

**95.13 MÉTODOS MATEMÁTICOS Y NUMERICOS****FACULTAD DE INGENIERIA  
UNIVERSIDAD DE BUENOS AIRES****TRABAJO PRÁCTICO**  
*1er Cuatrimestre 2025***Resolución de Ecuaciones Diferenciales Ordinarias**  
**“Extracción de petróleo”****INTRODUCCIÓN**

Los objetivos del trabajo práctico son ensayar la aplicación de métodos numéricos de distintos órdenes para resolver ecuaciones diferenciales ordinarias, comprender el comportamiento de los mismos ante cambios en el paso de discretización y evaluar empíricamente (i.e. ensayando en computadora) los errores cometidos.

**MODELADO**

Durante una operación de extracción de petróleo en un pozo HPHT (alta presión-alta temperatura) circula el fluido por el interior del “tubing” (tubería interna) hasta alcanzar la superficie, donde es colectado y enviado a separación primaria (agua, petróleo y gas).

La tubería debe ser capaz de tolerar estas condiciones por lo que se utilizan materiales especiales, la pared de la misma suele ser de gran espesor y se encuentra aislada de la roca reservorio mediante una capa de cemento.

Se busca conocer el perfil de temperaturas a lo largo del espesor de la tubería asumiendo que el fluido que circula calienta la cara interna hasta  $T_1$  °C y la temperatura de la superficie externa de la tubería es  $T_2$ °C.

En esta situación, la ecuación diferencial que permite calcular la variación radial de la temperatura es:

$$r \frac{d^2T}{dr^2} + \frac{dT}{dr} = 0$$

Donde  $r$  es la distancia radial medida desde el centro y  $T$  la temperatura.

Se propone resolver el problema aplicando el método del tiro y comparar los resultados obtenidos con la solución exacta para evaluar errores y obtener conclusiones.

Solución exacta:  $T(r) = (T_1 - T_2) * \frac{\ln(r_2/r)}{\ln(r_2/r_1)} + T_2$

**DESARROLLO DEL PRÁCTICO**

Se propone resolver el problema mediante los siguientes esquemas de paso simple:

- 1) Discretizar el problema utilizando el método de Euler
- 2) Resolver el problema con un paso de 1 mm y luego reducirlo hasta lograr que el máximo error sea menor a 0.02 °C.
- 3) Repetir los dos puntos anteriores utilizando el método de RK-2.
- 4) Obtener la estimación del error cometido y compararlo con el error real.
- 5) Hallar experimentalmente los órdenes de ambos métodos.
- 6) BONUS: Repetir para un método directo de orden 2.

NOTA: al tratarse de un problema lineal el método del tiro puede especializarse para que solo sean necesarios dos tiros (para mas detalles ver el libro de Burden/Fayres) y en particular en este caso uno de esos tiros es trivial.

**DATOS**

Cañería: 4 pulgadas acero Schedule 40

r1: radio interno: 101.6 mm

r2: radio externo: 113.6 mm

T1: temperatura interna: 400+CD

T2: temperatura externa: EF

Siendo ABCDEF el número de padrón.

**CONCLUSIONES**

Presente sus conclusiones del Trabajo Práctico. En particular, comente sobre:

- La aplicación de los métodos utilizados y los resultados obtenidos respecto a la teoría conocida;
- Los tipos de errores involucrados en la resolución del problema numérico y la importancia/efecto de cada uno;
- La relación que existe entre la magnitud del error y el tamaño del paso para cada uno de los métodos teniendo en cuenta sus respectivos ordenes.
- El comportamiento de la solución si en cada caso, en lugar de aplicar el método del tiro, se hubiera utilizado el valor exacto de la derivada radial de la temperatura sobre el radio interno del tubo.