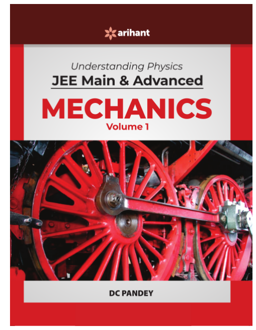
Resolução de Problemas do Livro

Understanding Physics for JEE: Mechanics 1 (Pandney, S.)



por

Igo da Costa Andrade

Referência
PANDNEY, S.. **Understanding Physics for JEE**: Mechanics 1. New Delhi, Arihant Publications, 2000.

Capítulo 2: Measurement and Errors

Questões Objetivas

1. O número de algarismos significativos em 3400 é:

(a) 3
(b) 1
(c) 4
(d) 2

Solução:
Observemos que $3400 = 3,4 \times 10^3$. Assim, temos dois algarismos significativos, a saber, 3 e 4. Portanto, a resposta correta é o item D. ■

2. Os algarismos significativos no número $6,0023$ são:

(a) 2
(b) 5
(c) 4
(d) 3

Solução:
Temos cinco algarismos significativos em $6,0023$: $6, 0, 0, 2,$ e 3. Resposta correta: item B. ■

3. O comprimento e a largura de uma folha de metal são $3,124$ m e $3,002$ m, respectivamente. A área desta folha, arredondada para o número correto de algarismos significativos, é:

(a) $9,378\ \mathrm{m}^2$
(b) $9,37\ \mathrm{m}^2$
(c) $9,4\ \mathrm{m}^2$
(d) Nenhuma das anteriores.

Solução:

$$\text{Área} = \text{Comprimento} \times \text{Largura} = 3,124 \times 3,002 = 9,378248$$

Com a correta quantidade de algarismos significativos, Área $= 9,378$ m^2. Resposta: item A. ■

4. O comprimento, a largura e a espessura de um bloco são dadas por $l = 12$ cm, $b = 6$ cm e $t = 2,45$ cm. O volume do bloco, de acordo com o conceito de algarismos significativos, deve ser:

(a) 1×10^2 cm^3

(b) 2×10^2 cm^3

(c) $1,763 \times 10^2$ cm^3

(d) 1Nenhuma das anteriores.

Solução:

$$V = l \times b \times t = 12 \times 6 \times 2,45 = 176,4 \text{ cm}^3 = 1,764 \times 10^2 \text{ cm}^3$$

Note-se que o comprimento (l), a largura (b) e a espessura (t) possuem respectivamente 2, 1 e 3 algarismos significativos. A resposta do volume $V = l \times b \times t$ deve ser arredondada para a menor quantidade de algarismos significativos das quantidades dadas, ou seja, 1 (um) algarismos significativo. Portanto, de acordo com o conceito de algarismos significativos:

$$V = 2 \times 10^2 \text{ cm}^3$$

Reposta correta: item B. ■

5. Se o erro na medição do raio de uma esfera é de 1%, qual será o erro na medição do volume?

(a) 1%

(b) $\frac{1}{3}$%

(c) 3%

(d) 1Nenhuma das anteriores.

Solução:

Consideremos a fórmula para o volume V de uma esfera de raio R:

$$V = \frac{4}{3}\pi R^3$$

Tomando diferenciais em ambos os lados da equação, temos:

$$V = \frac{4}{3}\pi R^3 \Rightarrow dV = \frac{4}{3}\pi\left(3R^2 dR\right) \Rightarrow dV = \frac{4}{3}\pi R^3\left(3\frac{dR}{R}\right) \Rightarrow \frac{dV}{V} = 3\frac{dR}{R} \Rightarrow \frac{\Delta V}{V} = 3\frac{\Delta R}{R}$$

Dado que $\frac{\Delta R}{R} = 1\%$, temos:

$$\frac{\Delta V}{V} = 3\frac{\Delta R}{R} = 3 \cdot 1\% = 3\%$$

Resposta correta: item C. ■

6. A densidade de um cubo é determinada medindo sua massa e o comprimento de seus lados. Se o erro máximo na medição da massa e do comprimento for de 4% e 3%, respectivamente, o erro máximo na medição da densidade será:

(a) 7%
(b) 9%
(c) 12%
(d) 13%

Solução:
Seja o volume (V) do cubo dado por $V = l^3$, em que l é comprimento de seus lados. Assim,

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow \rho = \frac{m}{l^3} \Rightarrow d\rho = \frac{dm \cdot l^3 - m \cdot (3l^2 dl)}{(l^3)^6} \Rightarrow \frac{d\rho}{\rho} = \frac{\dfrac{dm \cdot l^3 - m \cdot (3l^2 dl)}{(l^3)^6}}{\dfrac{m}{l^3}}$$

$$\Rightarrow \frac{d\rho}{\rho} = \frac{dm}{m} - 3\frac{dl}{l}$$

$$\Rightarrow \left(\frac{\Delta\rho}{\rho}\right)_{max} = max\left(\pm\frac{\Delta m}{m} \mp 3\frac{\Delta l}{l}\right)$$

$$\Rightarrow \left(\frac{\Delta\rho}{\rho}\right)_{max} = \frac{\Delta m}{m} + 3\frac{\Delta l}{l} = 4\% + 3 \cdot 3\% = 13\%$$

Resposta Correta: item D. ■

7. O erro percentual na medição da massa e da velocidade é de 2% e 3%, respectivamente. O erro na medição da energia cinética, obtido a partir da medição da massa e da velocidade, será:

(a) 12%
(b) 10%
(c) 8%
(d) 5%

Solução:

$$K = \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow dK = \frac{1}{2}dmv^2 + \frac{1}{2}m(2vdv) \Rightarrow \frac{dK}{K} = \frac{\dfrac{1}{2}dmv^2 + \dfrac{1}{2}m(2vdv)}{\dfrac{1}{2}mv^2}$$

$$\Rightarrow \frac{dK}{K} = \frac{dm}{m} + 2\frac{dv}{v}$$

$$\Rightarrow \left(\frac{\Delta K}{K}\right)_{max} = max\left(\pm\frac{\Delta m}{m} \pm 2\frac{\Delta v}{v}\right)$$

$$\Rightarrow \left(\frac{\Delta K}{K}\right)_{max} = \frac{\Delta m}{m} + \frac{\Delta v}{v} = 2\% + 2 \cdot 3\% = 8\%$$

Resposta correta: item C. ■

8. Uma força F é aplicada em uma placa quadrada de lado L. Se o erro percentual na determinação de L é de 2% e o de F é de 4%, qual é o erro permitido na pressão?

(a) 8%
(b) 6%
(c) 4%
(d) 2%

Solução:

$$p = \frac{F}{A} \Rightarrow p = \frac{F}{L^2} \Rightarrow dp = \frac{dFL^2 - F(2LdL)}{L^2} \Rightarrow \frac{dp}{p} = \frac{\frac{dFL^2 - F(2LdL)}{L^2}}{\frac{F}{L^2}}$$
$$\Rightarrow \frac{dp}{p} = \frac{dF}{F} - 2\frac{dL}{L}$$
$$\Rightarrow \left(\frac{\Delta p}{p}\right)_{max} = max\left(\pm\frac{\Delta F}{F} \mp 2\frac{\Delta L}{L}\right)$$
$$\Rightarrow \left(\frac{\Delta p}{p}\right)_{max} = \frac{\Delta F}{F} + 2\frac{\Delta L}{L} = 4\% + 2 \cdot 2\% = 8\%$$

Resposta Correta: item A. ■

9. O calor gerado em um circuito depende da resistência, da corrente e do tempo durante o qual a corrente flui. Se o erro na medição desses valores é de 1%, 2% e 1%, respectivamente, então o erro máximo na medição do calor é:

(a) 8%
(b) 6%
(c) 18%
(d) 12%

Solução:
A potência dissipada em um circuito com resistência R, no qual circula uma correten i é dada por $P = Ri^2$. Assim, o calor H gerado num tempo t é:

$$H = Ri^2t$$

Portanto, diferenciando a equação acima, obtemos

$$dH = d(Ri^2)t + Ri^2dt = dRi^2t + R(2idi)t + Ri^2dt \Rightarrow \frac{dH}{H} = \frac{dRi^2t + R(2idi)t + Ri^2dt}{Ri^2t}$$
$$\Rightarrow \frac{dH}{H} = \frac{dR}{R} + 2\frac{di}{i} + \frac{dt}{t}$$
$$\Rightarrow \left(\frac{\Delta H}{H}\right)_{max} = max\left(\pm\frac{\Delta R}{R} \pm 2\frac{\Delta i}{i} \pm \frac{\Delta t}{t}\right)$$
$$\Rightarrow \left(\frac{\Delta H}{H}\right)_{max} = \frac{\Delta R}{R} + 2\frac{\Delta i}{i} + \frac{\Delta t}{t}$$
$$\Rightarrow \left(\frac{\Delta H}{H}\right)_{max} = 1\% + 2 \cdot 2\% + 1\% = 6\%$$

Resposta Correta: item B. ■

10. Seja g a aceleração devido à gravidade na superfície da Terra e K a energia cinética rotacional da Terra. Suponha que o raio da Terra diminua em 2%. Mantendo todas as outras quantidades constantes, então:

(a) g aumenta 2% e K aumenta 2%.

(b) g aumenta 4% e K decresce 4%.

(c) g decresce 4% e K decresce 2%.

(d) g decresce 2% e K decresce 4%.

Solução:
Seja R o raio da Terra. A aceleração da gravidade g na superfície terrestre é dada por:

$$g = \frac{GM}{R^2}$$

em que $G = 6,67 \times 10^{-11}$ m^{3}kg^{-1}s^{-2} é a constante de gravitação universal e M é a massa da Terra. Considerando uma redução percentual $\dfrac{\Delta R}{R} = 2\%$ no raio terrestre e mantendo as demais quantidades constantes, temos:

$$\begin{aligned} g = GMR^{-2} \Rightarrow dg = GM(-2R^{-3}dR) \Rightarrow \frac{dg}{g} &= \frac{-2GMR^{-3}dR}{GMR^{-2}} \\ \Rightarrow \frac{dg}{g} = -2\frac{dR}{R} \Rightarrow \frac{\Delta g}{g} &= -2\frac{\Delta R}{R} = -2 \cdot (-2\%) = +4\% \end{aligned}$$

A energia cinética de rotação da Terra é

$$K = \frac{1}{2}I\omega^2$$

em que $I = \dfrac{2}{5}MR^2$ é o momento de inércia da Terra, considerada esférica e ω é a velocidade angular de rotação. Assim:

$$K = \frac{1}{5}MR^2\omega^2$$

Diferenciando a equação acima e considerando apenas a variação do raio R, temos:

$$\begin{aligned} dK = \frac{1}{5}M\omega^2(2RdR) \Rightarrow \frac{dK}{K} &= \frac{\frac{1}{5}M\omega^2(2RdR)}{\frac{1}{5}MR^2\omega^2} \\ \Rightarrow \frac{dK}{K} &= 2\frac{dR}{R} \\ \Rightarrow \frac{\Delta K}{K} &= 2\frac{\Delta R}{R} = 2 \cdot (-2\%) = -4\% \end{aligned}$$

Portanto, uma diminuição de 2% no raio da Terra provoca um aumento de 4% na aceleração da gravidade g e uma diminuição de 4% na energia cinética de rotação.

■

11. Uma quantidade física A é dependente de outras quatro quantidades físicas p, q, r e s por meio da equação $A = \dfrac{\sqrt{pq}}{r^2s^3}$. O erro percentual das medidas de p, q, r e s são 1%, 3%, 0,5% e 0.33%, respectivamente, então o erro percentual máximo de A é:

(a) 2%

(b) 0%

(c) 4%
(d) 3%

Solução:

$$A = \frac{\sqrt{pq}}{r^2s^3} \Rightarrow A = p^{1/2}q^{1/2}r^{-2}s^{-3} \Rightarrow dA = d(p^{1/2})q^{1/2}r^{-2}s^{-3} + p^{1/2}d(q^{1/2}r^{-2}s^{-3})$$
$$\Rightarrow dA = \left(\frac{1}{2}p^{-1/2}dp\right)q^{1/2}r^{-2}s^{-3} + p^{1/2}\left[d(q^{1/2})r^{-2}s^{-3} + q^{1/2}d(r^{-2}s^{-3})\right]$$
$$\Rightarrow dA = \frac{1}{2}p^{-1/2}q^{1/2}r^{-2}s^{-3}dp + p^{1/2}\left\{\left(\frac{1}{2}q^{-1/2}dq\right)r^{-2}s^{-3} + q^{1/2}\left[\left(-2r^{-3}dr\right)s^{-2} + r^{-2}\left(-3s^{-4}ds\right)\right]\right\}$$
$$\Rightarrow dA = \frac{1}{2}p^{-1/2}q^{1/2}r^{-2}s^{-3}dp + \frac{1}{2}p^{1/2}q^{-1/2}r^{-2}s^{-3}dq - 2p^{1/2}q^{-2}r^{-3}s^{-3}dr - 3p^{1/2}q^{1/2}r^{-2}s^{-4}ds$$
$$\Rightarrow \frac{dA}{A} = \frac{1}{2}\frac{p^{-1/2}q^{1/2}r^{-2}s^{-3}dp}{p^{1/2}q^{1/2}r^{-2}s^{-3}} + \frac{1}{2}\frac{p^{1/2}q^{-1/2}r^{-2}s^{-3}dq}{p^{1/2}q^{1/2}r^{-2}s^{-3}} - 2\frac{p^{1/2}q^{-2}r^{-3}s^{-3}dr}{p^{1/2}q^{1/2}r^{-2}s^{-3}} - 3\frac{p^{1/2}q^{1/2}r^{-2}s^{-4}ds}{p^{1/2}q^{1/2}r^{-2}s^{-3}}$$
$$\Rightarrow \frac{dA}{A} = \frac{1}{2}\frac{dp}{p} + \frac{1}{2}\frac{dq}{q} - 2\frac{dr}{r} - 3\frac{ds}{s}$$
$$\Rightarrow \frac{\Delta A}{A} = \frac{1}{2}\left(\pm\frac{\Delta p}{p}\right) + \frac{1}{2}\left(\pm\frac{\Delta q}{q}\right) - 2\left(\pm\frac{\Delta r}{r}\right) - 3\left(\pm\frac{\Delta s}{s}\right)$$
$$\Rightarrow \left(\frac{\Delta A}{A}\right)_{max} = max\left[\frac{1}{2}\left(\pm\frac{\Delta p}{p}\right) + \frac{1}{2}\left(\pm\frac{\Delta q}{q}\right) - 2\left(\pm\frac{\Delta r}{r}\right) - 3\left(\pm\frac{\Delta s}{s}\right)\right]$$
$$\Rightarrow \left(\frac{\Delta A}{A}\right)_{max} = \frac{1}{2}\frac{\Delta p}{p} + \frac{1}{2}\frac{\Delta q}{q} + 2\frac{\Delta r}{r} + 3\frac{\Delta s}{s}$$
$$\Rightarrow \left(\frac{\Delta A}{A}\right)_{max} = \frac{1}{2}\cdot 1\% + \frac{1}{2}\cdot 3\% + 2\cdot 0,5\% + 3\cdot 0,33\%$$
$$\Rightarrow \left(\frac{\Delta A}{A}\right)_{max} \approx 4\%$$

Resposta Correta: item C. ■

12. O comprimento de um pêndulo simples é de aproximadamente 100 cm, com uma precisão conhecida de 1 mm. Seu período de oscilação é de 2 s, determinado ao medir o tempo de 100 oscilações utilizando um relógio com resolução de 0,1 s. Qual é a precisão no valor determinado de g?

(a) 0,2%
(b) 0,1%
(c) 0,5%
(d) 2%

Solução:
O período de oscilação T de um pêndulo simples de comprimento L é dado por:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{g}{L}}$$

em que g é a aceleração da gravidade.
Isolando g, obtemos

$$g = \frac{1}{4\pi^2}T^2L$$

Se T foi medido como a média de $n = 100$ oscilações cuja duração total foi igual a t, temos:

$$g = \frac{1}{4\pi^2}\left(\frac{t}{n}\right)^2 L \Rightarrow g = \frac{1}{4\pi n^2}t^2L$$

Tomanto a diferencial da expressão acima, obtemos:

$$dg = \frac{1}{4\pi n^2}\left(2tdtL + t^2dL\right) \Rightarrow \frac{dg}{g} = 2\frac{dt}{t} + \frac{dL}{L}$$
$$\Rightarrow \left(\frac{\Delta g}{g}\right)_{max} = 2\frac{\Delta t}{t} + \frac{\Delta L}{L}$$
$$\Rightarrow \left(\frac{\Delta g}{g}\right)_{max} = 2\cdot\frac{0,1}{200} + \frac{1}{1000} = 0,002 = 0,2\%$$

13. A massa de uma bola é 1,76 kg, A massa destas bolas é:

(a) $0,44 \times 10^3$ kg
(b) $44,0$ kg
(c) 44 kg
(d) $44,00$ kg

Solução:

$$M = 25 \times 1,76 = 44,0\text{kg}$$

Resposta Correta: item B.

14. A menor divisão de um cronômetro é de 0,2 s. O tempo de 20 oscilações de um pêndulo foi medido como 25 s. O erro percentual no período é:

(a) 1,2%
(b) 0,8%
(c) 1,8%
(d) Nenhuma das anteriores.

Solução:
Seja T o período de oscilação, medido por meio da média de n oscilações com duração total igual a t. Assim,

$$T = \frac{t}{n} \Rightarrow dT = \frac{dt}{n} \Rightarrow \frac{dT}{T} = \frac{\frac{dt}{n}}{\frac{t}{n}} \Rightarrow \frac{dT}{T} = \frac{dt}{t}$$
$$\Rightarrow \frac{\Delta T}{T} = \frac{\Delta t}{t}$$
$$\Rightarrow \frac{\Delta T}{T} == \frac{0,2}{25}8\times 10^{-3} = 0,8\%$$

Resposta Correta: item B.

Questões Subjetivas

1. Escreva o número de algarismos significativos das seguintes quantidades:

(a) 6428

Solução:

$$6428 = 6,428 \times 10^3 \Rightarrow 4 \text{ algarismos significativos}$$

■

(b) $62,00$ m

Solução:

$$62,00 \text{ m} = 6,200 \times 10^3 \text{ m} \Rightarrow 4 \text{ algarismos significativos}$$

■

(c) $0,00628$ cm

Solução:

$$0,00628 \text{ cm} = 6,28 \times 10^{-3} \text{ cm} \Rightarrow 3 \text{ algarismos significativos}$$

■

(d) 1200 N

Solução:

$$1200 \text{ N} = 1,2 \times 10^2 \text{ N} \Rightarrow 2 \text{ algarismos significativos}$$

■

2. Escreva o número de dígitos significativos nas seguintes quantidades:

(a) 1001

Solução:

$$1001 = 1,001 \times 10^3 \Rightarrow 4 \text{ Dígitos Significativos}$$

■

(b) $100,1$

Solução:

$$100,1 = 1,001 \times 10^2 \Rightarrow 4 \text{ Dígitos Significativos}$$

■

(c) $100,10$

Solução:

$$100,10 = 1,0010 \times 10^{2} \Rightarrow 5 \text{ Dígitos Significativos}$$

■

(d) $0,001001$

Solução:

$$0,001001 = 1,001 \times 10^{-3} \Rightarrow 4 \text{ Dígitos Significativos}$$

■