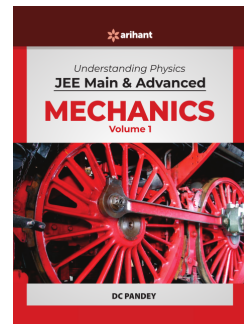

Resolução de Problemas do Livro

Understanding Physics for JEE: Mechanics 1 (Pandney, S.)

por
Igo da Costa Andrade

Referência

PANDNEY, S.. **Understanding Physics for JEE: Mechanics 1**. New Delhi, Arihant Publications, 2000.



Capítulo 2: Measurement and Errors

Questões Objetivas

1. O número de algarismos significativos em 3400 é:

- (a) 3
- (b) 1
- (c) 4
- (d) 2

Solução:

Observemos que $3400 = 3,4 \times 10^3$. Assim, temos dois algarismos significativos, a saber, 3 e 4. Portanto, a resposta correta é o item D. ■

2. Os algarismos significativos no número 6,0023 são:

- (a) 2
- (b) 5
- (c) 4
- (d) 3

Solução:

Temos cinco algarismos significativos em 6,0023: 6, 0, 0, 2, e 3. Resposta correta: item B. ■

3. O comprimento e a largura de uma folha de metal são 3,124 m e 3,002 m, respectivamente. A área desta folha, arredondada para o número correto de algarismos significativos, é:

- (a) $9,378 \text{ m}^2$
- (b) $9,37 \text{ m}^2$
- (c) $9,4 \text{ m}^2$
- (d) Nenhuma das anteriores.

Solução:

$$\text{Área} = \text{Comprimento} \times \text{Largura} = 3,124 \times 3,002 = 9,378248$$

Com a correta quantidade de algarismos significativos, Área = 9,378 m². Resposta: item A. ■

4. O comprimento, a largura e a espessura de um bloco são dadas por $l = 12$ cm, $b = 6$ cm e $t = 2,45$ cm. O volume do bloco, de acordo com o conceito de algarismos significativos, deve ser:

- (a) 1×10^2 cm³
- (b) 2×10^2 cm³
- (c) $1,763 \times 10^2$ cm³
- (d) Nenhuma das anteriores.

Solução:

$$V = l \times b \times t = 12 \times 6 \times 2,45 = 176,4 \text{ cm}^3 = 1,764 \times 10^2 \text{ cm}^3$$

Note-se que o comprimento (l), a largura (b) e a espessura (t) possuem respectivamente 2, 1 e 3 algarismos significativos. A resposta do volume $V = l \times b \times t$ deve ser arredondada para a menor quantidade de algarismos significativos das quantidades dadas, ou seja, 1 (um) algarismos significativo. Portanto, de acordo com o conceito de algarismos significativos:

$$V = 2 \times 10^2 \text{ cm}^3$$

Resposta correta: item B. ■

5. Se o erro na medição do raio de uma esfera é de 1%, qual será o erro na medição do volume?

- (a) 1%
- (b) $\frac{1}{3}\%$
- (c) 3%
- (d) Nenhuma das anteriores.

Solução:

Consideremos a fórmula para o volume V de uma esfera de raio R :

$$V = \frac{4}{3}\pi R^3$$

Tomando diferenciais em ambos os lados da equação, temos:

$$V = \frac{4}{3}\pi R^3 \Rightarrow dV = \frac{4}{3}\pi (3R^2 dR) \Rightarrow dV = \frac{4}{3}\pi R^3 \left(3 \frac{dR}{R}\right) \Rightarrow \frac{dV}{V} = 3 \frac{dR}{R} \Rightarrow \frac{\Delta V}{V} = 3 \frac{\Delta R}{R}$$

Dado que $\frac{\Delta R}{R} = 1\%$, temos:

$$\frac{\Delta V}{V} = 3 \frac{\Delta R}{R} = 3 \cdot 1\% = 3\%$$

Resposta correta: item C. ■

6. A densidade de um cubo é determinada medindo sua massa e o comprimento de seus lados. Se o erro máximo na medição da massa e do comprimento for de 4% e 3%, respectivamente, o erro máximo na medição da densidade será:

- (a) 7%
- (b) 9%
- (c) 12%
- (d) 13%

Solução:

Seja o volume (V) do cubo dado por $V = l^3$, em que l é comprimento de seus lados. Assim,

$$\begin{aligned}\rho &= \frac{m}{V} \Rightarrow \rho = \frac{m}{l^3} \Rightarrow d\rho = \frac{dm \cdot l^3 - m \cdot (3l^2 dl)}{(l^3)^6} \Rightarrow \frac{d\rho}{\rho} = \frac{\frac{dm \cdot l^3 - m \cdot (3l^2 dl)}{(l^3)^6}}{\frac{m}{l^3}} \\ &\Rightarrow \frac{d\rho}{\rho} = \frac{dm}{m} - 3 \frac{dl}{l} \\ &\Rightarrow \left(\frac{\Delta\rho}{\rho} \right)_{max} = max \left(\pm \frac{\Delta m}{m} \mp 3 \frac{\Delta l}{l} \right) \\ &\Rightarrow \left(\frac{\Delta\rho}{\rho} \right)_{max} = \frac{\Delta m}{m} + 3 \frac{\Delta l}{l} = 4\% + 3 \cdot 3\% = 13\%\end{aligned}$$

Resposta Correta: item D. ■

7. O erro percentual na medição da massa e da velocidade é de 2% e 3%, respectivamente. O erro na medição da energia cinética, obtido a partir da medição da massa e da velocidade, será:

- (a) 12%
- (b) 10%
- (c) 8%
- (d) 5%

Solução:

$$\begin{aligned}K &= \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow dK = \frac{1}{2}dmv^2 + \frac{1}{2}m(2v dv) \Rightarrow \frac{dK}{K} = \frac{\frac{1}{2}dmv^2 + \frac{1}{2}m(2v dv)}{\frac{1}{2}mv^2} \\ &\Rightarrow \frac{dK}{K} = \frac{dm}{m} + 2 \frac{dv}{v} \\ &\Rightarrow \left(\frac{\Delta K}{K} \right)_{max} = max \left(\pm \frac{\Delta m}{m} \pm 2 \frac{\Delta v}{v} \right) \\ &\Rightarrow \left(\frac{\Delta K}{K} \right)_{max} = \frac{\Delta m}{m} + 2 \frac{\Delta v}{v} = 2\% + 2 \cdot 3\% = 8\%\end{aligned}$$

Resposta correta: item C. ■

8. Uma força F é aplicada em uma placa quadrada de lado L . Se o erro percentual na determinação de L é de 2% e o de F é de 4%, qual é o erro permitido na pressão?

- (a) 8%
- (b) 6%
- (c) 4%
- (d) 2%

Solução:

$$\begin{aligned}
 p = \frac{F}{A} \Rightarrow p = \frac{F}{L^2} \Rightarrow dp &= \frac{dFL^2 - F(2LdL)}{L^2} \Rightarrow \frac{dp}{p} = \frac{\frac{dFL^2 - F(2LdL)}{L^2}}{\frac{F}{L^2}} \\
 \Rightarrow \frac{dp}{p} &= \frac{dF}{F} - 2\frac{dL}{L} \\
 \Rightarrow \left(\frac{\Delta p}{p}\right)_{max} &= \max\left(\pm \frac{\Delta F}{F} \mp 2\frac{\Delta L}{L}\right) \\
 \Rightarrow \left(\frac{\Delta p}{p}\right)_{max} &= \frac{\Delta F}{F} + 2\frac{\Delta L}{L} = 4\% + 2 \cdot 2\% = 8\%
 \end{aligned}$$

Resposta Correta: item A. ■

9. O calor gerado em um circuito depende da resistência, da corrente e do tempo durante o qual a corrente flui. Se o erro na medição desses valores é de 1%, 2% e 1%, respectivamente, então o erro máximo na medição do calor é:

- (a) 8%
- (b) 6%
- (c) 18%
- (d) 12%

Solução:

A potência dissipada em um circuito com resistência R , no qual circula uma corrente i é dada por $P = Ri^2$. Assim, o calor H gerado num tempo t é:

$$H = Ri^2t$$

Portanto, diferenciando a equação acima, obtemos

$$\begin{aligned}
 dH = d(Ri^2)t + Ri^2dt &= dRi^2t + R(2idi)t + Ri^2dt \Rightarrow \frac{dH}{H} = \frac{dRi^2t + R(2idi)t + Ri^2dt}{Ri^2t} \\
 \Rightarrow \frac{dH}{H} &= \frac{dR}{R} + 2\frac{di}{i} + \frac{dt}{t} \\
 \Rightarrow \left(\frac{\Delta H}{H}\right)_{max} &= \max\left(\pm \frac{\Delta R}{R} \pm 2\frac{\Delta i}{i} \pm \frac{\Delta t}{t}\right) \\
 \Rightarrow \left(\frac{\Delta H}{H}\right)_{max} &= \frac{\Delta R}{R} + 2\frac{\Delta i}{i} + \frac{\Delta t}{t} \\
 \Rightarrow \left(\frac{\Delta H}{H}\right)_{max} &= 1\% + 2 \cdot 2\% + 1\% = 6\%
 \end{aligned}$$

Resposta Correta: item B. ■

10. Seja g a aceleração devido à gravidade na superfície da Terra e K a energia cinética rotacional da Terra. Suponha que o raio da Terra diminua em 2%. Mantendo todas as outras quantidades constantes, então:
- g aumenta 2% e K aumenta 2%.
 - g aumenta 4% e K decresce 4%.
 - g decresce 4% e K decresce 2%.
 - g decresce 2% e K decresce 4%.

Solução:

Seja R o raio da Terra. A aceleração da gravidade g na superfície terrestre é dada por:

$$g = \frac{GM}{R^2}$$

em que $G = 6,67 \times 10^{-11} \text{ m}^3\text{kg}^{-1}\text{s}^{-2}$ é a constante de gravitação universal e M é a massa da Terra. Considerando uma redução percentual $\frac{\Delta R}{R} = 2\%$ no raio terrestre e mantendo as demais quantidades constantes, temos:

$$\begin{aligned} g &= GM R^{-2} \Rightarrow dg = GM(-2R^{-3}dR) \Rightarrow \frac{dg}{g} = \frac{-2GMR^{-3}dR}{GMR^{-2}} \\ &\Rightarrow \frac{dg}{g} = -2\frac{dR}{R} \Rightarrow \frac{\Delta g}{g} = -2\frac{\Delta R}{R} = -2 \cdot (-2\%) = +4\% \end{aligned}$$

A energia cinética de rotação da Terra é

$$K = \frac{1}{2}I\omega^2$$

em que $I = \frac{2}{5}MR^2$ é o momento de inércia da Terra, considerada esférica e ω é a velocidade angular de rotação. Assim:

$$K = \frac{1}{5}MR^2\omega^2$$

Diferenciando a equação acima e considerando apenas a variação do raio R , temos:

$$\begin{aligned} dK &= \frac{1}{5}M\omega^2(2RdR) \Rightarrow \frac{dK}{K} = \frac{\frac{1}{5}M\omega^2(2RdR)}{\frac{1}{5}MR^2\omega^2} \\ &\Rightarrow \frac{dK}{K} = 2\frac{dR}{R} \\ &\Rightarrow \frac{\Delta K}{K} = 2\frac{\Delta R}{R} = 2 \cdot (-2\%) = -4\% \end{aligned}$$

Portanto, uma diminuição de 2% no raio da Terra provoca um aumento de 4% na aceleração da gravidade g e uma diminuição de 4% na energia cinética de rotação.



11. Uma quantidade física A é dependente de outras quatro quantidades físicas p , q , r e s por meio da equação $A = \frac{\sqrt{pq}}{r^2s^3}$. O erro percentual das medidas de p , q , r e s são 1%, 3%, 0,5% e 0,33%, respectivamente, então o erro percentual máximo de A é:
- 2%
 - 0%

- (c) 4%
(d) 3%

Solução:

$$\begin{aligned}
 A = \frac{\sqrt{pq}}{r^2 s^3} &\Rightarrow A = p^{1/2} q^{1/2} r^{-2} s^{-3} \Rightarrow dA = d(p^{1/2}) q^{1/2} r^{-2} s^{-3} + p^{1/2} d(q^{1/2} r^{-2} s^{-3}) \\
 &\Rightarrow dA = \left(\frac{1}{2} p^{-1/2} dp \right) q^{1/2} r^{-2} s^{-3} + p^{1/2} \left[d(q^{1/2}) r^{-2} s^{-3} + q^{1/2} d(r^{-2} s^{-3}) \right] \\
 &\Rightarrow dA = \frac{1}{2} p^{-1/2} q^{1/2} r^{-2} s^{-3} dp + p^{1/2} \left\{ \left(\frac{1}{2} q^{-1/2} dq \right) r^{-2} s^{-3} + q^{1/2} [(-2r^{-3} dr) s^{-2} + r^{-2} (-3s^{-4} ds)] \right\} \\
 &\Rightarrow dA = \frac{1}{2} p^{-1/2} q^{1/2} r^{-2} s^{-3} dp + \frac{1}{2} p^{1/2} q^{-1/2} r^{-2} s^{-3} dq - 2p^{1/2} q^{-2} r^{-3} s^{-3} dr - 3p^{1/2} q^{1/2} r^{-2} s^{-4} ds \\
 &\Rightarrow \frac{dA}{A} = \frac{1}{2} \frac{p^{-1/2} q^{1/2} r^{-2} s^{-3} dp}{p^{1/2} q^{1/2} r^{-2} s^{-3}} + \frac{1}{2} \frac{p^{1/2} q^{-1/2} r^{-2} s^{-3} dq}{p^{1/2} q^{1/2} r^{-2} s^{-3}} - 2 \frac{p^{1/2} q^{-2} r^{-3} s^{-3} dr}{p^{1/2} q^{1/2} r^{-2} s^{-3}} - 3 \frac{p^{1/2} q^{1/2} r^{-2} s^{-4} ds}{p^{1/2} q^{1/2} r^{-2} s^{-3}} \\
 &\Rightarrow \frac{dA}{A} = \frac{1}{2} \frac{dp}{p} + \frac{1}{2} \frac{dq}{q} - 2 \frac{dr}{r} - 3 \frac{ds}{s} \\
 &\Rightarrow \frac{\Delta A}{A} = \frac{1}{2} \left(\pm \frac{\Delta p}{p} \right) + \frac{1}{2} \left(\pm \frac{\Delta q}{q} \right) - 2 \left(\pm \frac{\Delta r}{r} \right) - 3 \left(\pm \frac{\Delta s}{s} \right) \\
 &\Rightarrow \left(\frac{\Delta A}{A} \right)_{max} = \max \left[\frac{1}{2} \left(\pm \frac{\Delta p}{p} \right) + \frac{1}{2} \left(\pm \frac{\Delta q}{q} \right) - 2 \left(\pm \frac{\Delta r}{r} \right) - 3 \left(\pm \frac{\Delta s}{s} \right) \right] \\
 &\Rightarrow \left(\frac{\Delta A}{A} \right)_{max} = \frac{1}{2} \frac{\Delta p}{p} + \frac{1}{2} \frac{\Delta q}{q} + 2 \frac{\Delta r}{r} + 3 \frac{\Delta s}{s} \\
 &\Rightarrow \left(\frac{\Delta A}{A} \right)_{max} = \frac{1}{2} \cdot 1\% + \frac{1}{2} \cdot 3\% + 2 \cdot 0,5\% + 3 \cdot 0,33\% \\
 &\Rightarrow \left(\frac{\Delta A}{A} \right)_{max} \approx 4\%
 \end{aligned}$$

Resposta Correta: item C. ■

12. O comprimento de um pêndulo simples é de aproximadamente 100 cm, com uma precisão conhecida de 1 mm. Seu período de oscilação é de 2 s, determinado ao medir o tempo de 100 oscilações utilizando um relógio com resolução de 0,1 s. Qual é a precisão no valor determinado de g ?

- (a) 0,2%
(b) 0,1%
(c) 0,5%
(d) 2%

Solução:

O período de oscilação T de um pêndulo simples de comprimento L é dado por:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}}$$

em que g é a aceleração da gravidade.

Isolando g , obtemos

$$g = \frac{1}{4\pi^2} T^2 L$$

Se T foi medido como a média de $n = 100$ oscilações cuja duração total foi igual a t , temos:

$$g = \frac{1}{4\pi^2} \left(\frac{t}{n} \right)^2 L \Rightarrow g = \frac{1}{4\pi n^2} t^2 L$$

Tomando a diferencial da expressão acima, obtemos:

$$\begin{aligned} dg &= \frac{1}{4\pi n^2} (2t dt L + t^2 dL) \Rightarrow \frac{dg}{g} = 2 \frac{dt}{t} + \frac{dL}{L} \\ &\Rightarrow \left(\frac{\Delta g}{g} \right)_{max} = 2 \frac{\Delta t}{t} + \frac{\Delta L}{L} \\ &\Rightarrow \left(\frac{\Delta g}{g} \right)_{max} = 2 \cdot \frac{0,1}{200} + \frac{1}{1000} = 0,002 = 0,2\% \end{aligned}$$

■

13. A massa de uma bola é 1,76 kg, A massa destas bolas é:

- (a) $0,44 \times 10^3$ kg
- (b) 44,0 kg
- (c) 44 kg
- (d) 44,00 kg

Solução:

$$M = 25 \times 1,76 = 44,0 \text{ kg}$$

Resposta Correta: item B.

■

14. A menor divisão de um cronômetro é de 0,2 s. O tempo de 20 oscilações de um pêndulo foi medido como 25 s. O erro percentual no período é:

- (a) 1,2%
- (b) 0,8%
- (c) 1,8%
- (d) Nenhuma das anteriores.

Solução:

Seja T o período de oscilação, medido por meio da média de n oscilações com duração total igual a t . Assim,

$$\begin{aligned} T &= \frac{t}{n} \Rightarrow dT = \frac{dt}{n} \Rightarrow \frac{dT}{T} = \frac{\frac{dt}{n}}{\frac{t}{n}} \Rightarrow \frac{dT}{T} = \frac{dt}{t} \\ &\Rightarrow \frac{\Delta T}{T} = \frac{\Delta t}{t} \\ &\Rightarrow \frac{\Delta T}{T} = \frac{0,2}{25} = 8 \times 10^{-3} = 0,8\% \end{aligned}$$

Resposta Correta: item B.

■

Questões Subjetivas

1. Escreva o número de algarismos significativos das seguintes quantidades:

(a) 6428

Solução:

$$6428 = 6,428 \times 10^3 \Rightarrow 4 \text{ algarismos significativos}$$



(b) 62,00 m

Solução:

$$62,00 \text{ m} = 6,200 \times 10^1 \text{ m} \Rightarrow 4 \text{ algarismos significativos}$$



(c) 0,00628 cm

Solução:

$$0,00628 \text{ cm} = 6,28 \times 10^{-3} \text{ cm} \Rightarrow 3 \text{ algarismos significativos}$$



(d) 1200 N

Solução:

$$1200 \text{ N} = 1,2 \times 10^3 \text{ N} \Rightarrow 2 \text{ algarismos significativos}$$



2. Escreva o número de dígitos significativos nas seguintes quantidades:

(a) 1001

Solução:

$$1001 = 1,001 \times 10^3 \Rightarrow 4 \text{ Dígitos Significativos}$$



(b) 100,1

Solução:

$$100,1 = 1,001 \times 10^2 \Rightarrow 4 \text{ Dígitos Significativos}$$



(c) 100,10

Solução:

$$100,10 = 1,0010 \times 10^2 \Rightarrow 5 \text{ Dígitos Significativos}$$



(d) 0,001001

Solução:

$$0,001001 = 1,001 \times 10^{-3} \Rightarrow 4 \text{ Dígitos Significativos}$$



3. Indique o número de algarismos significativos nas seguintes quantidades:

(a) 0,007 m²

Solução:

$$0,007 \text{ m}^2 = 7 \times 10^{-3} \text{ m}^2 \Rightarrow 1 \text{ Algarismo Significativo}$$



(b) $2,64 \times 10^{24}$ kg

Solução:

$$2,64 \times 10^{24} \text{ kg} \Rightarrow 3 \text{ Algarismos Significativos}$$



(c) 0,2370 g/cm³

Solução:

$$0,2370 \text{ g/cm}^3 = 2,370 \times 10^{-1} \text{ g/cm}^3 \Rightarrow 4 \text{ Algarismos Significativos}$$



4. Arredonde os seguintes números para 2 dígitos significativos:

(a) 3472

Solução:

$$3472 = 3,472 \times 10^3 \approx 3,5 \times 10^3 = 3500$$



(b) 84,16

Solução:

$$84,16 = 8,416 \times 10^1 \approx 8,4 \times 10^1 = 84$$

■

(c) 2,55

Solução:

$$2,55 \approx 2,6$$

■

(d) 28,5

Solução:

$$28,5 = 2,85 \times 10^1 \approx 2,8 \times 10^1 = 28$$

■

5. Realize as seguintes operações:

(a) $703 + 7 + 0,66$ **Solução:**

$$R = 703 + 7 + 0,66 = 710,66$$

Das três parcelas na operação de soma acima, o menor número de algarismos significativos após a vírgula é zero. Assim, o resultado deve ser arredondado para zero dígitos após a vírgula, ou seja, $R = 711$.

■

(b) $2,21 \times 0,3$

$$R = 2,21 \times 0,3 = 0,663$$

O menor número de dígitos significativos nos fatores é igual a 1 (um). Assim, o resultado também deve ter apenas um dígito significativo, ou seja, $R = 0,7$.

(c) $12,4 \times 84$ **Solução:**

$$R = 12,4 \times 84 = 1041,6 = 1,0416 \times 10^3$$

O menor número de dígitos significativos nos fatores é igual a 2. Assim, o resultado também deve ter dois dígitos significativos, ou seja,

$$R = 1,0 \times 10^3 = 1000$$

■

6. Adicione $6,75 \times 10^3$ cm a $4,52 \times 10^2$ cm respeitando a correta quantidade de algarismos significativos.

Solução:

$$\begin{aligned} R &= 6,75 \times 10^3 + 4,52 \times 10^2 = 6,75 \times 10^3 + 0,452 \times 10^3 \\ &= (6,75 + 0,452) \times 10^3 = 7,202 \times 10^3 \\ &= 7,20 \times 10^3 = 7200 \end{aligned}$$

No resultado acima, a mantissa da notação científica deve apresentar uma quantidade de dígitos após a vírgula igual à parcela com menor quantidade de dígitos após a vírgula. ■

7. Calcule $\frac{25,2 \times 1374}{33,3}$. Todos os dígitos nesta expressão são significativos.

Solução:

Dos termos na expressão dada, temos:

Número	Qtd. Algarismos Significativos	Menor
25,2	3	*
1374	4	
33,3	3	*

A menor quantidade de algarismos significativos é 3.

Assim, o resultado deve ser arredondado para três algarismos significativos:

$$R = \frac{25,2 \times 1374}{33,3} = 1039,78378 = 1,03978378 \times 10^3 = 1,040 \times 10^3$$

8. Resolva com a devida atenção aos algarismos significativos.

$$(4,0 \times 10^{-4} - 2,5 \times 10^{-6})$$

Solução:

Para realizar a operação de subtração (adição) com notação científica, o expoente da base deve ser o mesmo em todas as parcelas da operação, ou seja,

$$\begin{aligned} R &= 4,0 \times 10^{-4} - 2,5 \times 10^{-6} = 4,0 \times 10^{-4} - 0,025 \times 10^{-4} \\ &= 3,975 \times 10^{-4} \\ &= 4,0 \times 10^{-4} \end{aligned}$$

Note-se que o resultado foi arredondado para apresentar apenas um dígito após a vírgula pois esta é menor quantidade de dígitos após a vírgula nas parcelas. ■
