

---

Resolução de Problemas do Livro

**Understanding Physics for JEE: Mechanics 1 (Pandney, S.)**

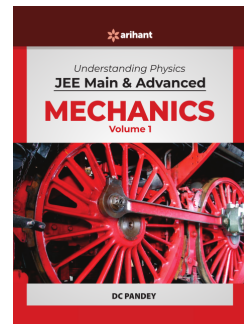
por  
**Igo da Costa Andrade**

---

**Referência**

PANDNEY, S.. **Understanding Physics for JEE: Mechanics 1**. New Delhi, Arihant Publications, 2000.

---



## Capítulo 2: Measurement and Errors

### Questões Objetivas

1. O número de algarismos significativos em 3400 é:

- (a) 3
- (b) 1
- (c) 4
- (d) 2

---

**Solução:**

Observemos que  $3400 = 3,4 \times 10^3$ . Assim, temos dois algarismos significativos, a saber, 3 e 4. Portanto, a resposta correta é o item D. ■

---

2. Os algarismos significativos no número 6,0023 são:

- (a) 2
- (b) 5
- (c) 4
- (d) 3

---

**Solução:**

Temos cinco algarismos significativos em 6,0023: 6, 0, 0, 2, e 3. Resposta correta: item B. ■

---

3. O comprimento e a largura de uma folha de metal são 3,124 m e 3,002 m, respectivamente. A área desta folha, arredondada para o número correto de algarismos significativos, é:

- (a)  $9,378 \text{ m}^2$
- (b)  $9,37 \text{ m}^2$
- (c)  $9,4 \text{ m}^2$
- (d) Nenhuma das anteriores.

**Solução:**

$$\text{Área} = \text{Comprimento} \times \text{Largura} = 3,124 \times 3,002 = 9,378248$$

Com a correta quantidade de algarismos significativos, Área = 9,378 m<sup>2</sup>. Resposta: item A. ■

4. O comprimento, a largura e a espessura de um bloco são dadas por  $l = 12$  cm,  $b = 6$  cm e  $t = 2,45$  cm. O volume do bloco, de acordo com o conceito de algarismos significativos, deve ser:

- (a)  $1 \times 10^2$  cm<sup>3</sup>
- (b)  $2 \times 10^2$  cm<sup>3</sup>
- (c)  $1,763 \times 10^2$  cm<sup>3</sup>
- (d) Nenhuma das anteriores.

**Solução:**

$$V = l \times b \times t = 12 \times 6 \times 2,45 = 176,4 \text{ cm}^3 = 1,764 \times 10^2 \text{ cm}^3$$

Note-se que o comprimento ( $l$ ), a largura ( $b$ ) e a espessura ( $t$ ) possuem respectivamente 2, 1 e 3 algarismos significativos. A resposta do volume  $V = l \times b \times t$  deve ser arredondada para a menor quantidade de algarismos significativos das quantidades dadas, ou seja, 1 (um) algarismo significativo. Portanto, de acordo com o conceito de algarismos significativos:

$$V = 2 \times 10^2 \text{ cm}^3$$

Resposta correta: item B. ■

5. Se o erro na medição do raio de uma esfera é de 1%, qual será o erro na medição do volume?

- (a) 1%
- (b)  $\frac{1}{3}\%$
- (c) 3%
- (d) Nenhuma das anteriores.

**Solução:**

Consideremos a fórmula para o volume  $V$  de uma esfera de raio  $R$ :

$$V = \frac{4}{3}\pi R^3$$

Tomando diferenciais em ambos os lados da equação, temos:

$$V = \frac{4}{3}\pi R^3 \Rightarrow dV = \frac{4}{3}\pi (3R^2 dR) \Rightarrow dV = \frac{4}{3}\pi R^3 \left(3 \frac{dR}{R}\right) \Rightarrow \frac{dV}{V} = 3 \frac{dR}{R} \Rightarrow \frac{\Delta V}{V} = 3 \frac{\Delta R}{R}$$

Dado que  $\frac{\Delta R}{R} = 1\%$ , temos:

$$\frac{\Delta V}{V} = 3 \frac{\Delta R}{R} = 3 \cdot 1\% = 3\%$$

Resposta correta: item C. ■

6. A densidade de um cubo é determinada medindo sua massa e o comprimento de seus lados. Se o erro máximo na medição da massa e do comprimento for de 4% e 3%, respectivamente, o erro máximo na medição da densidade será:

- (a) 7%
- (b) 9%
- (c) 12%
- (d) 13%

**Solução:**

Seja o volume ( $V$ ) do cubo dado por  $V = l^3$ , em que  $l$  é comprimento de seus lados. Assim,

$$\begin{aligned}\rho &= \frac{m}{V} \Rightarrow \rho = \frac{m}{l^3} \Rightarrow d\rho = \frac{dm \cdot l^3 - m \cdot (3l^2 dl)}{(l^3)^6} \Rightarrow \frac{d\rho}{\rho} = \frac{\frac{dm \cdot l^3 - m \cdot (3l^2 dl)}{(l^3)^6}}{\frac{m}{l^3}} \\ &\Rightarrow \frac{d\rho}{\rho} = \frac{dm}{m} - 3 \frac{dl}{l} \\ &\Rightarrow \left( \frac{\Delta\rho}{\rho} \right)_{max} = max \left( \pm \frac{\Delta m}{m} \mp 3 \frac{\Delta l}{l} \right) \\ &\Rightarrow \left( \frac{\Delta\rho}{\rho} \right)_{max} = \frac{\Delta m}{m} + 3 \frac{\Delta l}{l} = 4\% + 3 \cdot 3\% = 13\%\end{aligned}$$

Resposta Correta: item D.

7. O erro percentual na medição da massa e da velocidade é de 2% e 3%, respectivamente. O erro na medição da energia cinética, obtido a partir da medição da massa e da velocidade, será:

- (a) 12%
- (b) 10%
- (c) 8%
- (d) 5%

**Solução:**

$$\begin{aligned}K &= \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow dK = \frac{1}{2}dmv^2 + \frac{1}{2}m(2v dv) \Rightarrow \frac{dK}{K} = \frac{\frac{1}{2}dmv^2 + \frac{1}{2}m(2v dv)}{\frac{1}{2}mv^2} \\ &\Rightarrow \frac{dK}{K} = \frac{dm}{m} + 2 \frac{dv}{v} \\ &\Rightarrow \left( \frac{\Delta K}{K} \right)_{max} = max \left( \pm \frac{\Delta m}{m} \pm 2 \frac{\Delta v}{v} \right) \\ &\Rightarrow \left( \frac{\Delta K}{K} \right)_{max} = \frac{\Delta m}{m} + \frac{\Delta v}{v} = 2\% + 2 \cdot 3\% = 8\%\end{aligned}$$

Resposta correta: item C.

8. Uma força  $F$  é aplicada em uma placa quadrada de lado  $L$ . Se o erro percentual na determinação de  $L$  é de 2% e o de  $F$  é de 4%, qual é o erro permitido na pressão?

- (a) 8%
- (b) 6%
- (c) 4%
- (d) 2%

**Solução:**

$$\begin{aligned}
 p = \frac{F}{A} \Rightarrow p = \frac{F}{L^2} \Rightarrow dp &= \frac{dFL^2 - F(2LdL)}{L^2} \Rightarrow \frac{dp}{p} = \frac{\frac{dFL^2 - F(2LdL)}{L^2}}{\frac{F}{L^2}} \\
 \Rightarrow \frac{dp}{p} &= \frac{dF}{F} - 2\frac{dL}{L} \\
 \Rightarrow \left(\frac{\Delta p}{p}\right)_{max} &= \max\left(\pm \frac{\Delta F}{F} \mp 2\frac{\Delta L}{L}\right) \\
 \Rightarrow \left(\frac{\Delta p}{p}\right)_{max} &= \frac{\Delta F}{F} + 2\frac{\Delta L}{L} = 4\% + 2 \cdot 2\% = 8\%
 \end{aligned}$$

Resposta Correta: item A. ■

9. O calor gerado em um circuito depende da resistência, da corrente e do tempo durante o qual a corrente flui. Se o erro na medição desses valores é de 1%, 2% e 1%, respectivamente, então o erro máximo na medição do calor é:

- (a) 8%
- (b) 6%
- (c) 18%
- (d) 12%

**Solução:**

A potência dissipada em um circuito com resistência  $R$ , no qual circula uma corrente  $i$  é dada por  $P = Ri^2$ . Assim, o calor  $H$  gerado num tempo  $t$  é:

$$H = Ri^2t$$

Portanto, diferenciando a equação acima, obtemos

$$\begin{aligned}
 dH = d(Ri^2)t + Ri^2dt &= dRi^2t + R(2idi)t + Ri^2dt \Rightarrow \frac{dH}{H} = \frac{dRi^2t + R(2idi)t + Ri^2dt}{Ri^2t} \\
 \Rightarrow \frac{dH}{H} &= \frac{dR}{R} + 2\frac{di}{i} + \frac{dt}{t} \\
 \Rightarrow \left(\frac{\Delta H}{H}\right)_{max} &= \max\left(\pm \frac{\Delta R}{R} \pm 2\frac{\Delta i}{i} \pm \frac{\Delta t}{t}\right) \\
 \Rightarrow \left(\frac{\Delta H}{H}\right)_{max} &= \frac{\Delta R}{R} + 2\frac{\Delta i}{i} + \frac{\Delta t}{t} \\
 \Rightarrow \left(\frac{\Delta H}{H}\right)_{max} &= 1\% + 2 \cdot 2\% + 1\% = 6\%
 \end{aligned}$$

Resposta Correta: item B. ■

10. Seja  $g$  a aceleração devido à gravidade na superfície da Terra e  $K$  a energia cinética rotacional da Terra. Suponha que o raio da Terra diminua em 2%. Mantendo todas as outras quantidades constantes, então:
- (a)  $g$  aumenta 2% e  $K$  aumenta 2%.
  - (b)  $g$  aumenta 4% e  $K$  decresce 4%.
  - (c)  $g$  decresce 4% e  $K$  decresce 2%.
  - (d)  $g$  decresce 2% e  $K$  decresce 4%.

**Solução:**

Seja  $R$  o raio da Terra. A aceleração da gravidade  $g$  na superfície terrestre é dada por:

$$g = \frac{GM}{R^2}$$

em que  $G = 6,67 \times 10^{-11} \text{ m}^3\text{kg}^{-1}\text{s}^{-2}$  é a constante de gravitação universal e  $M$  é a massa da Terra. Considerando uma redução percentual  $\frac{\Delta R}{R} = 2\%$  no raio terrestre e mantendo as demais quantidades constantes, temos:

$$\begin{aligned} g &= GM R^{-2} \Rightarrow dg = GM(-2R^{-3}dR) \Rightarrow \frac{dg}{g} = \frac{-2GMR^{-3}dR}{GMR^{-2}} \\ &\Rightarrow \frac{dg}{g} = -2\frac{dR}{R} \Rightarrow \frac{\Delta g}{g} = -2\frac{\Delta R}{R} = -2 \cdot (-2\%) = +4\% \end{aligned}$$

A energia cinética de rotação da Terra é

$$K = \frac{1}{2}I\omega^2$$

em que  $I = \frac{2}{5}MR^2$  é o momento de inércia da Terra, considerada esférica e  $\omega$  é a velocidade angular de rotação. Assim:

$$K = \frac{1}{5}MR^2\omega^2$$

Diferenciando a equação acima e considerando apenas a variação do raio  $R$ , temos:

$$\begin{aligned} dK &= \frac{1}{5}M\omega^2(2RdR) \Rightarrow \frac{dK}{K} = \frac{\frac{1}{5}M\omega^2(2RdR)}{\frac{1}{5}MR^2\omega^2} \\ &\Rightarrow \frac{dK}{K} = 2\frac{dR}{R} \\ &\Rightarrow \frac{\Delta K}{K} = 2\frac{\Delta R}{R} = 2 \cdot (-2\%) = -4\% \end{aligned}$$

Portanto, uma diminuição de 2% no raio da Terra provoca um aumento de 4% na aceleração da gravidade  $g$  e uma diminuição de 4% na energia cinética de rotação.



11. Uma quantidade física  $A$  é dependente de outras quatro quantidades físicas  $p$ ,  $q$ ,  $r$  e  $s$  por meio da equação  $A = \frac{\sqrt{pq}}{r^2s^3}$ . O erro percentual das medidas de  $p$ ,  $q$ ,  $r$  e  $s$  são 1%, 3%, 0,5% e 0,33%, respectivamente, então o erro percentual máximo de  $A$  é:
- (a) 2%
  - (b) 0%

- (c) 4%  
(d) 3%

**Solução:**

$$\begin{aligned}
 A = \frac{\sqrt{pq}}{r^2 s^3} &\Rightarrow A = p^{1/2} q^{1/2} r^{-2} s^{-3} \Rightarrow dA = d(p^{1/2}) q^{1/2} r^{-2} s^{-3} + p^{1/2} d(q^{1/2} r^{-2} s^{-3}) \\
 &\Rightarrow dA = \left( \frac{1}{2} p^{-1/2} dp \right) q^{1/2} r^{-2} s^{-3} + p^{1/2} \left[ d(q^{1/2}) r^{-2} s^{-3} + q^{1/2} d(r^{-2} s^{-3}) \right] \\
 &\Rightarrow dA = \frac{1}{2} p^{-1/2} q^{1/2} r^{-2} s^{-3} dp + p^{1/2} \left\{ \left( \frac{1}{2} q^{-1/2} dq \right) r^{-2} s^{-3} + q^{1/2} [(-2r^{-3} dr) s^{-2} + r^{-2} (-3s^{-4} ds)] \right\} \\
 &\Rightarrow dA = \frac{1}{2} p^{-1/2} q^{1/2} r^{-2} s^{-3} dp + \frac{1}{2} p^{1/2} q^{-1/2} r^{-2} s^{-3} dq - 2p^{1/2} q^{-2} r^{-3} s^{-3} dr - 3p^{1/2} q^{1/2} r^{-2} s^{-4} ds \\
 &\Rightarrow \frac{dA}{A} = \frac{1}{2} \frac{p^{-1/2} q^{1/2} r^{-2} s^{-3} dp}{p^{1/2} q^{1/2} r^{-2} s^{-3}} + \frac{1}{2} \frac{p^{1/2} q^{-1/2} r^{-2} s^{-3} dq}{p^{1/2} q^{1/2} r^{-2} s^{-3}} - 2 \frac{p^{1/2} q^{-2} r^{-3} s^{-3} dr}{p^{1/2} q^{1/2} r^{-2} s^{-3}} - 3 \frac{p^{1/2} q^{1/2} r^{-2} s^{-4} ds}{p^{1/2} q^{1/2} r^{-2} s^{-3}} \\
 &\Rightarrow \frac{dA}{A} = \frac{1}{2} \frac{dp}{p} + \frac{1}{2} \frac{dq}{q} - 2 \frac{dr}{r} - 3 \frac{ds}{s} \\
 &\Rightarrow \frac{\Delta A}{A} = \frac{1}{2} \left( \pm \frac{\Delta p}{p} \right) + \frac{1}{2} \left( \pm \frac{\Delta q}{q} \right) - 2 \left( \pm \frac{\Delta r}{r} \right) - 3 \left( \pm \frac{\Delta s}{s} \right) \\
 &\Rightarrow \left( \frac{\Delta A}{A} \right)_{max} = \max \left[ \frac{1}{2} \left( \pm \frac{\Delta p}{p} \right) + \frac{1}{2} \left( \pm \frac{\Delta q}{q} \right) - 2 \left( \pm \frac{\Delta r}{r} \right) - 3 \left( \pm \frac{\Delta s}{s} \right) \right] \\
 &\Rightarrow \left( \frac{\Delta A}{A} \right)_{max} = \frac{1}{2} \frac{\Delta p}{p} + \frac{1}{2} \frac{\Delta q}{q} + 2 \frac{\Delta r}{r} + 3 \frac{\Delta s}{s} \\
 &\Rightarrow \left( \frac{\Delta A}{A} \right)_{max} = \frac{1}{2} \cdot 1\% + \frac{1}{2} \cdot 3\% + 2 \cdot 0,5\% + 3 \cdot 0,33\% \\
 &\Rightarrow \left( \frac{\Delta A}{A} \right)_{max} \approx 4\%
 \end{aligned}$$

Resposta Correta: item C. ■

12. O comprimento de um pêndulo simples é de aproximadamente 100 cm, com uma precisão conhecida de 1 mm. Seu período de oscilação é de 2 s, determinado ao medir o tempo de 100 oscilações utilizando um relógio com resolução de 0,1 s. Qual é a precisão no valor determinado de  $g$ ?

- (a) 0,2%  
(b) 0,1%  
(c) 0,5%  
(d) 2%

**Solução:**

O período de oscilação  $T$  de um pêndulo simples de comprimento  $L$  é dado por:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}}$$

em que  $g$  é a aceleração da gravidade.

Isolando  $g$ , obtemos

$$g = \frac{1}{4\pi^2} T^2 L$$

Se  $T$  foi medido como a média de  $n = 100$  oscilações cuja duração total foi igual a  $t$ , temos:

$$g = \frac{1}{4\pi^2} \left( \frac{t}{n} \right)^2 L \Rightarrow g = \frac{1}{4\pi n^2} t^2 L$$

Tomando a diferencial da expressão acima, obtemos:

$$\begin{aligned} dg &= \frac{1}{4\pi n^2} (2t dt L + t^2 dL) \Rightarrow \frac{dg}{g} = 2 \frac{dt}{t} + \frac{dL}{L} \\ &\Rightarrow \left( \frac{\Delta g}{g} \right)_{max} = 2 \frac{\Delta t}{t} + \frac{\Delta L}{L} \\ &\Rightarrow \left( \frac{\Delta g}{g} \right)_{max} = 2 \cdot \frac{0,1}{200} + \frac{1}{1000} = 0,002 = 0,2\% \end{aligned}$$

■

13. A massa de uma bola é 1,76 kg, A massa destas bolas é:

- (a)  $0,44 \times 10^3$  kg
- (b) 44,0 kg
- (c) 44 kg
- (d) 44,00 kg

**Solução:**

$$M = 25 \times 1,76 = 44,0 \text{ kg}$$

Resposta Correta: item B.

■

14. A menor divisão de um cronômetro é de 0,2 s. O tempo de 20 oscilações de um pêndulo foi medido como 25 s. O erro percentual no período é:

- (a) 1,2%
- (b) 0,8%
- (c) 1,8%
- (d) Nenhuma das anteriores.

**Solução:**

Seja  $T$  o período de oscilação, medido por meio da média de  $n$  oscilações com duração total igual a  $t$ . Assim,

$$\begin{aligned} T &= \frac{t}{n} \Rightarrow dT = \frac{dt}{n} \Rightarrow \frac{dT}{T} = \frac{\frac{dt}{n}}{\frac{t}{n}} \Rightarrow \frac{dT}{T} = \frac{dt}{t} \\ &\Rightarrow \frac{\Delta T}{T} = \frac{\Delta t}{t} \\ &\Rightarrow \frac{\Delta T}{T} = \frac{0,2}{25} = 8 \times 10^{-3} = 0,8\% \end{aligned}$$

Resposta Correta: item B.

■

## Questões Subjetivas

1. Escreva o número de algarismos significativos das seguintes quantidades:

(a) 6428 \_\_\_\_\_

**Solução:**

$$6428 = 6,428 \times 10^3 \Rightarrow 4 \text{ algarismos significativos}$$



(b) 62,00 m

(c) 0,00628 cm

(d) 1200 N