

Formularium Wiskunde

Ian Claesen

Contents

1	Algebra	2
1.1	Volgorde van Bewerking	2
1.2	Absolute Waarde	2
1.3	Machten en wortels	3
1.4	Machten met Gehele Exponenten	3
1.4.1	Vierkantswortel in	3
1.4.2	N-de machtswortel in	3
1.4.3	$\frac{m}{n}$ -de machtswortel in	3
2	Veeltermen	4
2.1	Vierkantsvergelijking	4
2.2	Merkwaardige Producten en Ontbinding in Factoren	4
2.3	Euclidische Deling	4
3	Complexe getallen	5
3.1	Rechthoekige coördinaten	5
3.2	Poolcoördinaten	5
4	Goniometrie	6
4.1	De Goniometrische Cirkel	6
4.2	6
5	Meetkunde	6
5.1	De Cirkel	6
5.2	De Parabool	6
6	Analyse	6
6.1	Limieten van Functies	6
6.2	Afgeleiden	6
7	Matrices	6
7.1	Rekenregels	6
8	Combinatieleer	7
8.1	Keuzes zonder Herhaling	7

9	Kansrekening	7
9.1	Voorwaardelijke Kans	7
10	Statistiek	7
10.1	Normaalverdeling	7
11	Diversen	7
11.1	Wiskundige Symbolen	7

1 Algebra

1.1 Volgorde van Bewerking

Haakjes wegwerken, machtsverheffen, worteltrekken, vermenigvuldigen en delen, optellen en aftrekken. Om deze volgorde te onthouden, gebruik de ezelsbrug:
Heel Mooie Witte Vaatwassers Doen Onze Afwas.

1.2 Absolute Waarde

De absolute waarde van een getal a wordt genoteerd als $|a|$ en is altijd positief.

$$|a| = \begin{cases} a & \text{if } a \geq 0 \\ -a & \text{if } a < 0 \end{cases}$$

1.3 Machten en wortels

1.4 Machten met Gehele Exponenten

$\forall a \in \mathbb{R}, \forall n \in \mathbb{N}_0 : a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot \dots \cdot a}_{n \text{ factoren}}$ $\forall a \in \mathbb{R} : a^1 = a$ $\forall a \in \mathbb{R} : a^0 = 1$ $\forall a \in \mathbb{R}, \forall n \in \mathbb{N} : a^{-n} = \frac{1}{a^n}$	$\forall a, b \in \mathbb{R}, \forall m, n \in \mathbb{N} : a^m \cdot a^n = a^{m+n}$ $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$ $(a^m)^n = a^{mn}$ $(a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n$ $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$ $\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^n$
-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

1.4.1 Vierkantswortel in

$\forall a \in \mathbb{R}^+, \forall b \in \mathbb{R} :$ $b = \sqrt{a} \Leftrightarrow b^2 = a \wedge (b \geq 0) \forall a, b \in \mathbb{R}^+ :$ $\sqrt{a^2} = a$ $(\sqrt{a})^2 = a$ $\sqrt{ab} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}.$ $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} \wedge b \neq 0$	$\forall a \in \mathbb{R} :$ $\sqrt{a^2} = a \implies \begin{cases} \sqrt{a^2} = a & \text{als } a \geq 0, \\ \sqrt{a^2} = -a & \text{als } a \leq 0. \end{cases}$
--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

1.4.2 N-de machtswortel in

$n \text{ even} \Rightarrow \sqrt[n]{a^n} = a \rightarrow \begin{cases} \sqrt[n]{a^n} = a & \wedge a \geq 0 \\ \sqrt[n]{a^n} = -a & \wedge a \leq 0 \end{cases}$ $n \text{ oneven} \Rightarrow \sqrt[n]{a^n} = a$	$\forall a, b \in \mathbb{R}_0^+, \forall m, n \in \mathbb{N}_0 :$ $\sqrt[n]{a^n} = a$ $(\sqrt[n]{a})^n = a$ $\sqrt[n]{ab} = \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b}$ $\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$ $\sqrt[m]{\sqrt[n]{a}} = \sqrt[m \cdot n]{a}$
------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

1.4.3 $\frac{m}{n}$ -de machtswortel in

$\forall a \in \mathbb{R}_0^+, \forall m \in \mathbb{Z}, \forall n \in \mathbb{N}_0 : a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$	$\forall a, b \in \mathbb{R}_0^+, \forall m, n \in \mathbb{Q} :$ $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$ $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$ $(a^m)^n = a^{m \cdot n}$ $(a \cdot b)^m = a^m \cdot b^m$ $\left(\frac{a}{b}\right)^m = \frac{a^m}{b^m}$
------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

2 Veeltermen

2.1 Vierkantsvergelijking

Een vierkantsvergelijking is van de vorm : $ax^2 + bx + c = 0$, met $D = b^2 - 4ac$

$x \in \mathbb{R}$	$x \in \mathbb{C}$
$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$	$x_{1,2} = \frac{-b \pm i \sqrt{-D}}{2a}$
$P = \frac{c}{a} = x_1 \cdot x_2$, $S = -\frac{b}{a} = x_1 + x_2$	
$ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2) = a(x^2 - Sx + P)$	

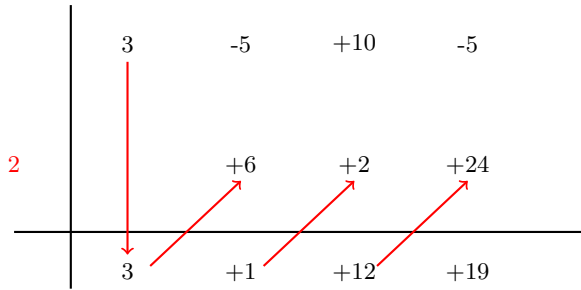
2.2 Merkwaardige Producten en Ontbinding in Factoren

$$(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$$

2.3 Euclidische Deling

Schema van Horner

$$\frac{(3x^3 - 5x^2 + 10x - 52)}{(x - 2)}$$



3 Complexe getallen

3.1 Rechthoekige coördinaten

Bewerking	Formule
Optelling/Aftrekking	$(a + j.b) \pm (c + j.d) = (a + c) \pm j(b + d)$
Vermenigvuldiging	$(a + j.b) \cdot (c + j.d) = (ac - bd) + j(ad + bc)$
Deling	$\frac{(a+j.b)}{(c+j.d)} = \frac{(a+j.b) \cdot (c-j.d)}{(c+j.d) \cdot (c-j.d)} = \left(\frac{ac+bd}{c^2+d^2}\right) + j\left(\frac{bc-ad}{c^2+d^2}\right)$
Toegevoegde van	$\overline{(a + j.b)} = (a - j.b)$ $\overline{Z_1 + Z_2} = \overline{Z_1} + \overline{Z_2}, \quad \overline{Z_1 \cdot Z_2} = \overline{Z_1} \cdot \overline{Z_2}$
Inverse	$z = a + bi \implies z^{-1} = \frac{a-bi}{a^2+b^2}$
Wortel	$\sqrt{a} \wedge a < 0 \implies \sqrt{a} = \pm i\sqrt{-a}$ $\sqrt{a + bi} = x + yi \iff (x + yi)^2 = a + bi$
Macht	$(a + bi)^0 = 1 \quad \forall n \in \mathbb{N}_0 :$ $(a + bi)^n = (a + bi) \cdot (a + bi) \cdots (a + bi)$
Machten of i	$i^1 = i, \quad i^2 = -1, \quad i^3 = -i, \quad i^4 = 1$

3.2 Poolcoördinaten

$$z = a + i.b = r (\cos(\varphi) + i.\sin(\varphi)) = r\angle\varphi, \quad \tan(\varphi) = \frac{b}{a}, \quad r = \sqrt{a^2 + b^2}$$

Bewerking	Formule
Vermenigvuldiging	$z_1 \cdot z_2 = r_1 \cdot r_2 \angle \varphi_1 + \varphi_2$
Deling	$\frac{z_1}{z_2} = \frac{r_1 \angle \varphi_1}{r_2 \angle \varphi_2} = \frac{r_1}{r_2} \angle \varphi_1 - \varphi_2$
Inverse	$z^{-1} = \frac{1}{r} \angle -\varphi$
Macht	$z^n = r^n [\cos(n \cdot \varphi) + i \sin(n \cdot \varphi)] \quad n \in \mathbb{N}$
Wortel	$\sqrt{r(\cos \varphi + i \sin \varphi)} = \pm \sqrt{r} (\cos \frac{\varphi}{2} + i \sin \frac{\varphi}{2})$
	$\sqrt[n]{r(\cos \varphi + i \sin \varphi)} = \sqrt[n]{r} \left(\cos \frac{\varphi+k \cdot 2\pi}{n} + i \sin \frac{\varphi+k \cdot 2\pi}{n} \right) \quad \wedge \quad k = 0, 1, \dots, n-1$

4 Goniometrie

4.1 De Goniometrische Cirkel

De goniometrische cirkel wordt gebruikt om de waarden van de sinus, cosinus en tangens te bepalen voor verschillende hoeken.

4.2

$$\sin^2(\theta) + \cos^2(\theta) = 1$$

$$\tan(\theta) = \frac{\sin(\theta)}{\cos(\theta)}$$

5 Meetkunde

5.1 De Cirkel

De vergelijking van een cirkel met middelpunt (a, b) en straal r is:

$$(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$$

5.2 De Parabool

De standaardvergelijking van een parabool met top in de oorsprong is:

$$y = ax^2$$

6 Analyse

6.1 Limieten van Functies

De limiet van een functie $f(x)$ als x nadert tot a wordt genoteerd als:

$$\lim_{x \rightarrow a} f(x)$$

6.2 Afgeleiden

De afgeleide van een functie $f(x)$ wordt gegeven door:

$$f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

7 Matrices

7.1 Rekenregels

Voor matrices A , B en C gelden de volgende eigenschappen:

- Commutativiteit van optelling: $A + B = B + A$
- Associativiteit van optelling: $A + (B + C) = (A + B) + C$
- Distributiviteit: $A(B + C) = AB + AC$

8 Combinatieleer

8.1 Keuzes zonder Herhaling

Variaties: Geordende keuze van p elementen uit n elementen.

Permutaties: Het rangschikken van n verschillende elementen.

9 Kansrekening

9.1 Voorwaardelijke Kans

De voorwaardelijke kans van A gegeven B is:

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

10 Statistiek

10.1 Normaalverdeling

De normaalverdeling wordt gegeven door de dichtheidsfunctie:

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$$

11 Diversen

11.1 Wiskundige Symbolen

- \in : is een element van
- \forall : voor alle
- \exists : er bestaat