UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ INSTITUTO DE CIÊNCIAS EXATAS E NATURAIS FACULDADE DE COMPUTAÇÃO

Estrutura de Dados I / Projeto de Algoritmos I

Prof. Denis Rosário

Email: denis@ufpa.br



Agenda

Unidade 5: Algoritmo de Ordenação

- 1. Bubble sort
- 2. Insertion sort
- 3. Selection sort
- 4. Merge sort
- 5. Quick sort
- 6. Heap sort
- 7. Ordenação em tempo linear: radixsort, bucket sort e counting sort
- 8. Implementações



Introdução

- Ordenar: corresponde ao processo de rearranjar um conjunto de objetos em uma ordem ascendente ou descendente
- A ordenação visa facilitar a recuperação posterior de itens do conjunto ordenado.
 - Dificuldade de se utilizar um catálogo telefônico se os nomes das pessoas não estivessem listados em ordem alfabética
- Principais critérios
 - □ Comparação numérica: um número *x* é menor do que um número *y* se a expressão *x*-*y* for negativa
 - □ Comparação alfabética: um caracter é menor do que outro se precede esse outro na ordem do alfabeto. Ex: "a" precede "b" que precede "c"
 - Comparação cronológica: data (AAAA/MM/DD)

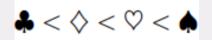


- Classificação dos métodos de ordenação:
 - Interna: arquivo a ser ordenado cabe todo na memória principal.
 - Externa: arquivo a ser ordenado não cabe na memória principal.
- Diferenças entre os métodos:
 - ☐ Em um método de ordenação interna, qualquer registro pode ser imediatamente acessado.
 - ☐ Em um método de ordenação externa, os registros são acessados sequencialmente ou em grandes blocos.
- A maioria dos métodos de ordenação é baseada em comparações
- Existem métodos de ordenação que utilizam o princípio da distribuição.



Introdução

Exemplo de ordenação por distribuição: considere o problema de ordenar um baralho com 52 cartas na ordem:



Algoritmo:

- 1. Distribuir as cartas em treze montes: ases, dois, três, . . ., reis.
- 2. Colete os montes na ordem especificada.
- 3. Distribua novamente as cartas em quatro montes: paus, ouros, copas e espadas.
- 4. Colete os montes na ordem especificada



Introdução

Exemplo de ordenação por distribuição: considere o problema de ordenar um baralho com 52 cartas na ordem:



- Algoritmo:
 - 1. Distribuir as cartas em treze montes: ases, dois, três, . . ., reis.
 - 2. Colete os montes na ordem especificada.
 - 3. Distribua novamente as cartas em quatro montes: paus, ouros, copas e espadas.
 - 4. Colete os montes na ordem especificada
- Métodos como o ilustrado são também conhecidos como ordenação digital, radixsort ou bucketsort.



Ordenação Interna

- Algoritmos que ordenam utilizando apenas a memória interna
- Descrição: lista armazenada em um vetor indexado a partir da posição zero
- Obs: a lista pode ser constituída de registro e pode-se ordená-la por um de seus campos (chave de ordenação)
 - A comparação entre os elementos da lista é feita comparandose os valores das chaves



Ordenação Interna

- Na escolha de um algoritmo de ordenação interna deve ser considerado o tempo gasto pela ordenação.
- Sendo n o número registros no arquivo, as medidas de complexidade relevantes são:
 - □ Número de comparações *C(n)* entre chaves.
 - \square Número de movimentações M(n) de itens do arquivo.

Ordenação Interna

- Classificação dos métodos de ordenação interna:
 - ☐ Métodos simples:
 - Adequados para pequenos arquivos.
 - Requerem O(n2) comparações.
 - Produzem programas pequenos.
 - Métodos eficientes:
 - Adequados para arquivos maiores.
 - Requerem O(n log n) comparações.
 - Usam menos comparações.
 - As comparações são mais complexas nos detalhes.
 - Métodos simples são mais eficientes para pequenos arquivos.

100

Agenda

Unidade 5: Algoritmo de Ordenação

- 1. Bubble sort
- 2. Insertion sort
- 3. Selection sort
- 4. Merge sort
- 5. Quick sort
- 6. Heap sort
- 7. Ordenação em tempo linear: radixsort, bucket sort e counting sort
- 8. Implementações



Ordenação por método Bolha (Bubble Sort)

- O *bubble sort*, ou ordenação por flutuação (literalmente "por bolha"), é um <u>algoritmo de ordenação</u> dos mais simples.
- A idéia é percorrer o <u>vetor</u> diversas vezes, a cada passagem fazendo flutuar para o topo o menor elemento da seqüência. Os valores maiores afundam para o fundo (fim do vetor)
- Essa movimentação lembra a forma como as bolhas em um <u>tanque</u> de água procuram seu próprio nível, e disso vem o nome do algoritmo.



Ordenação por método Bolha

- A técnica consiste em comparar sequencialmente cada um dos elementos do vetor com o seu vizinho. Caso estejam fora de ordem, os mesmo trocam de posição (swap).
- Procede-se assim até o final do vetor. Na primeira "varredura" o último elemento do vetor estará no seu devido lugar (caso a ordenação seja crescente, ele é o maior de todos).

Ordenação por método Bolha (Bubble Sort)

- A segunda "varredura" é análoga à primeira e vai até o penúltimo elemento.
- O processo é repetido até que tenham sido feitas tantas "varreduras" quanto o número de elementos a serem classificados menos um.
- Ao final o vetor estará classificado segundo oprocesso escolhido.

```
ALGORITMO BOLHA

ENTRADA: UM VETOR L COM N POSIÇÕES
SAÍDA: O VETOR L EM ORDEM CRESCENTE

PARA i = 1 até n - 1

PARA j = 0 até n - 1 - i

SE L[j] > L[j+1]

AUX = L[j] // SWAP

L[j] = L[j+1]

L[j+1] = AUX

FIM {BOLHA}
```



- Analise de Complexidade
 - □ A instrução crítica do Algoritmo Bolha é a comparação (se)
 - □ Em cada iteração do laço mais interno é feita uma comparação
 - O número de comparações realizadas pelo algoritmo é

i	Comparações
0	n – 1
1	n – 2
n – 1	1
Total	$(n^2 - n)/2$



- Analise de Complexidade
 - □ Neste caso a complexidade temporal do Algoritmo Bolha pertence à $\Theta(n^2)$
 - □ Além dos parâmetros (L e n), o algoritmo utiliza apenas três variáveis escalares (I, j e aux)
 - Assim a quantidade extra de memória utilizada pelo algoritmo é constante
 - \square Complexidade de espaço O(1)



Estabilidade

- Um método de ordenação é estável se ele preserva a ordem relativa existente entre os elementos repetidos
 - Ex: (4, 7, 6, <u>7</u>, 2) resulta em (2, 4, 6, 7, <u>7</u>)
 - O sete sublinhado estava à direita do outro sete e ao final da ordenação ele continuou à direita
- □ Se todas as ordenações produzidas por um método de ordenação são estáveis, dizemos que o método é estável

Exemplo: 9 4 5 10 5 8

```
ALGORITMO BOLHA

ENTRADA: UM VETOR L COM N POSIÇÕES
SAÍDA: O VETOR L EM ORDEM CRESCENTE

PARA i = 1 até n - 1

PARA j = 0 até n - 1 - i

SE L[j] > L[j+1]

AUX = L[j] // SWAP

L[j] = L[j+1]

L[j+1] = AUX

FIM {BOLHA}
```

Simulação

	0	1	2	3	4	5	
ista Original	9	4	5	10	<u>5</u>	8	

Exemplo: 9 4 5 10 5 8

```
ALGORITMO BOLHA

ENTRADA: UM VETOR L COM N POSIÇÕES
SAÍDA: O VETOR L EM ORDEM CRESCENTE

PARA i = 1 até n - 1

PARA j = 0 até n - 1 - i

SE L[j] > L[j+1]

AUX = L[j] // SWAP

L[j] = L[j+1]

L[j+1] = AUX

FIM {BOLHA}
```

Simulação

	0	1	2	3	4	5	
Lista Original	9	4	5	10	<u>5</u>	8	
	4	9	5	10	5	8	1

Exemplo: 9 4 5 10 5 8

```
ALGORITMO BOLHA

ENTRADA: UM VETOR L COM N POSIÇÕES
SAÍDA: O VETOR L EM ORDEM CRESCENTE

PARA i = 1 até n - 1

PARA j = 0 até n - 1 - i

SE L[j] > L[j+1]

AUX = L[j] // SWAP

L[j] = L[j+1]

L[j+1] = AUX

FIM {BOLHA}
```

Simulação

0	1	2	3	4	5
9	4	5	10	<u>5</u>	8
4	9	5	10	<u>5</u>	8
4	5	9	10	<u>5</u>	8

Exemplo: 9 4 5 10 5 8

```
ALGORITMO BOLHA

ENTRADA: UM VETOR L COM N POSIÇÕES
SAÍDA: O VETOR L EM ORDEM CRESCENTE

PARA i = 1 até n - 1

PARA j = 0 até n - 1 - i

SE L[j] > L[j+1]

AUX = L[j] // SWAP

L[j] = L[j+1]

L[j+1] = AUX

FIM {BOLHA}
```

Simulação

0	1	2	3	4	5	
9	4	5	10	<u>5</u>	8	
4	9	5	10	<u>5</u>	8	
4	5	9	10	<u>5</u>	8	
4	5	9	10	<u>5</u>	8	

Exemplo: 9 4 5 10 5 8

```
ALGORITMO BOLHA

ENTRADA: UM VETOR L COM N POSIÇÕES
SAÍDA: O VETOR L EM ORDEM CRESCENTE

PARA i = 1 até n - 1

PARA j = 0 até n - 1 - i

SE L[j] > L[j+1]

AUX = L[j] // SWAP

L[j] = L[j+1]

L[j+1] = AUX

FIM {BOLHA}
```

Simulação

0	1	2	3	4	5
9	4	5	10	<u>5</u>	8
4	9	5	10	<u>5</u>	8
4	5	9	10	<u>5</u>	8
4	5	9	10	<u>5</u>	8
4	5	9	<u>5</u>	10	8

Exemplo: 9 4 5 10 5 8

```
ALGORITMO BOLHA

ENTRADA: UM VETOR L COM N POSIÇÕES
SAÍDA: O VETOR L EM ORDEM CRESCENTE

PARA i = 1 até n - 1

PARA j = 0 até n - 1 - i

SE L[j] > L[j+1]

AUX = L[j] // SWAP

L[j] = L[j+1]

L[j+1] = AUX

FIM {BOLHA}
```

Simulação

0	1	2	3	4	5
9	4	5	10	<u>5</u>	8
4	9	5	10	<u>5</u>	8
4	5	9	10	<u>5</u>	8
4	5	9	10	<u>5</u>	8
4	5	9	<u>5</u>	10	8
4	5	9	<u>5</u>	8	10

Exemplo: 9 4 5 10 5 8

```
ALGORITMO BOLHA

ENTRADA: UM VETOR L COM N POSIÇÕES
SAÍDA: O VETOR L EM ORDEM CRESCENTE

PARA i = 1 até n - 1

PARA j = 0 até n - 1 - i

SE L[j] > L[j+1]

AUX = L[j] // SWAP

L[j] = L[j+1]

L[j+1] = AUX

FIM {BOLHA}
```

Simulação

Lista Original 1ª Iteração

0	1	2	3	4	5
9	4	5	10	<u>5</u>	8
4	5	9	<u>5</u>	8	10

Exemplo: 9 4 5 10 5 8

```
ALGORITMO BOLHA

ENTRADA: UM VETOR L COM N POSIÇÕES
SAÍDA: O VETOR L EM ORDEM CRESCENTE

PARA i = 1 até n - 1

PARA j = 0 até n - 1 - i

SE L[j] > L[j+1]

AUX = L[j] // SWAP

L[j] = L[j+1]

L[j+1] = AUX

FIM {BOLHA}
```

Simulação

Lista Original

1º Iteração

2º Iteração

0	1	2	3	4	5
9	4	5	10	<u>5</u>	8
4	5	9	<u>5</u>	8	10
4	5	<u>5</u>	8	9	10

Exemplo: 9 4 5 10 5 8

```
ALGORITMO BOLHA

ENTRADA: UM VETOR L COM N POSIÇÕES
SAÍDA: O VETOR L EM ORDEM CRESCENTE

PARA i = 1 até n - 1

PARA j = 0 até n - 1 - i

SE L[j] > L[j+1]

AUX = L[j] // SWAP

L[j] = L[j+1]

L[j+1] = AUX

FIM {BOLHA}
```

Simulação

	U	1	2	3	4	5
ista Original	9	4	5	10	<u>5</u>	8
ª Iteração	4	5	9	<u>5</u>	8	1
ª Iteração	4	5	<u>5</u>	8	9	1
ª Iteração	4	5	<u>5</u>	8	9	1
ª Iteração	4	5	<u>5</u>	8	9	1
ª Iteração	4	5	5	8	9	1

OBS: No final da segunda iteração a lista estava ordenada Então, o que podemos fazer para o método ficar mais "esperto"?

- Incluir uma váriável (*flag*) para sinalizar se foi realizada alguma troca de elementos numa iteração do método.
- Caso nenhuma troca tenha sido realizada, a lista já estará ordenada e, portanto, o método deve parar

```
ALGORITMO BOLHA_COM_FLAG

ENTRADA: UM VETOR L COM N POSIÇÕES

SAÍDA: O VETOR L EM ORDEM CRESCENTE

i = 0

FAÇA

FLAG = FALSO

PARA j = 0 até n - 1 - i

SE L[j] > L[j+1]

TROCA(L[J], L[J+1])

FLAG = VERDADEIRO

i = i + 1

ENQUANTO FLAG = VERDADEIRO

FIM {BOLHA COM FLAG}
```

OBS: Enquanto que o tempo requerido pelo Bolha é sempre quadrático em relação ao tamanho da lista, o comportamento do Bolha com flag é sensível ao tipo de lista. No mellhor caso (lista ordenada) o algoritmo Bolha_Com_Flag tem complexidade linear Θ(n)



■ Em C:

```
typedef int ChaveTipo;

typedef struct
{
   ChaveTipo Chave;
   /* outros componentes */
} Item;
```

```
void Bolha (Item* v, int n )
  int i, j;
  Item aux;
  for (i = 0; i < n-1; i++)
    for (j = 1; j < n-i; j++)
      if (v[j].Chave < v[j-1].Chave)
        aux = v[j];
       v[j] = v[j-1];
       v[j-1] = aux;
     } // if
```

```
void Bolha (Item* v, int n )
  int i, j, troca;
  Item aux;
  for( i = 0 ; i < n-1 ; i++ )</pre>
    troca = 0;
    for (j = 1; j < n-i; j++)
      if (v[j].Chave < v[j-1].Chave)
        aux = v[j];
        v[j] = v[j-1];
        v[j-1] = aux;
       troca = 1;
     } // if
    if (troca == 0)
     break;
```



■ Para um vetor de n elementos, n − 1 varreduras são feitas para acertar todos os elementos



100

Método Bolha

- Definida pelo número de comparações envolvendo a quantidade de dados do vetor
- Número de comparações:

$$\square$$
 (n - 1) + (n - 2) + ... + 2 + 1

Complexidade (para qualquer caso):

$$\sum_{i=1}^{n-1} i = \frac{(n-1)n}{2} \Rightarrow O(n^2)$$

190

Exercício

Faça um teste de mesa com cada método de ordenação estudado até o momento, utilizando as seguintes sequências de dados de entrada:

```
    S1 = {2,4,6,8,10,12}
    S2 = {11,9,7,5,3,1}
    S3 = {5,7,2,8,1,6}
    S4 = {2,4,6,8,10,12,11,9,7,5,3,1}
    S5 = {2,4,6,8,10,12,1,3,5,7,9,11}
    S6 = {8,9,7,9,3,2,3,8,4,6}
    S7 = {89, 79, 32, 38, 46, 26, 43, 38, 32, 79}
```

Em cada caso, mostre o número de comparações e trocas que realizam na ordenação de sequências.



Agenda

Unidade 5: Algoritmo de Ordenação

- 1. Bubble sort
- 2. Insertion sort
- 3. Selection sort
- 4. Merge sort
- 5. Quick sort
- 6. Heap sort
- 7. Ordenação em tempo linear: radixsort, bucket sort e counting sort
- 8. Implementações



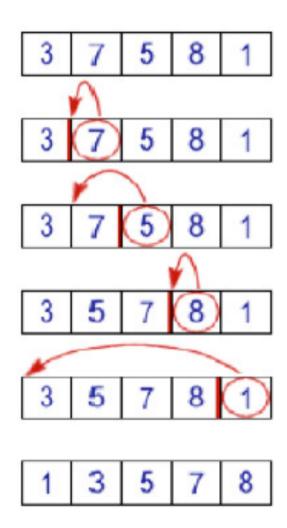
Ordenação por Inserção (insertion sort)

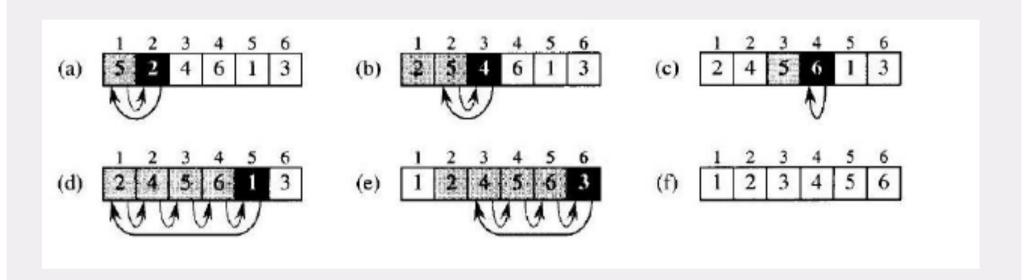
- é um simples <u>algoritmo de ordenação</u>, eficiente quando aplicado a um pequeno número de elementos.
- Em termos gerais, ele percorre um vetor de elementos da esquerda para a direita e à medida que avança vai deixando os elementos mais à esquerda ordenados.
- O algoritmo de inserção funciona da mesma maneira com que muitas pessoas ordenam cartas em um jogo de baralho como o pôquer.
 - □ Sempre temos dois grupos de elementos: os já ordenados no início do vetor e os não ordenados no final.



Ordenação por inserção

- Insere cada elemento do vetor, na sua posição correta em uma subseqüência ordenada de elementos, de modo a mantê-la ordenada.
- Esta forma de ordenação seleciona cada um dos elementos de uma seqüência e os atribui uma posição relativa a seu valor, de acordo com a comparação com os elementos já ordenados da mesma seqüência.

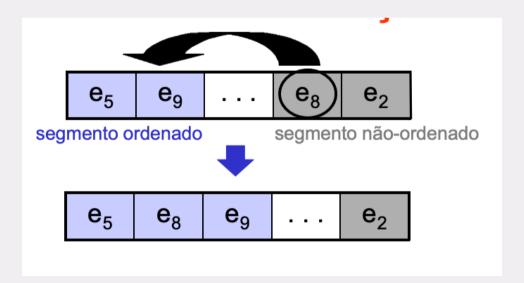




Realizamos *N* - 1 rodadas. Em cada rodada, um elemento não ordenado é deslocado para a esquerda (através de trocas com seus vizinhos) até que chegue na sua posição correta dentro do vetor ordenado.



- Lista dividida:
 - Parte esquerda: já ordenada
 - Parte direita: em possível desordem

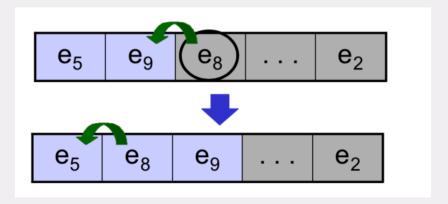




- Inicialmente a parte esquerda contém apenas o primeiro elemento da lista
- Cada iteração consiste em inserir o primeiro elemento da parte direita (pivô) na posição adequada da parte esquerda, de modo que a parte esquerda continue ordenada
- É fácil perceber que se a lista possui n elementos, após n-1 inserções ela estará ordenada
- Para inserir o pivô percorremos a parte esquerda, da direita para esquerda, deslocando os elementos maiores que o pivô uma posição para a direita



- realiza uma busca sequencial no segmento ordenado para inserir corretamente um elemento do segmento não-ordenado
- nesta busca, realiza trocas entre elementos adjacentes para ir acertando a posição do elemento a ser inserido



```
ALGORITMO INSERÇÃO

ENTRADA: UM VETOR L COM N POSIÇÕES

SAÍDA: O VETOR L EM ORDEM CRESCENTE

PARA i = 1 até n - 1

PIVO = L[i]

j = i - 1

ENQUANTO j ≥ 0 e L[i] > PIVO

L[j+1] = L[j]

j = j - 1

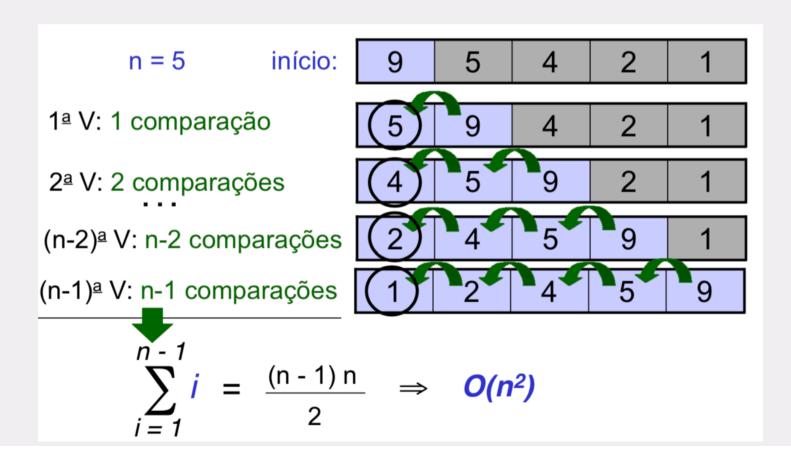
L[j+1] = PIVO

FIM {INSERÇÃO}
```

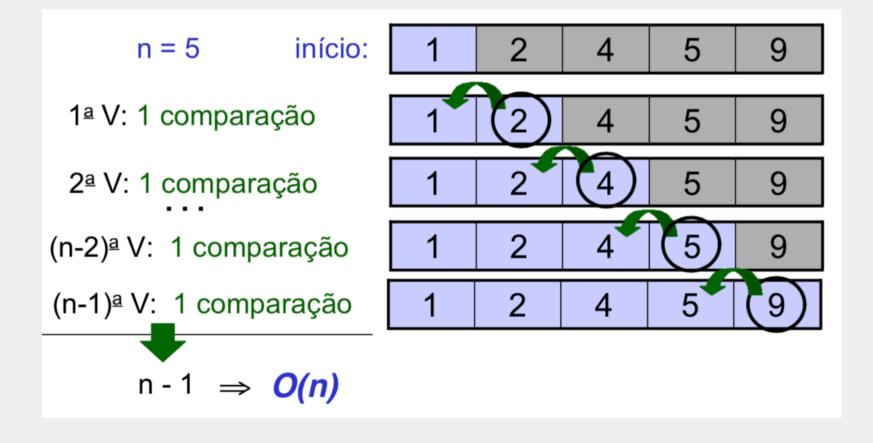


- No melhor caso (lista ordenada), cada inserção é feita em tempo constante, pois o pivô é maior ou igual a todos os elementos da parte esquerda e a condição do laço interno nunca é verdadeira
 - □ Complexidade temporal é Θ(n)
- No pior caso (lista em total desordem), cada inserção requer que todos os elementos da parte esquerda sejam movidos para a direita
 - □ Nesse caso, a quantidade total de iterações do laço interno será (n²-n)/2
 - \square Complexidade temporal é $\Theta(n^2)$
 - □ No caso médio também é $\Theta(n^2)$

■ Pior caso: vetor totalmente desordenado



■ Melhor caso: vetor já ordenado





- O Algoritmo de inserção requer o uso de apenas três variáves escalares.
- Assim sua complexidade espacial é *O*(1)
- O algoritmo de inserção é estável: um elemento da parte esquerda somente é movido para a direita se ele for estritamente maior do que o pivô

Exercício: 9, 4, 5, 10, 5, 8

1ª Iteração

2ª Iteração

3ª Iteração

4ª Iteração

5ª Iteração

0	1	2	3	4	5
9	4	5	10	<u>5</u>	8
4	9	5	10	<u>5</u>	8
4	5	9	10	<u>5</u>	8
4	5	9	10	<u>5</u>	8
4	5	<u>5</u>	9	10	8
4	5	<u>5</u>	8	9	10

Ŋ.

Método Inserção

```
void Insercao (Item* v, int n )
  int i,j;
  Item aux;
  for (i = 1; i < n; i++)
    aux = v[i];
    j = i - 1;
   while ( ( j >= 0 ) && ( aux.Chave < v[j].Chave ) )
     v[j + 1] = v[j];
     j--;
   v[j + 1] = aux;
```

InsertionSort X BubbleSort

	Melhor caso	Pior caso
InsertionSort	O(n)	O(n²)
BubbleSort	O(n²)	O(n²)



Agenda

Unidade 5: Algoritmo de Ordenação

- 1. Bubble sort
- 2. Insertion sort
- 3. Selection sort
- 4. Merge sort
- 5. Quick sort
- 6. Heap sort
- 7. Ordenação em tempo linear: radixsort, bucket sort e counting sort
- 8. Implementações



Ordenação por Seleção (selection sort)

- Tem como ponto forte o fato de que ele realiza poucas operações de swap
- Seu desempenho, em termos absolutos, costuma ser superior ao do método Bolha, mas inferior ao do Método Inserção
- A lista está dividida em duas partes
 - Esquerda: ordenada
 - □ Direita: em possível desordem
 - Os elementos da parte esquerda são todos menores ou iguais aos elementos da parte direita
- Cada iteração consiste em selecionar o menor elemento da parte direita (pivô) e trocá-lo com o primeiro elemento da direita



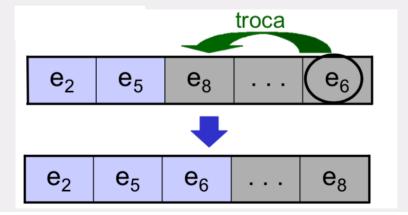
Ordenação por seleção

■ A idéia básica do Método de Seleção é, a cada passagem pelo vetor, selecionar o menor elemento e colocar este elemento o mais a esquerda possível. Para isto deve-se trocar as posições dos elementos do vetor.



Ordenação por seleção

- Selection Sort é um método simples de seleção
 - □ordena através de sucessivas seleções do elemento de menor valor em um segmento não- ordenado e seu posicionamento no final de um segmento ordenado



100

Ordenação por seleção

- Na primeira passagem troca-se o menor elemento com o que está na primeira posição;
- Na segunda passagem troca-se o segundo menor elemento com o que está na segunda posição . Assim por diante...

Ordenação por Seleção

```
ALGORITMO SELEÇÃO

ENTRADA: UM VETOR L COM N POSIÇÕES

SAÍDA: O VETOR L EM ORDEM CRESCENTE

PARA i = 0 ate n - 2

MIN = i

PARA j = i + 1 até n - 1

SE L[j] < L[MIN]

MIN= j

TROCA(L[i], L[MIN])

FIM {SELEÇÃO}
```



Ordenação por Seleção

- Análise semelhante à análise do Algoritmo Bolha
- Os dois algoritmos são constituídos de dois laços contados encaixados que realizam as mesmas quantidades de iterações
- Logo a complixidade temporal do algoritmo Seleção é
 Θ(n²)
- O algoritmo Seleção precisa apenas de 4 variáveis escalares. Assim sua complexidade de espaço é constante

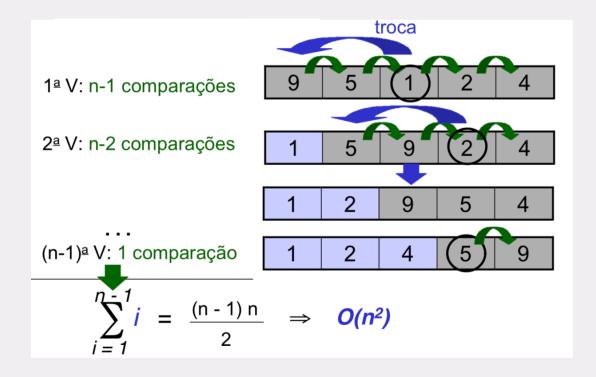
Ordenação por seleção

Exemplo: 10, 4, 5, 3, <u>10</u>, 2

	0	1	2	3	4	5
Lista original	10	4	5	3	10	2
1ª iteração	2	4	5	3	10	10
2ª iteração	2	3	5	4	10	10
3ª iteração	2	3	4	5	10	10
4ª iteração	2	3	4	5	10	10
5ª iteração	2	3	4	5	10	10

Ordenação por seleção

■ Para qualquer caso



Comparação

	Melhor caso	Pior caso
InsertionSort	O(n)	$O(n^2)$
BubbleSort	O(n²)	$O(n^2)$
SelectionSort	O(n²)	O(n²)



Inserção × Seleção

- Arquivos já ordenados:
 - □ Inserção: algoritmo descobre imediatamente que cada item já está no seu lugar (custo linear).
 - □ Seleção: ordem no arquivo não ajuda (custo quadrático).
- Adicionar alguns itens a um arquivo já ordenado:
 - Método da inserção é o método a ser usado em arquivos "quase ordenados".



Inserção × Seleção

- Comparações:
 - Inserção tem um número médio de comparações que é aproximadamente a metade da Seleção
- Movimentações:
 - □Seleção tem um número médio de comparações que cresce linearmente com n, enquanto que a média de movimentações na Inserção cresce com o quadrado de n.

Simulação de funcionamento dos algoritmos de ordenação

www.cs.usfca.edu/~galles/visualization/ ComparisonSort.html



Links interessante

http://www.cs.oswego.edu/~mohammad/classes/csc241/samples/sort/Sort2-E.html

http://pt.wikipedia.org/wiki/Ficheiro:Selection-Sort-Animation.gif

Exercício

Faça um teste de mesa com cada método de ordenação estudado até o momento, utilizando as seguintes sequências de dados de entrada:

```
    S1 = {2,4,6,8,10,12}
    S2 = {11,9,7,5,3,1}
    S3 = {5,7,2,8,1,6}
    S4 = {2,4,6,8,10,12,11,9,7,5,3,1}
    S5 = {2,4,6,8,10,12,1,3,5,7,9,11}
    S6 = {8,9,7,9,3,2,3,8,4,6}
    S7 = {89, 79, 32, 38, 46, 26, 43, 38, 32, 79}
```

Em cada caso, mostre o número de comparações e trocas que realizam na ordenação de sequências.