Heuristické optimalizačné procesy

Paradigmy prehľadávania, DPLL algoritmy

prednáška 3

Ing. Ján Magyar, PhD.

ak. rok. 2025/2026 ZS

Riešenie prehľadávaním

iteračné skúmanie priestoru kandidátov

základná štruktúra:

iteruj

generovanie kandidátov

vyhodnocovanie kandidátov

Perturbačné prehľadávanie

kandidát je zmenený na iného kandidáta modifikáciou jedného alebo viacerých komponentov

úplní kandidáti (SAT - 2^n)

nič sa nepridáva, iba sa mení

Konštrukčné prehľadávanie

kandidát je zmenený na iného kandidáta pridaním jedného alebo viacerých komponentov

čiastoční aj úplní kandidáti (SAT - 3^n)

nič sa nemení, iba sa pridáva

Systematické prehľadávanie

prechádzanie priestorom kandidátov systematickým spôsobom

úplný algoritmus - ak riešenie existuje, tak ho nájde

ak algoritmus nenájde riešenie, tak žiadne neexistuje

bez navracania do preskúmaných oblastí

Lokálne prehľadávanie

pohyb iba v rámci lokálneho okolia

neúplný algoritmus, nedeteguje neexistenciu riešenia

navracanie do známych oblastí

hrozba uviaznutia

Kombinované paradigmy

kombinovanie v rámci alternatívnej dvojice
- konštrukčné + perturbačné - tvorba štartovacieho bodu

kombinovanie medzi dvojicami
- lokálne + perturbačné hľadanie (typické)
- lokálne + konštrukčné
- systematické + perturbačné
- systematické + konštrukčné (použitie navracania je aplikovateľné na každý konštrukčný algoritmus)

reálne algoritmy často kombinujú paradigmy

Výhody a nevýhody

úplný algoritmus
- poskytuje garanciu
- môže mať úloha riešenie?
- časový limit

konštrukčný algoritmus
- tvorí kandidáta
- pri kratšom časovom limite kandidát bude neúplný

Voľba paradigmy

chceme dobré alebo optimálne riešenie?

aký čas máme k dispozícii?

máme dostupné doménové znalosti?

DPLL algoritmus

DPLL algoritmus

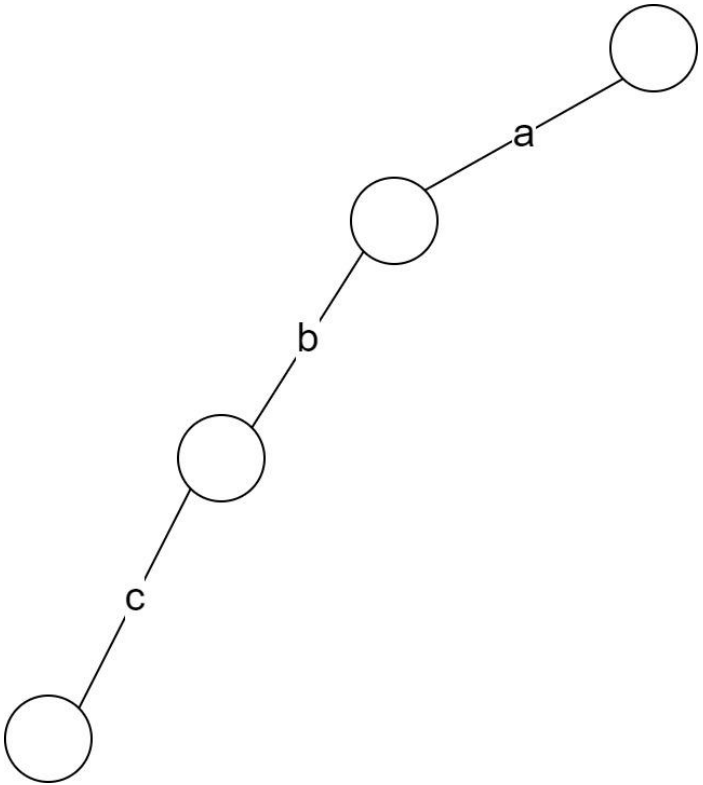
vznik v 1960 (David - Putnam) a 1962 (David - Logemann - Loveland)

zisťuje, či CNF je splniteľná a ak áno, tak aký je jej model

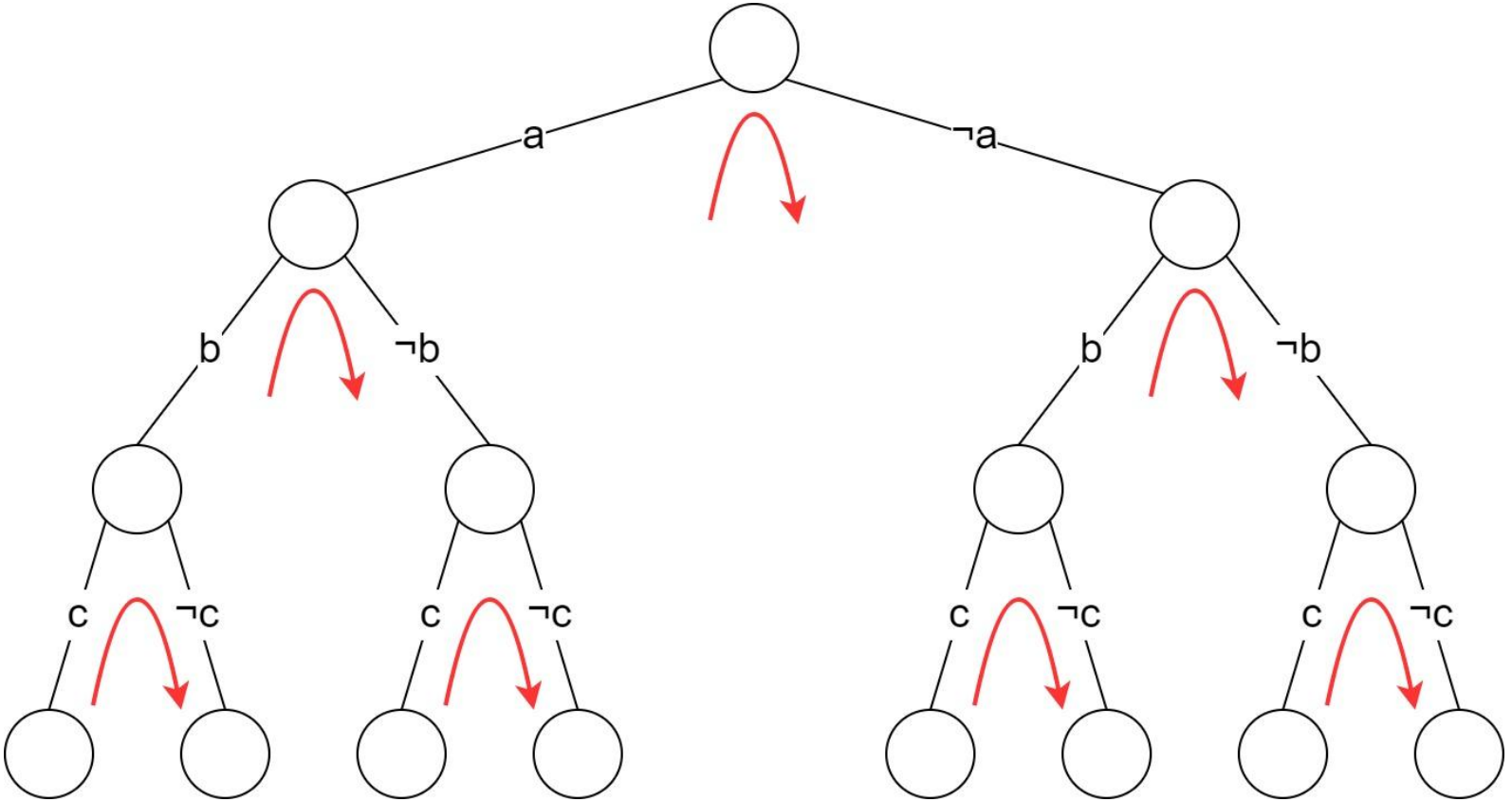
systematický konštrukčný algoritmus

dnešné SAT solvery sú často založené na tomto algoritme (SATO, POSIT, NTAB, MiniMAX)

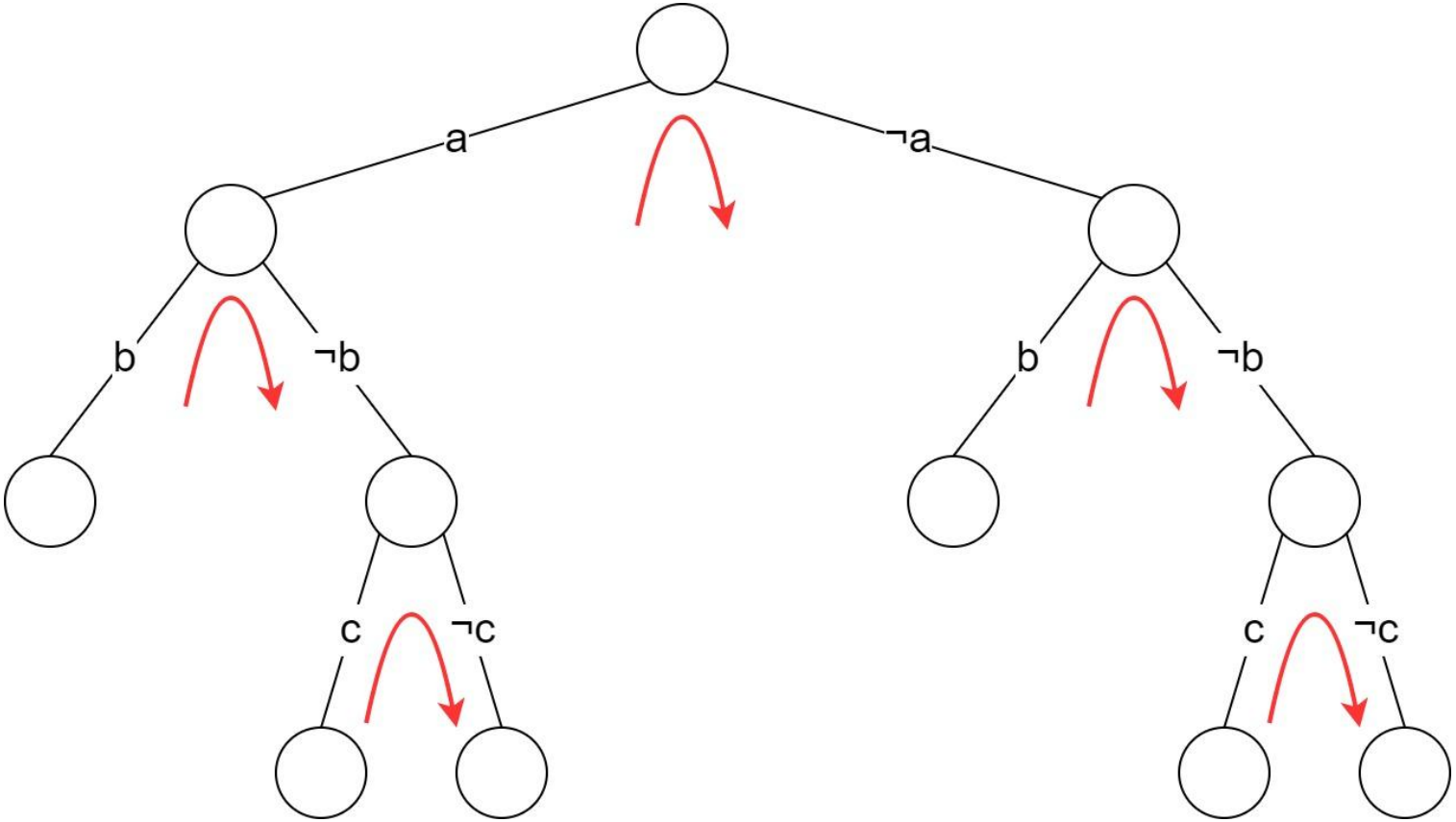
Konštrukcia riešenia



Konštrukcia + navracanie



Konštrukcia + navracanie + orezanie



Orezávanie - jednotková propagácia

jednotkový literál - sám vytvára klauzulu
- umožňuje určit hodnotou premennej
- negácia literálu je nesplnená

orezávanie
- každú klauzulu s pravdivým literálom môžeme odstrániť
- nepravdivý literál môže byť odstránený z klauzuly

ukončenie
- prázdna klauzula >> nesplniteľnosť
- prázdna celková formula >> splniteľnosť

príklad: { $\neg p \vee q$, $\neg p \vee \neg q \vee r$, p, $\neg r$ }

Orezávanie - eliminácia literálu

čistý literál
- ktorý v skupine klauzúl má iba jeden tvar (priamy alebo negovaný)
- je možné určiť hodnotu príslušnej premennej (aby literál bol T)

orezávanie
- každá klauzula, v ktorej tento literál vystupuje, bude splnená a možno ju odstrániť

príklad: { $\neg p \vee q$, $\neg p \vee q \vee \neg r$, p, $\neg r$ }

Výberová heuristika

RAND - náhodný výber premennej a hodnoty

DLIS (Dynamic Largest Individual Sum)
- vyberie sa premenná, ktorej literál má najväčšiu frekvenciu v zostávajúcich klauzulách
- podľa literálu sa priradí hodnota

DLCS (Dynamic Largest Combined Sum)
- vyberie sa premenná, ktorá má najväčšiu frekvenciu v zostávajúcich klauzulách
- hodnota sa priradí podľa toho, v akej forme sa tá premenná častejšie vyskytuje

Výberová heuristika (2)

MOM (Maximum Occurrences on clauses of Minimum size)

- uvažujú sa iba najkratšie zostávajúce klauzuly
- vyberá sa premenná x maximalizujúca

  $[\#(x) + \#(\neg x)] * 2k + \#(x) * \#(\neg x)$

  kde $\#(x)$ je počet výskytov premennej v priamej podobe
- hodnota sa priradí podľa toho, či sa premenná vyskytuje častejšie v priamej alebo negovanej podobe

Analýza konfliktov

pri výskyte konfliktu následkom jednotkovej propagácie sa vykoná analýza tohto konfliktu

- analyzuje sa štruktúra vykonanej propagácie
    - štartuje sa od nesplnenej klauzuly
    - postupuje sa spätne až po okamihy priradenia hodnôt premenným
- identifikujú sa nové klauzuly, ktoré v budúcnosti dokážu orezať priestor ešte viac
- určuje sa bod návratu pre procedúru navracania - používajú sa naučené klauzuly

Učenie nových klauzúl

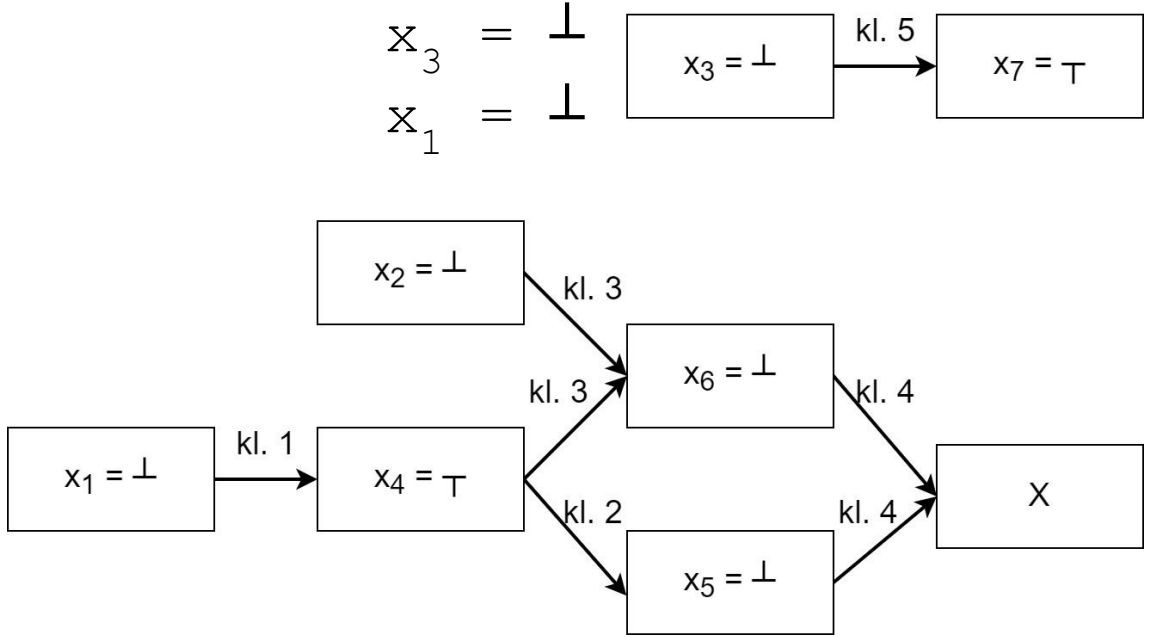
1. $x_1 \vee x_4$
2. $\neg x_4 \vee \neg x_5$
3. $x_2 \vee \neg x_4 \vee \neg x_6$
4. $x_5 \vee x_6$
5. $x_3 \vee x_7$

priradenie:

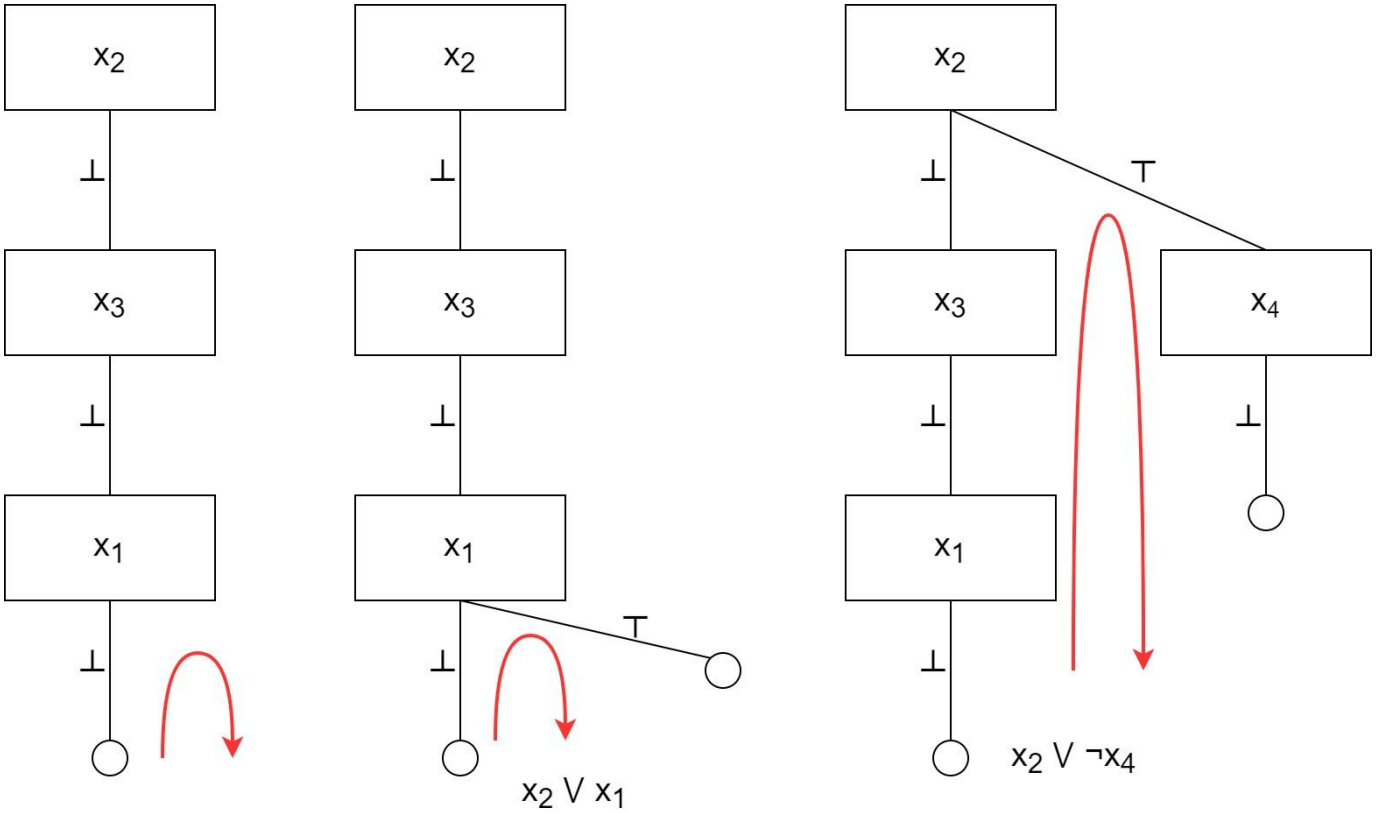
$x_2 = \bot$

$x_3 = \bot$

$x_1 = \bot$



Určenie bodu návratu



Štruktúra DPLL algoritmu

Input: množina klauzúl Φ
Output: pravdivostná hodnota (splniteľnosť)

```
(I, Φ) ← UNIT-RESOLUTION(Φ)
if Φ = {}, return true
if {} ∈ Φ, return false
choose a literal L from Φ
if DPLL(Φ ∪ {{L}}) = true, return true
if DPLL(Φ ∪ {{¬L}}) = true, return true
return false
```

otázky?