



Heuristické optimalizačné procesy

Únik z lokálneho optima

prednáška 5

Ing. Ján Magyar, PhD.
ak. rok. 2024/2025 ZS

Prístupy

- opakované reštarty
- zväčšenie okolia
 - prepínanie okolí rôznych veľkostí
- dlhý krok mimo okolia
- akceptácia horšieho riešenia
- pridanie pamäte
- dynamické lokálne prehľadávanie

Opakované reštarty

po dosiahnutí lokálneho optima je algoritmus reinicializovaný

vhodná stratégia ak:

- počet lokálnych optím nie je príliš veľký
pri optimalizačnom probléme vhodné aj pri väčšom počte lokálnych optím
- cena reštartu nie je príliš nákladná

Štruktúra s reštartom

input: π , max

output: $r \in S$ ☐

$r = \text{☐}$, $g(r) = -\infty$

$i = 1$

repeat

$s = \text{urp}()$

while ($\#I(s) > 0$)

$s = \text{select}(I(s))$

endwhile

if($g(s) > g(r)$) **then**

$r = s$

endif

$i = i + 1$

until $i > \text{max}$

if($\text{valid}(r)$) **then**

return r

else

return ☐

endif

Väčšie okolie

viac kandidátov v okolí (väčšia šanca na lepšieho kandidáta)

graf okolia s menším priemerom

lokálne optimum malého okolia nemusí byť optimom väčšieho okolia

rastú nároky na čas potrebný pre preskúmanie okolia

modifikácie

- orezávanie okolia
- pivotné pravidlo (funkcia *step*)

Pivotné pravidlo

$$I(s) = \{ x \in N(s) \mid g(x) > g(s) \}$$

$$I^*(s) = \{ x \in N(s) \mid g(x) = \max \{ g(y) \mid y \in N(s) \} \}$$

najlepšie zlepšenie: $p(x) = 1 / \#I^*(s)$ ak $x \in I^*(s)$, inak $p(x) = 0$

prvé zlepšenie $p(x_i) = 1$ ak $x_i \in I(s)$ a $\neg(x_{i-j} \in I(s))$

náhodné prvé zlepšenie

náhodné zlepšenie $p(x) = 1 / \#I(s)$ ak $x \in I(s)$, inak $p(x) = 0$

Prepínanie okolí

používanie okolia

- malé okolie (zlepšovanie aktuálneho kandidáta)
- veľké okolie (zabránenie uviaznutiu)

prepínanie okolí - VNS algoritmy, napríklad VND

- k okolí $N_1 < N_2 < \dots < N_k$
- zväčšovanie okolia: $N_i \rightarrow N_{i+1}$
- zmenšovanie okolia: $N_i \rightarrow N_1$
- začiatok: N_1
- koniec: uviaznutie v N_k

Štruktúra VND

input: π, k

output: $r \in S$ ☐

$r = urp()$

$i = 1$

repeat

$s = best(N_i(r))$

if($g(s) > g(r)$) **then**

$r = s$

$i = i + 1$

else

$i = i + 1$

endif

until $i > k$

if(*valid*(r)) **then**

return r

else

return ☐

endif

Dlhý krok

kompozícia dlhého kroku z viacerých krokov v malom jednoduchom okolí

- kroky pozostávajú z rôzne dlhých sekvencií jednoduchých krokov
- sekvencie spĺňajú ohraničenia na prijateľnosť (napríklad reštrikcia ceny, tabu reštrikcia)

algoritmy VDS - príkladom je Lin-Kernighan algoritmus (TSP)

- sekvencia 2-exchange krokov

Štruktúra VDS

input: π

output: $r \in S$ \square

$r = urp()$

repeat

$t = r$

repeat

$s = t$

$t = bestfeasible(N(s))$

until $termconstruct(t, s)$

$impr = not$

if($g(r) < g(s)$) **then**

$r = s$

$impr = yes$

endif

until not $impr$

if($valid(r)$) **then**

return r

else

return \square

endif

Akceptácia horšieho riešenia

horší kandidát

- jediná možnosť (uviaznutie v lokálnom optime)
- jedna z možností (existuje aj lepší kandidát)

stratégia výberu zhoršujúceho kroku

- iná možnosť nie je
- pravidelná alternácia
- pravdepodobnostný výber

pravdepodobnosť zhoršujúceho kroku

- pevná (RII)
- adaptívna (PII)

Randomizované iteračné zlepšovanie

funkcia $step$

- zlepšujúci krok - $step_{ii}$
- zhoršujúci krok - $step_{urw}$
- parameter wp : $step = wp * step_{urw} + (1 - wp) * step_{ii}$

zmena terminačného kritéria

- dosiahnutie limitu
- absencia zlepšenia

únik z lokálneho extrému

dosiahnutie globálneho optima

Štruktúra RII

input: π

output: $r \in S$ ☐

$s = urp()$

$r = s$

repeat

if($rand(0-1) < wp$) **then**

$s = step_{urw}(s)$

else

$s = step_{ii}(s)$

endif

if($g(s) > g(r)$) **then**

$r = s$

endif

until $term(s)$

if($valid(r)$) **then**

return r

else

return ☐

endif

Pravdepodobnostné iteračné zlepšovanie

funkcia *step* je dvojkrokový proces

1. výber kandidáta: $p(x) = 1 / \#N(s)$, $x \in N(s)$
2. akceptovanie kandidáta: $p_a = (1 + e^{\Delta/k})^{-1}$

príklad: simulované žíhanie

Štruktúra PII

input: π

output: $r \in S$ ☐

$s = \text{urp}()$

$r = s$

repeat

$s' = \text{urw}(N(s))$

$p_a = f_{akc}(s')$

if($\text{rand}(0-1) < p_a$) **then**

$s = s'$

if($g(s) > g(r)$) **then**

$r = s$

endif

endif

until $\text{term}(s)$

if($\text{valid}(r)$) **then**

return r

else

return ☐

endif

Zakázané lokálne prehl'adávanie

funkcia *step* - najlepšie zlepšenie

$$p(x) = 1 / \#I^*(s) \text{ ak } x \in I^*(s)-s, \text{ inak } p(x) = 0$$

krátkodobá pamäť znemožňuje návrat

zabránenie (posledne) skúmaných kandidátov

dynamická reštrikcia okolia

obsah pamäti

reverzie predchádzajúcich transformácií

iba dočasné uchovávanie obsahu

reaktívne zakázané prehl'adávanie

realizácia krátkodobej pamäte

Rozšírenia zakázaného prehl'adávania

ašpiračné kritérium

podmienka ignorovania krátkodobej pamäte

dlhodobá pamäť

cieľom je rovnomerné používanie transformácií

frekvencia použitia transformácií

výber transformácie $g(t_i(s))$ vs $g(t_i(s)) + k * DP(t_i)$

použitie dlhodobej pamäte

Štruktúra TS

input: π

output: $r \in S$ \square

$s = urp()$

$r = s$

repeat

$s' = ac(N(s))$

if(s') **then**

$s = s'$

else

$s = step(restr(N(s), M))$

endif

$update-memory(M, s)$

if ($g(s) > g(r)$) **then**

$r = s$

endif

until $term(s)$

if($valid(r)$) **then**

return r

else

return \square

endif

Dynamické lokálne prehľadávanie

penalizácia lokálneho optima vedúca na degradáciu ohodnocovacej funkcie g

opakovanie až kým kandidát prestane byť lokálnym optimom

penalizácia

- stratégia penalizácie: aditívna/multiplikačná schéma, pamäť, parametrizácia

- voľba komponentov lokálneho optima

$$g'(s) = g(s) + \sum_{i \in SC} pen(i)$$

- voľba komponentu s najväčšou užitočnosťou

$$util(i,s) = f_i(s) / (1 + pen(i))$$

Štruktúra DLS

input: π

output: $r \in S$ \square

$s = urp()$

$s = LS_{II}(s)$

$r = s$

repeat

$g = update-penalties(g, s)$

$s = LS_{II}(s)$

if($g_{orig}(s) > g_{orig}(r)$) **then**

$r = s$

endif

until $term(s)$

if($valid(r)$) **then**

return r

else

return \square

endif

otázky?