座位号____________ 任课老师____________ 学院____________ 姓名____________ 学号____________

密 封 线 以 内 答 题 无 效

一、选择题 (每小题 3分，共 30分)

1. 设随机变量X, Y的期望都存在，并且对于任给的x, y，都有$E(Y|X=x)=-2x+5$，$E(X|Y=y)=2y+5$。请问$E(X), E(Y)$分别为：(　　)。

   (A) 3, −1；　(B) 2, 0；

   (C) 1, −1；　(D) 条件不够，不能计算。

2. 零初值的平稳独立增量过程$X(t)$，下列性质正确的是(　)

   (A) $E(X(t))=C$(常数)；　(B) $R_X(s,t)=\sigma^2(t-s)$；

   (C) $E(X(t))=\sigma^2$；　(D) 有限维分布由一维分布确定。

3. 下列说法错误的是(　)：

   (A) 维纳过程是正态过程；　(B) 正态随机向量线性变换后仍是正态随机向量；

   (C) 泊松过程的条件分布是均匀分布；　(D) 相互独立的泊松过程之和仍是泊松过程。

4. 随机过程$X(t)=At^2+B, -\infty<t<+\infty$，其中$A\sim B(1,0.4)$(即0 − 1分布)，$B\sim U(0,2\pi)$（即均匀分布），且$A$与$B$相互独立，请给出该随机过程$X(t)$的任意一条样本函数。下列说法正确的是：(　　)。

   (A) $A+B$；　(B) At^2+1;

   (C) t^2+B;　(D) $t^2+\pi$。

5. 关于n维正态随机向量，下列结论错误的是：(　　)。

   (A) 由一阶矩和二阶矩完全确定联合分布；　(B) 边缘分布一定是正态分布；

   (C) 条件分布一定是正态分布；　(D) 协方差矩阵一定是正定矩阵。

6. 若正态随机变量序列$\{X_n, n \geq 1\}$在$n \to \infty$时均方极限存在，记为X。随机变量Y为二阶矩随机变量。则下列结论错误的是：(　　)。

(A) $\lim\limits_{n\to\infty} E(X_n) = E(X)$；　(B) X一定服从正态分布；

(C) $\lim\limits_{n\to\infty} D(X_n) = D(X)$；　(D) $\lim\limits_{n\to\infty} E(X_n^2 Y^2) = E(X^2 Y^2)$。

7. 下列说法不正确的是：()。

(A) 均方连续的二阶矩过程在有限区间上一定均方可积；　(B) 维纳过程是均方可微的；

(C) 若二阶矩过程的导数过程存在，则导数过程是二阶矩过程；　(D) 二阶矩过程的均方极限如果存在，则是惟一的。

8. $\{X(t), t \in T\}$为零均值，自相关函数为$R_X(\tau)$的实宽平稳过程，则下列说法不正确的是：(　　)。

(A) $X(t+a) - X(t)$也是宽平稳的，其中a是常数；　(B) 若$X(t)$为正态过程，则$X(t)$是严平稳的；

(C) 若$X(t)$均方连续，则$R_X(\tau)$处处连续；　(D) 该过程一定遍历的。

9. 下列不是马尔可夫过程的是：(　　)。

(A) 维纳过程；　(B) 泊松过程；

(C) 高斯白噪声序列；　(D) 随机相位正弦波。

10. 甲乙两人进行一种比赛，设每局比赛甲胜的概率是$\frac{1}{2}$，没有和局。设比赛开始时，甲乙两人记分均为0分，每局比赛胜者得1分，负者扣1分。当有一人获得2分时比赛结束。请问比赛结束时，甲赢得比赛的概率：(　　)

(A) $\frac{1}{3}$；　(B) $\frac{1}{2}$；　(C) $\frac{1}{4}$；　(D) $\frac{1}{5}$。

二、填空题 (每小题 3分，共 30分)

1. 设随机变量ξ的概率密度函数为$f(x)$，令$\eta(t) = \xi \cos\beta t$，$\beta$是正常数，$t \in \boldsymbol{R}$。试求$\eta(t)$的一维概率密度为（$f(\frac{y}{\cos\beta t})\frac{1}{|\cos\beta t|}$）。

2. 设顾客以每分钟2人的速率到达，顾客流为齐次泊松流，求在2分钟内到达的顾客不超过3人的概率是（$\sum\limits_{k=0}^{3} \frac{4^k e^{-4}}{k!}$）。

3. 设$\{X(t), t \geq 0\}$是参数为λ的泊松过程，试对$s > 0$，求

$E(X(t)X(t+s))$ =($\lambda t[1+\lambda(t+s)]$)。

4. 设$\{X(t), t \geq 0\}$是具有参数$\lambda > 0$的泊松过程，泊松过程$X(t)$计数的事件流中事件第n次到达的时间W_n的数学期望是($\frac{n}{\lambda}$)。

5. 设$\{N_1(t), t \geq 0\}$是参数为λ_1的泊松过程，$\{N_2(t), t \geq 0\}$是参数为λ_2的泊松过程，二者相互独立. 对于$0 \leq k \leq n$，则：

$P\{N_1(t) = k | N_1(t) + N_2(t) = n\}$=($C_n^k[\frac{\lambda_1}{\lambda_1+\lambda_2}]^k[\frac{\lambda_2}{\lambda_1+\lambda_2}]^{n-k}$)。

6. 若$X(t) = A\sin 3t, t \geq 0$，$A$服从$N(0,7)$，令$Y(t) = \int_0^t X(s)ds$，则

$D_Y(t)$ =($\frac{7}{9}(1-\cos 3t)^2$)。

7. 参数为σ^2的维纳过程$W(t)$(是)平稳过程，$W(t+3) - W(t+1)$(不是)宽平稳过程。（填写“是”或“不是“）

8. 给定随机过程$\{X(t), t \geq 0\}$，其均值函数$m_X = 0$，自相关函数$R_X(\tau) = e^{-|\tau|}$。设$Y = \int_0^1 X(t)dt$，则$E(Y)$= (0)，$D(Y)$ =($2e^{-1}$)。

9. 马尔可夫过程的有限维分布函数由（一维分布）和（转移分布）确定。

10. 泊松过程的时间间隔序列（独立）（填“独立”或“不独立”）且服从（指数）分布，等待时间序列（不独立）（填“独立”或“不独立”）且一维分布为（n阶的爱尔朗）分布。

三、计算题 (共10分)

已知随机过程$X(t) = \cos(t + A), -\infty < t < +\infty$，其中$A$是随机变量，其分布律为$P\{A = i\} = \frac{1}{3}(i = 0, \frac{\pi}{2}, \pi)$，求：

(1)求随机过程$X(t)$的任意两个样本函数，并绘出草图;

(2)求随机过程$X(t)$的一维概率分布与二维概率分布;

(3)求随机过程$X(t)$的均值函数、自协方差函数。

四、计算题 (共15分)

若$X(t) = A\sin t + B\cos t, t \in \boldsymbol{R}$，其中$A, B$是均值为0，并且相互独立的随机变量，满足$E(A^2) = E(B^2) = \sigma^2$。

（1）证明该过程是宽平稳过程。

（2）讨论该过程的均方连续性，均方可导性以及均方可积性。

（3）证明该过程是均值均方遍历的。

五、计算题 (共15分)

设齐次马氏链的状态空间$E = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$，一步转移矩阵

$$P = \begin{bmatrix} 0.4 & 0 & 0.2 & 0.2 & 0.2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0.7 & 0 & 0.3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0.5 & 0 & 0.5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.4 & 0.6 \end{bmatrix}$$

（ 1 ）画出状态转移图；

（ 2 ）分析各状态类型；

（ 3 ）分解状态空间E。