



# **Programovanie v jazyku Python**

Výpočtové modely a simulácie  
prednáška 9

Katedra kybernetiky a umelej inteligencie  
Technická univerzita v Košiciach  
Ing. Ján Magyar, PhD.

# Random walk

Sú tri hodiny v noci, párty skončila, a študenti pomaly odchádzajú na svoje izby. Vzhľadom ale na to, že párty bola veľmi úspešná, každý z nich má značne limitované kognitívne a motorické schopnosti. Jeden z vašich kamarátov sa zabával až tak dobre, že jeho pohyb nevieme nazvať inak, ako náhodný. Keďže vám záleží na ňom, chcete ho nájsť pred tým, ako odídete na izbu. Naposledy ste ho videli pred piatimi minútami.

- Kde by ste ho mali začať hľadať?
- Bude viac vzdialený od bodu, kde ste ho videli naposledy, ak čakáte dlhšie?

# Analytický popis

- V akej vzdialenosti bude po jednom kroku?
- V akej vzdialenosti bude po dvoch krokoch?
- V akej vzdialenosti bude po troch krokoch?
- ...
- V akej vzdialenosti bude po  $n$  krokoch?

# Riešenie výpočtovým modelom

- mapu reprezentujeme pomocou dvojrozmerného priestoru
- nepredpokladáme žiadne prekážky
- každý krok má rovnakú dĺžku
- váš kamarát každú sekundu urobí jeden krok

# Štruktúra simulácií

- vnútorný tok (inner loop), ktorý nám vykoná jeden pokus
- vonkajší tok (outer loop), ktorý vykoná niekoľko pokusov (aký je vhodný počet?)
- vypočítame štatistické charakteristiky - chceme získať čo najviac pohľadov, aby sme dostali celkový obraz
- výsledky vizualizujeme vhodným spôsobom

# Random walk

- často používaný model, ktorý vie popísať rôzne javy
- Brownov pohyb - pohyb častíc, molekúl, atď.
- modelovanie biologických procesov, evolúcie, pohybu zvierat
- modelovanie signálov v mozgu
- stávkovanie
- aproximácia veľkosti internetu
- modelovanie burzy (nikto nevie, či je vhodná metóda)

# Biased random walk

- v prípade random walku každý prvok populácie je vybraný s rovnakou pravdepodobnosťou
- biased random walk je stochastická metóda, kde výber nie je uniformný, vieme definovať rozdelenie
- niekedy výber je časovo závislý alebo závisí od predošlého výberu

# Typy simulací

- stochastická vs. deterministická
- statická vs. dynamická
- diskrétna vs. spojitá



# Simulácia Monte Carlo

- inferenčná štatistická metóda
- náhodne vybraná vzorka zvyčajne má rovnaké vlastnosti, ako celková populácia
- vzorka musí byť dostatočne veľká
- nie každá vzorka istej veľkosti zodpovedá populácii

# Veľkosť vzorky

- pri simuláciách je kľúčový problém určenie potrebného počtu iterácií a potrebnej veľkosti vzoriek
- s reprezentatívnymi vzorkami nikdy nedosiahneme 100% presnosť
- šancu na nevyrovnanú vzorku vieme eliminovať len ak uvažujeme celú populáciu
- distribúcia hodnôt vo vzorke by mala byť približne rovnaká, ako distribúcia hodnôt v celej populácii

# **Distribúcia hodnôt - hod jednou kockou**

Aká bude distribúcia hodnôt pri hode jednou kockou 1000 krát?

Aká bude pravdepodobnosť toho, že padne 1?

Aká bude pravdepodobnosť toho, že padne 2?

# Uniformné rozdelenie

- každá hodnota (alebo skupina hodnôt) je reprezentovaná v rovnakom pomere v populácii
- každá hodnota bude výsledkom pokusu s rovnakou pravdepodobnosťou
- rozdelenie vieme popísať pomocou intervalu (najmenšia a najväčšia hodnota)
- nie je časté v skutočnosti, iba v modeloch

# Distribúcia hodnôt - hod dvomi kockami

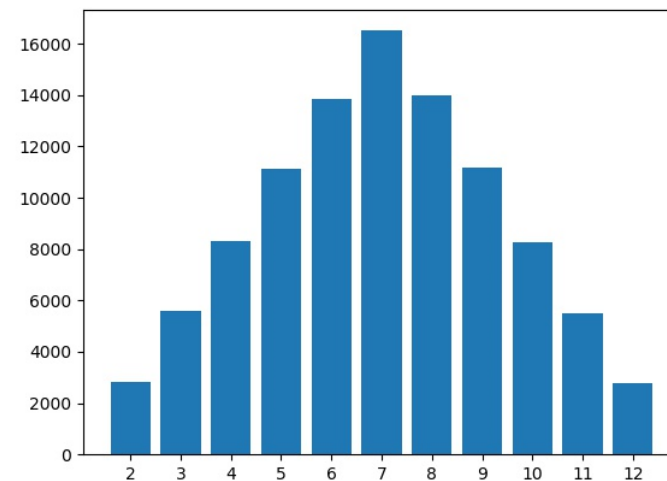
Aká bude distribúcia súčtu hodnôt pri hode dvomi kockami 1000 krát?

Aká bude pravdepodobnosť toho, že súčet čísel bude 2?

Aká bude pravdepodobnosť toho, že súčet čísel bude 7?

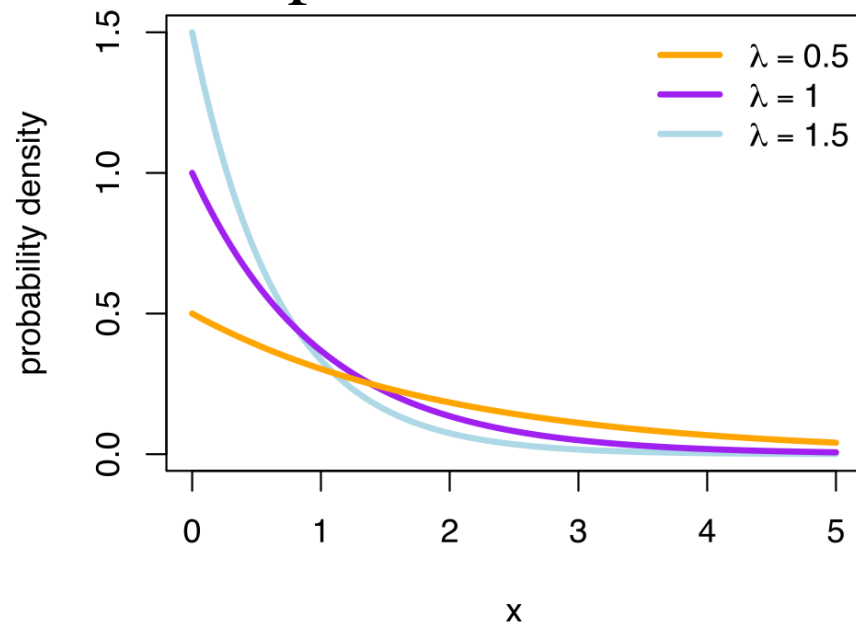
# Normálne rozdelenie

- Gaussovo rozdelenie
- stabilné rozdelenie - dostaneme približne rovnaký výsledok aj pri viacerých pokusoch
- najpravdepodobnejšie je priemerná hodnota (súčasne aj medián)
- rozdelenie vieme popísať pomocou priemeru a smerodajnej odchýlky
- asi najčastejšie rozdelenie v prírode



# Exponenciálne rozdelenie

- nesymetrické rozdelenie
- najpravdepodobnejšia je najmenšia hodnota
- vieme ho popísať konštantou  $\lambda$
- vyjadruje rozdelenie uplynutého času medzi dvoma inštanciami toho istého javu, ktorý nastane s konštantou priemernou frekvenciou (doprava, návštevnosť web stránky)



# Generovanie na základe rozdelení

- `random.uniform(a, b)`
  - náhodné desatinné číslo z rozsahu  $[a, b]$  alebo  $[b, a]$
- `random.gauss(mu, sigma)`
  - náhodné číslo z normálneho rozdelenia
  - `mu` - najpravdepodobnejšia hodnota
  - `sigma` - smerodajná odchýlka
- `random.expovariate(lambd)`
  - náhodné číslo z exponenciálneho rozdelenia
  - čísla sú z rozsahu  $[0, \infty)$  ak `lambd > 0`,  $(-\infty, 0]$  ak `lambd < 0`



# Craps / Kocky

Craps je populárna kocková hra v kasínach, kde hráč hodí dvomi kockami naraz a vyhrá podľa nasledovných pravidiel:

- ak súčet čísel je 7 alebo 11, vyhrá
- ak súčet čísel je 2, 3 alebo 12, prehrá
- v ostatných prípadoch súčet čísel sa stane cieľovým počtom bodov, a hráč hodí kockami dovtedy, kým nehodí
  - 7, v tomto prípade prehrá
  - cieľový počet bodov, v tomto prípade vyhrá

Akú šancu má hráč na výhru? Má kasíno väčšiu šancu?

# Craps / Kocky

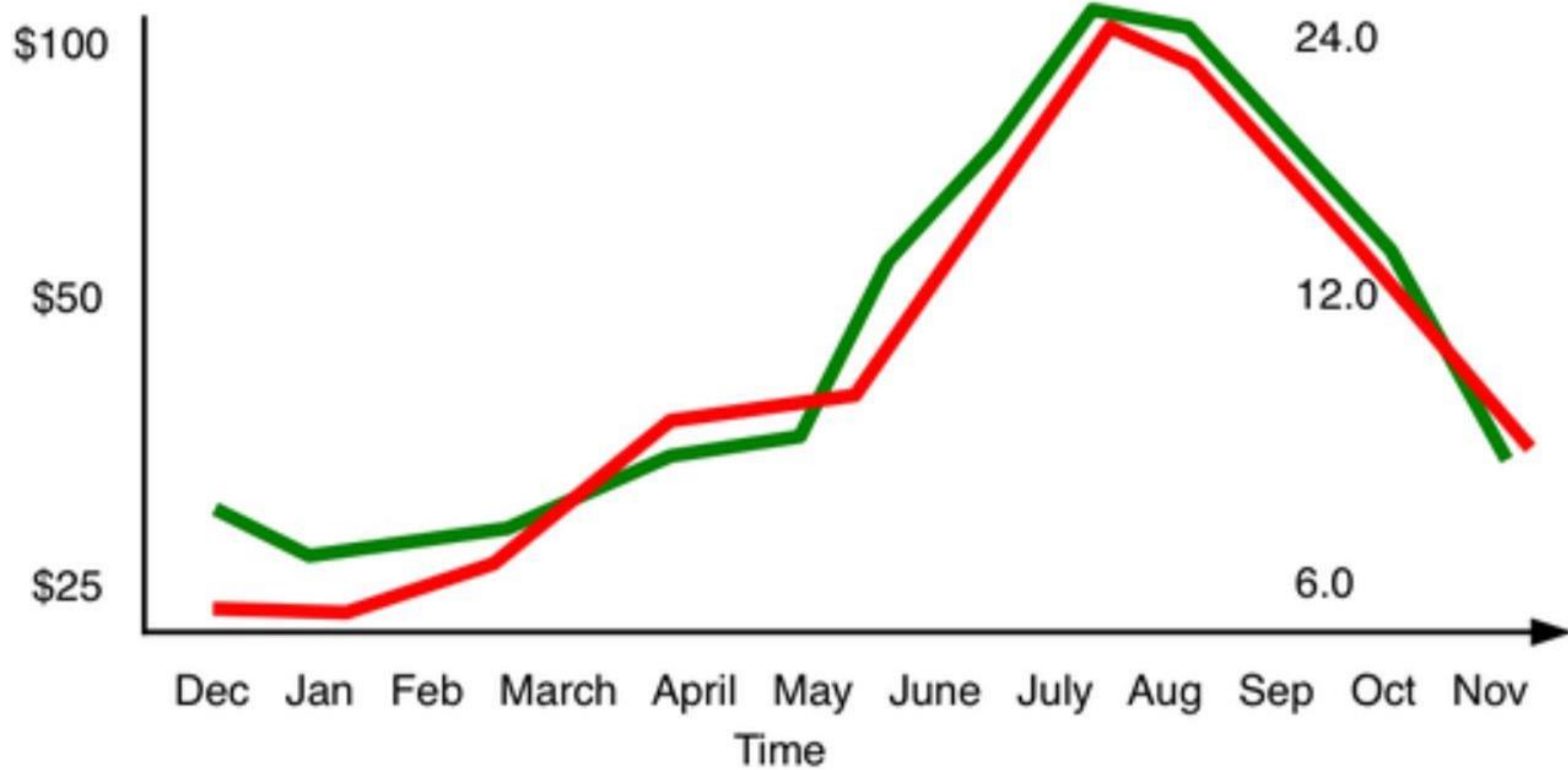
- Ako zvýšime šancu výhry hráča?
- Ako zvýšime šancu výhry kasína?

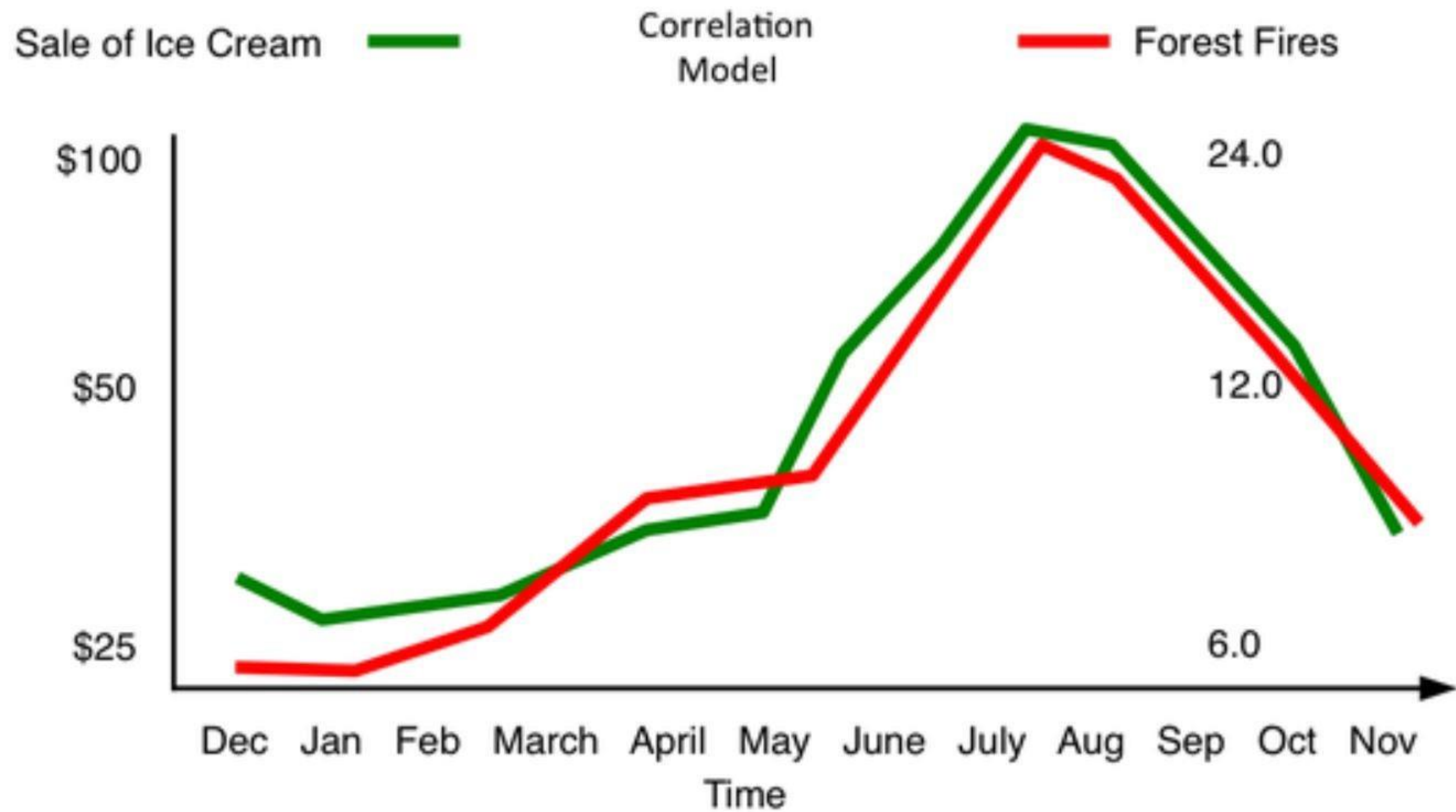
# Vyhodnotenie výsledkov

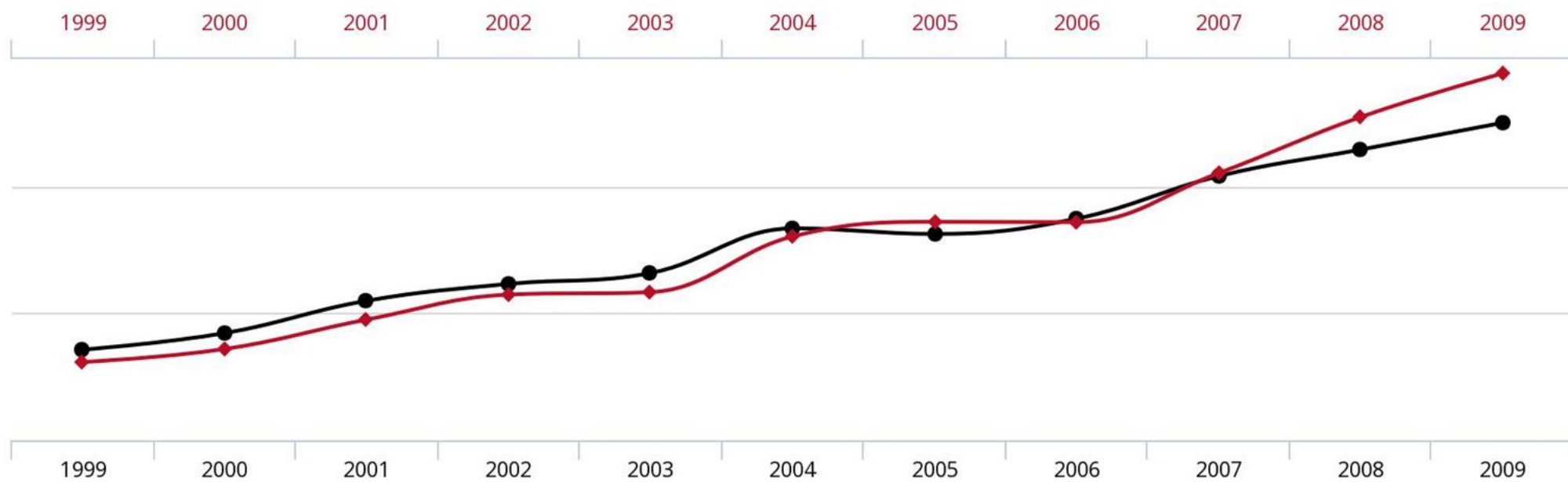
- Odkiaľ vieme, že výsledok simulácie zodpovedá realite?
- je potrebné otestovať implikácie výsledku na reálnom príklade (napr. aproximácia  $\pi$ )
- výstupom simulácie sú
  - údaje
  - modely
  - implikácie alebo následky

# Vyhodnotenie výsledkov

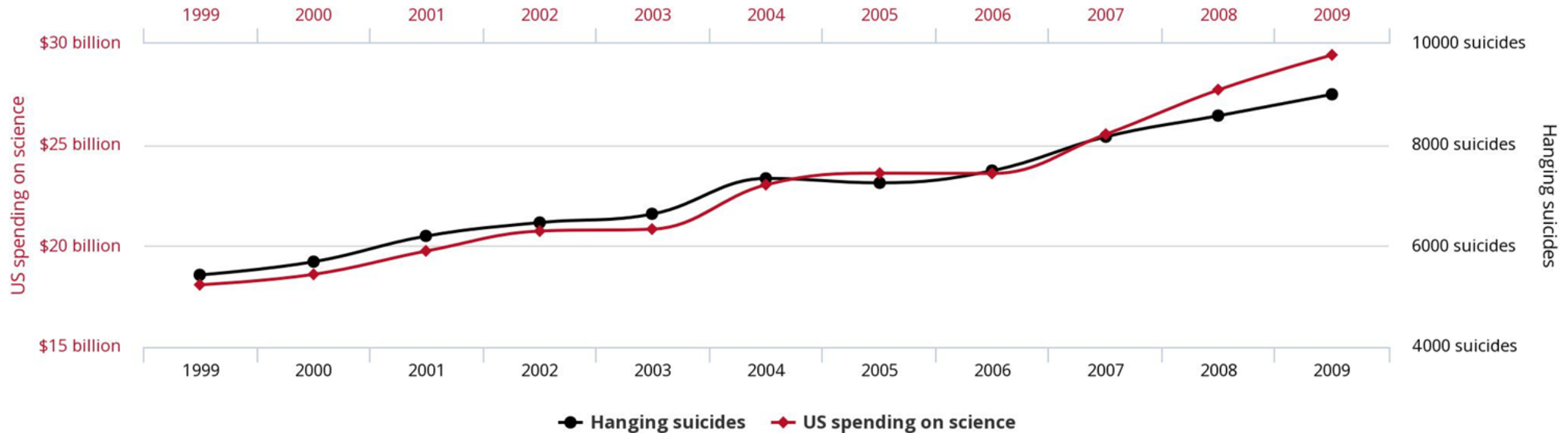
1. je potrebné analyzovať údaje, nielen ich vlastnosti!  
napr.: priemer získaných bodov na teste
2. máme reprezentatívnu vzorku? AKA data enhancement  
cieľom je otestovať, a nie potvrdiť hypotézu
3. paradox texaského strelca  
neignorujeme časť údajov
4. uponáhľané závery  
napr.: vyššia nehodovosť v okolí domu
5. korelácia  $\neq$  kauzalita







# US spending on science, space, and technology correlates with Suicides by hanging, strangulation and suffocation





# Zhrnutie

- všeobecná štruktúra simulácií
- typy simulácií
- random walk simulácia
- biased random walk
- Monte Carlo simulácie
- štatistické rozdelenia
- vyhodnotenie výsledkov
- chyby pri vyhodnocovaní výsledkov