Dedcisões de Consumo: Escolha Intertemporal

Ian Teixeira Barreiro

Novembro 2021

1 Introdução

Vimos em um modelo anterior que na abordagem Keynesiana as decisões de consumo são tomadas levando-se em conta apenas a renda disponível após a cobrança de tributos. Isso obviamente é uma simplificação. Além de considerar as suas rendas disponíveis no momento, as famílias também anteveem o consumo de que necessitarão no futuro, e fazem considerações acerca da incerteza de sua renda futura para decidir quanto consumirão e quanto pouparão no presente. Mesmo na ausência de risco (de modo a eliminar a poupança precaucional) pessoas diferentes podem dar utilidades diferentes ao seu consumo futuro, de modo que quanto mais utilidade é dada ao consumo futuro mais interessantes será poupar no presente.

No presente texto será analisado o modelo de escolha de consumo intertemporal em uma formatação em que inexiste risco acerca do futuro. Esse modelo será discutido tomando-se como bibliografia os livros "Microeconomia: Uma Abordagem Moderna, 8a ed."de Hal R. Varian e "Macroeconomia, 8a ed."do N. Gregory Mankiw, nos capítulos 10 e 16, respectivamente. A estrutura do texto será a seguinte: i) primeiro haverá uma breve descrição do modelo, ii) depois serão descritas 3 possibilidades de implementação computacional distintas e por fim iii) será feita uma descrição breve do impacto da mudança de parâmetros nos resultados do modelo.

2 Decisões de Consumo e Poupança

As pessoas devem escolher se consomem no presente ou se postergam seu consumo para o futuro na forma de uma maior poupança. Vamos supor uma economia de dois períodos, em que o consumo e a renda no presente são denotados por c_t e Y_t e no período seguinte são denotados por c_{t+1} e Y_{t+1}. Nessa mesma economia, a taxa real de juros é dada por r. Já que a economia é apenas de dois períodos, faz sentido falar em poupança apenas no primeiro período, e essa poupança será denotada por S. Podemos representar o conjunto de combinações de consumo presente e futuro e o limite de consumo imposto pelas rendas em ambos os períodos utilizando uma restrição orçamentária intertemporal. Vamos supor que a dotação do agente seja de 8 e 11 no primeiro e no segundo período respectivamente, e que a taxa de juros seja de 10%. Então a restrição orçamentária será dada por

$$c_t + \frac{c_{t+1}}{1.1} = 8 + \frac{11}{1.1} = 18$$

que está representada no gráfico da figura 1.

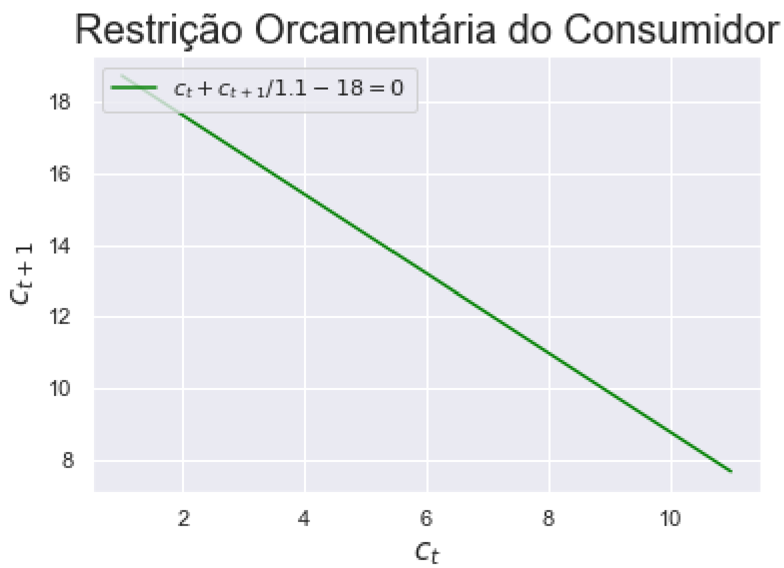

Figura 1: A Restrição Orçamentária do Consumidor

Para descobrir a escolha do consumidor é necessário também conhecer suas preferências acerca do consumo presente e futuro. Essas podem ser bem expressas por curvas de indiferença, que tomaremos aqui como sendo bem comportadas (monotônicas convexas). Suponhamos a seguinte função utilidade do consumidor:

$$max\, u(c_t, c_{t+1}) = \ln c_t + 0.8 \ln c_{t+1}$$

em que $\beta = 0.8$ é um valor que expressa a preferência do consumidor pelo futuro em relação ao presente. As curvas de indiferença para essa utilidade estão registradas na figura abaixo.

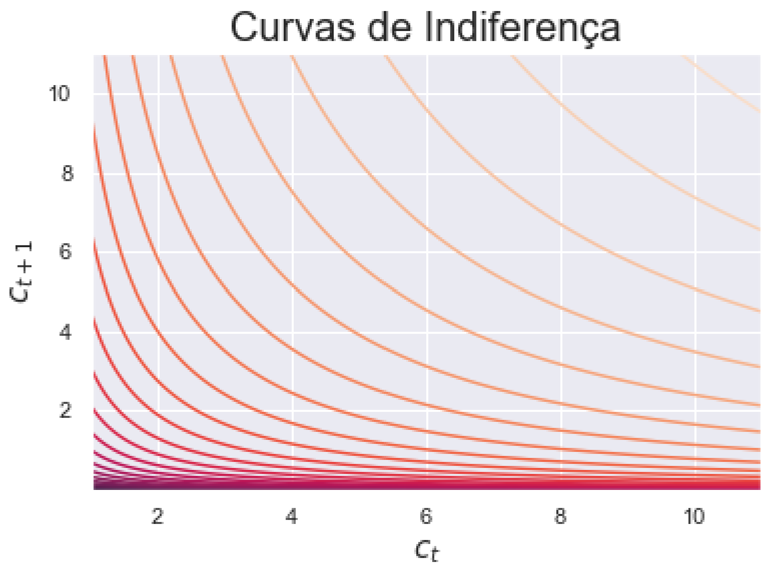

Figura 2: Uma Curva de Indiferença do Consumidor

Pode ser demonstrado por meio de otimização de Lagrange que o ponto de escolha ótima está onde o custo marginal de poupar é igual ao benefício marginal de poupar, ou no ponto em que a taxa marginal de substituição da função utilidade se iguala à inclinação da restrição orçamentária. Isso é expresso pela equação de Euler do Consumo, registrada abaixo.

$$\frac{\beta u'(c_{t+1})}{u'(c_t)} = \frac{1}{1+r}$$

Desse modo, dada uma forma funcional para a utilidade e valores para a renda nos dois períodos, a taxa de juros e o fator de desconto intertemporal é possível calcular o consumo no presente, no futuro e a poupança apenas utilizando a restrição orçamentária e a equação de Euler do Consumo. Para nosso exemplo dado, a escolha ótima se é exposta no gráfico abaixo.

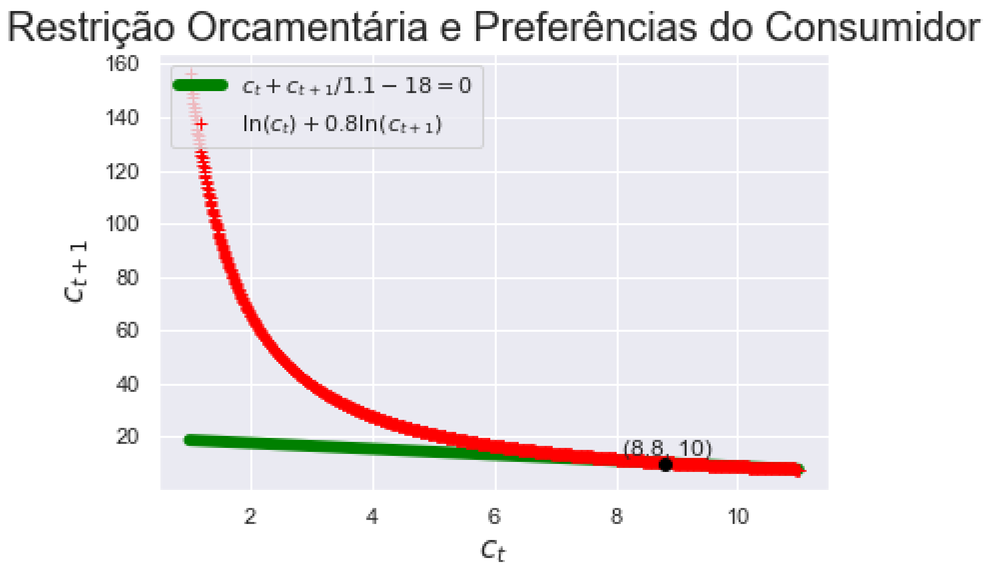

Figura 3: A escolha ótima do consumidor

3 Implementação Computacional

3.1 Implementação Analítica

A primeira implementação computacional é fruto de manipulação algébrica sobre uma função utilidade do tipo demonstrado nos exemplos acima. A variável do consumo futuro foi isolada e colocada em termos do consumo presente e depois foi substituída na restrição orçamentária. Desse modo, foram encontradas equações para o consumo presente e futuro, que foram utilizadas no programa. A poupança ótima foi calculada subtraindo a dotação do primeiro período pelo consumo no primeiro período.

```

# Importando Pacotes

import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
import seaborn as sns
sns.set()

# Resolucao analitica para uma funcao utilidade
# u(c) = ln(c)

def escolha_intertemp_analitica(beta, dota1, dota2, juros):

    # Calculando a renda no periodo t
    # e os monomios vindos da substituicao
    # de ct+1 da equacao de Fisher na restricao
```

```
    # orcamentaria

    renda_em_t = dota1 + dota2 / (1 + juros)
    monomio1   = 1 / (1 + beta)
    monomio2   = beta * (1 + juros)

    # Calculando consumo em t e t+1
    # e poupanca

    ct   = monomio1 * renda_em_t
    ct_1 = monomio2 * ct
    s    = dota1 - ct

    return ct, ct_1, s
```

3.2 Implementação Matricial

A segunda implementação é análoga à primeira, mas utilizando notação matricial para representar o sistema de equações. O sistema foi então resolvido calculando a matriz inversa da matriz de coeficientes e fazendo o produto interno da matriz de coeficientes pela matriz dos resultados do sistema linear.

```

# Resolucao utilizando representacoes matriciais do
# sistema de equacoes e resolvendo por Leontief

def escolha_intertemp_alglin(beta, dota1, dota2, juros):

    renda_em_t = dota1 + dota2 / (1 + juros)
    juros_intertemp = 1 / (1 + juros)

    # Vetor do resultado
    res = np.array([[0],
                    [renda_em_t]])


    # Matriz de coeficientes
    mat_coef = np.array([[beta, -juros_intertemp],
                         [1, juros_intertemp]])

    # Matriz inversa de coeficientes
    inv_mat_coef = np.linalg.inv(mat_coef)

    # Produto interno da matriz inversa com
    # o vetor de resultados
    consumo = np.dot(inv_mat_coef, res)

    # Isolando os resultados
    ct = consumo[0][0]
    ct_1 = consumo[1][0]
    s = dota1 - ct

    return ct, ct_1, s
```

3.3 Implementação por Aproximação Numérica

A terceira implementação utiliza um grid bidimencional para fazer uma aproximação numérica dos valores do consumo no presente e no futuro. O programa percorre cada par ordenado do grid e retorna aquele em que vale a Equação de Euler do Consumo e a restrição orçamentária dentro de uma certa tolerância. A função também recebe como parâmetro outra função que deve ser a derivada da forma funcional utilizada na utilidade. Dessa forma, a função não fica restrita a apenas uma forma funcional para a utilidade. Na próxima sessão ilustraremos esse fato com um exemplo.

```python

# Resolucao utilizando iteracao por um grid - "numerico forca bruta"
def escolha_intertemp_num(func, beta, dota1, dota2, juros,
                          grids, gride, gridtam = 1000, tol = 2):

    renda_em_t            = dota1 + dota2 / (1 + juros)
    juros_intertemp = 1 / (1 + juros)

    # Define o grid
    ct_vec   = np.linspace(grids, gride, gridtam)
    ct_1_vec = np.linspace(grids, gride, gridtam)

    # Define as variaveis de output
    ct   = 0
    ct_1 = 0

    # Para cada par ordenado no grid
    for i in ct_vec:
        for j in ct_1_vec:

            # Calcula o valor da equacao de fisher e da
            # restricao orcamentaria
            fisher = (beta * func(j)) / func(i) - juros_intertemp
            res_orc = i + (j * juros_intertemp) - renda_em_t

            # Caso as igualdades na equacao de fisher
            # e na restricao orcamentaria valham, preenche
            # as variaveis de output com as respostas e quebra
            # o loop
            if round(fisher, tol) == 0 and round(res_orc, tol) == 0:
                ct   = i
                ct_1 = j
                break

    return ct, ct_1, dota1 - ct
```

3.3.1 Exemplos da Implementação Numérica

Para ilustrar o uso de formas funcionais distintas na implementação por aproximação numérica, temos abaixo implementadas uma função que retorna a derivada primeira de uma utilidade modelada pela ln e outra implementação que retorna a derivada primeira de uma utilidade modelada pela função CRRA.

```
# Primeira derivada da funcao ln
def d_ln(n):
    return 1 / n

# Primeira  derivada da funcao CRRA
def d_crra(c, alfa = 0.5):
    if alfa == 1:
        return 1 / c
    else:
        return c ** (-alfa)

cta, ct_1a, sa = escolha_intertemp_num(func = d_ln,
                                beta = 0.8,
                                dota1 = 8,
                                dota2 = 11,
                                juros = 0.1,
                                grids = 7,
                                gride = 11)

ctb, ct_1b, sb = escolha_intertemp_num(func = d_crra,
                                beta = 0.8,
                                dota1 = 8,
                                dota2 = 11,
                                juros = 0.1,
                                grids = 7,
                                gride = 11)
```

4 Gráficos e Estática Comparativa

Na presente sessão faremos uma demonstração dos impactos da alteração de parâmetros nos valores do consumo presente, futuro e da poupança. Os exemplos utilizam apenas funções utilidade do tipo ln.

Na primeira análise, vemos o impacto da alteração do fator de desconto intertemporal, percorrendo valores de 0 a 1. Quanto maior o valor de beta, menor o consumo presente e maior o consumo futuro, como é de se esperar, até o ponto em $\beta = 1$ em que a utilidade de se consumir no presente se iguala à utilidade de se consumir no futuro. Para todo valor do fator de desconto intertemporal temos que o consumidor é tomador de empréstimo, como se vê pela curva de poupança, mas, logicamente, ao se aumentar o valor do futuro em relação ao presente, a poupança paulatinamente aumenta.

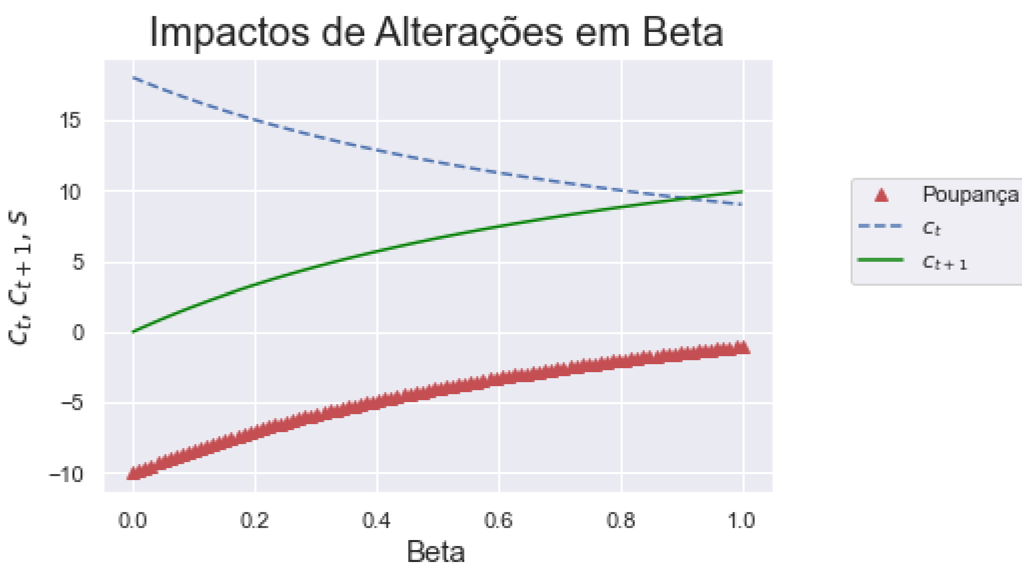

Figura 4: Impacto de alterações em Beta

Como vemos pelo gráfico abaixo, aumentos na taxa de juros levam a um consumo menor no presente e a um consumo maior no futuro. Isso se dá pelo fato de que aumentos na taxa de juros aumentam a atratividade de se poupar e transferir o consumo para o futuro. Para valores altos da taxa de juros temos que o consumidor deixa de ser tomador de empréstimos.

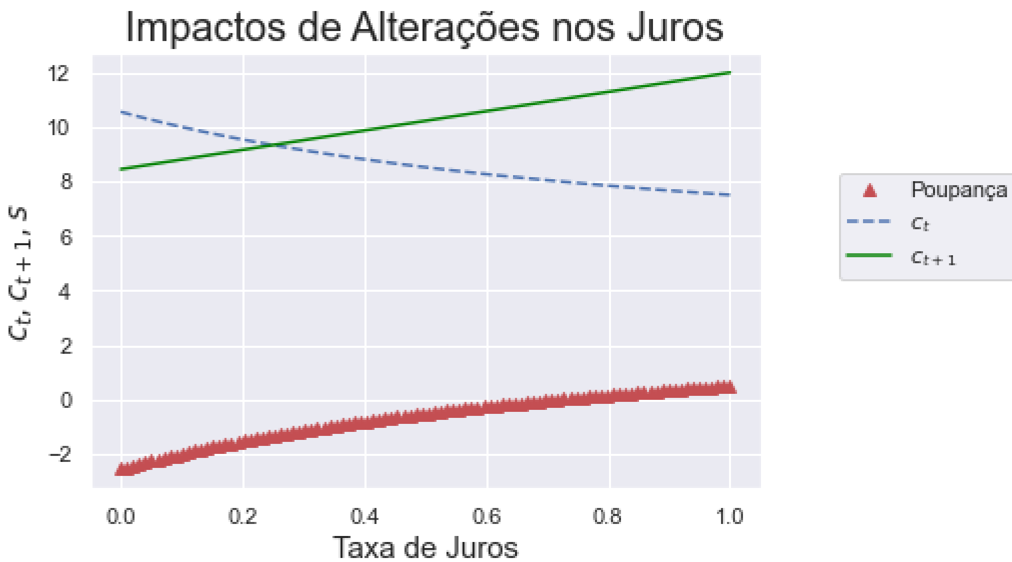

Figura 5: Impacto de alterações na Taxa de Juros