座位号＿＿＿＿ 任课老师＿＿＿＿ 学院＿＿＿＿ 姓名＿＿＿＿ 学号＿＿＿＿

密 封 线 以 内 答 题 无 效

考核方式：＿＿＿＿＿＿（学生填写）

一、选择题 (每题 4分，共 40分)

1. 设某一随机实验的样本空间为$\Omega = \{1, 2, 3, 4\}$。请问下面(　)是$\sigma-$代数(事件体、事件域)

   (A) $\{\varnothing, \{1, 2\}, \{3, 4\}, \Omega\}$；　(B) $\{\varnothing, \{1, 2\}, \{2, 3\}, \Omega\}$；

   (C) $\{\varnothing, \{1, 2\}, \{2, 4\}, \Omega\}$；　(D) $\{\{1, 2\}, \{3, 4\}, \Omega\}$。

2. 设随机变量X, Y的期望都存在，并且对于任给的x, y，都有$E(Y|X = x) = -x + 5$，$E(X|Y = y) = y + 3$。请问$E(X), E(Y)$分别为：(　)。

   (A) 4,1；　(B) 1,2；

   (C) 2,2；　(D) 条件不够，不能计算。

3. 已知随机过程$\{X(t), t \geq 0\}$，对于固定实数x，定义一个新的随机过程$\{Y(t), t \geq 0\}$，其中 $Y(t) = \begin{cases} 1, & X(t) \leq x; \\ 0, & X(t) > x. \end{cases}$，则随机过程$Y(t)$的均值函数$m_Y(t)$和自相关函数$R_Y(s, t)$分别为：(　)。

   (A) $f(x; t)$，$f(x_1, x_2; s, t)$；　(B) $f(x; t)$，$f(x, x; s, t)$；

   (C) $F(x; t)$，$F(x, x; s, t)$；　(D) $F(x; t)$，$F(x_1, x_2; s, t)$。

4. 设在每次试验中，事件A 发生的概率为$p(0 < p < 1)$，现将这项试验独立地重复进行多次，以 $X(n)$表示到第n 次为止事件A 发生的次数，下列说法不正确的是：(　)。

   (A) $X(n)$是独立增量过程；　(B) $X(n)$是Poisson过程；

   (C) $X(n)$是二阶矩过程；　(D) $X(n)$是马尔可夫过程。

5. 下列说法正确的是：(　)。

   (A) 均方连续过程的样本函数一定是连续的；

   (B) 二阶矩过程的自相关函数在$T \times T$ 的对角线上广义二阶可微，则自相关函数在任意点处的二阶偏导存在；

   (C) 以概率为1收敛一定均方收敛；

   (D) 均方不连续一定均方不可积。

6. 下列说法正确的是：(　)。

(A) 均方极限为正态随机变量的随机变量序列一定是正态随机变量序列； (B) 正态过程一定均方连续；

(C) 维纳过程是均方可微的； (D) 泊松过程均方可积。

7. 若正态随机变量序列$\{X_n, n \geq 1\}$在$n \to \infty$时均方极限存在，记为X。随机变量Y为二阶矩随机变量。则下列结论错误的是：( )。

(A) $\lim_{n\to\infty} E(X_n) = E(X)$； (B) X一定服从正态分布；

(C) $\lim_{n\to\infty} D(X_n) = D(X)$； (D) $\lim_{n\to\infty} E(X_n^2 Y^2) = E(X^2 Y^2)$。

8. 设$\{W(t), t \geq 0\}$是标准维纳过程，令$X(t) = \mathrm{e}^{-\frac{t}{2}} W(t)$。下列选项中正确的是：( )。

(A) $X(t)$是宽平稳过程； (B) $X(t)$是严平稳过程；

(C) $X(t)$均方可微； (D) $X(t)$满足均方遍历性。

9. 下面的随机过程中不一定是二阶矩过程的是：( )

A. 严平稳过程； B. 宽平稳过程； C. 正态过程； D. 泊松过程。

10. 甲乙两人进行一种比赛，设每局比赛甲胜的概率是$\frac{1}{3}$，乙胜的概率是$\frac{1}{3}$，和局的概率为$\frac{1}{3}$。设比赛开始时，甲乙两人记分均为0分，每局比赛胜者得1分，负者扣1分．和局都不得分不扣分。当有一人获得2分时比赛结束。请问比赛结束时，甲赢得比赛的概率：( )

(A) $\frac{1}{3}$； (B) $\frac{1}{2}$； (C) $\frac{1}{4}$； (D) $\frac{1}{5}$。

二、计算题 (共15分)

已知随机过程$\{X(t) = Y + t, t \in T = [-1, 1]\}$,其中随机变量$Y \sim U(0, 2\pi)$。试求

(1)求随机过程$X(t)$的任意两个样本函数，并绘出草图;

(2)求随机过程$X(t)$的一维概率分布与二维概率分布;

(3)求随机过程$X(t)$的一维特征函数;

(4)求随机过程$X(t)$的均值函数、自协方差函数。

三、计算题 (共10分)

某大型设备在任何长度为t的时间区间内发生故障的次数$\{N(t), 0 \leq t \leq +\infty\}$是强度为$\lambda$的Possion过程，记设备无故障运行时间为$T$。

(1)求$P\{N(5) = 6 | N(3) = 4\}$;

(2)求自相关函数$R_N(s, t)$，写出推导过程；

(3)求T的概率分布；

(4)已知设备已经无故障运行了10小时，求设备再无故障运行8小时的概率.

四、计算题 (共10分)

设$\{W(t), t\geq 0\}$是标准维纳过程，令$X(t)=\int_t^{t+1}W(s)ds$，$t\geq 0$。

(1)求随机过程$X(t)$的均值函数与自相关函数；

(2)请问$X'(t)$的自相关函数是否与$W(t)$的自相关函数$R_W(s,t)$一样？

五、计算题 (共15分)

已知平稳随机过程$\{Y(t), t\in R\}$的均值函数为0，自相关函数为$R_Y(\tau)=\mathrm{e}^{-|\tau|}$。随机过程$X(t)=Y(t)+\sin(\omega t+\Theta)$，$t\in R$，$\omega$为正常数，$\Theta\sim U(0,2\pi)$，且过程$Y(t)$与$\Theta$相互独立。

(1)讨论$\{X(t), t\in R\}$是否是平稳过程；

(2)$\{X(t), t\in R\}$的均方连续性、均方可积性和均方可导性；

(3)判断$\{X(t), t\in R\}$的均值是否具有均方遍历性。

六、计算题 (共10分)

设齐次的马尔可夫链$\{X_n, n=1,2,\cdots\}$的状态空间为$E=\{1,2,3,4,5\}$，状态转移矩阵如下：

$$P=\begin{bmatrix} \frac{1}{8} & \frac{1}{2} & \frac{1}{4} & \frac{1}{8} & 0 \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix}$$

（1）画出该马氏链的状态转移概率图；

（2）讨论该马氏链的各状态的类型性质；

（3）分解该马氏链的状态空间E；