left(2t dt L + t^2 dL\right) \Rightarrow \frac{dg}{g} = 2\frac{dt}{t} + \frac{dL}{L} \\ &\Rightarrow \left(\frac{\Delta g}{g}\right)_{max} = 2\frac{\Delta t}{t} + \frac{\Delta L}{L} \\ &\Rightarrow \left(\frac{\Delta g}{g}\right)_{max} = 2 \cdot \frac{0,1}{200} + \frac{1}{1000} = 0,002 = 0,2\% \end{split}$$

- 13. A massa de uma bola é 1,76 kg, A massa destas bolas é:
 - (a) $0.44 \times 10^3 \text{ kg}$
 - (b) 44,0 kg
 - (c) 44 kg
 - (d) 44,00 kg

Solução:

$$M = 25 \times 1,76 = 44,0 \text{kg}$$

Resposta Correta: item B.

- 14. A menor divisão de um cronômetro é de 0,2 s. O tempo de 20 oscilações de um pêndulo foi medido como 25 s. O erro percentual no período é:
 - (a) 1,2%
 - (b) 0.8%
 - (c) 1.8%
 - (d) Nenhuma das anteriores.

Solução:

Seja \overline{T} o período de oscilação, medido por meio da média de n oscilações com duração total igual a t. Assim,

$$T = \frac{t}{n} \Rightarrow dT = \frac{dt}{n} \Rightarrow \frac{dT}{T} = \frac{\frac{dt}{n}}{\frac{t}{n}} \Rightarrow \frac{dT}{T} = \frac{dt}{t}$$
$$\Rightarrow \frac{\Delta T}{T} = \frac{\Delta t}{t}$$
$$\Rightarrow \frac{\Delta T}{T} = \frac{0.2}{25} 8 \times 10^{-3} = 0.8\%$$

Resposta Correta: item B.

(a)	6428					
	Solução:					
		6428 =	$6,428 \times 10^3 \Rightarrow 4$	algarismos sign	ificativos	
b)	$62,00~\mathrm{m}$					
	Solução:					
		62,00 m =	$6,200 \times 10^3 \text{ m} =$	$\Rightarrow 4$ algarismos s	ignificativos	
c)	$0,00628~\mathrm{cm}$					
	Solução:					
		$0,00628~{ m cm}$:	$=6,28\times10^{-3} \text{ cm}$	$n \Rightarrow 3$ algarismos	s significativos	
d)	1200 N					
	Solução:					
		1200 N =	$= 1, 2 \times 10^2 \text{ N} \Rightarrow$	2 algarismos sig	nificativos	
zer	eva o número de díg	tos significat	ivos nas seguinto	es quantidades.		
	1001	ios significat	ivos nas seguinte	o quantituaues.		
,	Solução:					

(b) 100, 1

Solução:

 $100, 1 = 1,001 \times 10^2 \Rightarrow 4$ Dígitos Significativos

Solucionário de Understanding Physics for JEE: Mechanics 1 (Pandney, S	Solucio	nário (de i	Understand	ling Pl	nysics	for	JEE:	Mecha	anics	1 (Pandney	S.	.)
--	---------	---------	------	------------	---------	--------	-----	------	-------	-------	-----	---------	----	----

(c) 100, 10 Solução: $100, 10 = 1,0010 \times 10^2 \Rightarrow 5$ Dígitos Significativos (d) 0,001001 Solução: $0,001001=1,001\times 10^{-3}\Rightarrow 4$ Dígitos Significativos 3. Indique o número de algarismos significativos nas seguintes quantidades: (a) $0,007 \text{ m}^2$ Solução: $0.007 \text{ m}^2 = 7 \times 10^{-3} \text{ m}^2 \Rightarrow 1 \text{ Algarismo Significativo}$ (b) $2,64 \times 10^{24} \text{ kg}$ Solução: $2,64 \times 10^{24} \text{ kg} \Rightarrow 3 \text{ Algarismos Significativos}$ (c) $0,2370 \text{ g/cm}^3$ Solução: $0,2370~\mathrm{g/cm}^3 = 2,370\times 10^{-1}~\mathrm{g/cm}^3 \Rightarrow 4~\mathrm{Algarismos}$ Significativos ${\bf 4.}\,$ Arredonde os seguintes números para 2 dígitos significativos: (a) 3472

 $3472 = 3,472 \times 10^3 \approx 3,5 \times 10^3 = 3500$

Solução:

(b) 84, 16

Solução:

$$84, 16 = 8,416 \times 10^1 \approx 8,4 \times 10^1 = 84$$

(c) 2,55

Solução:

$$2,55 \approx 2,6$$

(d) 28, 5

Solução:

$$28, 5 = 2,85 \times 10^{1} \approx 2,8 \times 10^{1} = 28$$

5. Realize as seguintes operações:

(a) 703 + 7 + 0.66

Solução:

$$R = 703 + 7 + 0,66 = 710,66$$

Das três parcelas na operação de soma acima, o menor número de algarismos sigificativos após a vírgula é zero. Assim, o resultado deve ser arredondado para zero dígitos após a vírgula, ou seja, R=711.

(b) $2,21 \times 0,3$

$$R = 2,21 \times 0,3 = 0,663$$

O menor número de dígitos significativos nos fatores é igual a 1 (um). Assim, o resultado também deve ter apenas um dígito significativo, ou seja, R = 0, 7.

(c) $12,4 \times 84$

Solução:

$$R = 12, 4 \times 84 = 1041, 6 = 1,0416 \times 10^3$$

O menor número de dígitos significativos nos fatores é igual a 2. Assim, o resultado também deve ter dois dígitos significativos, ou seja,

$$R = 1.0 \times 10^3 = 1000$$

6. Adicione $6,75 \times 10^3$ cm a $4,52 \times 10^2$ cm respeitanto a correta quantidade de algarismos significativos.

Solução:

$$R = 6,75 \times 10^{3} + 4,52 \times 10^{2} = 6,75 \times 10^{3} + 0,452 \times 10^{3}$$
$$= (6,75 + 0,452) \times 10^{3} = 7,202 \times 10^{3}$$
$$= 7,20 \times 10^{3} = 7200$$

No resultado acima, a mantissa da notação científica deve apresentar uma quantidade de dígitos após a vírgula igual à parcela com menor quantidade de dígitos após a vírgula.

7. Calcule $\frac{25,2\times1374}{33,3}.$ Todos os dígitos nesta expressão são significativos.

Solução:

Dos termos na expressão dada, temos:

Número	Qtd. Algarismos Significativos	Menor	
25,2	3	*	A menor quantidade de algarismos significativos é 3.
1374	4		A menor quantidade de algarismos significativos e 5.
33,3	3	*	

Assim, o resultado deve ser arredondado para três algarismos significativos:

$$R = \frac{25,2 \times 1374}{33,3} = 1039,78378 = 1,03978378 \times 10^3 = 1,040 \times 10^3$$

8. Resolva com a devida atenção aos algarismos significativos.

$$(4,0 \times 10^{-4} - 2,5 \times 10^{-6})$$

Solução:

Para realizar a operação de subtração (adição) com notação científica, o expoente da base deve ser o mesmo em todas as parcelas da operação, ou seja,

$$R = 4,0 \times 10^{-4} - 2,5 \times 10^{-6} = 4,0 \times 10^{-4} - 0,025 \times 10^{-4}$$
$$= 3,975 \times 10^{-4}$$
$$= 4,0 \times 10^{-4}$$

Note-se que o resultado foi arredondado para apresentar apenas um dógito após a vírgula pois esta é menor quantidade de dígitos após a vírgula nas parcelas.

9. A massa de uma caixa medida por uma balança de mercearia é de 2,300 kg. Duas peças de ouro com massas de 20,15 g e 20,17 g são adicionadas à caixa. Qual é (a) a massa total da caixa, (b) a diferença entre as massas das peças, considerando os algarismos significativos corretos?

Solução:

Considerando os algarismos significativos corretos, a massa do conjunto deve ser representada com a menor quantidade de dígitos após a vírgula, ou seja,

$$M = 2,300 \text{ kg} + 20,15 \text{ g} + 20,17 \text{ g} = 2,3 \text{ kg} + 0,02015 \text{ kg} + 0,02017 \text{ kg} = 2,34032 \text{ kg} = 2,3 \text{ kg}$$

A diferença entre as massas das peças de ouro é:

$$\Delta m = 20,17 \text{ g} - 20,15 \text{ g} = 0,02 \text{ g}$$

10. Um fio fino tem comprimento de 21,7 cm e raio de 0,46 mm. Calcule o volume do fio considerando os algarismos significativos corretos.

Solução:

$$V = \pi R^2 l = \pi (0, 46 \text{ mm})^2 \times (21, 7 \text{ cm}) = \pi (0, 046 \text{ cm})^2 \times (21, 7 \text{ cm})$$
$$= 0, 144253 \text{ cm}^3$$
$$= 0, 14 \text{ cm}^3$$

O resultado final foi apresentado com dois algarismos significativos pois esta é a menor quantidade de algarismos significativos nas parcelas da expressão para o volume.

11. Um cubo tem lado de comprimento 2,342 m. Encontre o volume e a área superficial com a correta quantidade de algarismos significativos.

Solução:

$$V = l^3 = (2,342 \text{ m})^3 = 12,85 \text{ m}^3$$

 $S = l^2 = (2,342 \text{ m})^2 = 5,485 \text{ m}^2$

12. Encontre a densidade quando uma massa de $9,23~{\rm kg}$ ocupa um volume de $1,1~{\rm m}^3$. Considere os algarismos significativos.

Solução:

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{9,23 \text{ kg}}{1,1 \text{ m}^3} = 8,4 \text{ kg/m}^3$$

13. O comprimento, a largura e a espessura de uma lâmina retangular são 4,234 m, 1,005 m e 2,01 m, respectivamente. Encontre o volume da lâmina considerando os algarismos significativos corretos.

$$\begin{cases} l = 4,234 \text{ m} \\ b = 1,005 \text{ m} \\ t = 2,01 \text{ m} \end{cases} \Rightarrow V = l \times b \times t \Rightarrow V = (4,234 \text{ m}) \times (1,005 \text{ m}) \times (2,01 \text{ m})$$
$$\Rightarrow V = 8,55 \text{ m}^3$$

14. O raio de uma esfera é medido como $(2, 1\pm 0, 5)$ cm. Calcule sua área de superfície com os limites de erro.

Solução:

A área superficial S de uma esfera de raio R é

$$S = 4\pi R^2 = 4\pi (2,1)^2 = 55 \text{ cm}^2$$

Tomando a diferencial total de S, temos:

$$dS = 4\pi (2RdR) \Rightarrow \frac{dS}{S} = \frac{4\pi (2RdR)}{4\pi R^2} \Rightarrow \frac{dS}{S} = 2\frac{dR}{R}$$
$$\Rightarrow \frac{\Delta S}{S} = 2\frac{\Delta R}{R}$$
$$\Rightarrow \Delta S = 2S\frac{\Delta R}{R}$$
$$\Rightarrow \Delta S = 2(55)\frac{0.5}{2.1} = 26$$

Portanto, considerando o limite de erro, temos

$$S = (55 \pm 26) \text{ cm}^2$$

15. A temperatura de dois corpos medida por um termômetro é $(20\pm0,5)^{\circ}$ C e $(50\pm0,5)^{\circ}$ C. Calcule a diferença de temperatura com os limites de erro.

Solução:

$$\Delta\theta = (50 - 20) + max [\pm 0, 5 - (\pm 0, 5)] = 30 \pm (0, 5 + 0, 5) = (30 \pm 1)^{\circ} C$$

16. A resistência $R = \frac{V}{I}$, onde $V = (100 \pm 5, 0)$ V e $I = (10 \pm 0, 2)$ A. Encontre o erro percentual em RSolução:

Tomando o diferencial total de $R = \frac{V}{I}$, temos,

$$\begin{split} dR &= \frac{IdV - VdI}{I^2} \Rightarrow \frac{dR}{R} = \frac{(IdV - VdI)}{I^2} \frac{I}{V} \Rightarrow \frac{dR}{R} = \frac{dV}{V} - \frac{dI}{I} \\ &\Rightarrow \frac{\Delta R}{R} = \pm \frac{\Delta V}{V} - \left(\pm \frac{\Delta I}{I}\right) \Rightarrow \frac{\Delta R}{R} = \pm \frac{\Delta V}{V} \mp \frac{\Delta I}{I} \\ &\Rightarrow \left(\frac{\Delta R}{R}\right)_{max} = max \left(\pm \frac{\Delta V}{V} \mp \frac{\Delta I}{I}\right) \\ &\Rightarrow \left(\frac{\Delta R}{R}\right)_{max} = \frac{\Delta V}{V} + \frac{\Delta I}{I} \\ &\Rightarrow \left(\frac{\Delta R}{R}\right)_{max} = \frac{5}{100} + \frac{0,2}{10} = 0,07 = 7\% \end{split}$$

14