LAPORAN ANALISA PROSPEK ASURANSI ${\bf SANGAT\ RAHASIA}$

CIA

CENTRAL INSURANCE ASSOCIATION

We will look for you

We will find you

We will sell you insurance

Dewan Direksi



CEO



1 Analisa Konsumen

1.1 Pendekatan

Prospek keuntungan menjual asuransi kepada konsumen dikaji menggunakan simulasi yang melibatkan penaksiran kerugian konsumen, penentuan premi, dan asumsi bahwa jumlah pengaju klaim di akhir suatu periode mengikuti distribusi binomial. Keterangannya dijabarkan sebagai berikut:

1.1.1 Penaksiran Kerugian

Ekspektasi kerugian melibatkan penghitungan sebagaimana lazimnya, yaitu berdasarkan peluang terjadinya kerugian dan besar kerugian. Pada umumnya diamati bahwa kerugian yang dihadapi konsumen adalah rusaknya setengah barang yang telah mereka beli. Oleh karena ini, pengumpulan data ditekankan pada frekeunsi terjadinya kerusakan ini serta harga dan jumlah barang yang dibeli.

Data frekuensi terjadinya kerusakan digunakan untuk menghitung peluang terjadinya kerusakan a_k :

$$a_k = \frac{1}{12} \sum_{i=1}^{12} x_{ki}$$

sedangkan besar kerugian dihitung berdasarkan perilaku konsumen pada periode2 mendatang. Ini melibatkan estimasi fungsi permintaan konsumen yang secara umum diturunkan dari suatu fungsi utilitas konsumen yang diasumsikan sebagai berikut:

$$u(q_1, q_2) = q_1^{\alpha} q_2^{1-\alpha}$$

dengan kendala anggaran konsumen sebagai berikut:

$$p_1q_1 + p_2q_2 = m$$

Maka fungsi permintaan dapat diturunkan dengan pendekatan Lagrangian untuk optimisasi berkendala dengan fungsi Lagrange:

$$\mathcal{L} = q_1^{\alpha} q_2^{1-\alpha} - \lambda (p_1 q_1 + p_2 q_2 - m)$$

menghasilkan kondisi optimal sebagai berikut:

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial q_1} = \alpha q_1^{\alpha - 1} q_2^{1 - \alpha} - \lambda p_1 = 0 \tag{1}$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial q_2} = (1 - \alpha)q_1^{\alpha}q_2^{-\alpha} - \lambda p_2 = 0 \tag{2}$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \lambda} = p_1 q_1 + p_2 q_2 - m = 0 \tag{3}$$

Membagi persamaan (1) dengan persamaan (2) menghasilkan persamaan berikut:

$$\frac{\alpha q_2}{(1-\alpha)q_1} = \frac{p_1}{p_2}$$

yang bisa disubstitusikan ke dalam persamaan (3), menghasilkan fungsi permintaan:

$$q_D = \frac{\alpha m}{p}$$

Dengan data yang dimiliki, parameter α dalam fungsi permintaan konsumen dapat ditaksir dengan mengubah fungsi permintaan menjadi $\alpha = \frac{pq}{m}$ dan mencari nilai rata2 α yang diperoleh:

$$\bar{\alpha} = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^{12} p_i q_i$$

Dari sini, jumlah kerugian D yang dihadapi konsumen dapat diperkirakan. Dengan asumsi bahwa harga yang berlaku pada periode2 yang mendatang adalah rata2 harga periode-periode sebelumnya \bar{p} , jumlah barang yang dibeli konsumen dapat ditaksir berikut nilainya dalam Rupiah:

$$D = \frac{1}{2}pq$$

$$D = \frac{1}{2}\bar{p}\frac{\bar{\alpha}m}{\bar{p}}$$

$$D = \frac{1}{2}\bar{\alpha}m$$

1.1.2 Penentuan Premi

Penentuan premi didasarkan pada konsep *premi adil aktuaria* yaitu bahwa premi yang dibayar seorang polis senilai dengan ekspektasi klaim yang diajukan konsumen tersebut:

$$TR - E[TC] = 0$$
$$rI - a_k I = 0$$

atau $r=a_k$. Dampak premi ini pada perilaku konsumen asuransi dapat diturunkan dari optimisasi ekspektasi fungsi utilitas sebagai berikut:

$$\max_{I} \quad E[u] = (1 - a_{k})u(pq - rI) + a_{k}u(pq - rI - D + I)$$

Dengan asumsi bahwa fungsi utilitas konsumen $u(x,y)=x^{\alpha}y^{1-\alpha}$ seperti pada pertanyaan pertama, masalah optimisasinya dapat ditulis sebagai berikut:

$$\max_{I} \quad E[u] = (1 - a_k)(pq - rI)^{\alpha}y^{1-\alpha} + a_k u(pq - rI - D + I)y^{1-\alpha}$$
$$\frac{\partial E[u]}{\partial I} = -\alpha r(1 - a_k)(pq - rI)^{\alpha - 1}y^{1-\alpha} + \alpha(1 - r)a_k(pq - rI - D + I)^{\alpha - 1}y^{1-\alpha} = 0$$

Karena $y^{1-\alpha}$ sebagai konstanta relatif terhadap I, ia dapat dicoret sehingga hasil turunannya cukup ditulis sebagai berikut:

$$-r(1-a_k)(pq-rI)^{\alpha-1} + (1-r)a_k(pq-rI-D+I)^{\alpha-1} = 0$$

Persamaan ini kemudian dapat disederhanakan:

$$\frac{(pq - rI - D + I)^{1-\alpha}}{(pq - rI)^{1-\alpha}} = \frac{(1 - r)a_k}{r(1 - a_k)}$$
$$\frac{pq - rI - D + I}{pq - rI} = \left(\frac{(1 - r)a_k}{r(1 - a_k)}\right)^{\frac{1}{1-\alpha}}$$

menghasilkan semacam fungsi permintaan asuransi I terhadap tarif premir:

$$I^* = \frac{(k-1)pq + D}{(k-1)r + 1}$$

dimana $k = \left(\frac{a_k}{1-a_k}\frac{1-r}{r}\right)^{\frac{1}{1-\alpha}}$. Jika premi adil aktuaria $r = a_k$ dimasukkan ke dalam persamaan I^* , maka hasilnya adalah $I^* = D$ yaitu bahwa seorang konsumen asuransi akan membeli asuransi sama dengan kerugian yang akan ia hadapi.

1.1.3 Simulasi

Simulasi dijalankan untuk 12 periode ke depan untuk melihat prospek untung-rugi penjualan asuransi kepada konsumen. Untung-rugi berdasarkan persamaan berikut:

$$\pi_i = nTR - E[TC]$$

$$\pi_i = nrI - n_{ai}I$$

dimana n adalah jumlah polis dan n_{ai} adalah jumlah polis yang mengajukan klaim pada periode ke-i. Diasumsikan bahwa ada 100 polis dan n_{ai} adalah bilangan acak dengan distribusi binomial yang memiliki parameter peluang a_k .

	m	p	qk	xk
1	8.60	173	20	1
2	8.60	179	18	0
3	8.60	153	8	1
4	8.60	137	28	1
5	8.60	157	38	0
6	8.60	170	19	1
7	8.60	160	8	1
8	8.60	161	36	1
9	8.60	170	16	1
10	8.60	174	22	1
11	8.60	172	9	0
12	8.60	164	18	1

Table 1: Tabel data konsumen.

1.2 Deskripsi Data

- Jelaskan tiap kolom data
- Kritik data
- \bullet Transformasi

1.3 Hasil Estimasi

Berdasarkan data yang dimiliki, beberapa parameter ditemui sebagai berikut:

- 1. Peluang terjadinya kerusakan pada pembelian konsumen \boldsymbol{a}_k diperkirakan 0.75
- 2. Nilai α konsumen diperkirakan 0.38
- 3. Nilai uang kerusakan yang dihadapi konsumen ${\cal D}$ diperkirakan 1627.58

Penaksiran permintaan asuransi konsumen terhadap tarif premi menuruti grafik berikut:

1.4 Hasil Simulasi

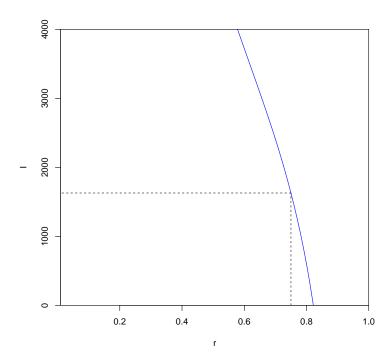


Figure 1: Permintaan asuransi sebagai fungsi r.

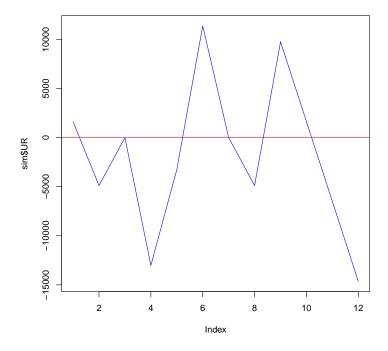


Figure 2: Grafik simulasi keuntungan asuransi untuk konsumen.

	Premi	Pengaju	E.Klaim	UR
1	122068.75	74	120441.17	1627.58
2	122068.75	78	126951.50	-4882.75
3	122068.75	75	122068.75	0.00
4	122068.75	83	135089.42	-13020.67
5	122068.75	77	125323.92	-3255.17
6	122068.75	68	110675.67	11393.08
7	122068.75	75	122068.75	0.00
8	122068.75	78	126951.50	-4882.75
9	122068.75	69	112303.25	9765.50
10	122068.75	74	120441.17	1627.58
11	122068.75	79	128579.08	-6510.33
12	122068.75	84	136717.00	-14648.25

Table 2: Simulasi keuntungan asuransi untuk konsumen.