

# Procesamiento Digital de Imágenes

## Unidad IV: Restauración de imágenes

Departamento de Informática - FICH  
Universidad Nacional del Litoral

23 de abril de 2018

**FICH**

**UNL**

# Temas a desarrollar

---

- Motivación.
- Estudio de los problemas posibles
  - Modelo de degradación.
  - Modelos de ruido.
- Filtrado espacial
- Ruido periódico y filtrado frecuencial
- Estudio de la degradación
  - Estimación de  $H$
  - Filtrado inverso
- Filtrado de mínimos cuadrados
- Filtro generalizado de Wiener

# Motivación

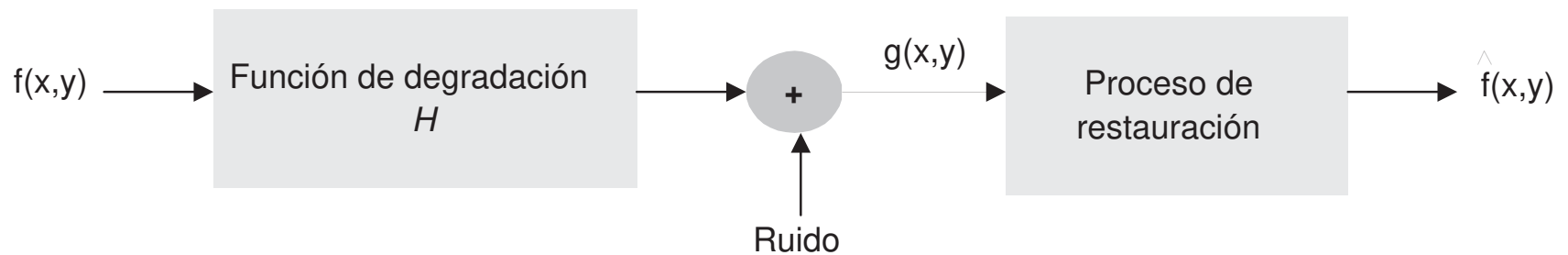
- El realce o mejoramiento de imágenes:
  - Objetivo: manipulación de la imagen para ajustarse a la psicofísica del sistema visual humano.
  - Aplicación de heurísticos.
  - Procesamiento subjetivo.
- La restauración:
  - Objetivo: recuperación de una imagen que sufrió una degradación por algún fenómeno. Ejemplo:
    - Contaminación por ruido
    - Problemas de enfoque
    - Distorsiones geométricas
    - Artefactos de movimiento
  - Aplicación de modelos que ajustan la degradación y procesos inversos para recuperar la imagen original.
  - Procesamiento objetivo.

# Modelo de degradación

- La imagen original es afectada por una **función de degradación** más el aporte de **ruido**.

$$\text{Dominio espacial} \rightarrow g(x,y) = h(x,y) * f(x,y) + \eta(x,y)$$

$$\text{Dominio frecuencial} \rightarrow G(u,v) = H(u,v) F(u,v) + N(u,v)$$



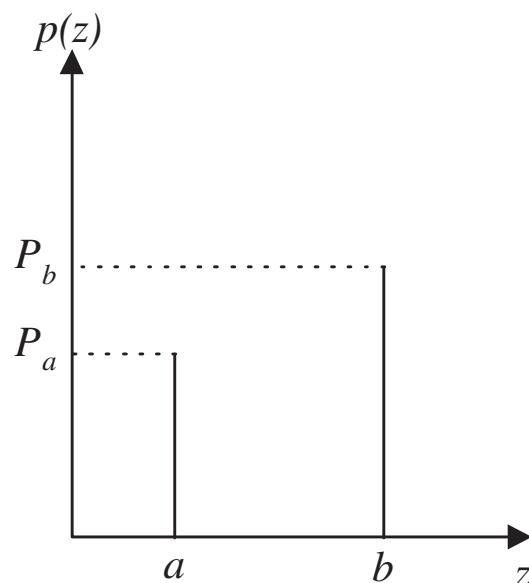
- Abordaje del problema:
  - Asumimos  $H=1$  y estudiamos el ruido.
  - Luego estudiamos  $H$  y la restauración en presencia de ambos componentes.

# Modelos de ruido

- Ruido: información no deseada que contamina la imagen.
- Fuentes de ruido:
  - Adquisición: defectos en los sensores, temperatura, ruido de línea en el sistema de captura, etc.
  - Transmisión: interferencias en el canal (ej: variación de condiciones atmosféricas en microondas).
- Asumimos que el ruido:
  - Es independiente de las coordenadas espaciales (salvo ruido periódico).
  - No está correlacionado con la imagen.
- El ruido queda descripto mediante variables estadísticas, en particular la PDF (función de densidad de probabilidad).

# Modelos de ruido

- Ruido Impulsivo:

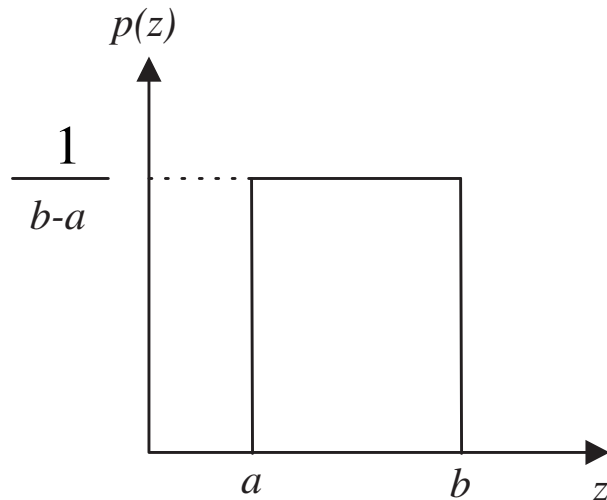


$$p(z) = \begin{cases} P_a & \text{para } z = a \\ P_b & \text{para } z = b \\ 0 & \text{otro} \end{cases}$$

- Casos particulares:
  - Ruido Bipolar (de disparo o sal y pimienta):  $P_a \approx P_b$
  - Ruido Unipolar:  $P_a = 0$  ó  $P_b = 0$
- Presente en defectos electrónicos de dispositivos CCD, errores en transmisión o ruido externo que contamina la conversión A/D.

# Modelos de ruido

- Ruido Uniforme:



$$p(z) = \begin{cases} \frac{1}{b-a} & \text{si } a \leq z \leq b \\ 0 & \text{otro} \end{cases}$$

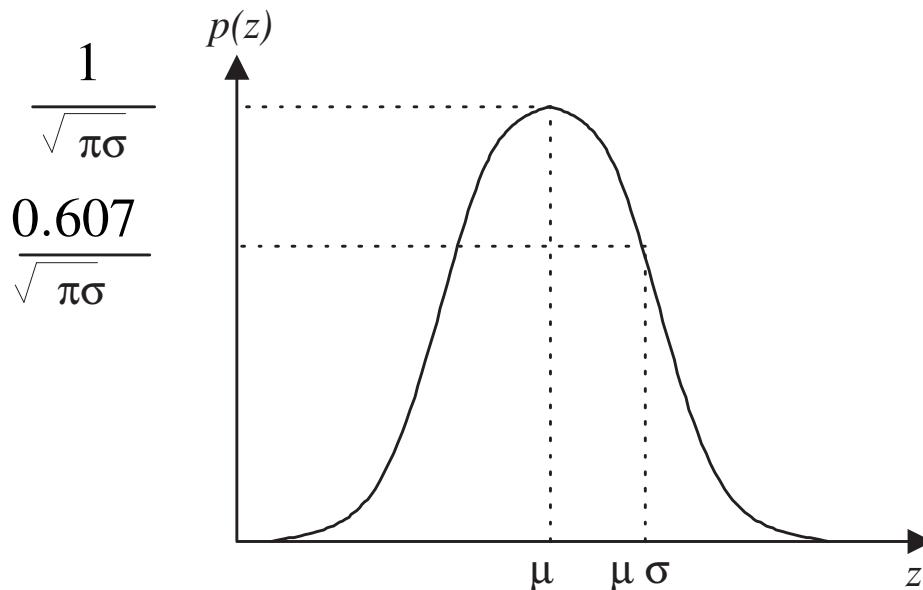
$$\mu = \frac{a+b}{2}$$

$$\sigma^2 = \frac{(b-a)^2}{12}$$

- Utilizado para simulación de valores aleatorios

# Modelos de ruido

- Ruido Gaussiano:



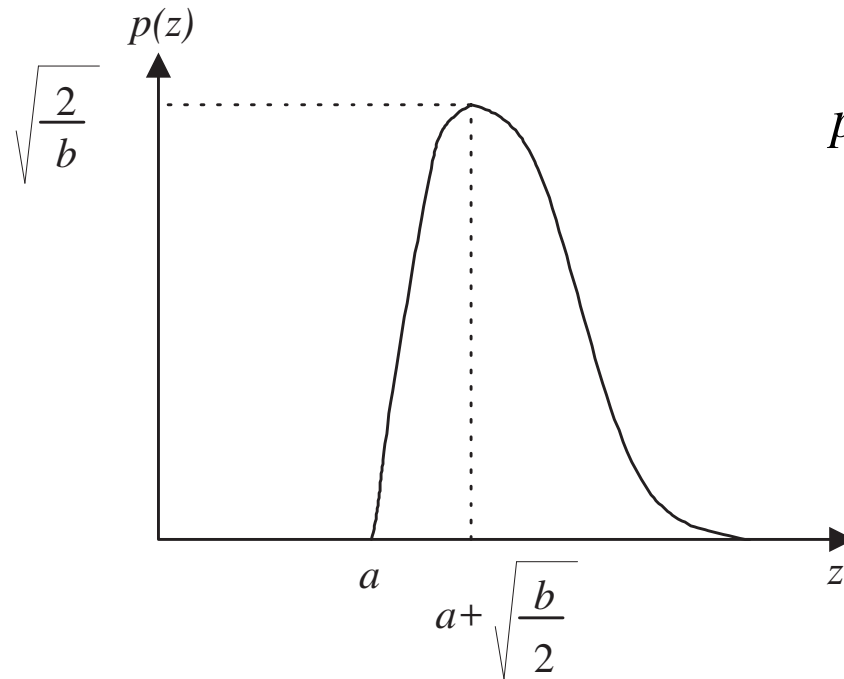
$$p(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-(z-\mu)^2/2\sigma^2}$$

- Generado por componentes electrónicos.
- Ampliamente utilizado por su versatilidad matemática, aún en situaciones donde no se ajusta a los principios físicos del ruido.



# Modelos de ruido

- Ruido Rayleigh:



$$p(z) = \begin{cases} \frac{2}{b}(z-a)e^{-(z-a)^2/b} & \text{para } z \geq a \\ 0 & \text{para } z < a \end{cases}$$

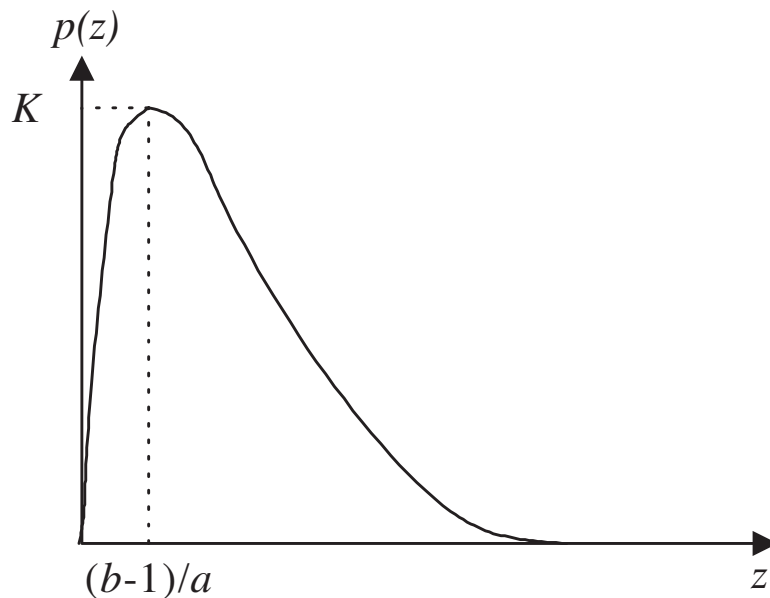
$$\mu = a + \sqrt{\pi b/4}$$

$$\sigma^2 = \frac{b(4-\pi)}{4}$$

- Presente en imágenes de radar.

# Modelos de ruido

- Ruido Gamma:



$$p(z) = \begin{cases} \frac{a^b z^{b-1}}{(b-1)!} e^{-az} & \text{para } z \geq 0 \\ 0 & \text{para } z < 0 \end{cases}$$

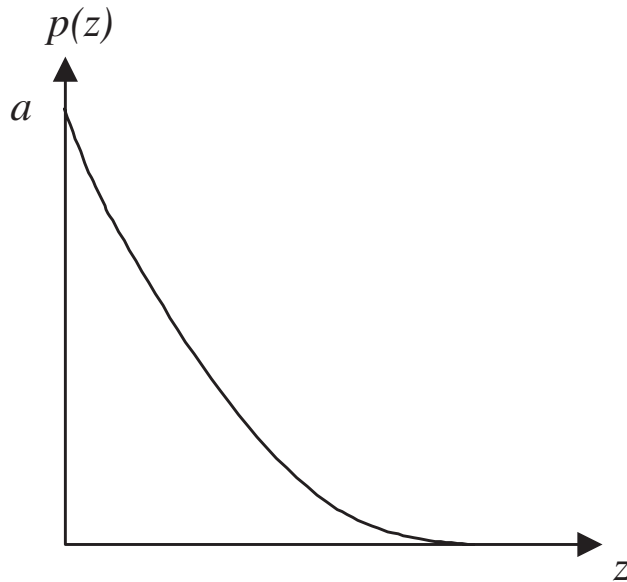
$$\mu = \frac{b}{a}$$

$$\sigma^2 = \frac{b}{a^2}$$

- Presente en imágenes generadas por laser.

# Modelos de ruido

- Ruido Exponencial:



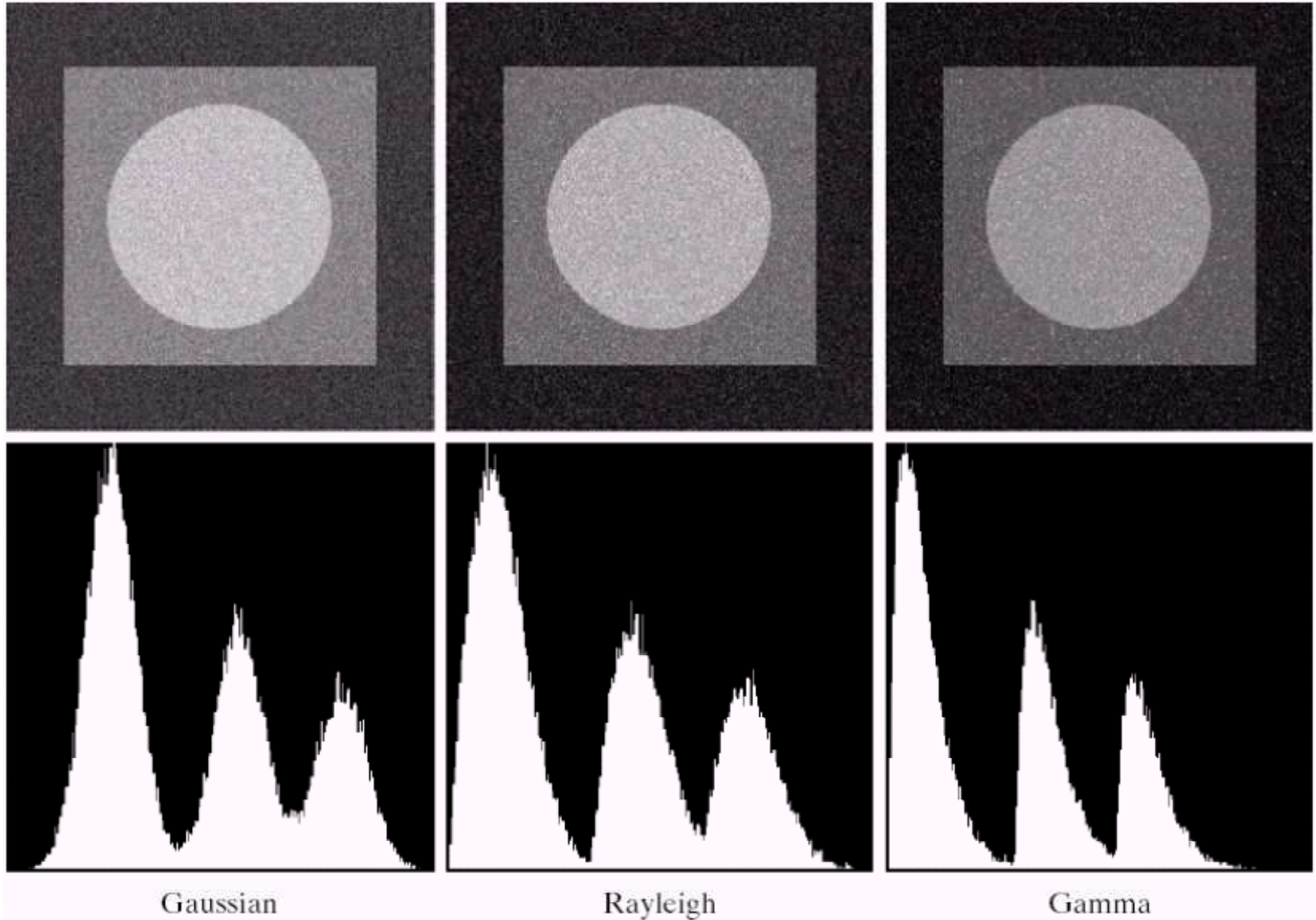
$$p(z) = \begin{cases} ae^{-az} & \text{para } z \geq 0 \\ 0 & \text{para } z < 0 \end{cases}$$

$$\mu = \frac{1}{a}$$

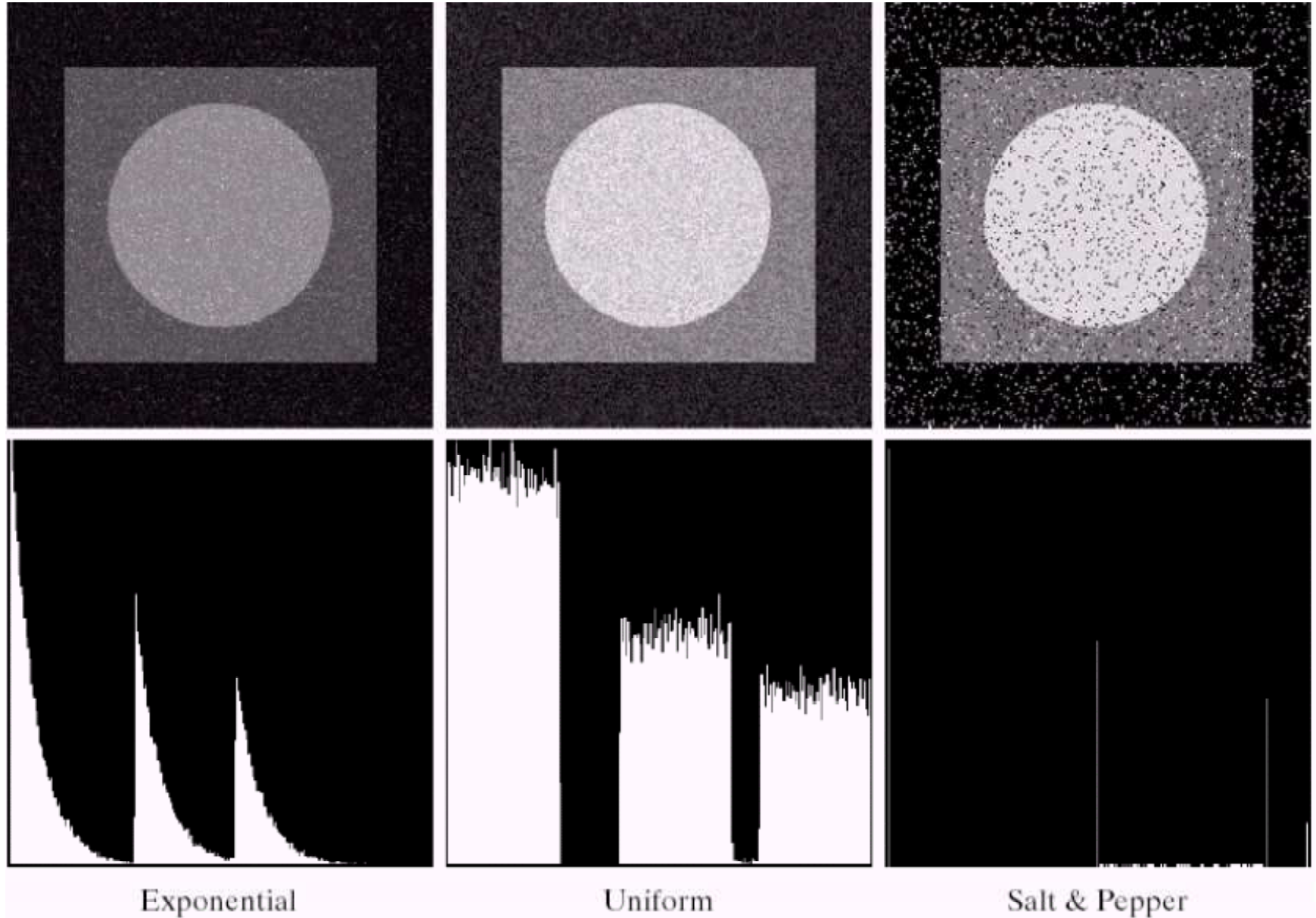
$$\sigma^2 = \frac{1}{a^2}$$

- Caso particular de ruido gamma con  $b = 1$ .
- Presente en imágenes generadas por laser.

# Modelos de ruido: ejemplos



# Modelos de ruido: ejemplos



# Modelos de ruido

- Estimación de parámetros estadísticos del ruido:
  - Hoja de datos de sensores - Dependencia con el sistema de adquisición.
  - Prueba con imágenes: utilización del histograma como estimador de la distribución del ruido.
    - Patrón de áreas de intensidad constante.
    - Recortes de áreas constantes en imágenes adquiridas.
- Cálculo de:
  - Media y varianza.
  - Parámetros  $a$  y  $b$ .
  - Patrón de gris medio constante para estimar ruido impulsivo.

# Restauración mediante filtrado espacial

- Cuando  $H = 1$  sólo tenemos ruido aditivo:

$$g(x, y) = f(x, y) + \eta(x, y)$$
$$G(u, v) = F(u, v) + N(u, v)$$

- Generalmente (salvo en el ruido periódico), la forma de  $N$  no es conocida, por lo que la resta  $G - N$  no es posible.
- El método adecuado es el **filtrado espacial**:
  - *Filtros de medias*: promediado sobre una vecindad.
  - *Filtros de orden*: ordenamiento ascendente sobre una vecindad y reemplazo de grises.
  - *Filtros adaptativos*: adaptación del comportamiento acorde a las características de la vecindad.

# Filtros de medias

- Filtro de la media aritmética:

$$\hat{f}(x, y) = \frac{1}{mn} \sum_{(s, t) \in S_{xy}} g(s, t)$$

- Reduce el ruido por desenfoque, al convolucionar la imagen con una máscara de coeficientes  $1/mn$ .



# Filtros de medias

- Filtro de la media aritmética:

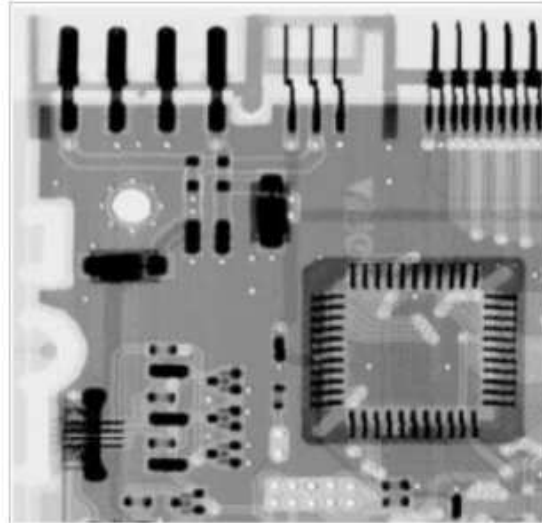
$$\hat{f}(x, y) = \frac{1}{mn} \sum_{(s,t) \in S_{xy}} g(s, t)$$

- Reduce el ruido por desenfoque, al convolucionar la imagen con una máscara de coeficientes  $1/mn$ .
- Filtro de la media geométrica:

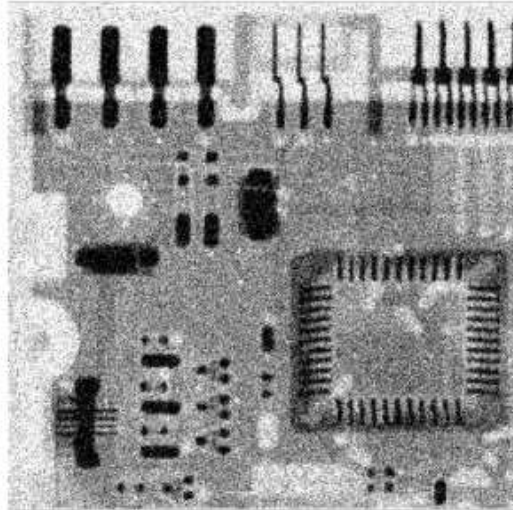
$$\hat{f}(x, y) = \left[ \prod_{(s,t) \in S_{xy}} g(s, t) \right]^{\frac{1}{mn}}$$

- Suaviza la imagen con menor pérdida de detalles de la imagen.
- Bueno para ruido gaussiano, falla con ruido impulsivo.

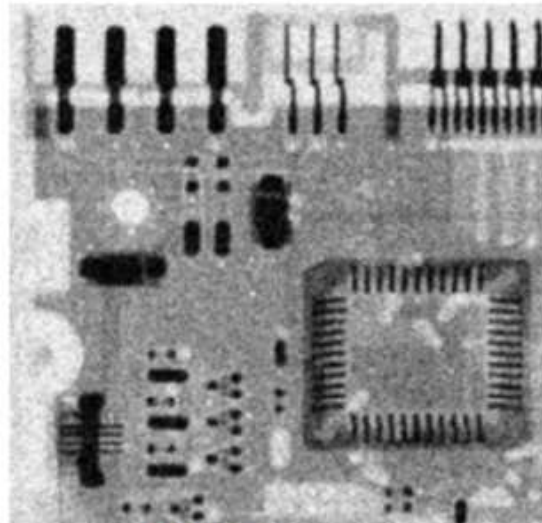
# Modelos de ruido: ejemplos



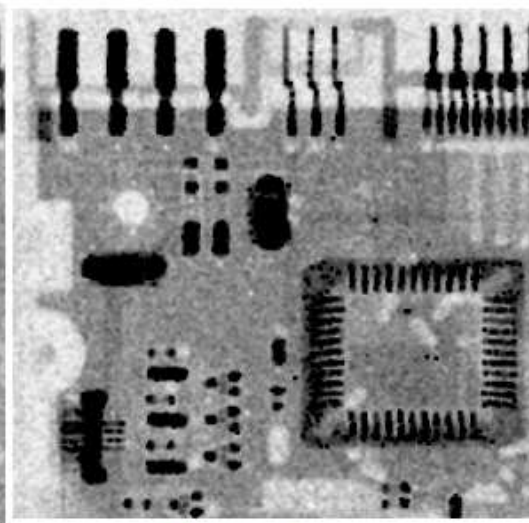
Original



Ruido gaussiano



Media aritmética



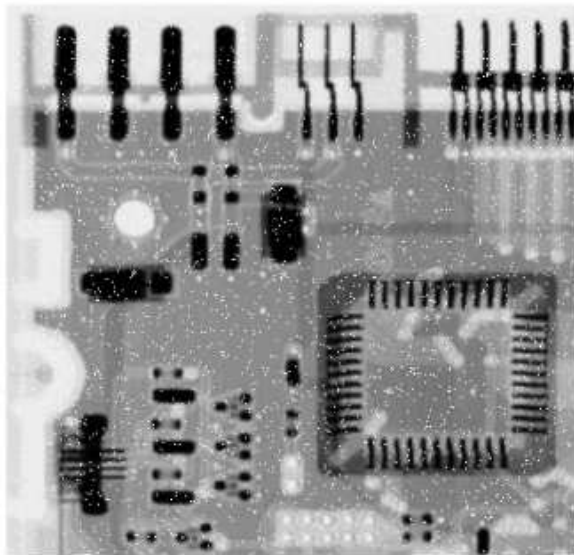
Media geométrica

# Filtros de medias

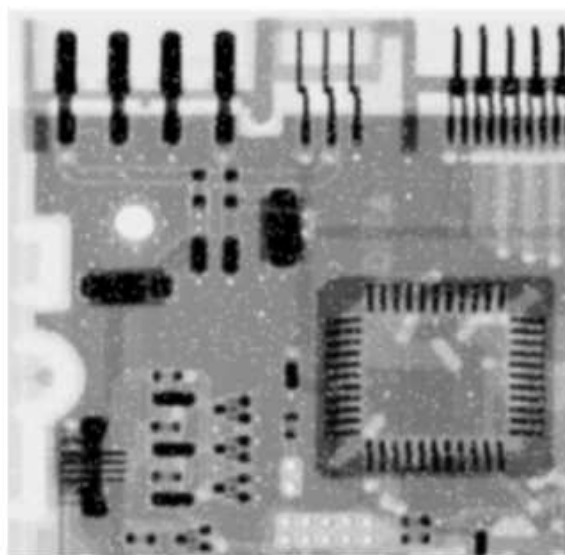
- Filtro de la media armónica:

$$\hat{f}(x,y) = \frac{mn}{\sum_{(s,t)} \frac{1}{g(s,t)}}$$

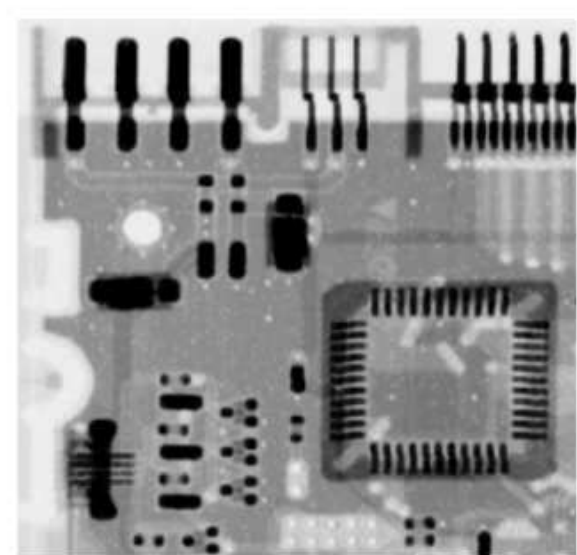
- Bueno para ruido sal, malo para ruido pimienta.
- Bien con ruido gaussiano, preservando detalles de la imagen.



**Ruido sal**



**Media aritmética**



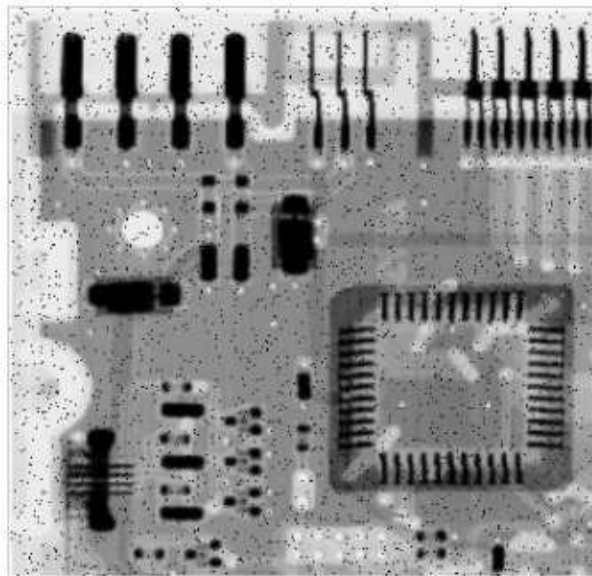
**Media armónica**

# Filtros de medias

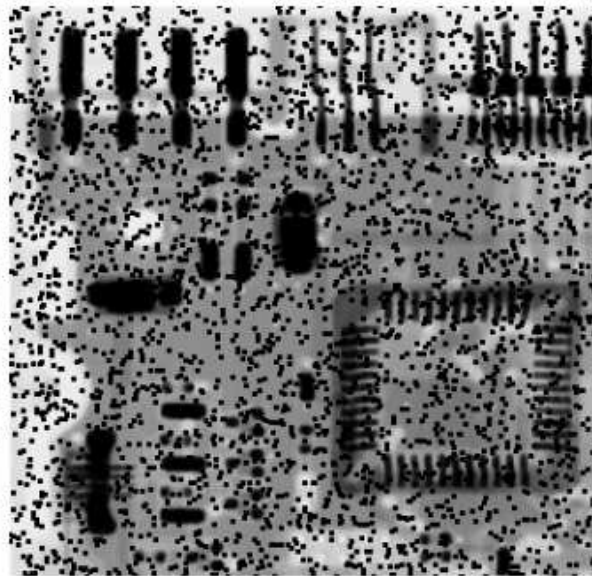
- Filtro de la media armónica:

$$\hat{f}(x,y) = \frac{mn}{\sum_{(s,t)} \frac{1}{g(s,t)}}$$

- Bueno para ruido sal, malo para ruido pimienta.
- Bien con ruido gaussiano, preservando detalles de la imagen.



**Ruido pimienta**



**Media armónica**

# Filtros de medias

- Filtro de la media armónica:

$$\hat{f}(x, y) = \frac{mn}{\sum_{(s,t)} \frac{1}{g(s,t)}}$$

- Bueno para ruido sal, malo para ruido pimienta.
- Bien con ruido gaussiano, preservando detalles de la imagen.
- Filtro de la media contra-armónica:

$$\hat{f}(x, y) = \frac{\sum_{(s,t)} g(s, t)^{Q+1}}{\sum_{(s,t)} g(s, t)^Q}$$

- $Q$ : orden del filtro.
- Bueno para ruido sal y pimienta.  $Q > 0$ : elimina pimienta,  $Q < 0$ : elimina sal.
- $Q = 0$ : media aritmética,  $Q = -1$ : media armónica.



# Modelos de ruido: ejemplos

Filtro contra-armónico con  $Q = -3$  sobre imagen con ruido tipo sal:





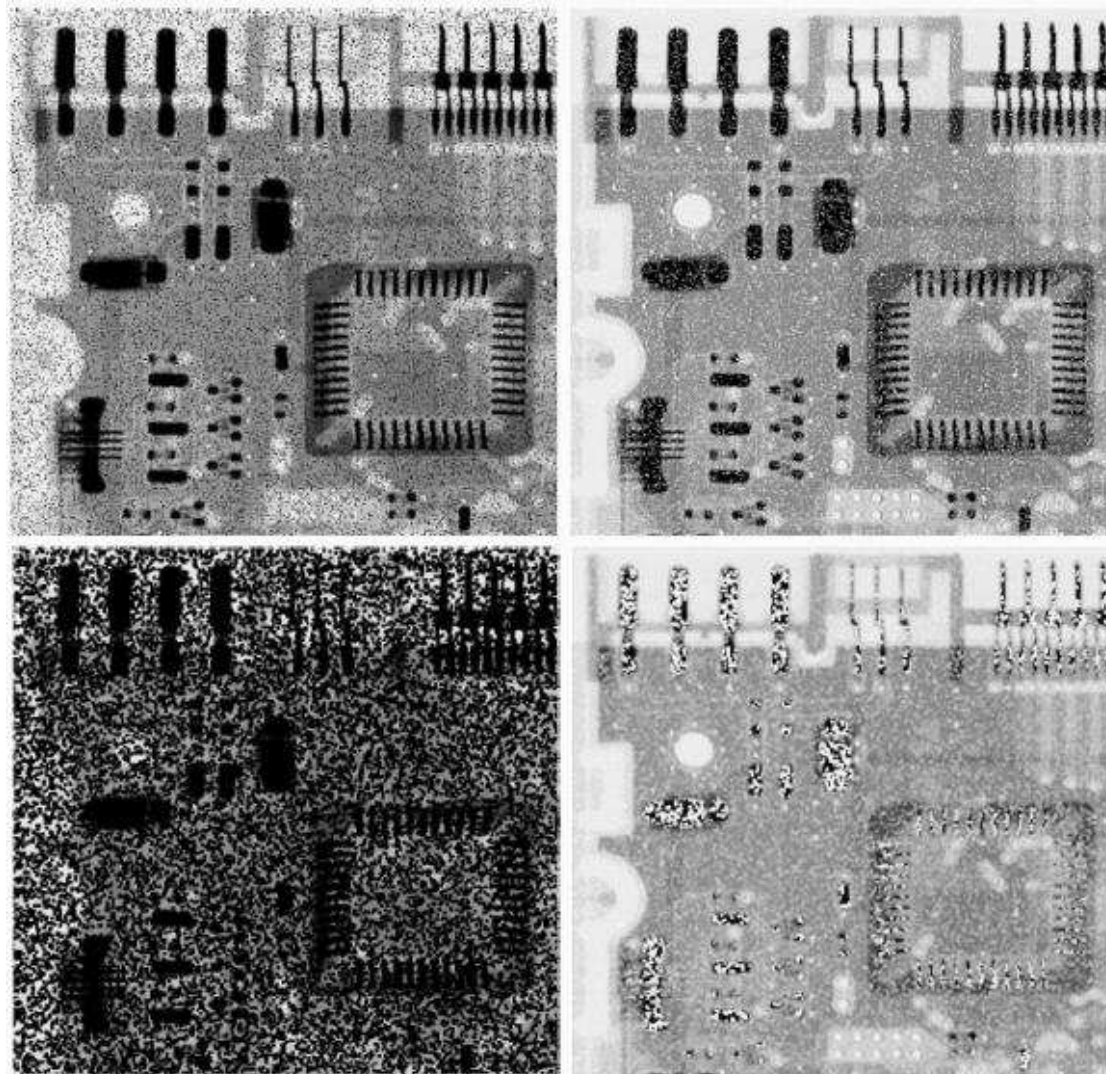
# Modelos de ruido: ejemplos

Filtro contra-armónico con  $Q = 3$  sobre imagen con ruido tipo pimienta:



# Modelos de ruido: ejemplos

Mala elección de  $Q$  en filtro contra-armónico:



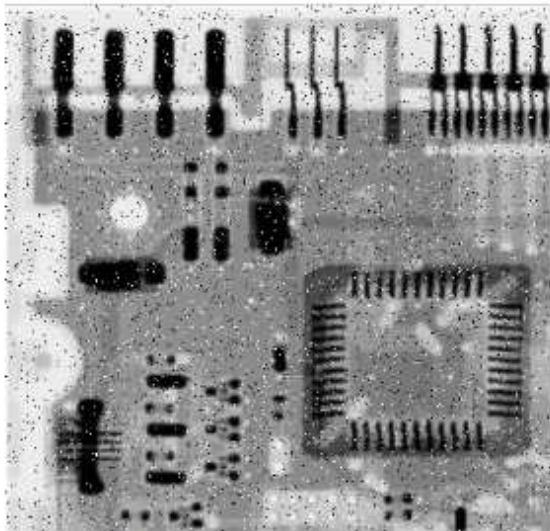


# Filtros de orden

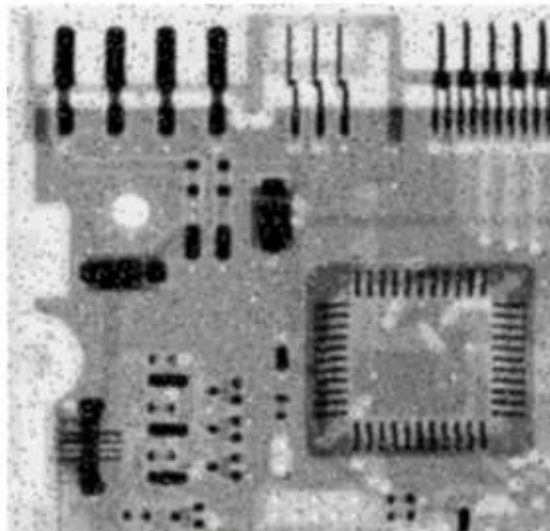
- Filtro de la mediana:

$$\hat{f}(x,y) = \text{mediana}_{(s,t)} \{g(s,t)\}$$

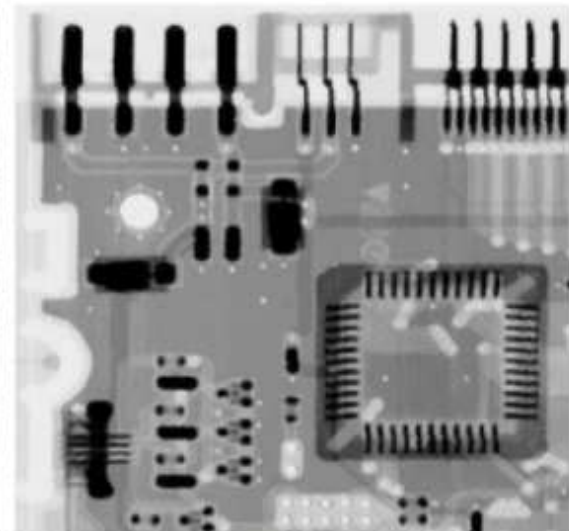
- Elección del valor medio de la vecindad.
- Buena reducción de ruido impulsivo sin el desenfoque de un filtro lineal de la misma talla.



Ruido sal y pimienta



Media aritmética



Mediana

# Filtros de orden

- Filtro de la mediana:

$$\hat{f}(x, y) = \text{mediana}_{(s, t)} \{g(s, t)\}$$

- Elección del valor medio de la vecindad.
- Buena reducción de ruido impulsivo sin el desenfoque de un filtro lineal de la misma talla.

- Filtro de la moda:

$$\hat{f}(x, y) = \text{moda}_{(s, t)} \{g(s, t)\}$$

- Elección del valor más frecuente en la vecindad.
- Aplicación de un umbral para el conteo.
- Util en ruido impulsivo, malo para otros tipos.

# Modelos de ruido: ejemplos

Ejemplo de filtro de moda:



# Filtros de orden

- Filtro de máxima:

$$\hat{f}(x, y) = \max_{(s, t)} \{g(s, t)\}$$

- Elección del valor máximo en la vecindad.
- Util para ruido tipo pimienta.

# Filtros de orden

- Filtro de máxima:

$$\hat{f}(x, y) = \max_{(s, t)} \{g(s, t)\}$$

- Elección del valor máximo en la vecindad.
- Util para ruido tipo pimienta.

- Filtro de mínima:

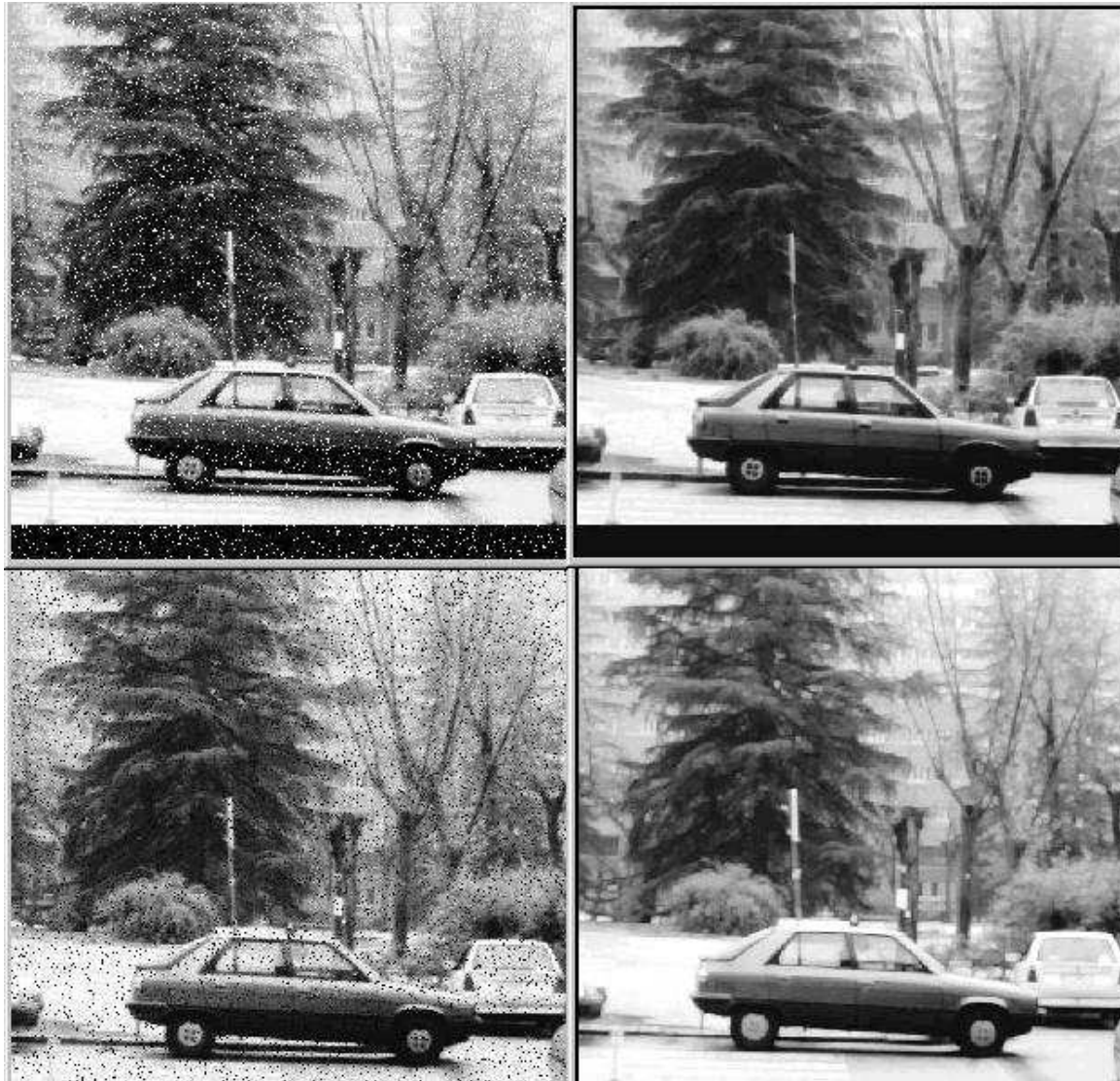
$$\hat{f}(x, y) = \min_{(s, t)} \{g(s, t)\}$$

- Elección del valor mínimo en la vecindad.
- Util para ruido tipo sal.



# Modelos de ruido: ejemplos

Ejemplo de filtro de mínima (línea superior) y máxima (línea inferior):



# Filtros de orden

- Filtro del punto medio:

$$\hat{f}(x, y) = \frac{1}{2} \left[ \min_{(s,t)} \{g(s, t)\} + \max_{(s,t)} \{g(s, t)\} \right]$$

- Elección del promedio entre el máximo y mínimo de la vecindad.
- Util para ruido tipo gaussiano o uniforme.

# Filtros de orden

- Filtro del punto medio:

$$\hat{f}(x, y) = \frac{1}{2} \left[ \min_{(s, t)} \{g(s, t)\} + \max_{(s, t)} \{g(s, t)\} \right]$$

- Elección del promedio entre el máximo y mínimo de la vecindad.
- Util para ruido tipo gaussiano o uniforme.
- Filtro de la media alfa-recortado:

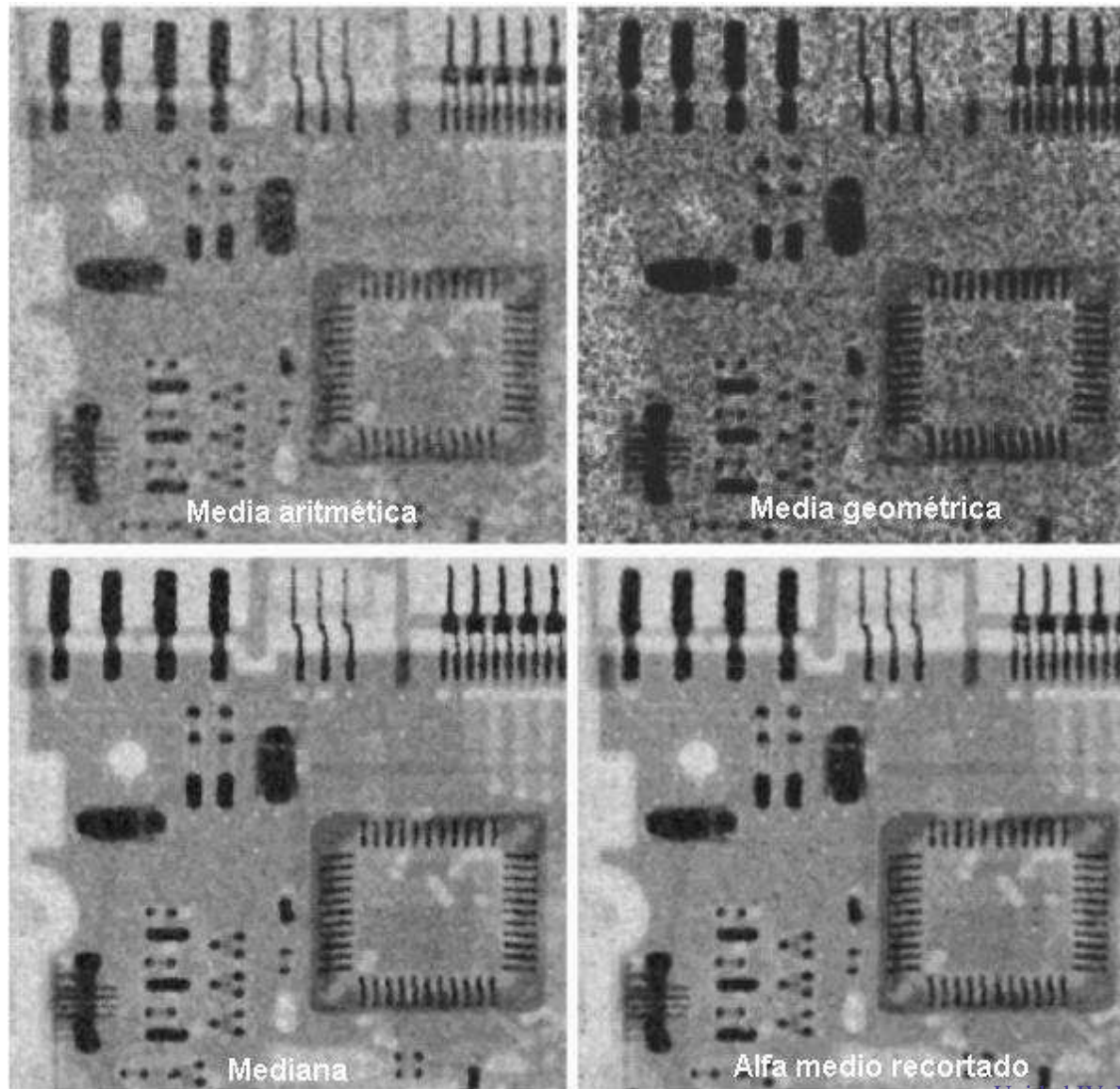
$$\hat{f}(x, y) = \frac{1}{mn - d} \sum_{(s, t)} g_t(s, t)$$

- Cálculo del promedio entre valores de la vecindad, con exclusión de  $d$  puntos:  $d/2$  más bajos y  $d/2$  más altos.
- Comportamiento situado entre la media aritmética y la mediana, dependiendo del valor de  $d$ .
- Util para combinaciones de ruido gaussiano y sal y pimienta.



# Modelos de ruido: ejemplos

Comparación:



# Filtros adaptativos

- Hasta ahora: los filtros se aplicaban teniendo en cuenta características estadísticas *globales* de la imagen.
- Los filtros **adaptativos** cambian su comportamiento según la estadística de la imagen *dentro* de la ventana bajo análisis.
- Desempeño superior a los filtros vistos anteriormente.
- Aumento en la complejidad del filtro.
- Dos filtros básicos:
  - Filtro adaptativo de reducción local del ruido.
  - Filtro adaptativo de mediana (OPTATIVO).

# Filtros adaptativos

- Filtro de reducción local del ruido:
  - Las medidas más simples de una variable aleatoria son la media y la varianza.
  - Ante ruido nulo (caso trivial), el filtro debe retornar el valor de la imagen original.
  - Ante variaciones locales ( $\sigma_L^2$ ) cercanas a la varianza del ruido ( $\sigma_\eta^2$ ), el filtro debe devolver la media ( $m_L$ ).
  - Ante variaciones locales mucho mayores que el ruido, el filtro debe devolver un valor cercano a la imagen original (varianza local alta asociada a bordes y detalles).

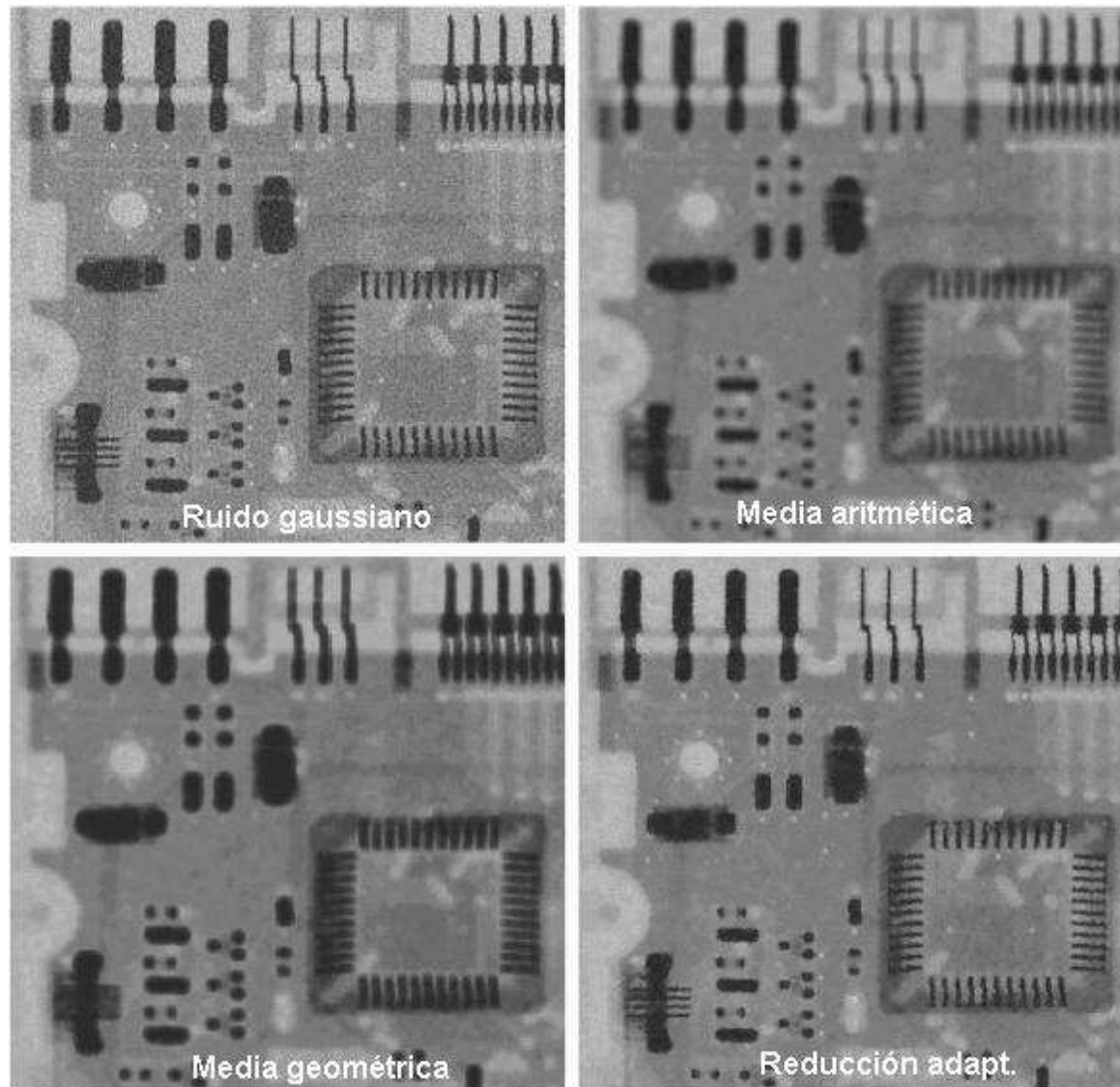
$$\hat{f}(x,y) = g(x,y) - \frac{\sigma_\eta^2}{\sigma_L^2} [g(x,y) - m_L]$$

# Filtros adaptativos

- Se asume que  $\sigma_{\eta}^2 \leq \sigma_L^2$ .
- Debe conocerse la varianza del ruido.
- Algunas veces no se conoce  $\sigma_{\eta}^2$ , por lo que hay que estimarla:
  - Si la estimación es baja: el algoritmo devuelve un resultado satisfactorio porque los cambios son pequeños.
  - Si la estimación es alta: se fija la relación a 1 y el algoritmo devuelve la media.
  - Introducción de no linealidad en el algoritmo por la comprobación de la relación entre varianzas, que previene resultados sin sentido.

# Modelos de ruido: ejemplos

Comparación:

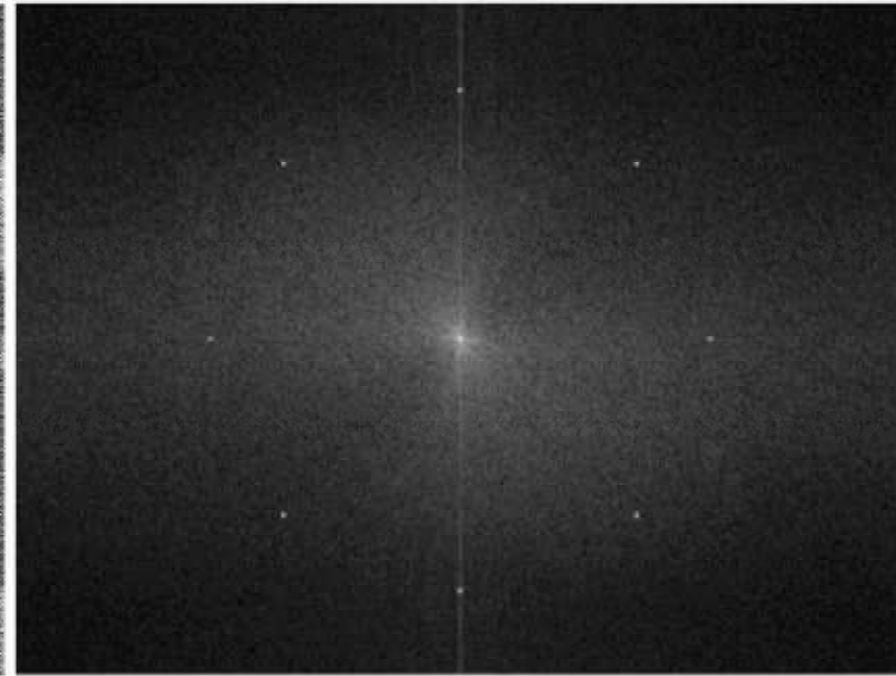
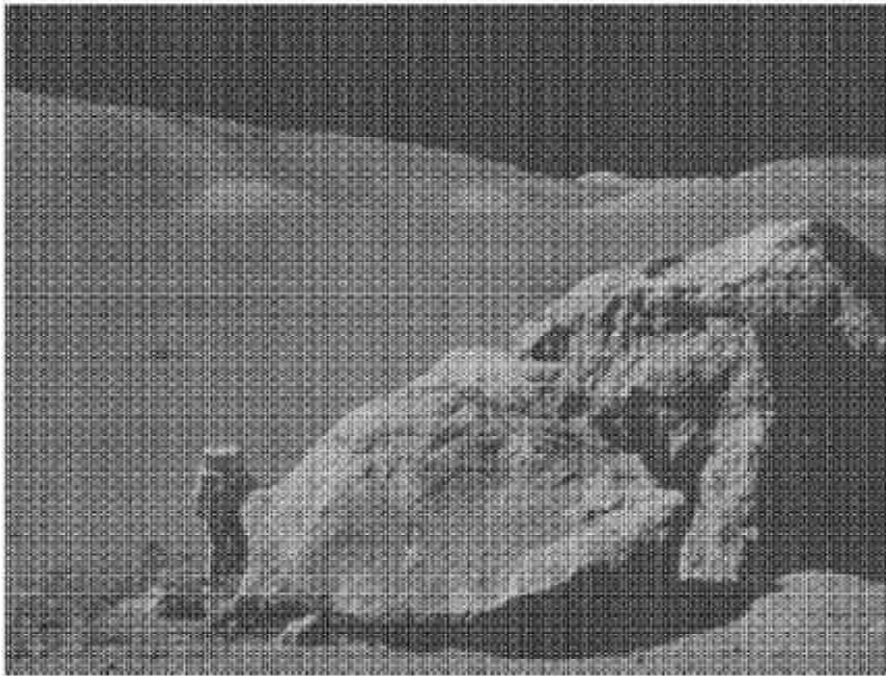




# Modelos de ruido

## *Ruido Periódico*

- Presente como interferencia eléctrica o electromecánica durante la adquisición.
- Dependencia espacial en la imagen.
- Componentes claramente visibles en el dominio frecuencial:



# Modelos de ruido

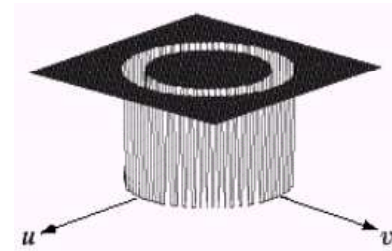
## *Ruido Periódico*

- Estimación de parámetros estadísticos:
  - Inspección del espectro de Fourier.
  - Inferencia directa sobre la imagen (en casos muy simples).
  - Métodos automáticos.
- Reducción mediante filtrado en el dominio frecuencial:
  - Filtros pasa-banda.
  - Filtros rechaza-banda.
  - Filtros notch.

# Restauración mediante filtrado frecuencial

- Filtro rechaza-banda: elimina o atenúa una banda de frecuencias alrededor del origen del espectro.
- Ideal:

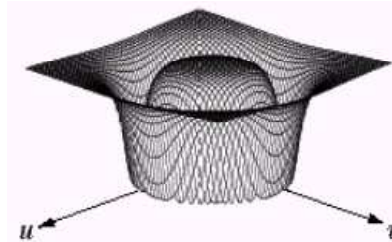
$$H(u, v) = \begin{cases} 1 & \text{si } D(u, v) < D_0 - \frac{W}{2} \\ 0 & \text{si } D_0 - \frac{W}{2} \leq D(u, v) \leq D_0 + \frac{W}{2} \\ 1 & \text{si } D(u, v) > D_0 + \frac{W}{2} \end{cases}$$



con  $D(u, v) = \sqrt{u^2 + v^2}$ ,  $W$ : ancho del filtro,  $D_0$ =centro radial.

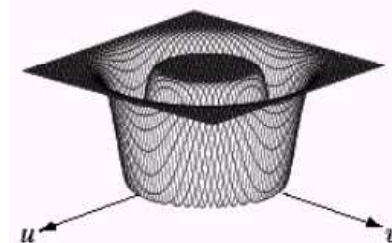
- Butterworth:

$$H(u, v) = \frac{1}{1 + \left[ \frac{D(u, v)W}{D^2(u, v) - D_0^2} \right]^{2n}}$$



- Gaussiano:

$$H(u, v) = 1 - e^{-\frac{1}{2} \left[ \frac{D^2(u, v) - D_0^2}{D(u, v)W} \right]^2}$$



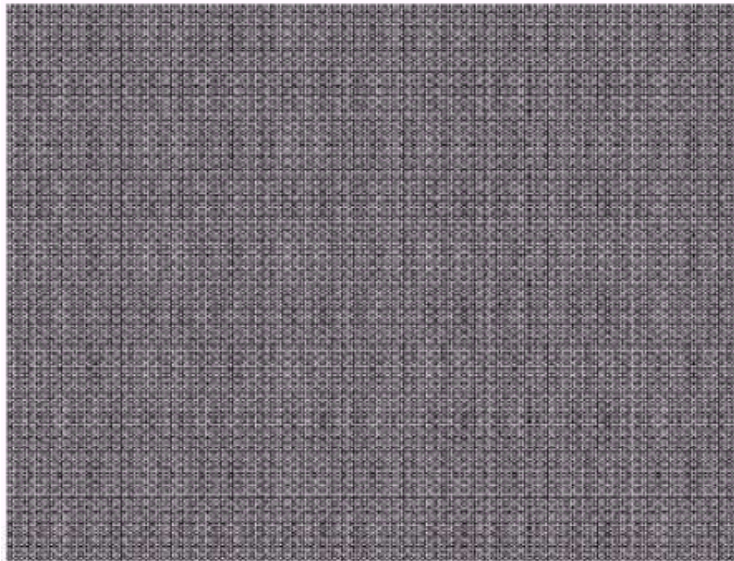


# Restauración mediante filtrado frecuencial

- Filtro pasa-banda: acción opuesta al rechaza-banda
- Se obtiene a partir de la especificación de la función de transferencia del filtro rechaza-banda:

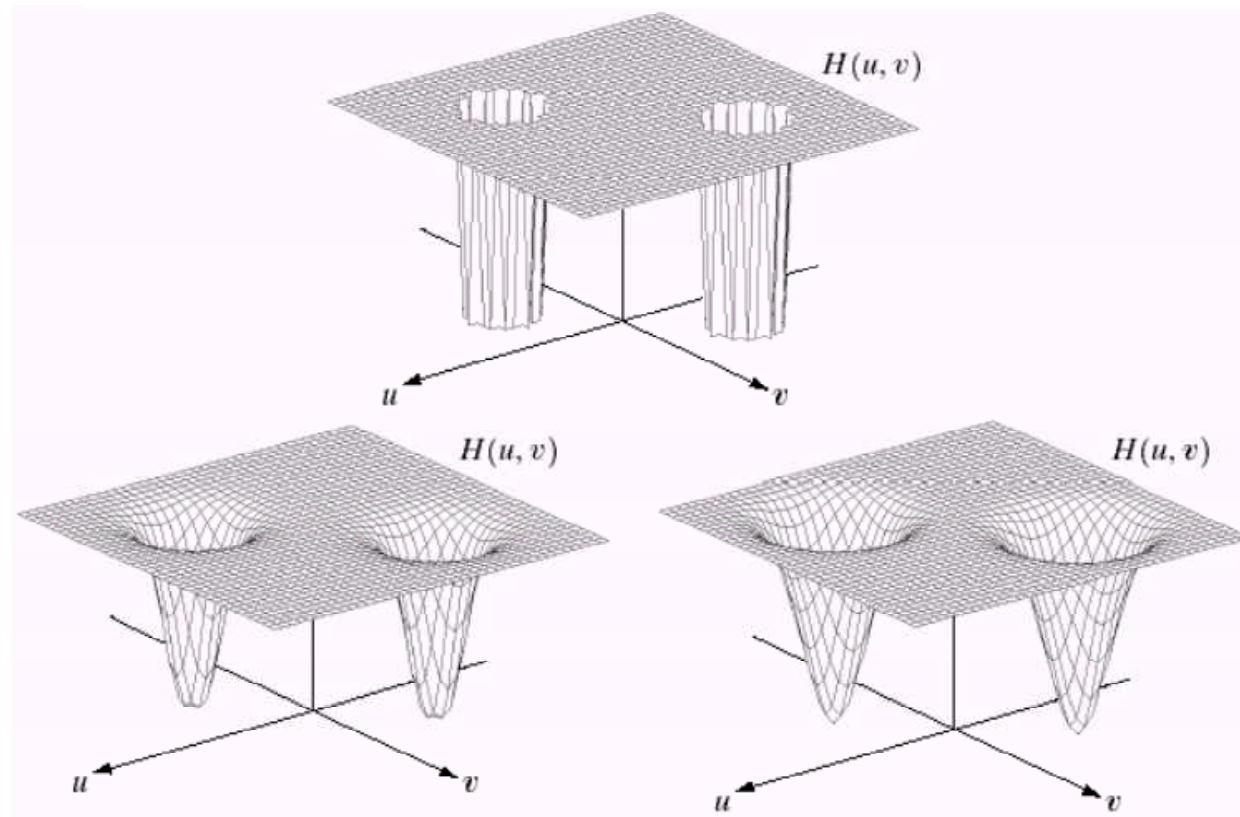
$$H_{PB}(u, v) = 1 - H_{RB}(u, v)$$

- Util para aislar las componentes de ruido y estudiar las propiedades de la imagen que está interfiriendo con la adquirida.



# Restauración mediante filtrado frecuencial

- Filtro notch:
  - Rechaza frecuencias alrededor de una frecuencia central.
  - Los picos aparecen de a pares conjugados (salvo en el origen).
  - Diferentes configuraciones: número de pares, tamaño del área notch.



# Restauración mediante filtrado frecuencial

- Ideal:

$$H(u, v) = \begin{cases} 0 & \text{si } D_1(u, v) \leq D_0 \text{ o } D_2(u, v) \leq D_0 \\ 1 & \text{otro} \end{cases}$$

con  $D_1(u, v) = D_2(u, v) = [(u - M/2 - u_0)^2 + (v - M/2 - v_0)^2]^{1/2}$

- Butterworth:

$$H(u, v) = \frac{1}{1 + \left[ \frac{D_0^2}{D_1(u, v) D_2(u, v)} \right]^n}$$

- Gaussiano:

$$H(u, v) = 1 - e^{-\frac{1}{2} \left[ \frac{D_1(u, v) D_2(u, v)}{D_0^2} \right]}$$

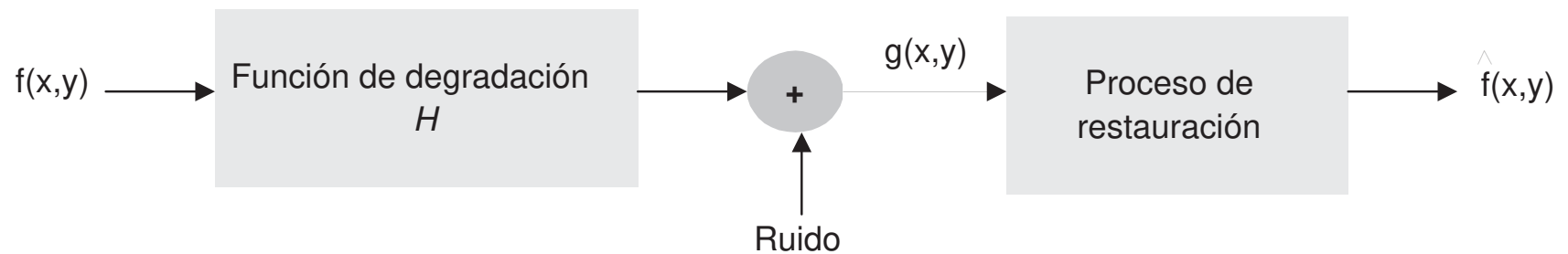
- Filtros notch pasantes: opuestos a los anteriores, con  $H_{PN}(u, v) = 1 - H_{RN}(u, v)$

# Modelo de degradación

- La imagen original es afectada por una **función de degradación** más el aporte de **ruido**.

$$\text{Dominio espacial} \rightarrow g(x,y) = h(x,y) * f(x,y) + \eta(x,y)$$

$$\text{Dominio frecuencial} \rightarrow G(u,v) = H(u,v) F(u,v) + N(u,v)$$



- Abordaje del problema:
  - Asumimos  $H=1$  y estudiamos el ruido.
  - Luego estudiamos  $H$  y la restauración en presencia de ambos componentes.

# Introducción

- Estudio anterior: efecto del ruido con degradación nula.
- Ahora: efecto de la función de degradación con ruido nulo

$$g(x,y) = h(x,y) * f(x,y)$$

$$G(u,v) = H(u,v) F(u,v)$$

- Estudiaremos: degradaciones que pueden ser modeladas mediante procesos lineales e invariantes a la posición.
  - Los filtros utilizados reciben el nombre de *filtros de deconvolución*.
  - El proceso de restauración se denomina *filtrado inverso*.
- Abordaje del problema:
  - Estimación de la función de degradación: tres maneras.
  - Planteo de algoritmos de filtrado.

# Estimación de $H$

- Estimación por observación de la imagen:
  - Utilizado cuando se dispone solamente de imágenes adquiridas, no del sistema de adquisición.
  - En áreas de alto contenido de señal podemos copiar grises y generar una subimagen "limpia"  $\hat{f}_s(x, y)$  basada en las estructuras de la imagen.
  - Inferencia de características de  $H$  mediante:

$$H_s(u, v) = \frac{G_s(u, v)}{\hat{F}_s(u, v)}$$

- Generación de  $H(u, v)$  mediante escalado (la invariancia al desplazamiento permite hacerlo).

# Estimación de $H$

- Estimación por experimentación:
  - Utilizado cuando se dispone del sistema de adquisición.
  - Obtención de la respuesta al impulso del sistema adquiriendo un patrón puntual de luz.
  - Estimación de la función de degradación mediante:

$$H(u, v) = \frac{G(u, v)}{A}$$

# Estimación de $H$

- Estimación por modelización:
  - A menudo se emplea un **modelo físico** para obtener la respuesta al impulso del sistema degradante. Ej: modelo de turbulencia atmosférica (desenfoque aprox. gaussiano)

$$H(u, v) = e^{-k(u^2 + v^2)^{5/6}}$$

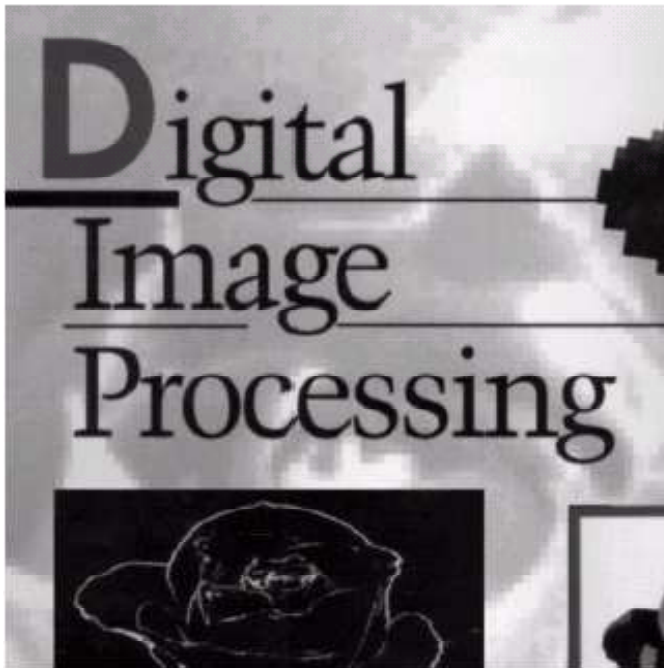




# Estimación de $H$

- Estimación por modelización:
  - En caso de conocer el motivo de la degradación, se puede plantear y ajustar un **modelo matemático**. Ej: desenfoque debido a movimiento uniforme en la imagen

$$H(u, v) = \frac{T}{\pi(ua + vb)} \sin[\pi(ua + vb)] e^{-j\pi(ua + vb)}$$



# Filtrado inverso

- En la ausencia de ruido, y conocida (o estimada) la función  $H$ , la manera más simple de restaurar la imagen es:

$$\hat{F}(u, v) = \frac{G(u, v)}{H(u, v)} = R(u, v) G(u, v)$$

donde el filtro inverso está dado por  $1/H(u, v)$ .

- En la presencia de ruido, la ecuación del sistema queda:

$$\hat{F}(u, v) = F(u, v) + \frac{N(u, v)}{H(u, v)}$$

- Analizando la ecuación:
  - Aunque se conozca  $H$ , no se puede recuperar la imagen original.
  - En valores pequeños de  $H$ , el ruido se amplifica desmesuradamente.
- En la práctica pueden ser difíciles de construir ya que son inestables.

# Filtrado inverso

- Solución #1: utilizar filtros pseudo-inversos:

$$R(u, v) = \begin{cases} \frac{1}{H(u, v)}, & |H(u, v)| > \varepsilon \\ 0, & \text{resto} \end{cases}$$

- Solución #2: suavizar la relación  $G/H$  con filtros pasa-bajos:



# Filtrado de mínimos cuadrados

- Aproximación que maneja la estadística del ruido y la función de degradación conjuntamente.
- El método considera a la imagen y al ruido como procesos aleatorios, y aplica estadística (correlación) entre la imagen y el ruido.
- **Filtro paramétrico de Wiener:** función que minimiza la relación ruido/señal. La restauración en el dominio frecuencial queda dada por:

$$\hat{F}(u, v) = \left[ \frac{1}{H(u, v)} \frac{|H(u, v)|^2}{|H(u, v)|^2 + \gamma \frac{S_\eta(u, v)}{S_f(u, v)}} \right] G(u, v)$$

$\gamma$ : parámetro del filtro.

$S_\eta(u, v) = |N(u, v)|^2$ : espectro de potencia del ruido.

$S_f(u, v) = |F(u, v)|^2$ : espectro de potencia de la imagen original.

# Filtrado de mínimos cuadrados

- Casos particulares:
  - $\gamma = 0$ : filtro inverso.
  - $\gamma = 1$ : filtro de Wiener.
  - $\gamma \neq 0, 1$ : filtro paramétrico de Wiener.
- La elección de  $\gamma = 1$  conduce a una función que minimiza el error cuadrático medio (óptimo estadísticamente):

$$e^2 = E\{(f - \hat{f})^2\}$$

- La implementación requiere conocer los espectros de potencia de la imagen y del ruido, o bien la relación señal/ruido  $\rho = S_f(u, v)/S_\eta(u, v)$ :

$$\hat{F}(u, v) = \left[ \frac{1}{H(u, v)} \frac{|H(u, v)|^2}{|H(u, v)|^2 + \frac{\gamma}{\rho}} \right] G(u, v)$$

Notar que cuando  $\eta \rightarrow 0$ , el filtro paramétrico tiende al filtro inverso.

# Filtrado de mínimos cuadrados

- Cuando no se conocen (o no se pueden estimar) los espectros de potencia se emplea la siguiente aproximación:

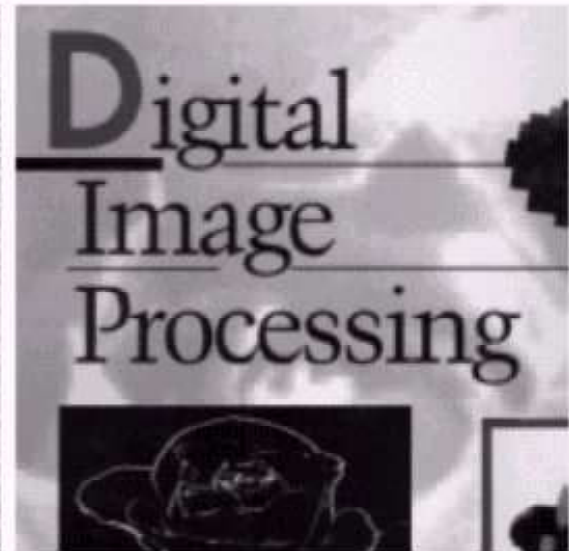
$$\hat{F}(u, v) = \left[ \frac{1}{H(u, v)} \frac{|H(u, v)|^2}{|H(u, v)|^2 + K} \right] G(u, v)$$



Desenfoque+ruido



F. inverso

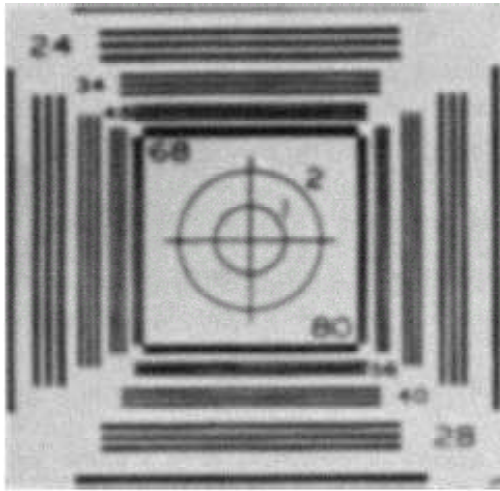


F. Wiener

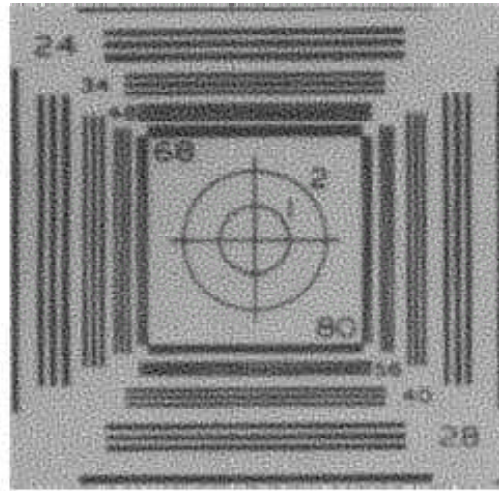


# Filtrado de mínimos cuadrados

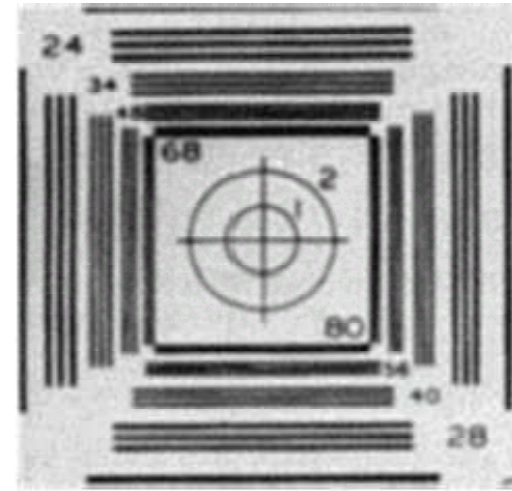
- Efecto del parámetro  $\gamma$  en el filtro paramétrico:



$g(x,y)$



$\hat{f}(x,y), \gamma = 0.1$



$\hat{f}(x,y), \gamma = 5$

- Valores pequeños de  $\gamma$ : mejor remoción de la degradación  $H$  (ej: desenfoque), y pobre filtrado del ruido (ej: ruido gaussiano).
- Valores altos de  $\gamma$ : pobre restauración de la degradación  $H$  y mejor filtrado del ruido.

# Filtro de la media geométrica

- Generalización del filtro de Wiener:

$$\hat{F}(u, v) = \left[ \frac{H^*(u, v)}{|H(u, v)|^2} \right]^\alpha \left[ \frac{H^*(u, v)}{|H(u, v)|^2 + \beta \frac{S_\eta(u, v)}{S_f(u, v)}} \right]^{1-\alpha} G(u, v)$$

con  $\alpha, \beta \in \mathbb{R} \geq 0$

- Familia de filtros según los parámetros:
  - $\alpha = 1$ : filtro inverso.
  - $\alpha = 0$ : filtro paramétrico de Wiener.  $\beta = 1$ : filtro de Wiener.
  - $\alpha = 1/2$ : media geométrica entre el f. inverso y el f. de Wiener.
  - $\alpha = 1/2$  y  $\beta = 1$ : filtro de ecualización del espectro de potencia.
  - Combinaciones.

# Fin de teoría

---

- Próxima teoría: Unidad V - Segmentación