Lembar Latihan Soal

Mata Kuliah:	AK2163 - Mikroekonomi
Materi:	Teori Perilaku Produsen dan Analisa Penawaran
Batas Waktu:	Pukul 9:10 pagi, Jum'at 27 September 2019
Nama:	
NIM:	

Soal Pertama

Diketahui bahwa perilaku sejumlah konsumen sangat mirip dengan fungsi utilitas/kepuasan *Cobb-Douglas*:

$$u(q_1, q_2) = q_1^\alpha q_2^\beta$$

dimana $0 \leq \alpha, \beta \leq 1$

1. Turunkan fungsi permintaan Marshall tiap barang/jasa jika masing2 dikenakan pajak pertambahan nilai hingga harga masing2 menjadi $p'_i = p_i(1 + t_i)$
2. Turunkan fungsi permintaan Marshall tiap barang/jasa jika pendapatan seorang konsumen dipotong pajak penghasilan hingga pendapatannya menjadi $m' = m(1 - t_m)$

Jawab:

Penurunan fungsi permintaan dengan pendekatan *Marshall* diawali dengan persamaan *Lagrange* berikut:

$$\mathcal{L} = q_1^\alpha q_2^\beta - \lambda(p_1 q_1 + p_2 q_2 - m)$$

Memperhitungkan PPN pada tiap barang/jasa, ia menjadi:

$$\mathcal{L} = q_1^\alpha q_2^\beta - \lambda(p_1(1 + t_1)q_1 + p_2(1 + t_2)q_2 - m)$$

sehingga kondisi2 yang menyertainya sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial q_1} &= \alpha q_1^{\alpha-1} q_2^\beta - \lambda p_1(1 + t_1) = 0 \\
\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial q_2} &= \beta q_1^\alpha q_2^{\beta-1} - \lambda p_2(1 + t_2) = 0 \\
\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \lambda} &= p_1(1 + t_1)q_1 + p_2(1 + t_2)q_2 - m = 0
\end{aligned}$$

yang dapat disederhanakan menjadi:

$$\alpha q_1^{\alpha-1} q_2^{\beta} = \lambda p_1(1+t_1) \tag{1}$$

$$\beta q_1^{\alpha} q_2^{\beta-1} = \lambda p_2(1+t_2) \tag{2}$$

$$p_1(1+t_1)q_1 + p_2(1+t_2)q_2 = m \tag{3}$$

Membagi persamaan (1) dengan (2) menghasilkan:

$$\frac{\alpha q_2}{\beta q_1} = \frac{p_1(1+t_1)}{p_2(1+t_2)}$$

yang jika dimasukkan ke dalam persamaan (3) menghasilkan kedua fungsi permintaan *Marshall*:

$$q_1^* = \frac{m}{\left(1+\frac{\beta}{\alpha}\right)(1+t_1)p_1}$$
$$q_2^* = \frac{m}{\left(1+\frac{\alpha}{\beta}\right)(1+t_2)p_2}$$

Memperhitungkan pajak penghasilan, persamaan *Lagrange* yang terkait menjadi:

$$\mathcal{L} = q_1^{\alpha} q_2^{\beta} - \lambda(p_1 q_1 + p_2 q_2 - m(1-t_m))$$

sehingga kondisi2 yang menyertainya sebagai berikut:

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial q_1} = \alpha q_1^{\alpha-1} q_2^{\beta} - \lambda p_1 = 0$$
$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial q_2} = \beta q_1^{\alpha} q_2^{\beta-1} - \lambda p_2 = 0$$
$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \lambda} = p_1 q_1 + p_2 q_2 - m(1-t_m) = 0$$

yang dapat disederhanakan menjadi:

$$\alpha q_1^{\alpha-1} q_2^{\beta} = \lambda p_1 \tag{4}$$

$$\beta q_1^{\alpha} q_2^{\beta-1} = \lambda p_2 \tag{5}$$

$$p_1 q_1 + p_2 q_2 = m(1-t_m) \tag{6}$$

Membagi persamaan (4) dengan (5) menghasilkan:

$$\frac{\alpha q_2}{\beta q_1} = \frac{p_1}{p_2}$$

yang jika dimasukkan ke dalam persamaan (6) menghasilkan kedua fungsi permintaan *Marshall*:

$$q_1^* = \frac{m(1-t_m)}{\left(1+\frac{\beta}{\alpha}\right)p_1}$$
$$q_2^* = \frac{m(1-t_m)}{\left(1+\frac{\alpha}{\beta}\right)p_2}$$

Soal Kedua

Diketahui bahwa operasi sehari2 sebuah perusahaan mengikuti fungsi produksi *Cobb-Douglas*:

$$f(K, L) = K^\alpha L^\beta$$

dimana $0 \leq \alpha, \beta \leq 1$

1. Apa dampak pada hasil produksi jika jumlah barang kapital K dan tenaga kerja L sama2 digandakan? Jika dikali t?
2. Dengan asumsi fungsi biaya produksi $rK + wL$, tentukan K dan L optimal untuk suatu tingkatan produksi $\bar{q} = K^\alpha L^\beta$

Jawab:

Jika K dan L digandakan maka:

$$f(2K, 2L) = (2K)^\alpha (2L)^\beta$$
$$f(2K, 2L) = 2^{\alpha+\beta} K^\alpha L^\beta$$

Jika K dan L dikali t maka:

$$f(2K, 2L) = (tK)^\alpha (tL)^\beta$$
$$f(2K, 2L) = t^{\alpha+\beta} K^\alpha L^\beta$$

K dan L optimal untuk suatu tingkatan produksi bagi suatu perusahaan berarti penggunaan K dan L yang pengeluarannya paling sedikit. Maka persamaan *Lagrange* yang terkait adalah:

$$\mathcal{L} = rK + wL - \lambda(K^\alpha L^\beta - \bar{q})$$

sehingga kondisi2 yang menyertainya sebagai berikut:

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial K} = r - \lambda \alpha K^{\alpha-1} L^{\beta} = 0$$
$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial L} = w - \lambda \beta K^{\alpha} L^{\beta-1} = 0$$
$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \lambda} = K^{\alpha} L^{\beta} - \bar{q} = 0$$

yang dapat disederhanakan menjadi:

$$r = \lambda \alpha K^{\alpha-1} L^{\beta} \tag{7}$$

$$w = \beta K^{\alpha} L^{\beta-1} \tag{8}$$

$$K^{\alpha} L^{\beta} = \bar{q} \tag{9}$$

Membagi persamaan (7) dengan (8) menghasilkan:

$$\frac{\alpha L}{\beta K} = \frac{r}{w}$$

yang jika dimasukkan ke dalam persamaan (9) menghasilkan K dan L optimal terhadap suatu tingkat produksi $\bar{q}$, yang disebut juga fungsi permintaan faktor produksi kondisional (terhadap $\bar{q}$):

$$K^{*} = \left(\bar{q} \left[\frac{w\alpha}{r\beta} \right]^{\beta} \right)^{\frac{1}{\alpha+\beta}}$$
$$L^{*} = \left(\bar{q} \left[\frac{r\beta}{w\alpha} \right]^{\alpha} \right)^{\frac{1}{\alpha+\beta}}$$