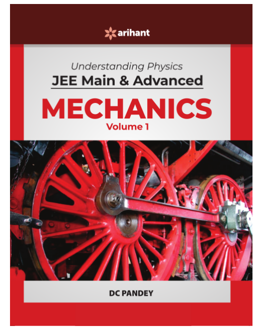
Resolução de Problemas do Livro

Understanding Physics for JEE: Mechanics 1 (Pandney, S.)



por

Igo da Costa Andrade

Referência
PANDNEY, S.. **Understanding Physics for JEE**: Mechanics 1. New Delhi, Arihant Publications, 2000.

Capítulo 2: Measurement and Errors

Questões Objetivas

1. O número de algarismos significativos em 3400 é:

(a) 3
(b) 1
(c) 4
(d) 2

Solução:
Observemos que $3400 = 3,4 \times 10^3$. Assim, temos dois algarismos significativos, a saber, 3 e 4. Portanto, a resposta correta é o item D. ∎

2. Os algarismos significativos no número $6,0023$ são:

(a) 2
(b) 5
(c) 4
(d) 3

Solução:
Temos cinco algarismos significativos em $6,0023$: $6, 0, 0, 2,$ e 3. Resposta correta: item B. ∎

3. O comprimento e a largura de uma folha de metal são $3,124$ m e $3,002$ m, respectivamente. A área desta folha, arredondada para o número correto de algarismos significativos, é:

(a) $9,378$ m^2
(b) $9,37$ m^2
(c) $9,4$ m^2
(d) Nenhuma das anteriores.

Solução:

$$\text{Área} = \text{Comprimento} \times \text{Largura} = 3,124 \times 3,002 = 9,378248$$

Com a correta quantidade de algarismos significativos, Área $= 9,378\ \text{m}^2$. Resposta: item A. ■

4. O comprimento, a largura e a espessura de um bloco são dadas por $l = 12$ cm, $b = 6$ cm e $t = 2,45$ cm. O volume do bloco, de acordo com o conceito de algarismos significativos, deve ser:

(a) $1 \times 10^2\ \text{cm}^3$

(b) $2 \times 10^2\ \text{cm}^3$

(c) $1,763 \times 10^2\ \text{cm}^3$

(d) 1Nenhuma das anteriores.

Solução:

$$V = l \times b \times t = 12 \times 6 \times 2,45 = 176,4\ \text{cm}^3 = 1,764 \times 10^2\ \text{cm}^3$$

Note-se que o comprimento (l), a largura (b) e a espessura (t) possuem respectivamente 2, 1 e 3 algarismos significativos. A resposta do volume $V = l \times b \times t$ deve ser arredondada para a menor quantidade de algarismos significativos das quantidades dadas, ou seja, 1 (um) algarismos significativo. Portanto, de acordo com o conceito de algarismos significativos:

$$V = 2 \times 10^2\ \text{cm}^3$$

Reposta correta: item B. ■

5. Se o erro na medição do raio de uma esfera é de 1%, qual será o erro na medição do volume?

(a) 1%

(b) $\frac{1}{3}\%$

(c) 3%

(d) 1Nenhuma das anteriores.

Solução:
Consideremos a fórmula para o volume V de uma esfera de raio R:

$$V = \frac{4}{3}\pi R^3$$

Tomando diferenciais em ambos os lados da equação, temos:

$$V = \frac{4}{3}\pi R^3 \Rightarrow dV = \frac{4}{3}\pi\left(3R^2 dR\right) \Rightarrow dV = \frac{4}{3}\pi R^3\left(3\frac{dR}{R}\right) \Rightarrow \frac{dV}{V} = 3\frac{dR}{R} \Rightarrow \frac{\Delta V}{V} = 3\frac{\Delta R}{R}$$

Dado que $\frac{\Delta R}{R} = 1\%$, temos:

$$\frac{\Delta V}{V} = 3\frac{\Delta R}{R} = 3 \cdot 1\% = 3\%$$

Resposta correta: item C. ■

6. A densidade de um cubo é determinada medindo sua massa e o comprimento de seus lados. Se o erro máximo na medição da massa e do comprimento for de 4% e 3%, respectivamente, o erro máximo na medição da densidade será:

(a) 7%
(b) 9%
(c) 12%
(d) 13%

Solução:
Seja o volume (V) do cubo dado por $V = l^3$, em que l é comprimento de seus lados. Assim,

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow \rho = \frac{m}{l^3} \Rightarrow d\rho = \frac{dm \cdot l^3 - m \cdot (3l^2 dl)}{(l^3)^6} \Rightarrow \frac{d\rho}{\rho} = \frac{\dfrac{dm \cdot l^3 - m \cdot (3l^2 dl)}{(l^3)^6}}{\dfrac{m}{l^3}}$$
$$\Rightarrow \frac{d\rho}{\rho} = \frac{dm}{m} - 3\frac{dl}{l}$$
$$\Rightarrow \left(\frac{\Delta\rho}{\rho}\right)_{max} = max\left(\pm\frac{\Delta m}{m} \mp 3\frac{\Delta l}{l}\right)$$
$$\Rightarrow \left(\frac{\Delta\rho}{\rho}\right)_{max} = \frac{\Delta m}{m} + 3\frac{\Delta l}{l} = 4\% + 3 \cdot 3\% = 13\%$$

Resposta Correta: item D. ■

7. O erro percentual na medição da massa e da velocidade é de 2% e 3%, respectivamente. O erro na medição da energia cinética, obtido a partir da medição da massa e da velocidade, será:

(a) 12%
(b) 10%
(c) 8%
(d) 5%

Solução:

$$K = \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow dK = \frac{1}{2}dmv^2 + \frac{1}{2}m(2vdv) \Rightarrow \frac{dK}{K} = \frac{\dfrac{1}{2}dmv^2 + \dfrac{1}{2}m(2vdv)}{\dfrac{1}{2}mv^2}$$
$$\Rightarrow \frac{dK}{K} = \frac{dm}{m} + 2\frac{dv}{v}$$
$$\Rightarrow \left(\frac{\Delta K}{K}\right)_{max} = max\left(\pm\frac{\Delta m}{m} \pm 2\frac{\Delta v}{v}\right)$$
$$\Rightarrow \left(\frac{\Delta K}{K}\right)_{max} = \frac{\Delta m}{m} + 2\frac{\Delta v}{v} = 2\% + 2 \cdot 3\% = 8\%$$

Resposta correta: item C. ■

8. Uma força F é aplicada em uma placa quadrada de lado L. Se o erro percentual na determinação de L é de 2% e o de F é de 4%, qual é o erro permitido na pressão?

(a) 8%
(b) 6%
(c) 4%
(d) 2%

Solução:

$$p = \frac{F}{A} \Rightarrow p = \frac{F}{L^2} \Rightarrow dp = \frac{dFL^2 - F(2LdL)}{L^2} \Rightarrow \frac{dp}{p} = \frac{\frac{dFL^2 - F(2LdL)}{L^2}}{\frac{F}{L^2}}$$
$$\Rightarrow \frac{dp}{p} = \frac{dF}{F} - 2\frac{dL}{L}$$
$$\Rightarrow \left(\frac{\Delta p}{p}\right)_{max} = max\left(\pm\frac{\Delta F}{F} \mp 2\frac{\Delta L}{L}\right)$$
$$\Rightarrow \left(\frac{\Delta p}{p}\right)_{max} = \frac{\Delta F}{F} + 2\frac{\Delta L}{L} = 4\% + 2 \cdot 2\% = 8\%$$

Resposta Correta: item A. ■

9. O calor gerado em um circuito depende da resistência, da corrente e do tempo durante o qual a corrente flui. Se o erro na medição desses valores é de 1%, 2% e 1%, respectivamente, então o erro máximo na medição do calor é:

(a) 8%
(b) 6%
(c) 18%
(d) 12%

Solução:
A potência dissipada em um circuito com resistência R, no qual circula uma correten i é dada por $P = Ri^2$. Assim, o calor H gerado num tempo t é:

$$H = Ri^2 t$$

Portanto, diferenciando a equação acima, obtemos

$$dH = d(Ri^2)t + Ri^2dt = dRi^2t + R(2idi)t + Ri^2dt \Rightarrow \frac{dH}{H} = \frac{dRi^2t + R(2idi)t + Ri^2dt}{Ri^2t}$$
$$\Rightarrow \frac{dH}{H} = \frac{dR}{R} + 2\frac{di}{i} + \frac{dt}{t}$$
$$\Rightarrow \left(\frac{\Delta H}{H}\right)_{max} = max\left(\pm\frac{\Delta R}{R} \pm 2\frac{\Delta i}{i} \pm \frac{\Delta t}{t}\right)$$
$$\Rightarrow \left(\frac{\Delta H}{H}\right)_{max} = \frac{\Delta R}{R} + 2\frac{\Delta i}{i} + \frac{\Delta t}{t}$$
$$\Rightarrow \left(\frac{\Delta H}{H}\right)_{max} = 1\% + 2 \cdot 2\% + 1\% = 6\%$$

Resposta Correta: item B. ■

10. Seja g a aceleração devido à gravidade na superfície da Terra e K a energia cinética rotacional da Terra. Suponha que o raio da Terra diminua em 2%. Mantendo todas as outras quantidades constantes, então:

(a) g aumenta 2% e K aumenta 2%.

(b) g aumenta 4% e K decresce 4%.

(c) g decresce 4% e K decresce 2%.

(d) g decresce 2% e K decresce 4%.

Solução:
Seja R o raio da Terra. A aceleração da gravidade g na superfície terrestre é dada por:

$$g = \frac{GM}{R^2}$$

em que $G = 6,67 \times 10^{-11}$ m^{3}kg^{-1}s^{-2} é a constante de gravitação universal e M é a massa da Terra. Considerando uma redução percentual $\dfrac{\Delta R}{R} = 2\%$ no raio terrestre e mantendo as demais quantidades constantes, temos:

$$g = GMR^{-2} \Rightarrow dg = GM(-2R^{-3}dR) \Rightarrow \frac{dg}{g} = \frac{-2GMR^{-3}dR}{GMR^{-2}}$$
$$\Rightarrow \frac{dg}{g} = -2\frac{dR}{R} \Rightarrow \frac{\Delta g}{g} = -2\frac{\Delta R}{R} = -2 \cdot (-2\%) = +4\%$$

A energia cinética de rotação da Terra é

$$K = \frac{1}{2}I\omega^2$$

em que $I = \dfrac{2}{5}MR^2$ é o momento de inércia da Terra, considerada esférica e ω é a velocidade angular de rotação. Assim:

$$K = \frac{1}{5}MR^2\omega^2$$

Diferenciando a equação acima e considerando apenas a variação do raio R, temos:

$$dK = \frac{1}{5}M\omega^2(2RdR) \Rightarrow \frac{dK}{K} = \frac{\frac{1}{5}M\omega^2(2RdR)}{\frac{1}{5}MR^2\omega^2}$$
$$\Rightarrow \frac{dK}{K} = 2\frac{dR}{R}$$
$$\Rightarrow \frac{\Delta K}{K} = 2\frac{\Delta R}{R} = 2 \cdot (-2\%) = -4\%$$

Portanto, uma diminuição de 2% no raio da Terra provoca um aumento de 4% na aceleração da gravidade g e uma diminuição de 4% na energia cinética de rotação.

■

11. Uma quantidade física A é dependente de outras quatro quantidades físicas p, q, r e s por meio da equação $A = \dfrac{\sqrt{pq}}{r^2s^3}$. O erro percentual das medidas de p, q, r e s são 1%, 3%, 0,5% e 0.33%, respectivamente, então o erro percentual máximo de A é:

(a) 2%

(b) 0%

(c) 4%

(d) 3%

Solução:

$$
\begin{aligned}
A = \frac{\sqrt{pq}}{r^2s^3} &\Rightarrow A = p^{1/2}q^{1/2}r^{-2}s^{-3} \Rightarrow dA = d(p^{1/2})q^{1/2}r^{-2}s^{-3} + p^{1/2}d(q^{1/2}r^{-2}s^{-3})\\
&\Rightarrow dA = \left(\frac{1}{2}p^{-1/2}dp\right)q^{1/2}r^{-2}s^{-3} + p^{1/2}\left[d(q^{1/2})r^{-2}s^{-3} + q^{1/2}d(r^{-2}s^{-3})\right]\\
&\Rightarrow dA = \frac{1}{2}p^{-1/2}q^{1/2}r^{-2}s^{-3}dp + p^{1/2}\left\{\left(\frac{1}{2}q^{-1/2}dq\right)r^{-2}s^{-3} + q^{1/2}\left[\left(-2r^{-3}dr\right)s^{-2} + r^{-2}\left(-3s^{-4}ds\right)\right]\right\}\\
&\Rightarrow dA = \frac{1}{2}p^{-1/2}q^{1/2}r^{-2}s^{-3}dp + \frac{1}{2}p^{1/2}q^{-1/2}r^{-2}s^{-3}dq - 2p^{1/2}q^{-2}r^{-3}s^{-3}dr - 3p^{1/2}q^{1/2}r^{-2}s^{-4}ds\\
&\Rightarrow \frac{dA}{A} = \frac{1}{2}\frac{p^{-1/2}q^{1/2}r^{-2}s^{-3}dp}{p^{1/2}q^{1/2}r^{-2}s^{-3}} + \frac{1}{2}\frac{p^{1/2}q^{-1/2}r^{-2}s^{-3}dq}{p^{1/2}q^{1/2}r^{-2}s^{-3}} - 2\frac{p^{1/2}q^{-2}r^{-3}s^{-3}dr}{p^{1/2}q^{1/2}r^{-2}s^{-3}} - 3\frac{p^{1/2}q^{1/2}r^{-2}s^{-4}ds}{p^{1/2}q^{1/2}r^{-2}s^{-3}}\\
&\Rightarrow \frac{dA}{A} = \frac{1}{2}\frac{dp}{p} + \frac{1}{2}\frac{dq}{q} - 2\frac{dr}{r} - 3\frac{ds}{s}\\
&\Rightarrow \frac{\Delta A}{A} = \frac{1}{2}\left(\pm\frac{\Delta p}{p}\right) + \frac{1}{2}\left(\pm\frac{\Delta q}{q}\right) - 2\left(\pm\frac{\Delta r}{r}\right) - 3\left(\pm\frac{\Delta s}{s}\right)\\
&\Rightarrow \left(\frac{\Delta A}{A}\right)_{max} = max\left[\frac{1}{2}\left(\pm\frac{\Delta p}{p}\right) + \frac{1}{2}\left(\pm\frac{\Delta q}{q}\right) - 2\left(\pm\frac{\Delta r}{r}\right) - 3\left(\pm\frac{\Delta s}{s}\right)\right]\\
&\Rightarrow \left(\frac{\Delta A}{A}\right)_{max} = \frac{1}{2}\frac{\Delta p}{p} + \frac{1}{2}\frac{\Delta q}{q} + 2\frac{\Delta r}{r} + 3\frac{\Delta s}{s}\\
&\Rightarrow \left(\frac{\Delta A}{A}\right)_{max} = \frac{1}{2}\cdot 1\% + \frac{1}{2}\cdot 3\% + 2\cdot 0,5\% + 3\cdot 0,33\%\\
&\Rightarrow \left(\frac{\Delta A}{A}\right)_{max} \approx 4\%
\end{aligned}
$$

Resposta Correta: item C. ■

12. O comprimento de um pêndulo simples é de aproximadamente 100 cm, com uma precisão conhecida de 1 mm. Seu período de oscilação é de 2 s, determinado ao medir o tempo de 100 oscilações utilizando um relógio com resolução de 0,1 s. Qual é a precisão no valor determinado de g?

(a) 0,2%

(b) 0,1%

(c) 0,5%

(d) 2%

Solução:

O período de oscilação T de um pêndulo simples de comprimento L é dado por:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$$

em que g é a aceleração da gravidade.

Isolando g e calculando o diferencial dg, temos:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}} \Rightarrow g = 4\pi^2 LT^{-2} \Rightarrow dg = 4\pi^2\left(T^{-2}dL - 2LT^{-3}\right)$$
$$\Rightarrow \frac{dg}{g} = \frac{dL}{L} - 2\frac{dT}{T}$$
$$\Rightarrow \frac{\Delta g}{g} = \pm\frac{\Delta L}{L} \mp 2\frac{\Delta T}{T}$$
$$\Rightarrow \left(\frac{\Delta g}{g}\right)_{max} = \frac{\Delta L}{L} + 2\frac{\Delta T}{T}$$
$$\Rightarrow \left(\frac{\Delta g}{g}\right)_{max} = \frac{0,1\text{ cm}}{100\text{ cm}} + 2\frac{0,1\text{ s}}{2\cdot 100\text{ s}}$$
$$\Rightarrow \left(\frac{\Delta g}{g}\right)_{max} = 0,002 = 0,2\%$$

Resposta Correta: item A. ■

13. A massa de uma bola é 1,76 kg, A massa destas bolas é:

(a) $0,44\times 10^3$ kg
(b) $44,0$ kg
(c) 44 kg
(d) $44,00$ kg

Solução:

$$M = 25\times 1,76 = 44,0\text{kg}$$

Resposta Correta: item B. ■

14. A menor divisão de um cronômetro é de 0,2 s. O tempo de 20 oscilações de um pêndulo foi medido como 25 s. O erro percentual no período é:

(a) 1,2%
(b) 0,8%
(c) 1,8%
(d) Nenhuma das anteriores.

Solução:
Seja T o período de oscilação, medido por meio da média de n oscilações com duração total igual a t. Assim,

$$T = \frac{t}{n} \Rightarrow dT = \frac{dt}{n} \Rightarrow \frac{dT}{T} = \frac{\frac{dt}{n}}{\frac{t}{n}} \Rightarrow \frac{dT}{T} = \frac{dt}{t}$$
$$\Rightarrow \frac{\Delta T}{T} = \frac{\Delta t}{t}$$
$$\Rightarrow \frac{\Delta T}{T} == \frac{0,2}{25}8\times 10^{-3} = 0,8\%$$

Resposta Correta: item B. ■

Questões Subjetivas

1. Escreva o número de algarismos significativos das seguintes quantidades:

(a) 6428

Solução:

$$6428 = 6,428 \times 10^3 \Rightarrow 4 \text{ algarismos significativos}$$

■

(b) $62,00$ m

Solução:

$$62,00 \text{ m} = 6,200 \times 10^3 \text{ m} \Rightarrow 4 \text{ algarismos significativos}$$

■

(c) $0,00628$ cm

Solução:

$$0,00628 \text{ cm} = 6,28 \times 10^{-3} \text{ cm} \Rightarrow 3 \text{ algarismos significativos}$$

■

(d) 1200 N

Solução:

$$1200 \text{ N} = 1,2 \times 10^2 \text{ N} \Rightarrow 2 \text{ algarismos significativos}$$

■

2. Escreva o número de dígitos significativos nas seguintes quantidades:

(a) 1001

Solução:

$$1001 = 1,001 \times 10^3 \Rightarrow 4 \text{ Dígitos Significativos}$$

■

(b) $100,1$

Solução:

$$100,1 = 1,001 \times 10^2 \Rightarrow 4 \text{ Dígitos Significativos}$$

■

(c) $100,10$

Solução:

$$100,10 = 1,0010 \times 10^2 \Rightarrow 5 \text{ Dígitos Significativos}$$

■

(d) $0,001001$

Solução:

$$0,001001 = 1,001 \times 10^{-3} \Rightarrow 4 \text{ Dígitos Significativos}$$

■

3. Indique o número de algarismos significativos nas seguintes quantidades:

(a) $0,007 \text{ m}^2$

Solução:

$$0,007 \text{ m}^2 = 7 \times 10^{-3} \text{ m}^2 \Rightarrow 1 \text{ Algarismo Significativo}$$

■

(b) $2,64 \times 10^{24}$ kg

Solução:

$$2,64 \times 10^{24} \text{ kg} \Rightarrow 3 \text{ Algarismos Significativos}$$

■

(c) $0,2370 \text{ g/cm}^3$

Solução:

$$0,2370 \text{ g/cm}^3 = 2,370 \times 10^{-1} \text{ g/cm}^3 \Rightarrow 4 \text{ Algarismos Significativos}$$

■

4. Arredonde os seguintes números para 2 dígitos significativos:

(a) 3472

Solução:

$$3472 = 3,472 \times 10^3 \approx 3,5 \times 10^3 = 3500$$

■

(b) $84,16$

Solução:

$$84,16 = 8,416 \times 10^1 \approx 8,4 \times 10^1 = 84$$

■

(c) $2,55$

Solução:

$$2,55 \approx 2,6$$

■

(d) $28,5$

Solução:

$$28,5 = 2,85 \times 10^1 \approx 2,8 \times 10^1 = 28$$

■

5. Realize as seguintes operações:

(a) $703 + 7 + 0,66$

Solução:

$$R = 703 + 7 + 0,66 = 710,66$$

Das três parcelas na operação de soma acima, o menor número de algarismos sigificativos após a vírgula é zero. Assim, o resultado deve ser arredondado para zero dígitos após a vírgula, ou seja, $R = 711$. ■

(b) $2,21 \times 0,3$

$$R = 2,21 \times 0,3 = 0,663$$

O menor número de dígitos significativos nos fatores é igual a 1 (um). Assim, o resultado também deve ter apenas um dígito significativo, ou seja, $R = 0,7$.

(c) $12,4 \times 84$

Solução:

$$R = 12,4 \times 84 = 1041,6 = 1,0416 \times 10^3$$

O menor número de dígitos significativos nos fatores é igual a 2. Assim, o resultado também deve ter dois dígitos significativos, ou seja,

$$R = 1,0 \times 10^3 = 1000$$

■

6. Adicione $6,75 \times 10^3$ cm a $4,52 \times 10^2$ cm respeitanto a correta quantidade de algarismos significativos.

Solução:

$$
\begin{aligned}
R = 6,75 \times 10^3 + 4,52 \times 10^2 &= 6,75 \times 10^3 + 0,452 \times 10^3 \\
&= (6,75 + 0,452) \times 10^3 = 7,202 \times 10^3 \\
&= 7,20 \times 10^3 = 7200
\end{aligned}
$$

No resultado acima, a mantissa da notação científica deve apresentar uma quantidade de dígitos após a vírgula igual à parcela com menor quantidade de dígitos após a vírgula. ■

7. Calcule $\dfrac{25,2 \times 1374}{33,3}$. Todos os dígitos nesta expressão são significativos.

Solução:
Dos termos na expressão dada, temos:

Número	Qtd. Algarismos Significativos	Menor
25,2	3	*
1374	4	
33,3	3	*

A menor quantidade de algarismos significativos é 3.

Assim, o resultado deve ser arredondado para três algarismos significativos:

$$
R = \frac{25,2 \times 1374}{33,3} = 1039,78378 = 1,03978378 \times 10^3 = 1,040 \times 10^3
$$

■

8. Resolva com a devida atenção aos algarismos significativos.

$$
(4,0 \times 10^{-4} - 2,5 \times 10^{-6})
$$

Solução:
Para realizar a operação de subtração (adição) com notação científica, o expoente da base deve ser o mesmo em todas as parcelas da operação, ou seja,

$$
\begin{aligned}
R = 4,0 \times 10^{-4} - 2,5 \times 10^{-6} &= 4,0 \times 10^{-4} - 0,025 \times 10^{-4} \\
&= 3,975 \times 10^{-4} \\
&= 4,0 \times 10^{-4}
\end{aligned}
$$

Note-se que o resultado foi arredondado para apresentar apenas um dógito após a vírgula pois esta é menor quantidade de dígitos após a vírgula nas parcelas. ■

9. A massa de uma caixa medida por uma balança de mercearia é de 2,300 kg. Duas peças de ouro com massas de 20,15 g e 20,17 g são adicionadas à caixa. Qual é (a) a massa total da caixa, (b) a diferença entre as massas das peças, considerando os algarismos significativos corretos?

Solução:

Considerando os algarismos significativos corretos, a massa do conjunto deve ser representada com a menor quantidade de dígitos após a vírgula, ou seja,

$$M = 2,300\ \text{kg} + 20,15\ \text{g} + 20,17\ \text{g} = 2,3\ \text{kg} + 0,02015\ \text{kg} + 0,02017\ \text{kg} = 2,34032\ \text{kg} = 2,3\ \text{kg}$$

A diferença entre as massas das peças de ouro é:

$$\Delta m = 20,17\ \text{g} - 20,15\ \text{g} = 0,02\ \text{g}$$

■

10. Um fio fino tem comprimento de 21,7 cm e raio de 0,46 mm. Calcule o volume do fio considerando os algarismos significativos corretos.

Solução:

$$\begin{aligned} V = \pi R^2 l = \pi(0,46\ \text{mm})^2 \times (21,7\ \text{cm}) &= \pi(0,046\ \text{cm})^2 \times (21,7\ \text{cm}) \\ &= 0,144253\ \text{cm}^3 \\ &= 0,14\ \text{cm}^3 \end{aligned}$$

O resultado final foi apresentado com dois algarismos significativos pois esta é a menor quantidade de algarismos significativos nas parcelas da expressão para o volume. ■

11. Um cubo tem lado de comprimento $2,342$ m. Encontre o volume e a área superficial com a correta quantidade de algarismos significativos.

Solução:

$$V = l^3 = (2,342\ \text{m})^3 = 12,85\ \text{m}^3$$
$$S = l^2 = (2,342\ \text{m})^2 = 5,485\ \text{m}^2$$

■

12. Encontre a densidade quando uma massa de 9,23 kg ocupa um volume de 1,1 m^3. Considere os algarismos significativos.

Solução:

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{9,23\ \text{kg}}{1,1\ \text{m}^3} = 8,4\ \text{kg/m}^3$$

■

13. O comprimento, a largura e a espessura de uma lâmina retangular são 4,234 m, 1,005 m e 2,01 m, respectivamente. Encontre o volume da lâmina considerando os algarismos significativos corretos.

Solução:

$$\begin{cases} l = 4,234 \text{ m} \\ b = 1,005 \text{ m} \\ t = 2,01 \text{ m} \end{cases} \Rightarrow V = l \times b \times t \Rightarrow V = (4,234 \text{ m}) \times (1,005 \text{ m}) \times (2,01 \text{ m})$$
$$\Rightarrow V = 8,55 \text{ m}^3$$

■

14. O raio de uma esfera é medido como $(2,1 \pm 0,5)$ cm. Calcule sua área de superfície com os limites de erro.

Solução:
A área superficial S de uma esfera de raio R é

$$S = 4\pi R^2 = 4\pi(2,1)^2 = 55 \text{ cm}^2$$

Tomando a diferencial total de S, temos:

$$\begin{aligned} dS = 4\pi(2RdR) &\Rightarrow \frac{dS}{S} = \frac{4\pi(2RdR)}{4\pi R^2} \Rightarrow \frac{dS}{S} = 2\frac{dR}{R} \\ &\Rightarrow \frac{\Delta S}{S} = 2\frac{\Delta R}{R} \\ &\Rightarrow \Delta S = 2S\frac{\Delta R}{R} \\ &\Rightarrow \Delta S = 2(55)\frac{0,5}{2,1} = 26 \end{aligned}$$

Portanto, considerando o limite de erro, temos

$$S = (55 \pm 26) \text{ cm}^2$$

■

15. A temperatura de dois corpos medida por um termômetro é $(20 \pm 0,5)$°C e $(50 \pm 0,5)$°C. Calcule a diferença de temperatura com os limites de erro.

Solução:

$$\Delta\theta = (50 - 20) + max\left[\pm 0,5 - (\pm 0,5)\right] = 30 \pm (0,5 + 0,5) = (30 \pm 1)^\circ\text{C}$$

■

16. A resistência $R = \dfrac{V}{I}$, onde $V = (100 \pm 5,0)$ V e $I = (10 \pm 0,2)$ A. Encontre o erro percentual em R

Solução:

Tomando o diferencial total de $R = \dfrac{V}{I}$, temos,

$$\begin{aligned}
dR = \frac{IdV - VdI}{I^2} &\Rightarrow \frac{dR}{R} = \frac{(IdV - VdI)}{I^2}\frac{I}{V} \Rightarrow \frac{dR}{R} = \frac{dV}{V} - \frac{dI}{I} \\
&\Rightarrow \frac{\Delta R}{R} = \pm\frac{\Delta V}{V} - \left(\pm\frac{\Delta I}{I}\right) \Rightarrow \frac{\Delta R}{R} = \pm\frac{\Delta V}{V} \mp \frac{\Delta I}{I} \\
&\Rightarrow \left(\frac{\Delta R}{R}\right)_{max} = max\left(\pm\frac{\Delta V}{V} \mp \frac{\Delta I}{I}\right) \\
&\Rightarrow \left(\frac{\Delta R}{R}\right)_{max} = \frac{\Delta V}{V} + \frac{\Delta I}{I} \\
&\Rightarrow \left(\frac{\Delta R}{R}\right)_{max} = \frac{5}{100} + \frac{0,2}{10} = 0,07 = 7\%
\end{aligned}$$

■

17. Determine o erro percentual na resistência específica dada por $\rho = \dfrac{\pi r^2 R}{l}$ onde r é o raio medindo $(0,2 \pm 0,02)$ cm, R é a resistência de (60 ± 2) ohm e l é o comprimento de $(150 \pm 0,1)$ cm.

Solução:

$$\begin{aligned}
\rho = \frac{\pi r^2 R}{l} \Rightarrow \pi r^2 R l^{-1} &\Rightarrow d\rho = \pi d(r^2) R l^{-1} + \pi r^2 d(R l^{-1}) \\
&\Rightarrow d\rho = \pi(2r dr) R l^{-1} + \pi r^2\left[dR l^{-1} + R(-l^{-2} dl)\right] \\
&\Rightarrow d\rho = 2\pi r R l^{-1} dr + \pi r^2 l^{-1} dR - \pi r^2 R l^{-2} dl \\
&\Rightarrow \frac{d\rho}{\rho} = \frac{2\pi r R l^{-1} dr + \pi r^2 l^{-1} dR - \pi r^2 R l^{-2} dl}{\pi r^2 R l^{-1}} \\
&\Rightarrow \frac{d\rho}{\rho} = 2\frac{dr}{r} + \frac{dR}{R} - \frac{dl}{l} \\
&\Rightarrow \left(\frac{\Delta\rho}{\rho}\right)_{max} = 2\frac{\Delta r}{r} + \frac{\Delta R}{R} + \frac{\Delta l}{l} \\
&\Rightarrow \left(\frac{\Delta\rho}{\rho}\right)_{max} = 2\frac{0,02}{0,2} + \frac{2}{60} + \frac{0,1}{150} = 0,234 = 23,4\%
\end{aligned}$$

■

18. Uma quantidade física ρ está relacionada a quatro variáveis α, β, γ e η por meio da expressão

$$\rho = \frac{\alpha^3\beta^2}{\eta\sqrt{\gamma}}.$$

Os erros percentuais nas medidas de α, β, γ e η são 1%. 3%, 4% e 2%, respectivamente. Determine o erro percentual em ρ.

Solução:

Tomando o diferencial total de ρ, temos:

$$\begin{aligned}
\rho = \frac{\alpha^3\beta^2}{\eta\sqrt{\gamma}} &\Rightarrow \rho = \alpha^3\beta^2\gamma^{-1/2}\eta^{-1} \\
&\Rightarrow d\rho = d(\alpha^3\beta^2)\gamma^{-1/2}\eta^{-1} + \alpha^3\beta^2 d(\gamma^{-1/2}\eta^{-1}) \\
&\Rightarrow d\rho = \left[\left(3\alpha^2 d\alpha\right)\beta^2 + \alpha^3\left(2\beta d\beta\right)\right]\gamma^{-1/2}\eta^{-1} + \alpha^3\beta^2\left[\left(-\frac{1}{2}\gamma^{-3/2}d\gamma\right)\eta^{-1} + \gamma^{-1/2}\left(-\eta^{-2}d\eta\right)\right] \\
&\Rightarrow \frac{d\rho}{\rho} = 3\frac{d\alpha}{\alpha} + 2\frac{d\beta}{\beta} - \frac{1}{2}\frac{d\gamma}{\gamma} - \frac{d\eta}{\eta} \\
&\Rightarrow \frac{\Delta\rho}{\rho} = \pm 3\frac{\Delta\alpha}{\alpha} \pm 2\frac{\Delta\beta}{\beta} \mp \frac{1}{2}\frac{\Delta\gamma}{\gamma} - \frac{\Delta\eta}{\eta} \\
&\Rightarrow \left(\frac{\Delta\rho}{\rho}\right)_{max} = max\left(\pm 3\frac{\Delta\alpha}{\alpha} \pm 2\frac{\Delta\beta}{\beta} \mp \frac{1}{2}\frac{\Delta\gamma}{\gamma} \mp \frac{\Delta\eta}{\eta}\right) \\
&\Rightarrow \left(\frac{\Delta\rho}{\rho}\right)_{max} = 3\frac{\Delta\alpha}{\alpha} + 2\frac{\Delta\beta}{\beta} + \frac{1}{2}\frac{\Delta\gamma}{\gamma} + \frac{\Delta\eta}{\eta} \\
&\Rightarrow \left(\frac{\Delta\rho}{\rho}\right)_{max} = 3\cdot 1\% + 2\cdot 3\% + \frac{1}{2}\cdot 4\% + 2\% = 13\%
\end{aligned}$$

■

19. O período de oscilação de um pêndulo simples é dado por $T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$. O valor medido de L é $20,0\,\text{cm}$, com uma precisão de $1\,\text{mm}$, e o tempo para 100 oscilações do pêndulo foi encontrado como $90\,\text{s}$, usando um relógio de pulso com resolução de $1\,\text{s}$. Qual é a precisão na determinação de g?

Solução:

$$\begin{aligned}
T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}} \Rightarrow g = 4\pi^2 LT^{-2} &\Rightarrow dg = 4\pi^2\left(T^{-2}dL - 2LT^{-3}\right) \\
&\Rightarrow \frac{dg}{g} = \frac{dL}{L} - 2\frac{dT}{T} \\
&\Rightarrow \frac{\Delta g}{g} = \pm\frac{\Delta L}{L} \mp 2\frac{\Delta T}{T} \\
&\Rightarrow \left(\frac{\Delta g}{g}\right)_{max} = \frac{\Delta L}{L} + 2\frac{\Delta T}{T} \\
&\Rightarrow \left(\frac{\Delta g}{g}\right)_{max} = \frac{0,1\text{ cm}}{20,0\text{ cm}} + 2\frac{1\text{ s}}{90\text{ s}} \\
&\Rightarrow \left(\frac{\Delta g}{g}\right)_{max} = 0,027 = 2,7\%
\end{aligned}$$

■