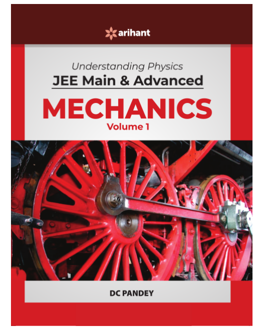
Resolução de Problemas do Livro

Understanding Physics for JEE: Mechanics 1 (Pandney, S.)



por

Igo da Costa Andrade

Referência
PANDNEY, S.. **Understanding Physics for JEE**: Mechanics 1. New Delhi, Arihant Publications, 2000.

Capítulo 2: Measurement and Errors

Exercícios

Questões Objetivas

1 O número de algarismos significativos em 3400 é:

(a) 3
(b) 1
(c) 4
(d) 2

Solução:
Observemos que $3400 = 3,4 \times 10^3$. Assim, temos dois algarismos significativos, a saber, 3 e 4. Portanto, a resposta correta é o item D. ■

2 Os algarismos significativos no número $6,0023$ são:

(a) 2
(b) 5
(c) 4
(d) 3

Solução:
Temos cinco algarismos significativos em $6,0023$: $6, 0, 0, 2,$ e 3. Resposta correta: item B. ■

3 O comprimento e a largura de uma folha de metal são $3,124$ m e $3,002$ m, respectivamente. A área desta folha, arredondada para o número correto de algarismos significativos, é:

(a) $9,378\ \mathrm{m}^2$
(b) $9,37\ \mathrm{m}^2$

(c) $9,4 \text{ m}^2$

(d) Nenhuma das anteriores.

Solução:

$$\text{Área} = \text{Comprimento} \times \text{Largura} = 3,124 \times 3,002 = 9,378248$$

Com a correta quantidade de algarismos significativos, Área $= 9,378 \text{ m}^2$. Resposta: item A.

4 O comprimento, a largura e a espessura de um bloco são dadas por $l = 12$ cm, $b = 6$ cm e $t = 2,45$ cm. O volume do bloco, de acordo com o conceito de algarismos significativos, deve ser:

(a) $1 \times 10^2 \text{ cm}^3$

(b) $2 \times 10^2 \text{ cm}^3$

(c) $1,763 \times 10^2 \text{ cm}^3$

(d) 1Nenhuma das anteriores.

Solução:

$$V = l \times b \times t = 12 \times 6 \times 2,45 = 176,4 \text{ cm}^3 = 1,764 \times 10^2 \text{ cm}^3$$

Note-se que o comprimento (l), a largura (b) e a espessura (t) possuem respectivamente 2, 1 e 3 algarismos significativos. A resposta do volume $V = l \times b \times t$ deve ser arredondada para a menor quantidade de algarismos significativos das quantidades dadas, ou seja, 1 (um) algarismos significativo. Portanto, de acordo com o conceito de algarismos significativos:

$$V = 2 \times 10^2 \text{ cm}^3$$

Reposta correta: item B.

5 Se o erro na medição do raio de uma esfera é de 1%, qual será o erro na medição do volume?

(a) 1%

(b) $\frac{1}{3}\%$

(c) 3%

(d) 1Nenhuma das anteriores.

Solução:

Consideremos a fórmula para o volume V de uma esfera de raio R:

$$V = \frac{4}{3}\pi R^3$$

Tomando diferenciais em ambos os lados da equação, temos:

$$V = \frac{4}{3}\pi R^3 \Rightarrow dV = \frac{4}{3}\pi \left(3R^2 dR\right) \Rightarrow dV = \frac{4}{3}\pi R^3 \left(3\frac{dR}{R}\right) \Rightarrow \frac{dV}{V} = 3\frac{dR}{R} \Rightarrow \frac{\Delta V}{V} = 3\frac{\Delta R}{R}$$

Dado que $\frac{\Delta R}{R} = 1\%$, temos:

$$\frac{\Delta V}{V} = 3\frac{\Delta R}{R} = 3 \cdot 1\% = 3\%$$

Resposta correta: item C.

6 A densidade de um cubo é determinada medindo sua massa e o comprimento de seus lados. Se o erro máximo na medição da massa e do comprimento for de 4% e 3%, respectivamente, o erro máximo na medição da densidade será:

(a) 7%
(b) 9%
(c) 12%
(d) 13%

Solução:
Seja o volume (V) do cubo dado por $V = l^3$, em que l é comprimento de seus lados. Assim,

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow \rho = \frac{m}{l^3} \Rightarrow d\rho = \frac{dm \cdot l^3 - m \cdot (3l^2 dl)}{(l^3)^6} \Rightarrow \frac{d\rho}{\rho} = \frac{\frac{dm \cdot l^3 - m \cdot (3l^2 dl)}{(l^3)^6}}{\frac{m}{l^3}}$$
$$\Rightarrow \frac{d\rho}{\rho} = \frac{dm}{m} - 3\frac{dl}{l}$$
$$\Rightarrow \left(\frac{\Delta\rho}{\rho}\right)_{max} = max\left(\pm\frac{\Delta m}{m} \mp 3\frac{\Delta l}{l}\right)$$
$$\Rightarrow \left(\frac{\Delta\rho}{\rho}\right)_{max} = \frac{\Delta m}{m} + 3\frac{\Delta l}{l} = 4\% + 3 \cdot 3\% = 13\%$$

Resposta Correta: item D. ■

7 O erro percentual na medição da massa e da velocidade é de 2% e 3%, respectivamente. O erro na medição da energia cinética, obtido a partir da medição da massa e da velocidade, será:

(a) 12%
(b) 10%
(c) 8%
(d) 5%

Solução:

$$K = \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow dK = \frac{1}{2}dmv^2 + \frac{1}{2}m(2vdv) \Rightarrow \frac{dK}{K} = \frac{\frac{1}{2}dmv^2 + \frac{1}{2}m(2vdv)}{\frac{1}{2}mv^2}$$
$$\Rightarrow \frac{dK}{K} = \frac{dm}{m} + 2\frac{dv}{v}$$
$$\Rightarrow \left(\frac{\Delta K}{K}\right)_{max} = max\left(\pm\frac{\Delta m}{m} \pm 2\frac{\Delta v}{v}\right)$$
$$\Rightarrow \left(\frac{\Delta K}{K}\right)_{max} = \frac{\Delta m}{m} + \frac{\Delta v}{v} = 2\% + 2 \cdot 3\% = 8\%$$

Resposta correta: item C. ■

8 Uma força F é aplicada em uma placa quadrada de lado L. Se o erro percentual na determinação de L é de 2% e o de F é de 4%, qual é o erro permitido na pressão?

(a) 8%
(b) 6%
(c) 4%
(d) 2%

Solução:

$$p = \frac{F}{A} \Rightarrow p = \frac{F}{L^2} \Rightarrow dp = \frac{dFL^2 - F(2LdL)}{L^2} \Rightarrow \frac{dp}{p} = \frac{\frac{dFL^2 - F(2LdL)}{L^2}}{\frac{F}{L^2}}$$
$$\Rightarrow \frac{dp}{p} = \frac{dF}{F} - 2\frac{dL}{L}$$
$$\Rightarrow \left(\frac{\Delta p}{p}\right)_{max} = max\left(\pm\frac{\Delta F}{F} \mp 2\frac{\Delta L}{L}\right)$$
$$\Rightarrow \left(\frac{\Delta p}{p}\right)_{max} = \frac{\Delta F}{F} + 2\frac{\Delta L}{L} = 4\% + 2\cdot 2\% = 8\%$$

Resposta Correta: item A. ■

9 O calor gerado em um circuito depende da resistência, da corrente e do tempo durante o qual a corrente flui. Se o erro na medição desses valores é de 1%, 2% e 1%, respectivamente, então o erro máximo na medição do calor é:

(a) 8%
(b) 6%
(c) 18%
(d) 12%

Solução:
A potência dissipada em um circuito com resistência R, no qual circula uma correten i é dada por $P = Ri^2$. Assim, o calor H gerado num tempo t é:

$$H = Ri^2 t$$

Portanto, diferenciando a equação acima, obtemos

$$dH = d(Ri^2)t + Ri^2dt = dRi^2t + R(2idi)t + Ri^2dt \Rightarrow \frac{dH}{H} = \frac{dRi^2t + R(2idi)t + Ri^2dt}{Ri^2t}$$
$$\Rightarrow \frac{dH}{H} = \frac{dR}{R} + 2\frac{di}{i} + \frac{dt}{t}$$
$$\Rightarrow \left(\frac{\Delta H}{H}\right)_{max} = max\left(\pm\frac{\Delta R}{R} \pm 2\frac{\Delta i}{i} \pm \frac{\Delta t}{t}\right)$$
$$\Rightarrow \left(\frac{\Delta H}{H}\right)_{max} = \frac{\Delta R}{R} + 2\frac{\Delta i}{i} + \frac{\Delta t}{t}$$
$$\Rightarrow \left(\frac{\Delta H}{H}\right)_{max} = 1\% + 2\cdot 2\% + 1\% = 6\%$$

Resposta Correta: item B. ■

10 Seja g a aceleração devido à gravidade na superfície da Terra e K a energia cinética rotacional da Terra. Suponha que o raio da Terra diminua em 2%. Mantendo todas as outras quantidades constantes, então:

(a) g aumenta 2% e K aumenta 2%.

(b) g aumenta 4% e K decresce 4%.

(c) g decresce 4% e K decresce 2%.

(d) g decresce 2% e K decresce 4%.

Solução:
Seja R o raio da Terra. A aceleração da gravidade g na superfície terrestre é dada por:

$$g = \frac{GM}{R^2}$$

em que $G = 6,67 \times 10^{-11}\ \mathrm{m^3kg^{-1}s^{-2}}$ é a constante de gravitação universal e M é a massa da Terra. Considerando uma redução percentual $\dfrac{\Delta R}{R} = 2\%$ no raio terrestre e mantendo as demais quantidades constantes, temos:

$$\begin{aligned} g = GMR^{-2} \Rightarrow dg = GM(-2R^{-3}dR) \Rightarrow \frac{dg}{g} &= \frac{-2GMR^{-3}dR}{GMR^{-2}} \\ \Rightarrow \frac{dg}{g} = -2\frac{dR}{R} \Rightarrow \frac{\Delta g}{g} &= -2\frac{\Delta R}{R} = -2 \cdot (-2\%) = +4\% \end{aligned}$$

A energia cinética de rotação da Terra é

$$K = \frac{1}{2}I\omega^2$$

em que $I = \dfrac{2}{5}MR^2$ é o momento de inércia da Terra, considerada esférica e ω é a velocidade angular de rotação. Assim:

$$K = \frac{1}{5}MR^2\omega^2$$

Diferenciando a equação acima e considerando apenas a variação do raio R, temos:

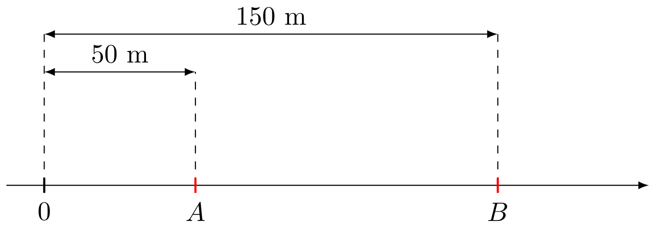
$$\begin{aligned} dK = \frac{1}{5}M\omega^2(2RdR) \Rightarrow \frac{dK}{K} &= \frac{\frac{1}{5}M\omega^2(2RdR)}{\frac{1}{5}MR^2\omega^2} \\ \Rightarrow \frac{dK}{K} &= 2\frac{dR}{R} \\ \Rightarrow \frac{\Delta K}{K} &= 2\frac{\Delta R}{R} = 2 \cdot (-2\%) = -4\% \end{aligned}$$

Portanto, uma diminuição de 2% no raio da Terra provoca um aumento de 4% na aceleração da gravidade g e uma diminuição de 4% na energia cinética de rotação.

■

11

12 **(FEI-SP)** Dois móveis A e B, ambos com movimento uniforme, percorrem uma trajetória retilínea conforme mostra a figura. Em $t = 0$, estes se encontram, respectivamente, nos pontos A e B na trajetória. As velocidades dos móveis são $v_A = 50$ m/s e $v_B = 30$ m/s no mesmo sentido.



Em que instante a distância entre os dois móveis será 50 m?

(a) 200 m
(b) 225 m
(c) 250 m
(d) 300 m
(e) 350 m

Solução:

Escrevamos as equações horárias das trajétórias dos móveis A e B, sabendo que ambos descrevem movimento uniforme:

$$\begin{cases} s_A = s_{0A} + v_A t \\ s_B = s_{0B} + v_B t \end{cases}$$

Os móveis encontram-se no instante t^* tal que $s_A = s_B = s^*$, ou seja:

$$\begin{aligned} s_A = s_B &\Rightarrow s_{0A} + v_A t^* = s_{0B} + v_B t^* \\ &\Rightarrow v_A t^* - v_B t^* = s_{0B} - s_{0A} \\ &\Rightarrow (v_A - v_B) t^* = s_{0B} - s_{0A} \\ &\Rightarrow t^* = \frac{s_{0B} - s_{0A}}{v_A - v_B} \end{aligned}$$

Nesse instante, a posição s^* dos móveis será:

$$s^* = s_{0A} + v_A t^* \Rightarrow s^* = s_{0A} + v_A \left(\frac{s_{0B} - s_{0A}}{v_A - v_B} \right)$$

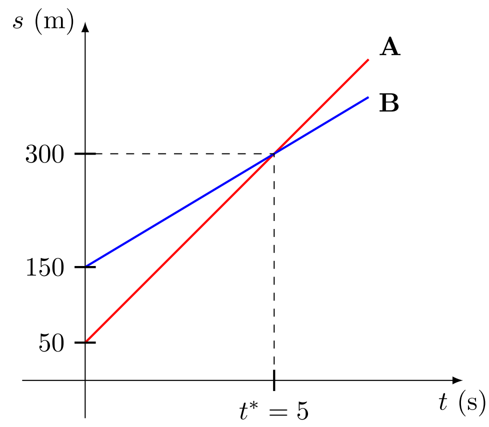
O script `Python` abaixo mostra o resultano numérico correspondente ao desenvolvimento algébrico acima:

```python
# Dados do problema
s_0A = 50
v_A = 50
s_0B = 150
v_B = 30

# Instante do encontro
t_star = (s_0B - s_0A) / (v_A - v_B)

# Posição do encontro
s_star = s_0A + v_A * t_star
```

Os móveis encontram-se no instante $t^* = 5$ s e na posição $s^* = 300$ m.
O gráfico abaixo mostra a posição de cada móvel em função do tempo, bem como o ponto de encontro.



Portanto, a resposta correta é letra **D**.