

Formularium Wiskunde

Ian Claesen

2 juni 2025

Inhoudsopgave

1	Algebra	3
1.1	Volgorde van Bewerking	3
1.2	Absolute Waarde	3
2	Machten en wortels	3
2.1	Machten met Gehele Exponenten	3
2.2	Vierkantswortel in \mathbb{R}	3
2.3	N-de machtswortel in \mathbb{R}	3
2.4	$\frac{m}{n}$ -de machtswortel in \mathbb{R}	4
3	Veeltermen	4
3.1	Vierkantsvergelijking	4
3.2	Merkwaardige Producten en Ontbinding in Factoren	4
3.3	Euclidische Deling	5
3.4	Schema van Horner	5
4	Complexe getallen	6
4.1	Rechthoekige coördinaten	6
4.2	Poolcoördinaten	6
5	Goniometrie	7
5.1	De Goniometrische Cirkel	7
5.2	formules uit de goniometrie	7
5.3	Omgekeerde formules van Simpson	9
5.4	Formules van Simpson	9
5.5	Belangrijke goniometrische waarden	10
5.6	Cyclometrische formules	10
6	Meetkunde	11
6.1	De cirkel	11
6.2	De parabool	11
6.3	De ellips	11
6.4	De hyperbool	12
6.5	Oppervlakte Formules	12
6.6	Volume Formules	12
6.7	Basis reële functies	13
7	Analyse	14
7.1	Limieten van rijen)	14
7.2	Limieten van functies	14
7.3	Limieten van goniometrische	14
7.4	Methodes bij het berekenen van limieten van functies	15
7.5	Afgeleiden - differentiaal	16
7.6	Afgeleiden - fundamentele integralen	17
7.7	Partiële integratie	17
8	Statistiek	18
8.1	Hypothese test van een gemiddelde van een normaalverdeling	18
8.2	Hypothese testen van een populatieproportie	18
8.3	P-waarde (grafisch voorgesteld)	19

9	Diversen	20
9.1	Wiskundige Symbolen (ISO 31/XI)	20
9.2	Logische symbolen	20

1 Algebra

1.1 Volgorde van Bewerking

Haakjes wegwerken, machtsverheffen, worteltrekken, vermenigvuldigen en delen, optellen en aftrekken.

1.2 Absolute Waarde

De absolute waarde van een getal a wordt genoteerd als $|a|$ en is altijd positief.

$$|a| = \begin{cases} a & \text{if } a \geq 0 \\ -a & \text{if } a < 0 \end{cases}$$

2 Machten en wortels

2.1 Machten met Gehele Exponenten

$\forall a \in \mathbb{R}, \forall n \in \mathbb{N}_0 : a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot \dots \cdot a}_{n \text{ factoren}}$ $\forall a \in \mathbb{R} : a^1 = a$ $\forall a \in \mathbb{R}_0 : a^0 = 1$ $\forall a \in \mathbb{R}_0, \forall n \in \mathbb{N} : a^{-n} = \frac{1}{a^n}$	$\forall a, b \in \mathbb{R}_0, \forall m, n \in \mathbb{Z} : a^m \cdot a^n = a^{m+n}$ $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$ $(a^m)^n = a^{mn}$ $(a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n$ $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$ $\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^n$
---	--

2.2 Vierkantswortel in \mathbb{R}

$\forall a \in \mathbb{R}^+, \forall b \in \mathbb{R} :$ $b = \sqrt{a} \Leftrightarrow b^2 = a \wedge (b \geq 0)$ $\forall a, b \in \mathbb{R}^+ :$ $\sqrt{a^2} = a$ $(\sqrt{a})^2 = a$ $\sqrt{ab} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}.$ $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} \wedge b \neq 0$	$\forall a \in \mathbb{R} :$ $\sqrt{a^2} = a \implies \begin{cases} \sqrt{a^2} = a & \text{als } a \geq 0, \\ \sqrt{a^2} = -a & \text{als } a \leq 0. \end{cases}$
---	---

2.3 N-de machtswortel in \mathbb{R}

$n \text{ even} \Rightarrow \sqrt[n]{a^n} = a \rightarrow \begin{cases} \sqrt[n]{a^n} = a & \wedge a \geq 0 \\ \sqrt[n]{a^n} = -a & \wedge a \leq 0 \end{cases}$ $n \text{ oneven} \Rightarrow \sqrt[n]{a^n} = a$	$\forall a, b \in \mathbb{R}_0^+, \forall m, n \in \mathbb{N}_0 :$ $\sqrt[n]{a^n} = a$ $(\sqrt[n]{a})^n = a$ $\sqrt[n]{ab} = \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b}$ $\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$ $\sqrt[m]{\sqrt[n]{a}} = \sqrt[m \cdot n]{a}$
--	--

2.4 $\frac{m}{n}$ -de machtswortel in \mathbb{R}

$\forall a \in \mathbb{R}_0^+, \forall m \in \mathbb{Z}, \forall n \in \mathbb{N}_0 : a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$	$\forall a, b \in \mathbb{R}_0^+, \forall m, n \in \mathbb{Q} :$ $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$ $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$ $(a^m)^n = a^{m \cdot n}$ $(a \cdot b)^m = a^m \cdot b^m$ $\left(\frac{a}{b}\right)^m = \frac{a^m}{b^m}$
--	--

3 Veeltermen

3.1 Vierkantsvergelijking

Een vierkantsvergelijking is van de vorm : $ax^2 + bx + c = 0$, met $D = b^2 - 4ac$

$x \in \mathbb{R}$	$x \in \mathbb{C}$
$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$	$x_{1,2} = \frac{-b \pm i \sqrt{-D}}{2a}$
$P = \frac{c}{a} = x_1 \cdot x_2$, $S = -\frac{b}{a} = x_1 + x_2$	
$ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2) = a(x^2 - Sx + P)$	

3.2 Merkwaardige Producten en Ontbinding in Factoren

$(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$
$(a \pm b)^3 = a^3 \pm 3a^2b + 3ab^2 \pm b^3$
$(a + b)^n = a^n + C_n^1 a^{n-1}b + C_n^2 a^{n-2}b^2 + \dots + C_n^{n-1} a^2b^{n-1} + b^n \quad \wedge \quad C_n^p = \frac{n!}{(n-p)!p!}$
$a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$
$a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$
$a^n - b^n = (a - b)(a^{n-1} + a^{n-2}b + a^{n-3}b^2 + \dots + ab^{n-2} + b^{n-1})$
$a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$
$a^{2n+1} + b^{2n+1} = (a + b)(a^{2n} - a^{2n-1}b + a^{2n-2}b^2 - a^{2n-3}b^3 + \dots - ab^{2n-1} + b^{2n})$

3.3 Euclidische Deling

We gaan de derdegraadsveelterm $2x^3 + 3x^2 - 4x + 5$ delen door de eerstegraadsveelterm $x + 2$ met behulp van de praktische werkwijze van lange deling.

$2x^3 + 3x^2 - 4x + 5$	$x + 2$
$-2x^3 - 4x^2 + 0x + 0$	$2x^2$
$-1x^2 - 4x + 5$	
$+1x^2 + 2x + 0$	$-x$
$-2x + 5$	
$2x + 4$	-2
9	

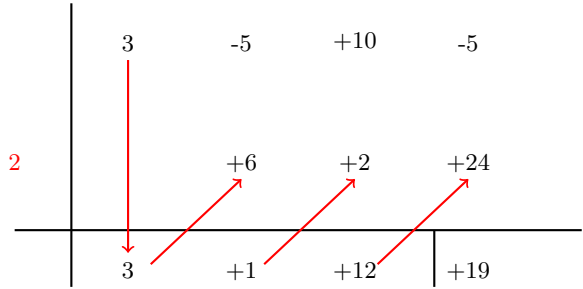
We kunnen de deling als volgt uitdrukken:

$$2x^3 + 3x^2 - 4x + 5 = (x + 2)(2x^2 - x - 2) + 9$$

De rest is 25, wat een graad heeft die kleiner is dan de graad van de deler $x + 2$.

3.4 Schema van Horner

$$\frac{(3x^3 - 5x^2 + 10x - 52)}{(x - 2)}$$



4 Complexe getallen

4.1 Rechthoekige coördinaten

Bewerking	Formule
<i>Optelling/Aftrekking</i>	$(a + j.b) \pm (c + j.d) = (a + c) \pm j(b + d)$
<i>Vermenigvuldiging</i>	$(a + j.b) \cdot (c + j.d) = (ac - bd) + j(ad + bc)$
<i>Deling</i>	$\frac{(a+j.b)}{(c+j.d)} = \frac{(a+j.b) \cdot (c-j.d)}{(c+j.d) \cdot (c-j.d)} = \left(\frac{ac+bd}{c^2+d^2}\right) + j\left(\frac{bc-ad}{c^2+d^2}\right)$
<i>Toegevoegde van</i>	$\overline{(a + j.b)} = (a - j.b)$ $\overline{Z_1 + Z_2} = \overline{Z_1} + \overline{Z_2}, \quad \overline{Z_1 \cdot Z_2} = \overline{Z_1} \cdot \overline{Z_2}$
<i>Inverse</i>	$z = a + bi \implies z^{-1} = \frac{a-bi}{a^2+b^2}$
<i>Wortel</i>	$\sqrt{a} \wedge a < 0 \implies \sqrt{a} = \pm i\sqrt{-a}$ $\sqrt{a + bi} = x + yi \iff (x + yi)^2 = a + bi$
<i>Macht</i>	$(a + bi)^0 = 1 \quad \forall n \in \mathbb{N}_0 :$ $(a + bi)^n = (a + bi) \cdot (a + bi) \cdots (a + bi)$
<i>Machten of i</i>	$i^1 = i, \quad i^2 = -1, \quad i^3 = -i, \quad i^4 = 1$

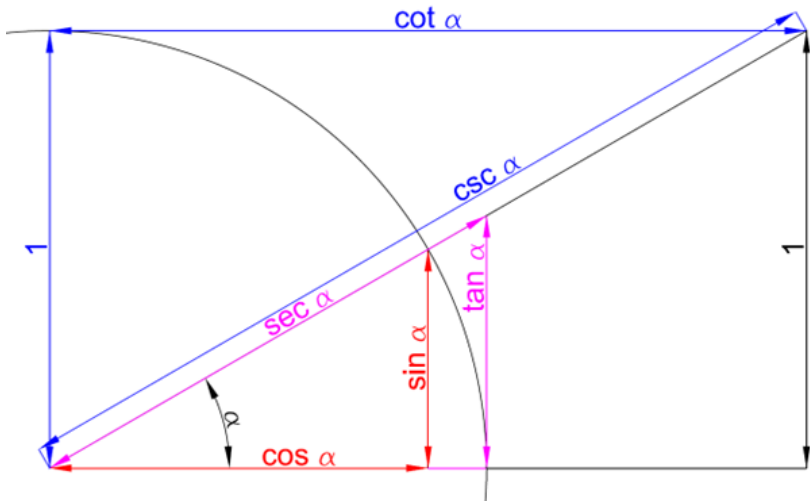
4.2 Poolcoördinaten

$$z = a + i.b = r (\cos(\varphi) + i.\sin(\varphi)) = r\angle\varphi, \quad \tan(\varphi) = \frac{b}{a}, \quad r = \sqrt{a^2 + b^2}$$

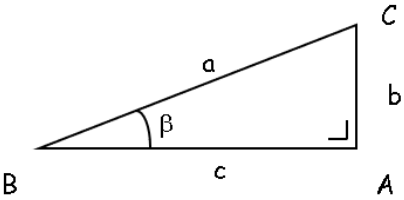
Bewerking	Formule
<i>Vermenigvuldiging</i>	$z_1 \cdot z_2 = r_1 \cdot r_2 \angle \varphi_1 + \varphi_2$
<i>Deling</i>	$\frac{z_1}{z_2} = \frac{r_1 \angle \varphi_1}{r_2 \angle \varphi_2} = \frac{r_1}{r_2} \angle \varphi_1 - \varphi_2$
<i>Inverse</i>	$z^{-1} = \frac{1}{r} \angle -\varphi$
<i>Macht</i>	$z^n = r^n [\cos (n \cdot \varphi) + i \sin (n \cdot \varphi)] \quad n \in \mathbb{N}$
<i>Wortel</i>	$\sqrt{r(\cos \varphi + i \sin \varphi)} = \pm \sqrt{r} \left(\cos \frac{\varphi}{2} + i \sin \frac{\varphi}{2} \right)$
$\sqrt[n]{r (\cos \varphi + i \sin \varphi)} = \sqrt[n]{r} \left(\cos \frac{\varphi+k \cdot 2\pi}{n} + i \sin \frac{\varphi+k \cdot 2\pi}{n} \right) \quad \wedge \quad k = 0, 1, \dots, n - 1$	

5 Goniometrie

5.1 De Goniometrische Cirkel



5.2 formules uit de goniometrie



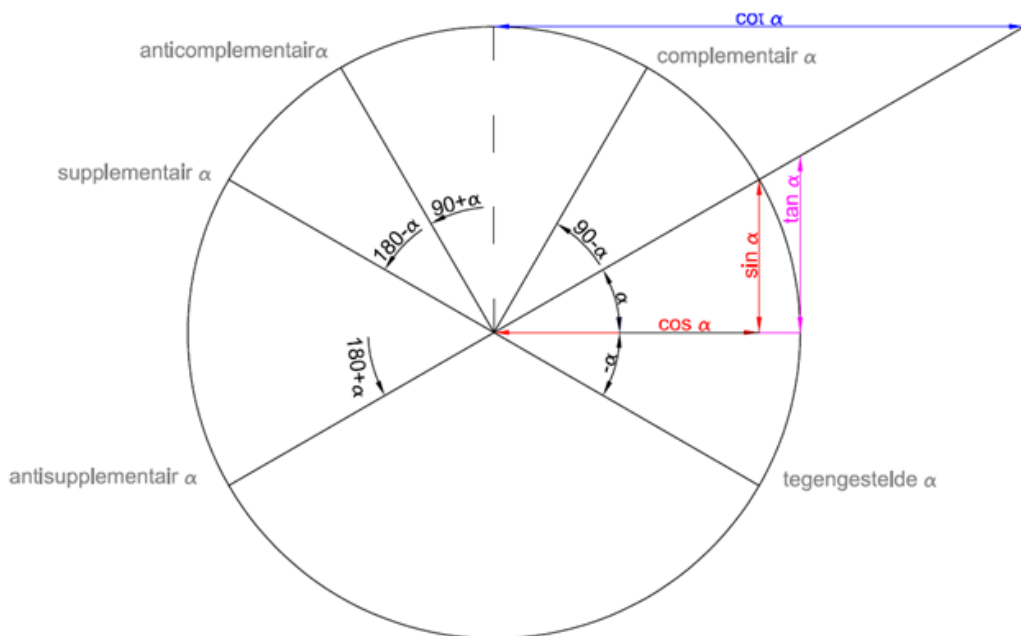
$\csc \beta$	$\sec \beta$	$\cot \beta$	waarin: $\begin{cases} o : \text{overstaande rechthoekszijde} \\ s : \text{schuine zijde (hypotenusa)} \\ a : \text{aanliggende rechthoekszijde} \end{cases}$
\leftarrow	\leftarrow	\leftarrow	
os	as	oa	
\rightarrow	\rightarrow	\rightarrow	
$\sin \beta$	$\cos \beta$	$\tan \beta$	

$\sin \beta = \frac{b}{a}$	$\cos \beta = \frac{c}{a}$	$\tan \beta = \frac{b}{c}$
$\csc \beta = \frac{a}{b}$	$\sec \beta = \frac{a}{c}$	$\cot \beta = \frac{c}{b}$
$\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$	$\cot \alpha = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha}$	$\cot \alpha = \frac{1}{\tan \alpha}$
$\sec \alpha = \frac{1}{\cos \alpha}$	$\csc \alpha = \frac{1}{\sin \alpha}$	

$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$

$\tan^2 \alpha + 1 = \sec^2 \alpha$

$1 + \cot^2 \alpha = \csc^2 \alpha$



gelijkehoeken	supplementairehoeken	complementairehoeken
$\sin(\alpha + k2\pi) = \sin \alpha$	$\sin(\pi - \alpha) = \sin \alpha$	$\sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \cos \alpha$
$\cos(\alpha + k2\pi) = \cos \alpha$	$\cos(\pi - \alpha) = -\cos \alpha$	$\cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \sin \alpha$
$\tan(\alpha + k2\pi) = \tan \alpha$	$\tan(\pi - \alpha) = -\tan \alpha$	$\tan\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \cot \alpha$
$\cot(\alpha + k2\pi) = \cot \alpha$	$\cot(\pi - \alpha) = -\cot \alpha$	$\cot\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \tan \alpha$
$\sec(\alpha + k2\pi) = \sec \alpha$	$\sec(\pi - \alpha) = -\sec \alpha$	$\sec\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \csc \alpha$
$\csc(\alpha + k2\pi) = \csc \alpha$	$\csc(\pi - \alpha) = \csc \alpha$	$\csc\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \sec \alpha$

tegengesteldehoeken	antisupplementairehoeken	anticomplementairehoeken
$\sin(-\alpha) = -\sin \alpha$	$\sin(\pi + \alpha) = -\sin \alpha$	$\sin\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) = \cos \alpha$
$\cos(-\alpha) = \cos \alpha$	$\cos(\pi + \alpha) = -\cos \alpha$	$\cos\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) = -\sin \alpha$
$\tan(-\alpha) = -\tan \alpha$	$\tan(\pi + \alpha) = \tan \alpha$	$\tan\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) = -\cot \alpha$
$\cot(-\alpha) = -\cot \alpha$	$\cot(\pi + \alpha) = \cot \alpha$	$\cot\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) = -\tan \alpha$
$\sec(-\alpha) = \sec \alpha$	$\sec(\pi + \alpha) = -\sec \alpha$	$\sec\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) = -\csc \alpha$
$\csc(-\alpha) = -\csc \alpha$	$\csc(\pi + \alpha) = -\csc \alpha$	$\csc\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) = \sec \alpha$

Desinusregel :

$$\frac{a}{\sin \hat{A}} = \frac{b}{\sin \hat{B}} = \frac{c}{\sin \hat{C}}$$

Decosinusregel :

$$\begin{cases} a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \hat{A} \\ b^2 = c^2 + a^2 - 2ca \cos \hat{B} \\ c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos \hat{C} \end{cases}$$

$\sin(\alpha \pm \beta) = \sin \alpha \cos \beta \pm \cos \alpha \sin \beta$	$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$
$\cos(\alpha \pm \beta) = \cos \alpha \cos \beta \mp \sin \alpha \sin \beta$	$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$ $\qquad\qquad = 1 - 2 \sin^2 \alpha \quad (*)$ $\qquad\qquad = 2 \cos^2 \alpha - 1 \quad (**)$
$\tan(\alpha \pm \beta) = \frac{\tan \alpha \pm \tan \beta}{1 \mp \tan \alpha \tan \beta}$	$\tan 2\alpha = \frac{2 \tan \alpha}{1 - \tan^2 \alpha}$

$\sin^2 \alpha = \frac{1 - \cos 2\alpha}{2} \quad (*)$ $\cos^2 \alpha = \frac{1 + \cos 2\alpha}{2} \quad (**)$ $\sin \frac{\alpha}{2} = \pm \sqrt{\frac{1 - \cos \alpha}{2}}$ $\cos \frac{\alpha}{2} = \pm \sqrt{\frac{1 + \cos \alpha}{2}}$	$\sin 2\alpha = \frac{2 \tan \alpha}{1 + \tan^2 \alpha}$ $\cos 2\alpha = \frac{1 - \tan^2 \alpha}{1 + \tan^2 \alpha}$ $\tan 2\alpha = \frac{2 \tan \alpha}{1 - \tan^2 \alpha}$	$\sin \alpha = \frac{2t}{1 + t^2} \quad \wedge \quad \tan \frac{\alpha}{2} = t$ $\cos \alpha = \frac{1 - t^2}{1 + t^2}$ $\tan \alpha = \frac{2t}{1 - t^2}$
---	--	--

5.3 Omgekeerde formules van Simpson

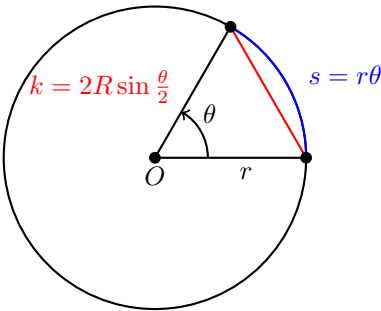
$\sin(\alpha \pm \beta) = \sin \alpha \cos \beta \pm \cos \alpha \sin \beta$	$\sin(\alpha + \beta) + \sin(\alpha - \beta) = 2 \sin \alpha \cos \beta$ $\sin(\alpha + \beta) - \sin(\alpha - \beta) = 2 \cos \alpha \sin \beta$
$\cos(\alpha \pm \beta) = \cos \alpha \cos \beta \mp \sin \alpha \sin \beta$	$\cos(\alpha + \beta) + \cos(\alpha - \beta) = 2 \cos \alpha \cos \beta$ $\cos(\alpha + \beta) - \cos(\alpha - \beta) = -2 \sin \alpha \sin \beta$

5.4 Formules van Simpson

$\sin \alpha + \sin \beta = 2 \sin \left(\frac{\alpha + \beta}{2} \right) \cos \left(\frac{\alpha - \beta}{2} \right)$	$\cos \alpha + \cos \beta = 2 \cos \left(\frac{\alpha + \beta}{2} \right) \cos \left(\frac{\alpha - \beta}{2} \right)$
$\sin \alpha - \sin \beta = 2 \cos \left(\frac{\alpha + \beta}{2} \right) \sin \left(\frac{\alpha - \beta}{2} \right)$	$\cos \alpha - \cos \beta = -2 \sin \left(\frac{\alpha + \beta}{2} \right) \sin \left(\frac{\alpha - \beta}{2} \right)$

5.5 Belangrijke goniometrische waarden

Angle	0°	30°	45°	60°	90°	180°	270°	360°
α	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π
$\sin \alpha$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	0	-1	0
$\cos \alpha$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	-1	0	1
$\tan \alpha$	0	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	1	$\sqrt{3}$	/	0	/	0

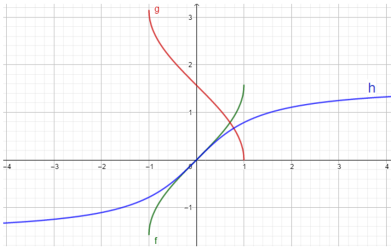
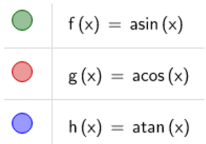


5.6 Cyclometrische formules

$y = \text{Bgsin}x \Leftrightarrow (x = \sin y \wedge y \in [-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}], x \in [-1, 1])$

$y = \text{Bgcos}x \Leftrightarrow (x = \cos y \wedge y \in [0, \pi], x \in [-1, 1])$

$y = \text{Bgtan}x \Leftrightarrow (x = \tan y \wedge y \in]-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}[, x \in \mathbb{R})$



$\sin(\text{Bgsin}x) = x \wedge \forall x \in [-1, 1]$

$\cos(\text{Bgcos}x) = x \wedge \forall x \in [-1, 1]$

$tg(\text{Bgtan}x) = x \wedge \forall x \in \mathbb{R}$

$cotg(\text{Bgcot}x) = x \wedge \forall x \in \mathbb{R}$

$\cos(\text{Bgsin}x) = \sqrt{1 - x^2} \wedge \forall x \in [-1, 1]$

$\sin(\text{Bgcos}x) = \sqrt{1 - x^2} \wedge \forall x \in [-1, 1]$

$\text{Bgsin}(-x) = -\text{Bgsin}x \wedge \forall x \in [-1, 1]$

$\cos(\text{Bgtan}x) = \frac{1}{\sqrt{1+x^2}} \forall x \in \mathbb{R}$

$\sin(\text{Bgtan}x) = \frac{x}{\sqrt{1+x^2}} \forall x \in \mathbb{R}$

$\text{Bgsin}x + \text{Bgcos}x = \frac{\pi}{2} \wedge \forall x \in [-1, 1]$

$\text{Bgcot}x + \text{Bgtan}x = \frac{\pi}{2} \wedge \forall x \in \mathbb{R}$

$\text{Bgtan}(-x) = -\text{Bgtan}x \wedge \forall x \in \mathbb{R}$

$\text{Bgcot}(-x) = -\text{Bgcot}x \wedge \forall x \in \mathbb{R}$

$\text{Bgcos}(-x) = \pi - \text{Bgcos}x \forall x \in [-1, 1]$

6 Meetkunde

Afstand 2 punten	$ P_1(x_1, y_1), P_2(x_2, y_2) = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$ $ P_1(x_1, y_1, z_1), P_2(x_2, y_2, z_2) = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}$
Midden v/e lijnstuk	$co(M) = (\frac{(x_1+x_2)}{2}, \frac{(y_1+y_2)}{2})$
Zwaartepunt v/e driehoek	$co(Z) = (\frac{(x_1+x_2+x_3)}{3}, \frac{(y_1+y_2+y_3)}{3})$

Vergelijking v/e rechte dr punt met rico m	$y - y_1 = m(x - x_1)$
Vergelijking v/e rechte dr punt met rico m	$y - y_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}(x - x_1)$
Vergelijking v/e rechte dr snijpunt met x-as (r,0) en y-as (0,s)	$\frac{x}{r} + \frac{y}{s} = 1$
Hoek tussen twee rechten a,b met rico m1,m2	$\cos(\widehat{ab}) = \frac{ 1+m_1m_2 }{\sqrt{1+m_1^2}\sqrt{1+m_2^2}}$
Afstand tussen rechte a- $ux+vy+w=0$ en P(x1,y1)	$d(P, a) = \frac{ ux_1+vy_1+w }{\sqrt{u^2+v^2}}$

6.1 De cirkel

Cartesiaanse vergelijking	$(x - x_1)^2 + (y - y_1)^2 = r^2$
Algemene vergelijking	$x^2 + y^2 + 2ax + 2by + c = 0 \quad \wedge \quad a^2 + b^2 - c \geq 0$
Parameter vergelijking	$\begin{cases} x = x_M + r \cdot \cos t \\ y = y_M + r \cdot \sin t \end{cases} \quad \text{met } t \in [0, 2\pi[$

6.2 De parabool

Top vergelijking	$y^2 = 2px$
Parameter vergelijking	$\begin{aligned} x &= 2p\lambda^2 & \text{met } \lambda \in \mathbb{R} \\ y &= 2p\lambda \end{aligned}$

6.3 De ellips

<p><i>Cartesiaanse vgl.</i> : $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$</p> <p><i>Parameter vgl.</i> :</p> $\begin{cases} x = a \cdot \cos t \\ y = b \cdot \sin t \end{cases} \quad \text{met } t \in [0, 2\pi[$	
--	--

6.4 De hyperbool

Cartesiaanse vgl. : $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$

Parameter vgl. :

$$\begin{cases} x = a \cdot \sec t \\ y = b \cdot \tan t \end{cases} \quad \text{met } t \in \left] \frac{-\pi}{2}, \frac{3\pi}{2} \right[\setminus \left\{ \frac{\pi}{2} \right\}$$

6.5 Oppervlakte Formules

Vorm	Formule	Variabelen
Vierkant	$A = s^2$	s : zijlengte
Rechthoek	$A = l \cdot w$	l : lengte, w : breedte
Driehoek	$A = \frac{1}{2} b \cdot h$	b : basis, h : hoogte
Cirkel	$A = \pi r^2$	r : straal
Parallelogram	$A = b \cdot h$	b : basis, h : hoogte
Trapezium	$A = \frac{1}{2} (b_1 + b_2) \cdot h$	b_1, b_2 : bases, h : hoogte
Ellips	$A = \pi a \cdot b$	a, b : halve grote en halve kleine as
Regelmatig Veelhoek	$A = \frac{1}{2} P \cdot a$	P : omtrek, a : apothema

6.6 Volume Formules

Vorm	Formule	Variabelen
Kubus	$V = s^3$	s : zijlengte
Rechthoekig Prisma	$V = l \times w \times h$	l : lengte, w : breedte, h : hoogte
Bol	$V = \frac{4}{3} \pi r^3$	r : straal
Cilinder	$V = \pi r^2 h$	r : straal, h : hoogte
Kegel	$V = \frac{1}{3} \pi r^2 h$	r : straal, h : hoogte
Piramide	$V = \frac{1}{3} B \times h$	B : basisoppervlakte, h : hoogte
Ellipsoïde	$V = \frac{4}{3} \pi abc$	a, b, c : halve hoofdaslengtes
Prisma	$V = B \times h$	B : basisoppervlakte, h : hoogte

6.7 Basis reële functies

Functie	Definitie
Identiteitsfunctie	$f(x) = x$
Constante functie	$f(x) = c, \, c \in \mathbb{R}$
Lineaire functie	$f(x) = mx + b, \, m, b \in \mathbb{R}$
Kwadratische functie	$f(x) = ax^2 + bx + c, \, a, b, c \in \mathbb{R}, \, a \neq 0$
Cubische functie	$f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d, \, a, b, c, d \in \mathbb{R}, \, a \neq 0$
Polynoomfunctie	$f(x) = a_nx^n + a_{n-1}x^{n-1} + \cdots + a_1x + a_0, \, a_i \in \mathbb{R}, \, a_n \neq 0$
Rationale functie	$f(x) = \frac{P(x)}{Q(x)}, \, P(x), Q(x) \text{ zijn polynomen}, \, Q(x) \neq 0$
Exponentiële functie	$f(x) = a^x, \, a > 0, \, a \neq 1$
Logaritmische functie	$f(x) = \log_a(x), \, a > 0, \, a \neq 1, \, x > 0$
Absolute-waarde functie	$f(x) = x = \begin{cases} x, & x \geq 0 \\ -x, & x < 0 \end{cases}$
Goniometrische functies	$f(x) = \sin(x)$ $f(x) = \cos(x)$ $f(x) = \tan(x) \, x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi, \, k \in \mathbb{Z}$
Inverse goniometrische functies	$f(x) = \arcsin(x), \, x \in [-1, 1]$ $f(x) = \arccos(x), \, x \in [-1, 1]$ $f(x) = \arctan(x), \, x \in \mathbb{R}$
Hyperbolische functies	$f(x) = \sinh(x) = \frac{e^x - e^{-x}}{2}$ $f(x) = \cosh(x) = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$ $f(x) = \tanh(x) = \frac{\sinh(x)}{\cosh(x)}, \, x \in \mathbb{R}$
Stukjesfunctie	$f(x) = \begin{cases} x^2, & x < 0 \\ x + 1, & x \geq 0 \end{cases}$

7 Analyse

7.1 Limieten van rijen)

$\lim_{n \rightarrow \pm\infty} (a_m n^m + a_{m-1} n^{m-1} + \dots + a_1 n + a_0) = \lim_{n \rightarrow \pm\infty} a_m n^m$
$\lim_{n \rightarrow \pm\infty} \frac{(a_m n^m + a_{m-1} n^{m-1} + \dots + a_1 n + a_0)}{(b_q n^p + b_{q-1} n^{p-1} + \dots + b_1 n + b_0)} = \lim_{n \rightarrow \pm\infty} \frac{a_m n^m}{b_q n^p}$

7.2 Limieten van functies

$\lim_{x \rightarrow a} [f(x) \pm g(x)] = \lim_{x \rightarrow a} f(x) \pm \lim_{x \rightarrow a} g(x)$
$\lim_{x \rightarrow a} [f(x) \cdot g(x)] = \lim_{x \rightarrow a} f(x) \cdot \lim_{x \rightarrow a} g(x)$
$\lim_{x \rightarrow a} [f(x)]^n = \left[\lim_{x \rightarrow a} f(x) \right]^n \quad (n \in \mathbb{Q})$
$\lim_{x \rightarrow a} \sqrt[n]{f(x)} = \sqrt[n]{\lim_{x \rightarrow a} f(x)}$
$\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{\lim_{x \rightarrow a} f(x)}{\lim_{x \rightarrow a} g(x)}$
$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} (a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x + a_0) = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} a_n x^n$
$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x + a_0}{b_m x^m + b_{m-1} x^{m-1} + \dots + b_1 x + b_0} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{a_n x^n}{b_m x^m}$

7.3 Limieten van goniometrische

$\lim_{x \rightarrow a} \sin(x) = \sin(a)$	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$
$\lim_{x \rightarrow a} \cos(x) = \cos(a)$	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x}{x} = 1$

7.4 Methodes bij het berekenen van limieten van functies

Veeltermfunctie : $\lim_{x \rightarrow a} f(x) =$

Eindige a limiet = functiewaarde

Oneindige a limiet = limiet van de hoogstegraadsterm

Gebroken rationale functie :

Eindige a

$a \in \text{dom } f(x)$	$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = f(a)$
geval $\frac{r}{0} \wedge r \in \mathbb{R}$ teken afleiden uit het teken van r en noemer	linker- en rechterlimiet zijn ∞
geval $\frac{0}{0}$	deel teller en noemer door $(x - a)$, bereken

7.5 Afgeleiden - differentiaal

$$Dc = 0$$

$$D(c.f) = c.Df$$

$$D(f \pm g) = Df \pm Dg$$

$$D(f.g) = fDg + gDf$$

$$D\left(\frac{f}{g}\right) = \frac{gDf - fDg}{g^2}$$

$$Dx^n = nx^{n-1}$$

$$Dx^{-1} = -1.x^{-2}$$

$$D \sin x = \cos x$$

$$D \cos x = -\sin x$$

$$D \tan x = \sec^2 x = \frac{1}{\cos^2 x}$$

$$D \cot x = -\csc^2 x = \frac{-1}{\sin^2 x}$$

$$DBg \sin x = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$$

$$DBg \cos x = \frac{-1}{\sqrt{1-x^2}}$$

$$DBg \tan x = \frac{1}{1+x^2}$$

$$Dshx = chx$$

$$Dchx = shx$$

$$Dthx = \frac{1}{ch^2 x}$$

$$De^x = e^x$$

$$Da^x = a^x \ln a$$

$$D \ln x = \frac{1}{x} \quad D \ln |x| = \frac{1}{x}$$

$$Da \log x = \frac{1}{x \ln a}$$

$$D \ln \left| x + \sqrt{x^2 + k} \right| = \frac{1}{\sqrt{x^2 + k}}$$

$$Du^v = vu^{v-1}Du + u^v \ln u Dv$$

$$dc = 0$$

$$dx^n = nx^{n-1}dx$$

$$dx^{-1} = -1.x^{-2}dx$$

$$d \sin x = \cos x dx$$

$$d \cos x = -\sin x dx$$

$$d \tan x = \sec^2 x dx = \frac{1}{\cos^2 x} dx$$

$$d \cot x = -\csc^2 x dx = \frac{-1}{\sin^2 x} dx$$

$$dBg \sin x = \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}}$$

$$dBg \cos x = \frac{-dx}{\sqrt{1-x^2}}$$

$$dBg \tan x = \frac{dx}{1+x^2}$$

$$dshx = chx dx$$

$$dchx = shx dx$$

$$dthx = \frac{dx}{ch^2 x}$$

$$da \log x = \frac{dx}{x \ln a}$$

$$d \ln |x| = \frac{dx}{x}$$

$$da^x = a^x \ln a dx$$

$$de^x = e^x dx$$

$$d \ln \left| x + \sqrt{x^2 + k} \right| = \frac{dx}{\sqrt{x^2 + k}}$$

$$d(f+g) = df + dg$$

$$d(f.g) = f dg + g df$$

$$d\left(\frac{f}{g}\right) = \frac{g df - f dg}{g^2}$$

7.6 Afgeleiden - fundamentele integralen

Bg = arc

Afgeleiden	Integraal
$D[c] = 0$	$\int dx = x + C$
$D[x^n] = nx^{n-1}$	$\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + C \quad (n \neq -1)$
$D[\sin x] = \cos x$	$\int \cos x \, dx = \sin x + C$
$D[\cos x] = -\sin x$	$\int \sin x \, dx = -\cos x + C$
$D[\tan x] = \sec^2 x = \frac{1}{\cos^2 x}$	$\int \frac{1}{\cos^2 x} \, dx = \tan x + C$
$D[\cot x] = -\csc^2 x = \frac{-1}{\sin^2 x}$	$\int \frac{1}{\sin^2 x} \, dx = -\cot x + C$
$D[\arcsin x] = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$	$\int \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}} = \arcsin x + C$
$D[\arccos x] = \frac{-1}{\sqrt{1-x^2}}$	$\int \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}} = -\arccos x + C$
$D[\arctan x] = \frac{1}{1+x^2}$	$\int \frac{dx}{1+x^2} = \arctan x + C$
$D[e^x] = e^x$	$\int e^x dx = e^x + C$
$D[a^x] = a^x \ln a$	$\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + C$
$D[\ln x] = \frac{1}{x}$	$\int \frac{dx}{x} = \ln x + C$
$D\left[\ln \left x + \sqrt{x^2 + k}\right \right] = \frac{1}{\sqrt{x^2+k}}$	$\int \frac{dx}{\sqrt{x^2+k}} = \ln \left x + \sqrt{x^2 + k}\right + C$
$D^a \log x = \frac{1}{x \ln a}$	*

7.7 Partiële integratie

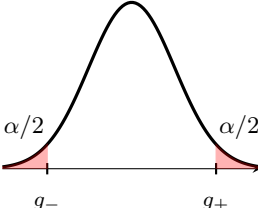
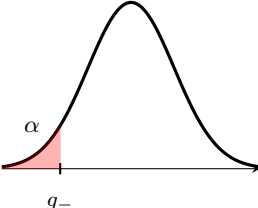
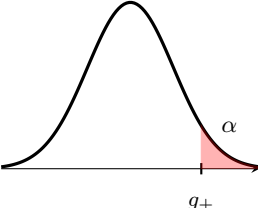
$$\int f(x) \, d(g(x)) = f(x).g(x) - \int g(x) \, d(f(x))$$

$$\int u \, dv = u.v - \int v \, du$$

8 Statistiek

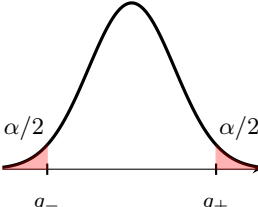
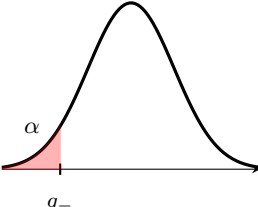
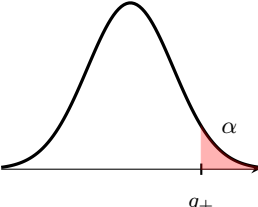
8.1 Test van een hypothese over het gemiddelde van een normaal-verdeling

Dit is een test van een steekproefgemiddelde \bar{z} volgens steekproefgemiddeldeverdeling $X \approx \mathcal{N}(\mu, \frac{\sigma}{\sqrt{n}})$ in de populatie $\mathcal{N}(\mu, \sigma)$

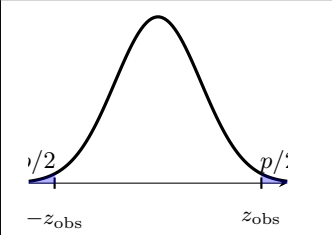

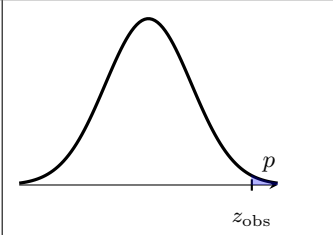
Twee-zijdige test	Links-zijdige test	Rechts-zijdige test
$H_0 : \mu = \mu_0$ $H_A : \mu \neq \mu_0$	$H_0 : \mu = \mu_0$ $H_A : \mu < \mu_0$	$H_0 : \mu = \mu_0$ $H_A : \mu > \mu_0$
		
$H_A : \bar{z} \leq g_- \vee \bar{x} \geq g_+$	$H_A : \bar{z} \leq g_-$	$H_A : \bar{z} \geq g_+$

8.2 Test van een hypothese over een populatieproportie

Dit is een test op een populatieproportie \hat{p} volgens een binomiaalverdeling $X \approx \mathcal{B}(n, p) \approx \mathcal{N}(np, \sqrt{n \cdot p(1-p)})$

Twee-zijdige test	Links-zijdige test	Rechts-zijdige test
$H_0 : p = p_0$ $H_A : p \neq p_0$	$H_0 : p = p_0$ $H_A : p < p_0$	$H_0 : p = p_0$ $H_A : p > p_0$
		
$H_A : \hat{p} \leq g_- \vee \hat{p} \geq g_+$	$H_A : \hat{p} \leq g_-$	$H_A : \hat{p} \geq g_+$

8.3 P-waarde (grafisch voorgesteld)

Twee-zijdige toets	Links-zijdige toets	Rechts-zijdige toets
		
$H_A : \mu \neq \mu_0$	$H_A : \mu < \mu_0$	$H_A : \mu > \mu_0$

9 Diversen

9.1 Wiskundige Symbolen (ISO 31/XI)

$x \in A$	is een element van de verzameling
$x \notin A$	is geen element van de verzameling
$\{x_1, x_2, \dots, x_n\}$	de verzameling door opsomming
$\{x \in A \mid p(x)\}$	de verzameling waar de elementen voldoen aan de eigenschap $p(x)$
\emptyset	de lege verzameling
\mathbb{N}	de natuurlijke getallen $(0, 1, 2, \dots)$
\mathbb{Z}	de gehele getallen $(\dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots)$
\mathbb{Q}	de rationale getallen (breuken van \mathbb{Z})
\mathbb{R}	de reële getallen
\mathbb{C}	de complexe getallen
$B \subseteq A$	B behoort tot A (kan er mee samenvallen)
$B \subset A$	B behoort strikt tot A
$A \cup B$	samenvoeging van A en B (unie)
$A \cap B$	doorsnede van A en B (de gemeenschappelijke elementen)
$A \setminus B$	A verschilt B , wat tot A behoort en niet tot B
$\mathcal{C}_U A$	het complement van A in het universum U
(a, b)	het geordend paar
(a_1, a_2, \dots, a_n)	een geordend n -tal
$A \times B$	de productverzameling van A en B
$\#$	rangnummer of aantal

9.2 Logische symbolen

$p \wedge q$	conjunctie, de beweringen p en q zijn geldig
$p \vee q$	disjunctie, de bewering p of q is geldig
$\neg p$	negatie, de bewering p is niet geldig
$p \Rightarrow q$	implicatie, als p dan q
$p \Leftrightarrow q$	equivalentie, de beweringen p en q zijn gelijkwaardig
$\forall x$	universele kwantor, voor alle elementen geldt
$\exists x$	existentiële kwantor, er zijn elementen die voldoen aan