7. Uma empresa fabrica aparelhos elétricos em duas cadeias de produção A e B. Sabe-se que a probabilidade de um desses artigos ser exportado é 0.2 se produzido pela cadeia A e 0.5 se produzido pela cadeia B. Além disso, a proporção de artigos provenientes da cadeia A é 52%. Escolhe-se, ao acaso, um artigo da produção desta empresa.

   (a) Determine a probabilidade do artigo ser exportado.

   (b) Sabendo que o artigo não foi exportado, qual a probabilidade dele ter sido produzido pela cadeia B?

A = "fabricado em A" $\quad P(E/A) = 0,2$

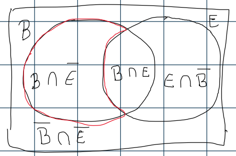
B = "fabricado em B" $\quad P(E/B) = 0,5$

E = "artigo exportado" $\quad P(A) = 0,52 \Rightarrow P(B) = 0,48$

a) $P(E) = ?$

$$P(E) = P(E \cap A) + P(E \cap B) = P(E/A)P(A) + P(E/B)P(B) = 0,2 \times 0,52 + 0,5 \times 0,48 = 0,344$$

b) $P(B/\overline{E}) = ?$



$$P(B/\overline{E}) = \frac{P(B \cap \overline{E})}{P(\overline{E})} = \frac{0,48 - 0,24}{1 - 0,344} = 0,3659$$

→ $P(B) - P(B \cap E)$

→ $0,5 \times 0,48$

8. A central telefónica do INEM de uma grande cidade recebe chamadas, umas genuínas e outras falsas, isto é, correspondentes ou não a verdadeiros acidentes. A central recebe na totalidade 2% de chamadas falsas. Destas, 20% são efectuadas durante o período da manhã, 40% durante o período da tarde e as restantes à noite. Das chamadas genuínas recebidas na central, 30% são feitas durante a manhã.

   (a) Mostre que a percentagem de chamadas recebidas na central durante o período da manhã é de 29.8%.

   (b) Considerando que a probabilidade de uma chamada, recebida na central, ser efectuada no período da tarde é de 40%, calcule a probabilidade de uma chamada ser feita durante a noite dado que é uma chamada genuína.

F = "chamada ser falsa" $\quad P(F) = 0,02$

M = "período da manhã" $\quad P(M/F) = 0,2 \rightarrow P(N/F) = 0,4$

T = "período da tarde" $\quad P(T/F) = 0,4$

N = "período da noite" $\quad P(M/\overline{F}) = 0,3$

a) $P(M) = 0,298$

$$P(M) = P(M/F) + P(M/\overline{F}) = 0,2 \times 0,02 + 0,3 \times (1 - 0,02) = 0,298$$

b) $P(T) = 0,4 \qquad P(N/\overline{F}) = ?$

→ $1 = P(M) + P(T) + P(N) \Leftrightarrow P(N) = 1 - 0,4 - 0,298$

$$P(N/\overline{F}) = \frac{P(N \cap \overline{F})}{P(\overline{F})} = \frac{P(N) - P(N \cap F)}{1 - P(F)} = \frac{P(N) - (0,4 \times 0,02)}{1 - 0,02} = \frac{0,302 - (0,4 \times 0,02)}{1 - 0,02} = 0,3$$

9. Em determinada linha de montagem 2% das peças ficam mal colocadas. Um programa para detectar falhas de montagem tem as seguintes propriedades:

   - se a peça está mal colocada, o programa indica essa falha com probabilidade 0.99;
   - se a peça está correctamente colocada, o programa indica falha com probabilidade 0.005.

   (a) Determine a probabilidade de, ao ser efectuado o referido teste, o programa indicar falha.

   (b) Se o teste indicar a existência de uma falha, qual a probabilidade de efectivamente existirem peças mal colocadas?

M = "peça mal colocada" $\quad P(M) = 0,02$

F = "programa indica falha" $\quad P(F/M) = 0,99$

$P(F/\overline{M}) = 0,005$

a) $P(F) = ?$

$$P(F) = P(F/M) + P(F/\overline{M}) = 0,99 \times 0,02 + 0,005 \times (1 - 0,02) = 0,0247$$

b)
$$P(M/F) = \frac{P(M \cap F)}{P(F)} = \frac{0,99 \times 0,02}{0,0247} = 0,8016$$

10. Uma empresa de fabrico de válvulas de televisão dispões de três sectores de produção: A, B e C. Sabe-se que:

- a percentagem de válvulas da marca A é 50%;
- a percentagem de válvulas defeituosas é 10%;
- em C não há válvulas defeituosas;
- 2% das válvulas provêm de B e são defeituosas.

Escolhe-se aleatoriamente uma válvula de televisão da produção da empresa.

(a) Mostre que a probabilidade da válvula ser defeituosa, sabendo que provém de A é 0.16.

(b) Calcule a probabilidade da válvula não provir de B sabendo que é defeituosa.

(c) Sabendo que, das válvulas não defeituosas 40% provêm de C, qual a probabilidade da válvula ser proveniente de C?

A = "ser produzido em A" $P(A) = 0{,}5$
B = "ser produzido em B" $P(D) = 0{,}1$
C = "ser produzido em C" $P(D \cap C) = 0$
D = "válvula defeituosa" $P(D \cap B) = 0{,}02$

a) $P(D/A) = 0{,}16$

$\rightarrow 1 = P(D \cap A) + P(D \cap B) + P(D \cap C)$

$$P(D/A) = \frac{P(D \cap A)}{P(D)} = \frac{0{,}08}{0{,}5} = 0{,}16$$

b) $$P(\bar{B}/D) = \frac{P(\bar{B} \cap D)}{P(D)} = \frac{P(D) - P(B \cap D)}{P(D)} = \frac{0{,}1 - 0{,}02}{0{,}1} = 0{,}8$$

c) $P(C/\bar{D}) = 0{,}4$ $P(C) = ?$

$$P(C/\bar{D}) = \frac{P(C) - P(C \cap D)}{P(\bar{D})} \Leftrightarrow 0{,}4 = \frac{P(C)}{0{,}9} \Leftrightarrow P(C) = 0{,}36$$

11. Dos utilizadores de telefones móveis duma determinada localidade, 50% estão ligados à rede A, 40% à rede B e 10% à rede C. Após um estudo de opinião de mercado conclui-se que:

- 70% dos utilizadores estão satisfeitos com o serviço;
- dos utilizadores ligados à rede A, 80% estão satisfeitos;
- dos utilizadores satisfeitos com o serviço, 10% estão ligados à rede C.

Determine a percentagem de utilizadores:

(a) da rede B que estão satisfeitos com o serviço;

(b) não satisfeitos com o serviço, sabendo que estes não estão ligados à rede C.

A = "serviço de rede A" $P(A) = 0{,}5$ $P(S/A) = 0{,}8$
B = "serviço de rede B" $P(B) = 0{,}4$ $P(C/S) = 0{,}1$
C = "serviço de rede C" $P(C) = 0{,}1$
S = "utilizador satisfeito" $P(S) = 0{,}7$

a) $P(S/B) = ?$

$\rightarrow \underbrace{0{,}7}_{P(S)} = P(S \cap A) + P(S \cap B) + P(S \cap C)$

$$P(S/B) = \frac{P(S \cap B)}{P(B)} = \frac{1 - (0{,}8 \times 0{,}5 + 0{,}1 \times 0{,}7)}{0{,}4} = \frac{0{,}23}{0{,}4} = 0{,}575$$

b) $P(\bar{S}/\bar{C}) = ?$

$\rightarrow P(\bar{S} \cap \bar{C}) = P(S \cup C) = P(S) + P(C) - P(S \cap C) = 0{,}7 + 0{,}1 - 0{,}1 \times 0{,}7$

$$P(\bar{S}/\bar{C}) = \frac{P(\bar{S} \cap \bar{C})}{P(\bar{C})} = \frac{1 - (0{,}7 + 0{,}1 - 0{,}07)}{1 - 0{,}1} = 0{,}3$$

12. O fabrico de uma peça consta de duas operações. Inicialmente a peça é moldada numa máquina M e, em seguida, passa por uma de duas impressoras, I_1 ou I_2. A probabilidade de uma peça apresentar defeito de moldagem é 0.4 e 70% das peças são impressas em I_1. Além disso, a probabilidade de surgir um defeito de impressão é de 0.05 para I_1 e de 0.02 para I_2. Note que defeitos de moldagem e de impressão são independentes entre si.

No final de determinado dia de laboração, da produção total da fábrica retira-se uma peça ao acaso.

(a) Qual a probabilidade da peça ter defeitos de impressão?

(b) Qual a probabilidade da peça apresentar um qualquer defeito?

(c) Supondo que a peça apresenta defeito de impressão, calcule a probabilidade de ter sido impressa em I_1.

M = "peça moldada por M" $P(D_m) = 0{,}4$
I_1 = "impressora I_1" $P(I_1) = 0{,}7 \rightarrow P(I_2) = 0{,}3$
I_2 = "impressora I_2" $P(D_i/I_1) = 0{,}05$
D_m = "peça apresenta defeito de moldagem" $P(D_i/I_2) = 0{,}02$
D_i = "peça com defeito de impressão" D_m e D_i independentes

a) $P(D_i) = ?$

$$P(D_i) = P(D_i \cap I_1) + P(D_i \cap I_2) = 0{,}05 \times 0{,}7 + 0{,}02 \times 0{,}3 = 0{,}041$$

b) $P(D_i \cup D_m) = ?$

$$P(D_i \cap D_m) = P(D_i) \times P(D_m) = 0{,}041 \times 0{,}4 = 0{,}0164$$

$$P(D_i \cup D_m) = 0{,}041 + 0{,}4 - 0{,}0164 = 0{,}4246$$

c) $P(I_1 / D_i) = ?$

$$P(I_1 / D_i) = \frac{P(I_1 \cap D_i)}{P(D_i)} = \frac{P(D_i / I_1) \times P(I_1)}{P(D_i)} = \frac{0{,}05 \times 0{,}7}{0{,}041} = 0{,}8537$$