

# Procesamiento Digital de Imágenes

## Unidad II: Operaciones en el dominio espacial (2º parte)

Departamento de Informática - FICH  
Universidad Nacional del Litoral

26 de marzo de 2018

**FICH**

**UNL**

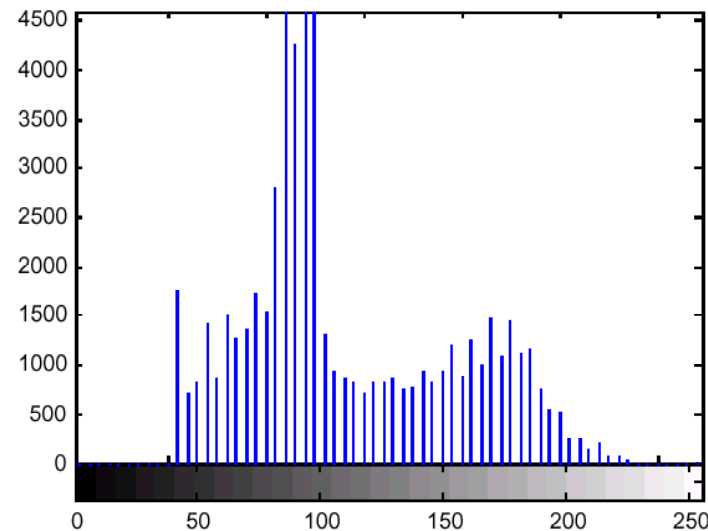
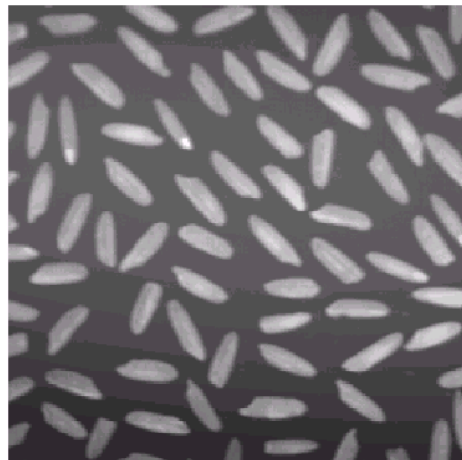
# Temas a desarrollar

---

- Operaciones puntuales globales: manejo del histograma.
- Operaciones locales:
  - Concepto de filtrado espacial.
  - Filtros espaciales lineales y no lineales. Definiciones y ejemplos.

# Manejo del histograma

- El **histograma** es una función discreta que describe de manera global la apariencia de una imagen: número de píxeles en función de las intensidades de grises.



- Probabilidad  $P(g)$  de ocurrencia de un determinado nivel  $g$ :

$$P(g) = \frac{n(g)}{n}, \text{ donde } \begin{cases} n(g): \text{numero de pixeles de intensidad } g \\ n: \text{numero de pixeles de la imagen} \end{cases}$$

$$P(g) \leq 1 \quad \forall g, \text{ y } \sum_g P(g) = 1$$

# Manejo del histograma

- Propiedades estadísticas del histograma
  - Media: valor promedio de los niveles de gris (brillo general de la imagen):

$$\bar{g} = \sum_{g=0}^{L-1} gP(g) = \frac{1}{n} \sum_{x=0}^{M-1} \sum_{y=0}^{N-1} f(x, y)$$



$$\bar{g} = 85.5$$



$$\bar{g} = 111.16$$



$$\bar{g} = 135.8$$

# Manejo del histograma

- Propiedades estadísticas del histograma
  - Varianza: dispersión de valores alrededor de la media (contraste de la imagen):

$$\sigma^2 = \sum_{g=0}^{L-1} (g - \bar{g})^2 P(g) = \frac{1}{n} \sum_{x=0}^{M-1} \sum_{y=0}^{N-1} [f(x, y) - \bar{g}]^2$$



$$\sigma^2 = 43$$



$$\sigma^2 = 59.18$$



$$\sigma^2 = 77.53$$

# Manejo del histograma

- Propiedades estadísticas del histograma
  - Asimetría sobre la media en la distribución de los niveles de gris:

$$a = \sum_{g=0}^{L-1} (g - \bar{g})^3 P(g)$$

- Energía: informa sobre la distribución de los niveles de gris. Valor máximo 1 para imagen con un único nivel de gris, disminuye con el aumento del número de grises.

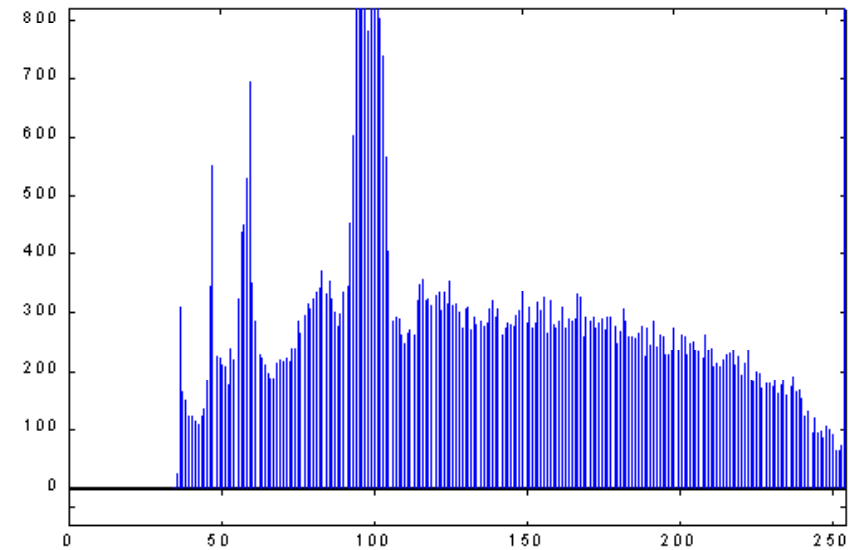
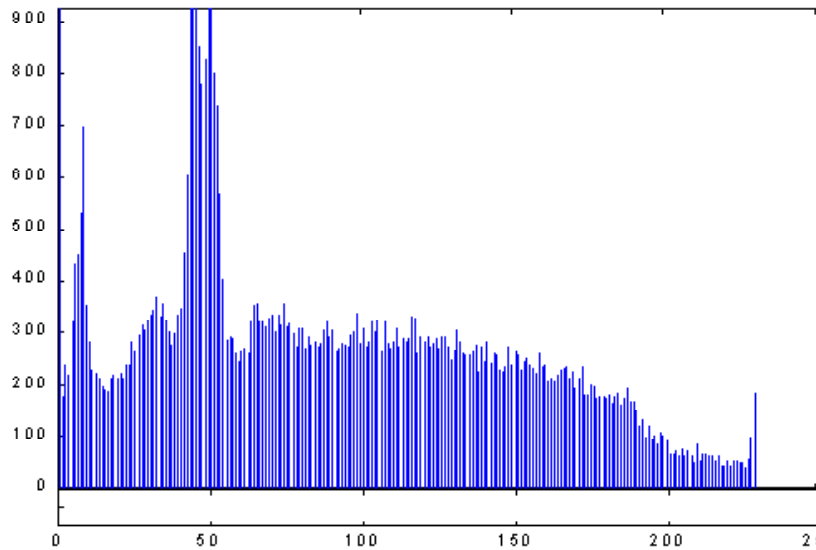
$$E = \sum_{g=0}^{L-1} P(g)^2$$

- Entropía: incerteza en la distribución, aumenta con el número de grises.

$$e = - \sum_{g=0}^{L-1} P(g) \log_2[P(g)]$$

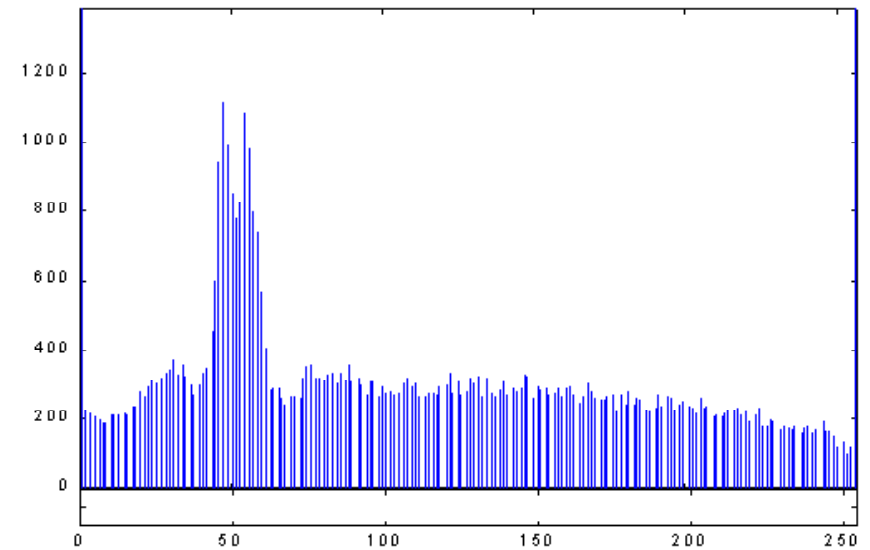
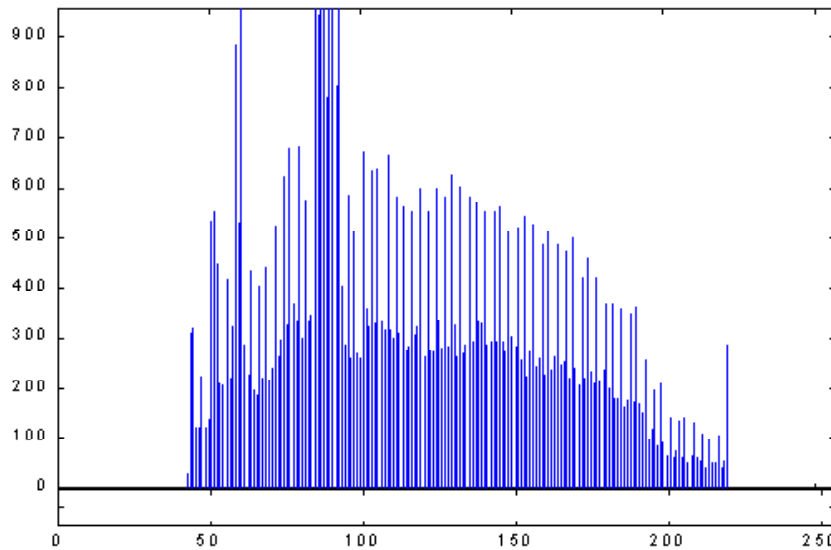
# Manejo del histograma

- Ejemplo de histograma con variación de brillo:



# Manejo del histograma

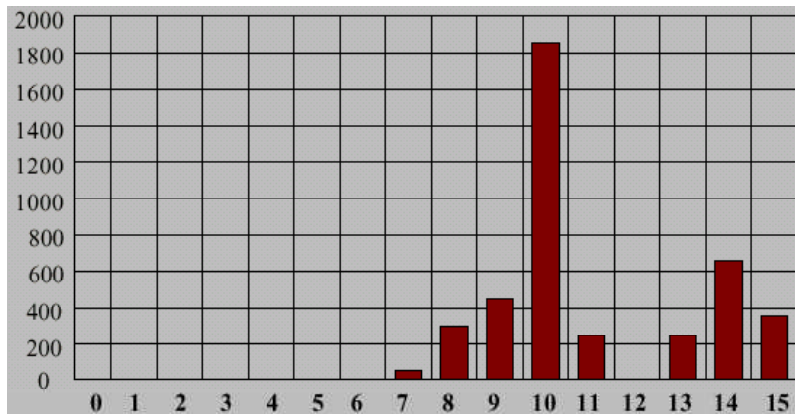
- Ejemplo de histograma con variación de contraste:



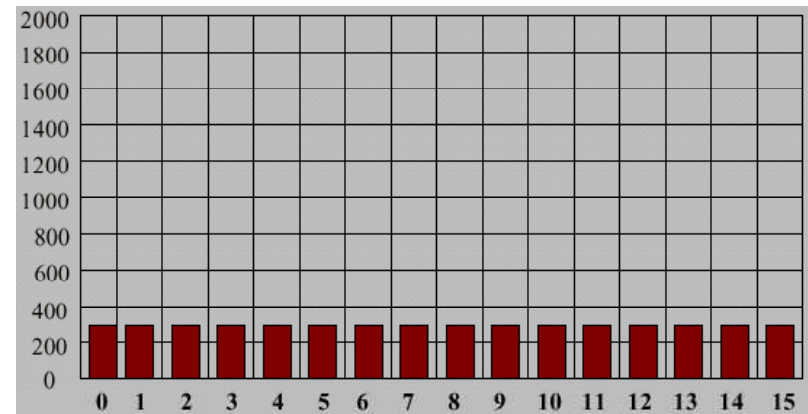


# Manejo del histograma

- **Manipulación del histograma** : operaciones que se realizan sobre la distribución de grises, a fin de mejorar el aspecto de la imagen.
- Procesos: manejo de brillo y contraste visto anteriormente en operaciones puntuales, desplazamiento, corrección gamma.
- **Ecualización** (o igualación): manipulación para mejorar el contraste. Redistribuye los grises de la imagen original sobre todos los grises disponibles.



Histograma original



Histograma ecualizado

# Manejo del histograma

- La operatoria se basa en controlar la función de densidad de probabilidad mediante una función de transformación.
- Suponemos imágenes digitales (valores discretos) con intensidades entre 0 y 1. La relación que define las probabilidades es:

$$p_r(r_k) = \frac{n_k}{n}, \text{ con } \begin{cases} 0 \leq r_k \leq 1 \\ k = 0, 1, \dots, L - 1 \end{cases}$$

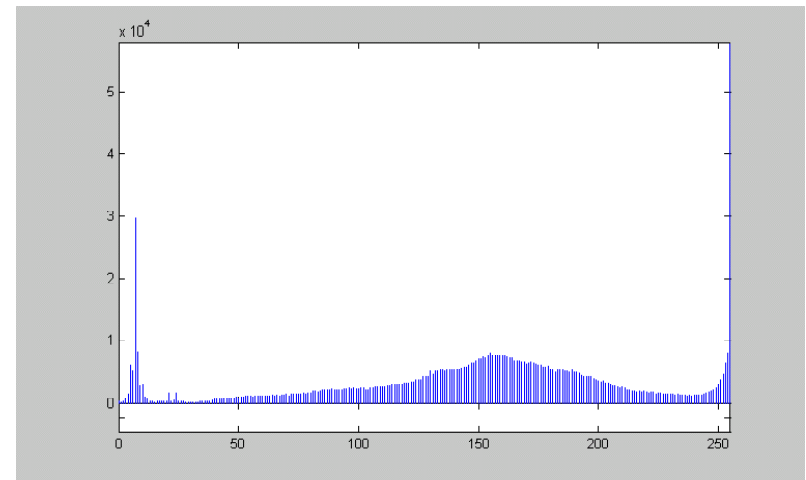
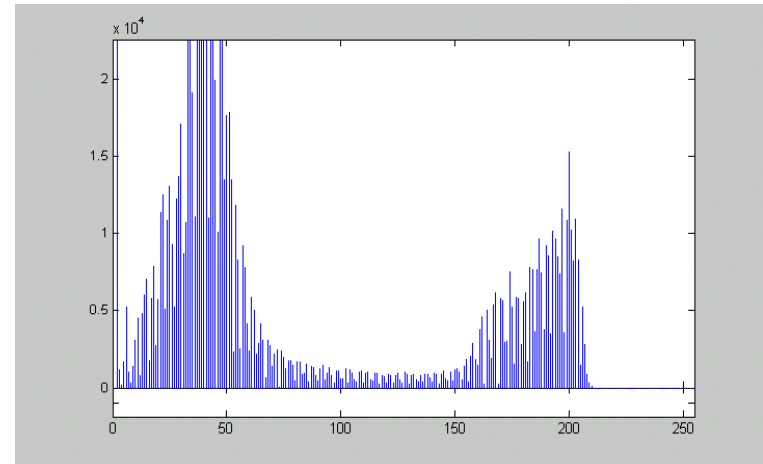
- La función de transformación utilizada es la Función de Distribución Acumulada (CDF), y está dada por:

$$s_k = T(r_k) = \sum_{j=0}^k \frac{n_j}{n} = \sum_{j=0}^k p_r(r_j), \text{ con } \begin{cases} 0 \leq r_k \leq 1 \\ k = 0, 1, \dots, L - 1 \end{cases}$$

(ver desarrollo del ejemplo en el apunte)

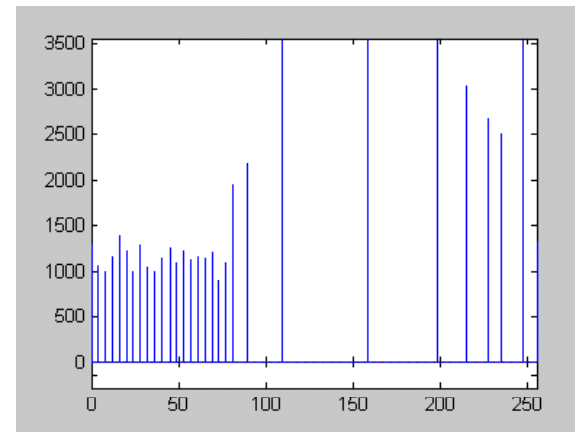
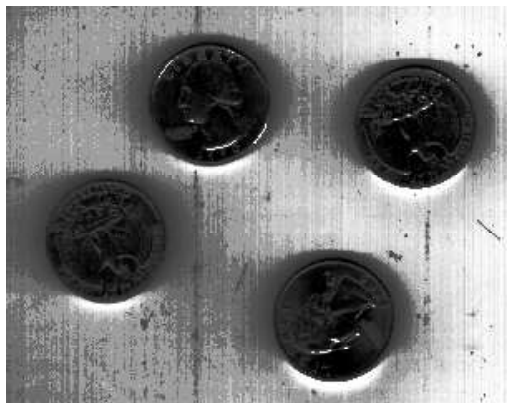
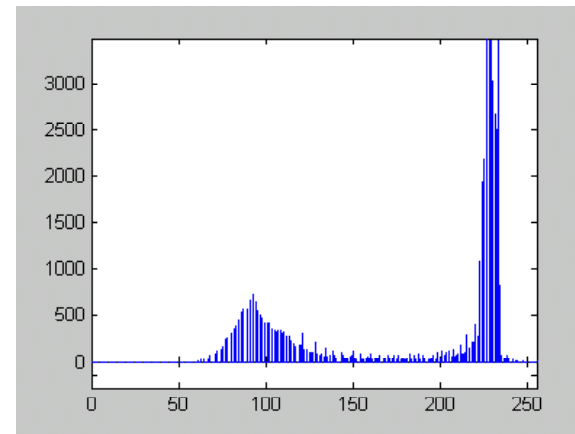
# Manejo del histograma

- Ejemplo:



# Manejo del histograma

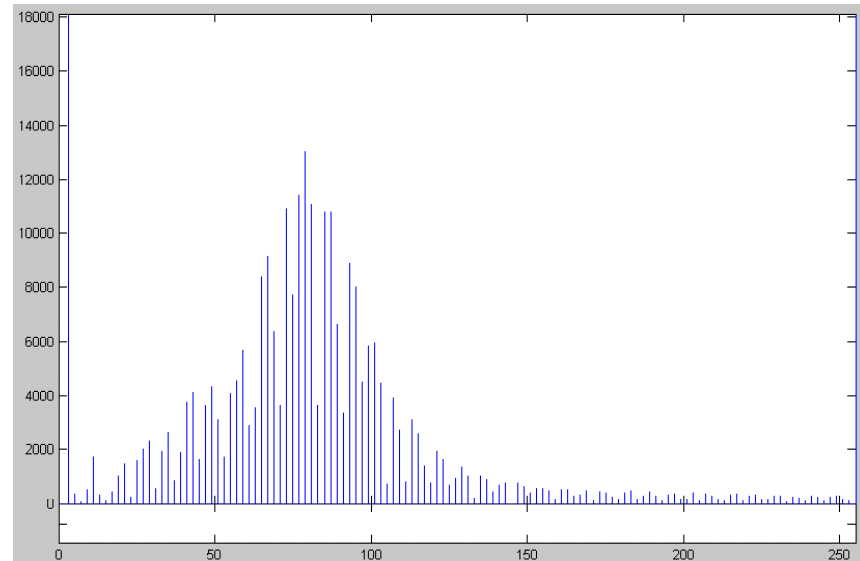
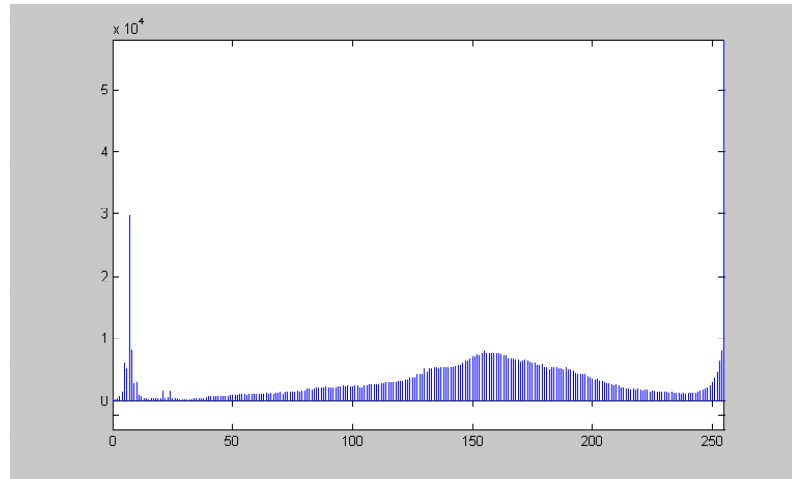
- No siempre produce buenos resultados, particularmente cuando el histograma origen está muy localizado (pico), pudiendo producir falsos bordes y regiones de diferente intensidad. En estos casos también aumenta la "granulosidad".



# Manejo del histograma

- Los resultados de la ecualización no son satisfactorios en algunos casos, o se requiere otra transformación diferente de la distribución uniforme, por lo que se aplica la **especificación** del histograma.
- Objetivo: aproximar el histograma original de la imagen a un histograma de referencia.
- Idea: calcular las funciones CDF para ambos histogramas, relacionar los valores de  $p_r(g_2)$  con los valores más cercanos de  $p_r(g_1)$ , y transformar los niveles  $g_2$  de la imagen de referencia en niveles  $g_1$  (lectura *optativa* de G&W).
- Util cuando se tiene una imagen de alta calidad que sirva de referencia para el realce de imágenes de menor calidad.

# Manejo del histograma

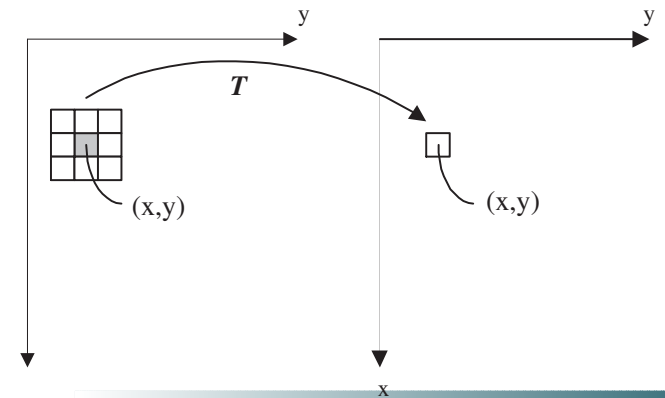


# Manejo del histograma

- Mejoras locales:
  - Necesaria cuando la zona a realzar es pequeña respecto a la imagen completa.
  - Exploración y especificación por subimágenes.
- Estadística del histograma para realce:
  - Cálculo de parámetros estadísticos en subimágenes: media, varianza, etc.
  - Planteo de métodos heurísticos de realce (ver G&W 3ra ed., ej. 3.12).

# Operaciones locales: conceptos

- Variaciones de los niveles de gris entre pixeles de acuerdo a su distancia:
  - Variaciones rápidas: componentes de altas frecuencias. Corresponde a bordes de los componentes de la escena (aparición de transiciones claro/oscuro).
  - Transiciones suaves: componentes de bajas frecuencias. Corresponde al nivel general de iluminación de la escena.
- Las vecindades de un pixel particular puede aportar información útil acerca de los niveles de iluminación o detalles de la escena en la zona.
- Muchas operaciones de realce se efectúan sobre regiones de interés alrededor de cada pixel de la imagen. El resultado es función del nivel de gris del pixel analizado y de los de su entorno.





# Filtrado espacial: concepto

- Modelo de la operación de realce en el dominio espacial:

$$g(x, y) = T(f)(x, y), \text{ con } \begin{cases} f(x, y): \text{ entrada al sistema (imagen bajo analisis)} \\ T: \text{ transformacion aplicada (lineal o no lineal)} \\ g(x, y): \text{ salida del sistema (imagen realzada)} \end{cases}$$

- Transformaciones lineales (extensión del concepto 1-D):
  - Operador  $T$ : lineal e invariante al desplazamiento (LSI).
  - $h(x, y)$ : respuesta al impulso del sistema.
  - Salida del sistema: convolución.

# Filtrado espacial: concepto

- Convolución 2D continua:

$$f(x, y) * h(x, y) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f(\tau_x, \tau_y) h(x - \tau_x, y - \tau_y) d\tau_x d\tau_y$$

- Caso discreto:

$$\begin{aligned} f(x, y) * h(x, y) &= \sum_{s=-\infty}^{\infty} \sum_{t=-\infty}^{\infty} f(s, t) h(x - s, y - t) \\ &= \sum_{s=-\infty}^{\infty} \sum_{t=-\infty}^{\infty} h(s, t) f(x - s, y - t) \end{aligned}$$

# Filtrado espacial: concepto

- Para reducir la complejidad computacional:  
 $h(s, t) = 0$ , para  $(s, t) \notin \Delta$ , con  $\Delta$ : conjunto pequeño de  $m \times n$  (vecindad).

$$g(x, y) = \sum_{s=-a}^a \sum_{t=-b}^b h(s, t) f(x - s, y - t)$$

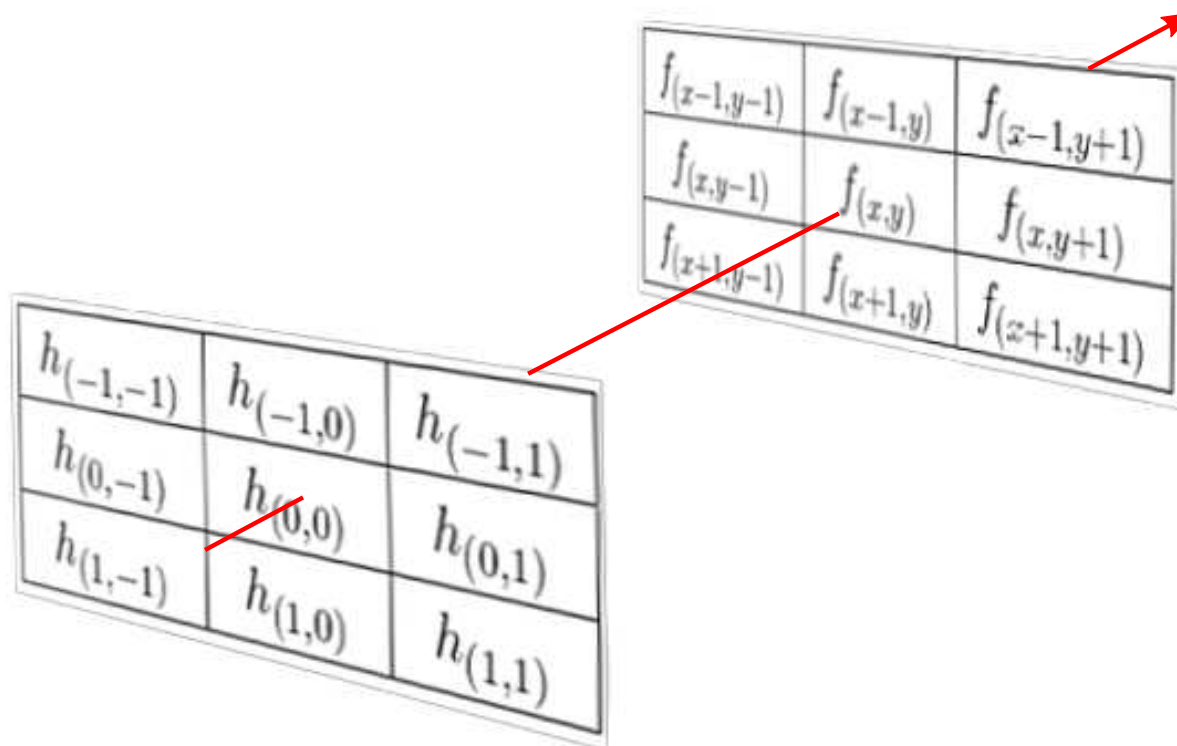
con  $a = \frac{m-1}{2}$ ,  $b = \frac{n-1}{2}$ ,  $x = 0, 1, \dots, M - 1$ ;  $y = 0, 1, \dots, N - 1$

- Kernel de convolución: ventana de coeficientes que definen  $h$ .  
Tamaño arbitrario, comúnmente de 3x3 ó 5x5.

# Filtrado espacial: concepto

Idea del espejado para convolución con talla de  $h = 3 \times 3$ .

Para cada pixel  $(x, y)$  de la imagen, la sumatoria se puede ver gráficamente con la siguiente superposición de matrices:



# Filtrado espacial: concepto

La sumatoria de convolución:

$$g(x, y) = \sum_{s=-a}^a \sum_{t=-b}^b h(s, t) f(x - s, y - t)$$

opera aplicando sobre  $f$

la máscara dada por:

$h_{(1,1)}$	$h_{(1,0)}$	$h_{(1,-1)}$
$h_{(0,1)}$	$h_{(0,0)}$	$h_{(0,-1)}$
$h_{(-1,1)}$	$h_{(-1,0)}$	$h_{(-1,-1)}$

(versión rotada de la máscara anterior)

# Filtrado espacial: concepto

- En vez de operar con el kernel de convolución  $h$ , podemos definir los coeficientes de la máscara de filtrado  $w$  (versión rotada de  $h$ ):

$$\begin{array}{|c|c|c|} \hline w_1 & w_2 & w_3 \\ \hline w_4 & w_5 & w_6 \\ \hline w_7 & w_8 & w_9 \\ \hline \end{array} = \begin{array}{|c|c|c|} \hline w_{(-1,-1)} & w_{(-1,0)} & w_{(-1,1)} \\ \hline w_{(0,-1)} & w_{(0,0)} & w_{(0,1)} \\ \hline w_{(1,-1)} & w_{(1,0)} & w_{(1,1)} \\ \hline \end{array} = \begin{array}{|c|c|c|} \hline h_{(1,1)} & h_{(1,0)} & h_{(1,-1)} \\ \hline h_{(0,1)} & h_{(0,0)} & h_{(0,-1)} \\ \hline h_{(-1,1)} & h_{(-1,0)} & h_{(-1,-1)} \\ \hline \end{array}$$

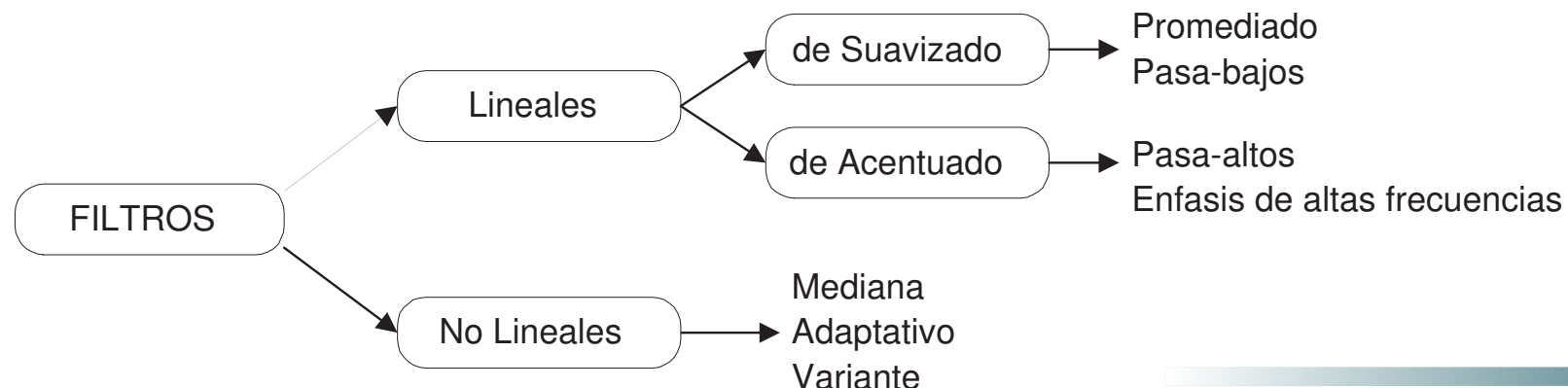
y operar con la sumatoria de correlación:

$$g(x, y) = h(x, y) * f(x, y) = w(x, y) \circledast f(x, y) = \sum_{s=-a}^a \sum_{t=-b}^b w(s, t) f(x+s, y+t)$$

$$\begin{aligned} g(x, y) &= w_1 f_{(x-1, y-1)} + w_2 f_{(x, y-1)} + w_3 f_{(x+1, y-1)} \\ &= w_4 f_{(x-1, y)} + w_5 f_{(x, y)} + w_6 f_{(x+1, y)} \\ &= w_7 f_{(x-1, y+1)} + w_8 f_{(x, y+1)} + w_9 f_{(x+1, y+1)} \end{aligned}$$

# Filtrado espacial: concepto

- **Filtrado** : nombre dado al desplazamiento sucesivo de la máscara por la imagen, ya que según la elección de coeficientes de  $w$  se limitan o amplifican determinadas frecuencias espaciales.
- Para los píxeles del borde se tiene la condición de frontera:
  - Borde libre: máscara truncada.
  - Borde fijo: la imagen es extendida mediante repetición de la fila/columna, o poniendo valores de intensidad fijos.
  - Borde periódico: se convoluciona agregando la fila/columna opuesta (toroide).



# Filtros de suavizado

- El suavizado de la imagen es la reducción de variaciones rápidas (saltos bruscos) de intensidad entre píxeles vecinos.
- Los filtros de suavizado se utilizan para:
  - Desenfoque: preprocesamiento para eliminar detalles no deseados (pequeños) antes de la extracción de objetos grandes. Corrección de fragmentos de líneas perdidos.
  - Reducción de ruido: mediante filtros lineales o no lineales.
- Máscara: kernel con pesos positivos que suman 1, por ej:

$$w = \begin{array}{|c|c|c|} \hline 0 & \frac{1}{8} & 0 \\ \hline \frac{1}{8} & \frac{1}{2} & \frac{1}{8} \\ \hline 0 & \frac{1}{8} & 0 \\ \hline \end{array}$$

$$g(x, y) = \frac{1}{2} \left[ f(x, y) + \frac{1}{4} [f(x-1, y) + f(x+1, y) + f(x, y-1) + f(x, y+1)] \right]$$



# Filtros de suavizado

- Filtros promediadores: pesos iguales



Imagen original



$$\frac{1}{5} \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$



$$\frac{1}{9} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

# Filtros de suavizado

- Filtros promediadores: efecto de la talla de  $w$  en el desenfoque



$$\frac{1}{N^2} \begin{bmatrix} 1 & 1 & \dots & 1 \\ 1 & 1 & \dots & 1 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & 1 & \dots & 1 \end{bmatrix}$$



N=5



N=11



N=15

# Filtros de suavizado

- Filtros promediadores: reducción de ruido

$$\frac{1}{25} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$



Ruido gaussiano (media=0, var=0.01)



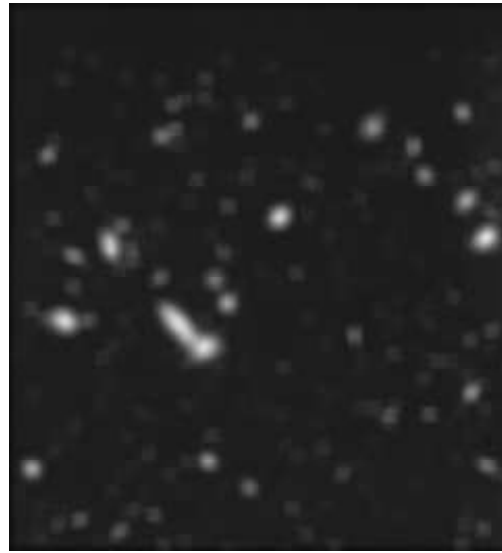
Ruido gaussiano (media=0, var=0.05)

# Filtros de suavizado

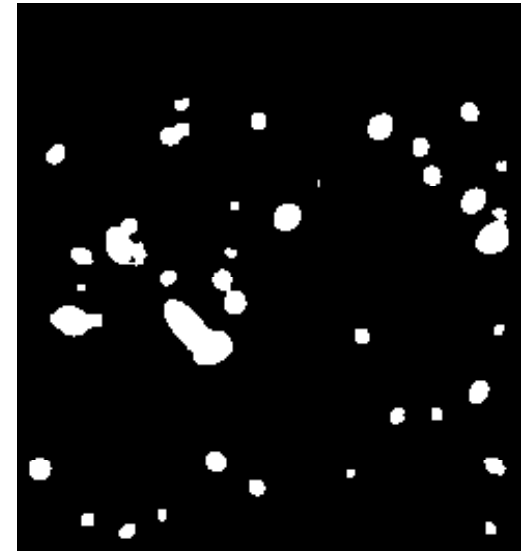
- Localización de objetos grandes mediante desenfoque



Original



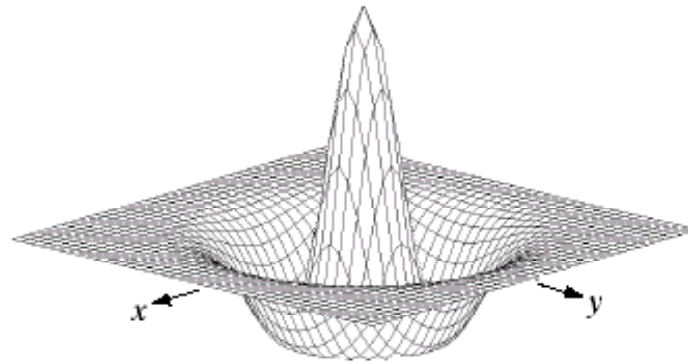
Suavizado con  $N=7$



Umbral binario

# Filtros de acentuado

- El objetivo de estos filtros es **resaltar** los detalles finos y variaciones rápidas (saltos bruscos) de intensidad entre pixeles vecinos.
- Máscara: operador LSI con coeficientes positivos en el centro y valores negativos alrededor.



- Tipos:
  - Pasa-altos: aplicación directa de una máscara.
  - Énfasis de altas frecuencias: operación aritmética entre imágenes. Conocido también como 'máscara difusa'.
  - Alta potencia (*high-boost*).

# Filtros de acentuado

- Filtros pasa-altos: la suma de coeficientes de la máscara determina la imagen resultante.
  - Suma=1: realce de altas frecuencias sin alterar las bajas frecuencias.

$$\begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \\ -1 & 5 & -1 \\ 0 & -1 & 0 \end{bmatrix}$$

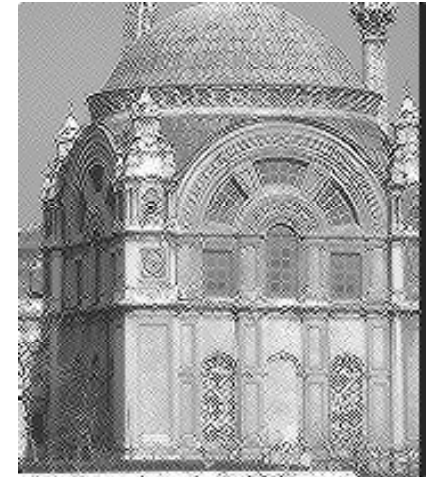
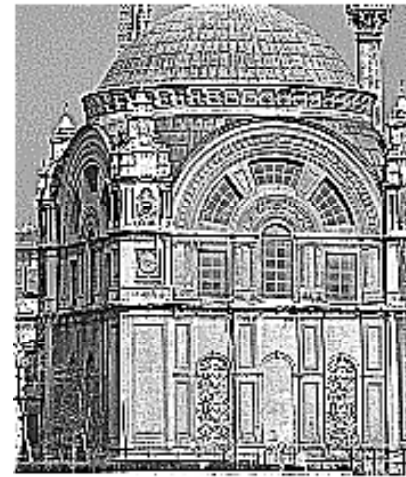
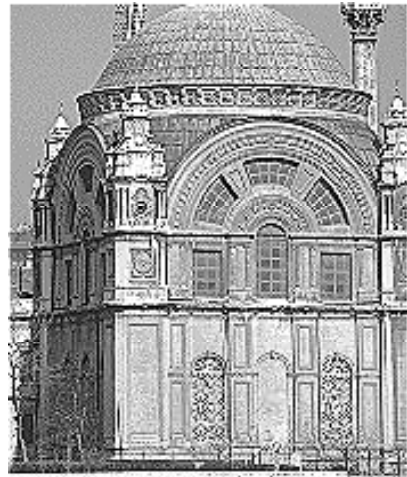
- Suma=0: extracción de altas frecuencias, eliminando las bajas frecuencias.

$$\begin{bmatrix} -1 & -1 & -1 \\ -1 & 8 & -1 \\ -1 & -1 & -1 \end{bmatrix}$$



# Filtros de acentuado

- Filtros pasa-altos con suma=1:



Original

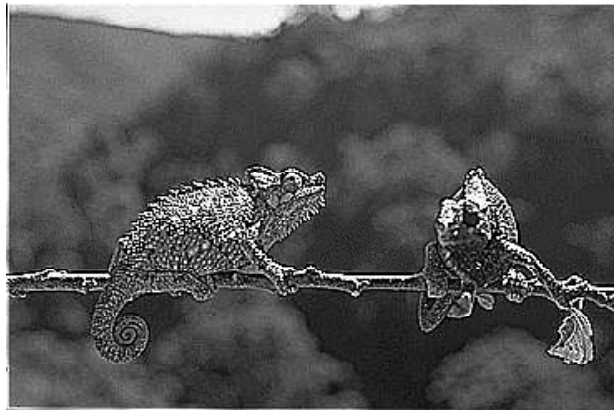
$$\begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \\ -1 & 5 & -1 \\ 0 & -1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} -1 & -1 & -1 \\ -1 & 9 & -1 \\ -1 & -1 & -1 \end{bmatrix}$$

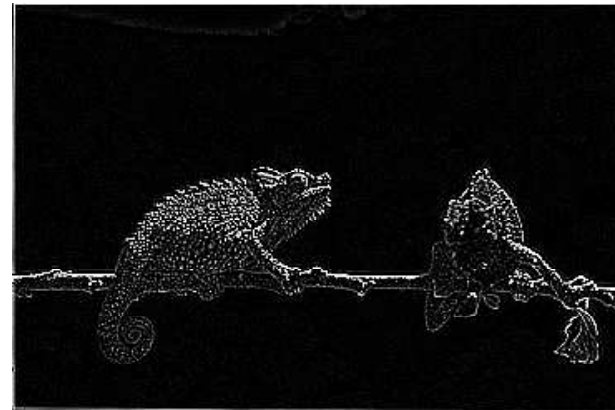
$$\begin{bmatrix} 1 & -2 & 1 \\ -2 & 5 & -2 \\ 1 & -2 & 1 \end{bmatrix}$$

# Filtros de acentuado

- Filtros pasa-altos con suma=0: elimina zonas homogéneas



$$\begin{bmatrix} -1 & -1 & -1 \\ -1 & 9 & -1 \\ -1 & -1 & -1 \end{bmatrix}$$



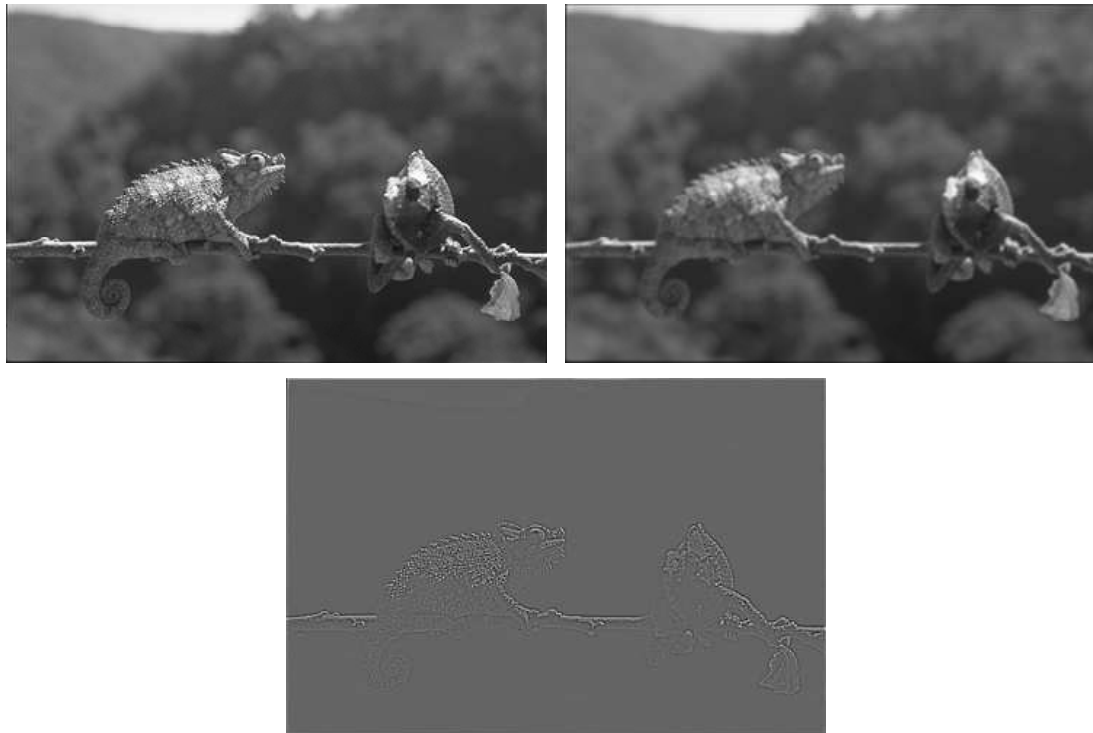
$$\begin{bmatrix} -1 & -1 & -1 \\ -1 & 8 & -1 \\ -1 & -1 & -1 \end{bmatrix}$$



# Filtros de acentuado

- Máscara difusa: filtro pasa-altos obtenido mediante una operación aritmética, calculada como la diferencia entre la imagen original y una versión suavizada.

$$g(x, y) = f(x, y) - PB(f(x, y))$$



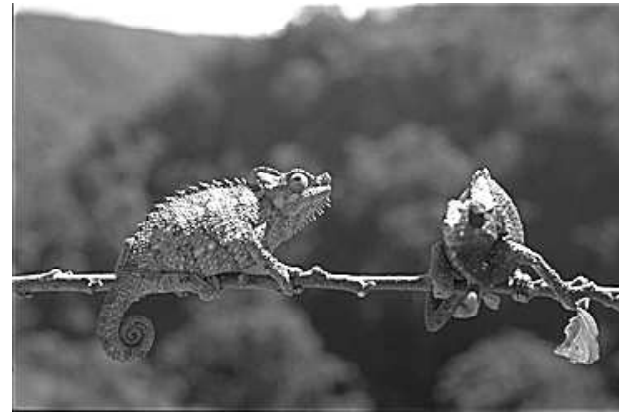
# Filtros de acentuado

- Filtrado de alta potencia (*high-boost*): generalización del máscara difusa. Salida obtenida mediante la diferencia entre una versión amplificada de la imagen original y una versión suavizada.

$$g(x, y) = Af(x, y) - PB(f(x, y)), \text{ con } A \geq 1$$



Original



Dif. de amplificada con PB

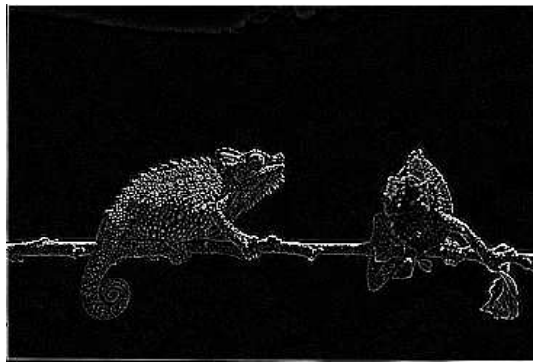
# Filtros de acentuado

- Filtrado de alta potencia (*high-boost*): otra versión.

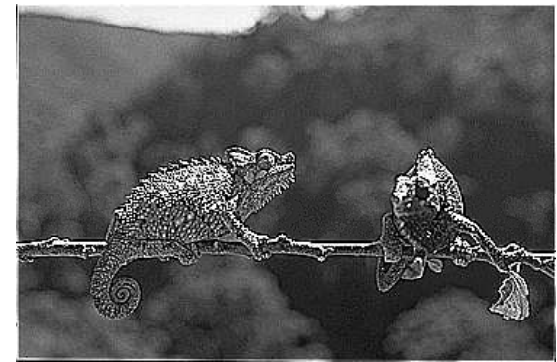
$$\begin{aligned}g(x, y) &= Af(x, y) - PB(f(x, y)) \\&= (A - 1)f(x, y) + f(x, y) - PB(f(x, y)) \\&= (A - 1)f(x, y) + PA(f(x, y))\end{aligned}$$



Original



Pasa-altos



Alta potencia

# Filtros no lineales

- El filtro de promedio reduce el ruido, pero produce imágenes borrosas (pérdida de detalles).
- Utilizados para **reducción de ruido**, los filtros no lineales corresponden a técnicas de restauración.
- Por su amplia utilización, veremos el **filtro de mediana**:
  - Ordenamiento de intensidades en la ventana.
  - Asignación del valor intermedio del conjunto.

$$g(x, y) = \text{mediana}\{f(x + s, y + t), \forall (s, t) \in w\}$$

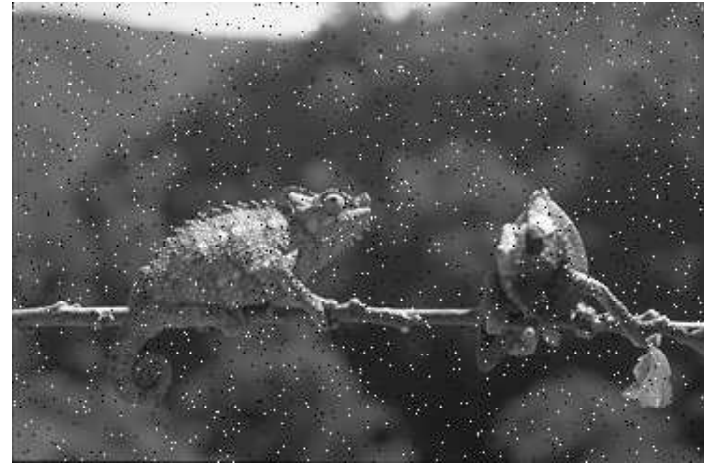
- Excelente capacidad para eliminar ruido "sal y pimienta" (impulsivo).
- No introduce desenfoque como el filtro pasa-bajos lineal.
- Resultados limitados por el tamaño de la ventana.

# Filtro de mediana

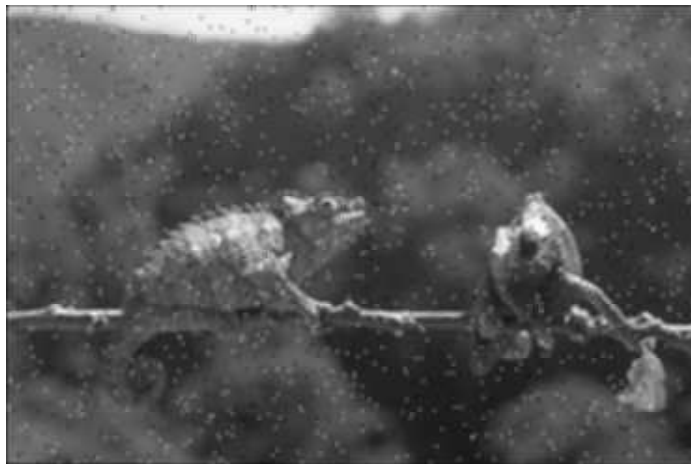
- Comparación con filtro de promediado (ambas máscaras de 3x3):



Original



Ruido s&p



Promediado



Mediana

# Combinación de métodos

- Los métodos vistos hasta ahora fueron aproximaciones de realce individuales.
- Tareas más complejas pueden requerir una secuencia de procesamiento complementarios.
- Ejemplos:
  - En imágenes con ruido gaussiano: filtro de promediado + alta potencia.
  - En imágenes con ruido impulsivo: mediana + máscara difusa.
  - Operación puntual al final para mejora del rango dinámico (log, ecualización de histograma).

# Fin de teoría

---

- Próxima teoría: Unidad II(c) - Manejo de color