

Formularium Wiskunde

Ian Claesen

Contents

| | | |
|----------|--|-----------|
| 1 | Algebra | 2 |
| 1.1 | Volgorde van Bewerking | 2 |
| 1.2 | Absolute Waarde | 2 |
| 2 | Machten en wortels | 3 |
| 2.1 | Machten met Gehele Exponenten | 3 |
| 2.2 | Vierkantswortel in \mathbb{R} | 3 |
| 2.3 | N-de machtswortel in \mathbb{R} | 3 |
| 2.4 | $\frac{m}{n}$ -de machtswortel in \mathbb{R} | 3 |
| 3 | Veeltermen | 4 |
| 3.1 | Vierkantsvergelijking | 4 |
| 3.2 | Merkwaardige Producten en Ontbinding in Factoren | 4 |
| 3.3 | Euclidische Deling | 4 |
| 4 | Complexe getallen | 5 |
| 4.1 | Rechthoekige coördinaten | 5 |
| 4.2 | Poolcoördinaten | 5 |
| 5 | Goniometrie | 6 |
| 5.1 | De Goniometrische Cirkel | 6 |
| 5.2 | formules uit de goniometrie | 6 |
| 6 | Meetkunde | 10 |
| 6.1 | De Cirkel | 10 |
| 6.2 | De Parabool | 10 |
| 7 | Analyse | 10 |
| 7.1 | Limieten van Functies | 10 |
| 7.2 | Afgeleiden | 10 |
| 8 | Matrices | 10 |
| 8.1 | Rekenregels | 10 |
| 9 | Combinatieleer | 10 |
| 9.1 | Keuzes zonder Herhaling | 10 |

| | |
|-------------------------------------|-----------|
| 10 Kansrekening | 10 |
| 10.1 Voorwaardelijke Kans | 10 |
| 11 Statistiek | 11 |
| 11.1 Normaalverdeling | 11 |
| 12 Diversen | 11 |
| 12.1 Wiskundige Symbolen | 11 |

1 Algebra

1.1 Volgorde van Bewerking

Haakjes wegwerken, machtsverheffen, worteltrekken, vermenigvuldigen en delen, optellen en aftrekken. Om deze volgorde te onthouden, gebruik de ezelsbrug:
Heel Mooie Witte Vaatwassers Doen Onze Afwas.

1.2 Absolute Waarde

De absolute waarde van een getal a wordt genoteerd als $|a|$ en is altijd positief.

$$|a| = \begin{cases} a & \text{if } a \geq 0 \\ -a & \text{if } a < 0 \end{cases}$$

2 Machten en wortels

2.1 Machten met Gehele Exponenten

| | |
|---|--|
| $\forall a \in \mathbb{R}, \forall n \in \mathbb{N}_0 : a^n = \underbrace{a.a. \dots a}_{n \text{ factoren}}$ | $\forall a, b \in \mathbb{R}_0, \forall m, n \in \mathbb{Z} : a^m \cdot a^n = a^{m+n}$ |
| $\forall a \in \mathbb{R} : a^1 = a$ | $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$ |
| $\forall a \in \mathbb{R}_0 : a^0 = 1$ | $(a^m)^n = a^{mn}$ |
| $\forall a \in \mathbb{R}_0, \forall n \in \mathbb{N} : a^{-n} = \frac{1}{a^n}$ | $(a.b)^n = a^n \cdot b^n$ |
| | $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$ |
| | $\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^n$ |

2.2 Vierkantswortel in \mathbb{R}

| | |
|---|---|
| $\forall a \in \mathbb{R}^+, \forall b \in \mathbb{R} :$ $b = \sqrt{a} \Leftrightarrow b^2 = a \wedge (b \geq 0)$ $\forall a, b \in \mathbb{R}^+ :$ $\sqrt{a^2} = a$ $(\sqrt{a})^2 = a$ $\sqrt{ab} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}.$ $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} \wedge b \neq 0$ | $\forall a \in \mathbb{R} :$ $\sqrt{a^2} = a \implies \begin{cases} \sqrt{a^2} = a & \text{als } a \geq 0, \\ \sqrt{a^2} = -a & \text{als } a \leq 0. \end{cases}$ |
|---|---|

2.3 N-de machtswortel in \mathbb{R}

| | |
|--|--|
| $n \text{ even} \Rightarrow \sqrt[n]{a^n} = a \rightarrow \begin{cases} \sqrt[n]{a^n} = a & \wedge a \geq 0 \\ \sqrt[n]{a^n} = -a & \wedge a \leq 0 \end{cases}$ $n \text{ oneven} \Rightarrow \sqrt[n]{a^n} = a$ | $\forall a, b \in \mathbb{R}_0^+, \forall m, n \in \mathbb{N}_0 :$ $\sqrt[n]{a^n} = a$ $(\sqrt[n]{a})^n = a$ $\sqrt[n]{ab} = \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b}$ $\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$ $\sqrt[m]{\sqrt[n]{a}} = \sqrt[m \cdot n]{a}$ |
|--|--|

2.4 $\frac{m}{n}$ -de machtswortel in \mathbb{R}

| | |
|--|--|
| $\forall a \in \mathbb{R}_0^+, \forall m \in \mathbb{Z}, \forall n \in \mathbb{N}_0 : a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$ | $\forall a, b \in \mathbb{R}_0^+, \forall m, n \in \mathbb{Q} :$ $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$ $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$ $(a^m)^n = a^{m \cdot n}$ $(a.b)^m = a^m \cdot b^m$ $\left(\frac{a}{b}\right)^m = \frac{a^m}{b^m}$ |
|--|--|

3 Veeltermen

3.1 Vierkantsvergelijking

Een vierkantsvergelijking is van de vorm : $ax^2 + bx + c = 0$, met $D = b^2 - 4ac$

| $x \in \mathbb{R}$ | $x \in \mathbb{C}$ |
|--|---|
| $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$ | $x_{1,2} = \frac{-b \pm i \sqrt{-D}}{2a}$ |
| $P = \frac{c}{a} = x_1 \cdot x_2$, $S = -\frac{b}{a} = x_1 + x_2$ | |
| $ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2) = a(x^2 - Sx + P)$ | |

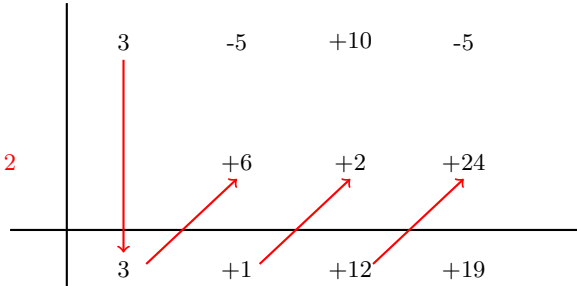
3.2 Merkwaardige Producten en Ontbinding in Factoren

| |
|---|
| $(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$ |
| $(a \pm b)^3 = a^3 \pm 3a^2b + 3ab^2 \pm b^3$ |
| $(a + b)^n = a^n + C_n^1 a^{n-1}b + C_n^2 a^{n-2}b^2 + ... + C_n^{n-1} a^2b^{n-1} + b^n \quad \wedge \quad C_n^p = \frac{n!}{(n-p)!p!}$ |
| $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$ |
| $a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$ |
| $a^n - b^n = (a - b)(a^{n-1} + a^{n-2}b + a^{n-3}b^2 + ... + ab^{n-2} + b^{n-1})$ |

3.3 Euclidische Deling

Schema van Horner

$$\frac{(3x^3 - 5x^2 + 10x - 52)}{(x - 2)}$$



4 Complexe getallen

4.1 Rechthoekige coördinaten

| Bewerking | Formule |
|----------------------|--|
| Optelling/Aftrekking | $(a + j.b) \pm (c + j.d) = (a + c) \pm j(b + d)$ |
| Vermenigvuldiging | $(a + j.b) \cdot (c + j.d) = (ac - bd) + j(ad + bc)$ |
| Deling | $\frac{(a+j.b)}{(c+j.d)} = \frac{(a+j.b) \cdot (c-j.d)}{(c+j.d) \cdot (c-j.d)} = \left(\frac{ac+bd}{c^2+d^2}\right) + j\left(\frac{bc-ad}{c^2+d^2}\right)$ |
| Toegevoegde van | $\overline{(a + j.b)} = (a - j.b)$ $\overline{Z_1 + Z_2} = \overline{Z_1} + \overline{Z_2}, \quad \overline{Z_1 \cdot Z_2} = \overline{Z_1} \cdot \overline{Z_2}$ |
| Inverse | $z = a + bi \implies z^{-1} = \frac{a-bi}{a^2+b^2}$ |
| Wortel | $\sqrt{a} \wedge a < 0 \implies \sqrt{a} = \pm i\sqrt{-a}$ $\sqrt{a + bi} = x + yi \iff (x + yi)^2 = a + bi$ |
| Macht | $(a + bi)^0 = 1 \quad \forall n \in \mathbb{N}_0 :$ $(a + bi)^n = (a + bi) \cdot (a + bi) \cdots (a + bi)$ |
| Machten of i | $i^1 = i, \quad i^2 = -1, \quad i^3 = -i, \quad i^4 = 1$ |

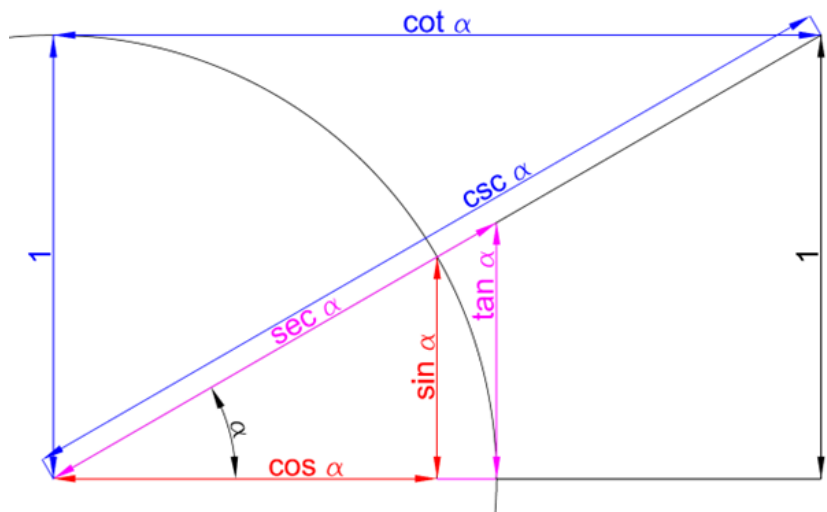
4.2 Poolcoördinaten

$$z = a + i.b = r(\cos(\varphi) + i.\sin(\varphi)) = r\angle\varphi, \quad \tan(\varphi) = \frac{b}{a}, \quad r = \sqrt{a^2 + b^2}$$

| Bewerking | Formule |
|-------------------|---|
| Vermenigvuldiging | $z_1 \cdot z_2 = r_1 \cdot r_2 \angle \varphi_1 + \varphi_2$ |
| Deling | $\frac{z_1}{z_2} = \frac{r_1 \angle \varphi_1}{r_2 \angle \varphi_2} = \frac{r_1}{r_2} \angle \varphi_1 - \varphi_2$ |
| Inverse | $z^{-1} = \frac{1}{r} \angle -\varphi$ |
| Macht | $z^n = r^n [\cos(n \cdot \varphi) + i \sin(n \cdot \varphi)] \quad n \in \mathbb{N}$ |
| Wortel | $\sqrt{r(\cos \varphi + i \sin \varphi)} = \pm \sqrt{r} (\cos \frac{\varphi}{2} + i \sin \frac{\varphi}{2})$ |
| | $\sqrt[n]{r(\cos \varphi + i \sin \varphi)} = \sqrt[n]{r} \left(\cos \frac{\varphi+k \cdot 2\pi}{n} + i \sin \frac{\varphi+k \cdot 2\pi}{n} \right) \quad \wedge \quad k = 0, 1, \dots, n-1$ |

5 Goniometrie

5.1 De Goniometrische Cirkel



5.2 formules uit de goniometrie

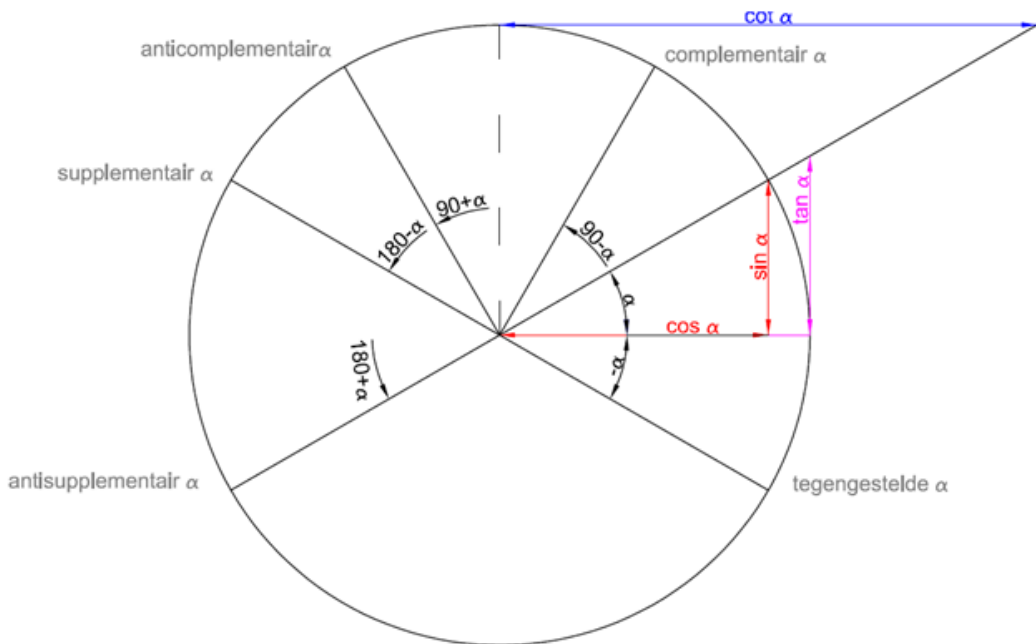
| | | | |
|-------------|-------------|-------------|---|
| csc β | sec β | cot β | waarin: $\begin{cases} o : \text{overstaande rechthoekszijde} \\ s : \text{schuine zijde (hypotenusa)} \\ a : \text{aanliggende rechthoekszijde} \end{cases}$ |
| ← | ← | ← | |
| os | as | oa | |
| → | → | → | |
| sin β | cos β | tan β | |

| | | | | | |
|--|---------------------------|--|---------------------------|--------------------------------------|---------------------------|
| sin $\beta = \frac{b}{a}$ | cos $\beta = \frac{c}{a}$ | tan $\beta = \frac{b}{c}$ | cot $\beta = \frac{c}{b}$ | sec $\beta = \frac{a}{c}$ | csc $\beta = \frac{a}{b}$ |
| tan $\alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$ | | cot $\alpha = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha}$ | | cot $\alpha = \frac{1}{\tan \alpha}$ | |
| sec $\alpha = \frac{1}{\cos \alpha}$ | | csc $\alpha = \frac{1}{\sin \alpha}$ | | | |

sin² α + cos² α = 1

tan² α + 1 = sec² α

1 + cot² α = csc² α



| gelijkehoeken | supplementairehoeken | complementairehoeken |
|--------------------------------------|-------------------------------------|---|
| $\sin(\alpha + k2\pi) = \sin \alpha$ | $\sin(\pi - \alpha) = \sin \alpha$ | $\sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \cos \alpha$ |
| $\cos(\alpha + k2\pi) = \cos \alpha$ | $\cos(\pi - \alpha) = -\cos \alpha$ | $\cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \sin \alpha$ |
| $\tan(\alpha + k2\pi) = \tan \alpha$ | $\tan(\pi - \alpha) = -\tan \alpha$ | $\tan\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \cot \alpha$ |
| $\cot(\alpha + k2\pi) = \cot \alpha$ | $\cot(\pi - \alpha) = -\cot \alpha$ | $\cot\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \tan \alpha$ |
| $\sec(\alpha + k2\pi) = \sec \alpha$ | $\sec(\pi - \alpha) = -\sec \alpha$ | $\sec\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \csc \alpha$ |
| $\csc(\alpha + k2\pi) = \csc \alpha$ | $\csc(\pi - \alpha) = \csc \alpha$ | $\csc\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \sec \alpha$ |

| tegengesteldehoeken | antisupplementairehoeken | anticomplementairehoeken |
|--------------------------------|-------------------------------------|--|
| $\sin(-\alpha) = -\sin \alpha$ | $\sin(\pi + \alpha) = -\sin \alpha$ | $\sin\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) = \cos \alpha$ |
| $\cos(-\alpha) = \cos \alpha$ | $\cos(\pi + \alpha) = -\cos \alpha$ | $\cos\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) = -\sin \alpha$ |
| $\tan(-\alpha) = -\tan \alpha$ | $\tan(\pi + \alpha) = \tan \alpha$ | $\tan\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) = -\cot \alpha$ |
| $\cot(-\alpha) = -\cot \alpha$ | $\cot(\pi + \alpha) = \cot \alpha$ | $\cot\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) = -\tan \alpha$ |
| $\sec(-\alpha) = \sec \alpha$ | $\sec(\pi + \alpha) = -\sec \alpha$ | $\sec\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) = -\csc \alpha$ |
| $\csc(-\alpha) = -\csc \alpha$ | $\csc(\pi + \alpha) = -\csc \alpha$ | $\csc\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) = \sec \alpha$ |

6 Meetkunde

6.1 De Cirkel

De vergelijking van een cirkel met middelpunt (a, b) en straal r is:

$$(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$$

6.2 De Parabool

De standaardvergelijking van een parabool met top in de oorsprong is:

$$y = ax^2$$

7 Analyse

7.1 Limieten van Functies

De limiet van een functie $f(x)$ als x nadert tot a wordt genoteerd als:

$$\lim_{x \rightarrow a} f(x)$$

7.2 Afgeleiden

De afgeleide van een functie $f(x)$ wordt gegeven door:

$$f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

8 Matrices

8.1 Rekenregels

Voor matrices A , B en C gelden de volgende eigenschappen:

- Commutativiteit van optelling: $A + B = B + A$
- Associativiteit van optelling: $A + (B + C) = (A + B) + C$
- Distributiviteit: $A(B + C) = AB + AC$

9 Combinatieleer

9.1 Keuzes zonder Herhaling

Variaties: Geordende keuze van p elementen uit n elementen.

Permutaties: Het rangschikken van n verschillende elementen.

10 Kansrekening

10.1 Voorwaardelijke Kans

De voorwaardelijke kans van A gegeven B is:

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

11 Statistiek

11.1 Normaalverdeling

De normaalverdeling wordt gegeven door de dichtheidsfunctie:

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$$

12 Diversen

12.1 Wiskundige Symbolen

- \in : is een element van
- \forall : voor alle
- \exists : er bestaat