

UNIVERSIDAD DE LAS FUERZAS ARMADAS ESPE

Primero R.Armas, Segundo I.Portero, y Tercer B.Torres

TEOREMAS FUNDAMENTALES DE RAMAS, LAZOS Y NODOS.

I. RESUMEN.

Existen tres métodos populares de análisis de circuitos.

La aplicación directa de las leyes fundamentales (Ley de Ohm y Ley Kirchhoff), el método del voltaje en los nodos, el método de la corriente de malla y el método de la corriente de lazo.

El primer método funciona muy bien para circuito simples, no es tan eficiente al momento de tener circuitos más complicados debido a que se va dificultando el trabajo.

El método de la corriente de lazo es un pariente cercano del método de la corriente de malla, y se usa en determinados casos especiales.

II. INTRODUCCIÓN.

En el capítulo 8, se estudió sobre el teorema de Superposición, el teorema de Thevenin, el teorema de Norton, el teorema de transferencia de potencia máxima, y acerca de diversos tipos de métodos de conversión. En este capítulo se introducen otros tres métodos de Conversión. En este capítulo se introducen otros tres métodos de circuitos. Estos métodos, basados en la ley de ohm y las leyes de Kirchhoff, son particularmente útiles el análisis de circuitos de múltiples lazos que tienen dos o mas fuentes de voltaje o de corriente. En el método de la corriente en ramas, se aplicara las leyes de Kirchhoff para determinar la corriente en varias ramas de un circuito de múltiples lazos.

A. Método de la corriente de Lazo.

En el método de corriente de Lazo, se trabajara con corrientes de lazo en lugar de corrientes de rama. A diferencia de las corrientes de rama, las de lazo son cantidades matemáticas y no corrientes físicas reales, aunque la dirección asignada a una corriente es arbitraria y se asigna de forma de manecillas del reloj.

B. Método de corrientes en Ramas.

El método de corrientes en ramas es un método de análisis

de circuitos que utiliza las LVK y LCK para determinar la corriente que circula en cada rama de un circuito generado ecuaciones simultáneas. Una vez que se conocen las corrientes presentes en las ramas, se pueden determinar los voltajes.

C. Método de voltajes en nodo.

Otros métodos de análisis de circuitos de lazos múltiples se denominan método del voltaje en nodos. Se basa en la determinación de voltajes presentes en cada nodo del circuito mediante la LCK. Un nodo es la unión de uno o más componentes.

D. Teorema de superposición.

En un circuito con múltiples fuentes, el teorema de superposición es una forma de determinar corrientes en dicho circuito, dejando una fuente a la vez y reemplazando las fuentes por resistencias internas.

E. Teorema de Thevenin.

El teorema de thevenin es un método para simplificar un circuito en una forma equivalente estándar.

El equivalente de thevenin de cualquier circuito resistivo de dos terminales consta de dos partes de la fuente de voltaje equivalente (V_{th}) y una resistencia equivalente (R_{th}).

F. Teorema de Norton.

Es un método empleado para simplificar un circuito lineal de dos terminales en un circuito equivalente con una fuente de corriente en paralelo con un resistor. Se denomina la fuente de corriente como I_n y la resistencia R_n .

Corriente equivalente de Norton (I_n)

Es la corriente que se encuentra en cortocircuito entre dos terminales de salida de un circuito.

G. Resistencia equivalente de Norton.

La resistencia equivalente de Norton se emplea de igual manera que la resistencia de Thevenin. Es la resistencia total que aparece entre dos terminales de salida que tiene las fuentes reemplazadas por sus resistencias internas.

Pasos para aplicar el teorema de Norton.

1º- Poner en cortocircuito las dos terminales que se desea determinar el equivalente de Norton.

2º- Determinar la corriente de Norton en las terminales en cortocircuito.

3º- Determinar la resistencia de Norton con las terminales abiertas y con las fuentes remplazadas en corriente (abierta) y voltaje cortocircuito al igual que se hace en la resistencia de thevenin.

4º- Calcular I_n y R_n con el circuito en paralelo para que se produzca el equivalente de Norton.

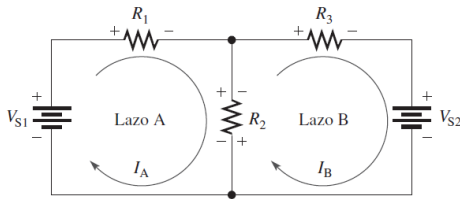
H. Teorema de transferencia de potencia máxima.

Para una fuente de voltaje dada, la potencia máxima se transfiere desde una fuente hasta una carga cuando la resistencia de la carga es igual a la resistencia interna de la fuente.

Se transfiere potencia máxima cuando $R_s = R_i$

III. IMÁGENES.

Se asignan a las corrientes de lazos el sentido de las manecillas del reloj y la polaridad de las caídas de voltaje.



“fi1.ps”

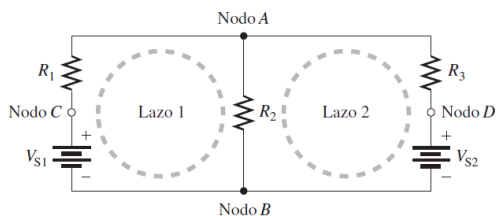
Ecuaciones de los lazos del circuito aplicando la LVK.

$$R_1 I_A + R_2(I_A - I_B) = V_{S1} \quad \text{por el lazo A}$$

$$R_3 I_B + R_2(I_B - I_A) = -V_{S2} \quad \text{por el lazo B}$$

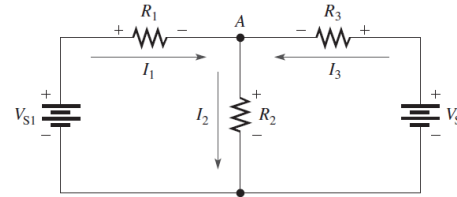
“fi2.ps”

Circuito de ejemplo para método de corrientes en ramas.



“fi3.ps”

Circuito asignando las corrientes de ramas I_1 , I_2 , I_3 en sus respectivas direcciones.



“fig4.ps”

Ecuaciones generadas en lazo 1 y 2 usando LVK.

Ecuación 1: $R_1 I_1 + R_2 I_2 - V_{S1} = 0$ para el lazo 1

Ecuación 2: $R_2 I_2 + R_3 I_3 - V_{S2} = 0$ para el lazo 2

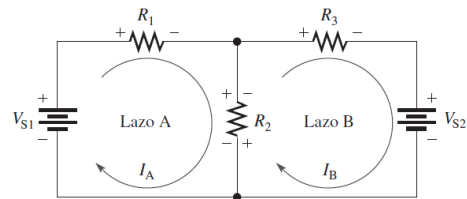
“fig5.ps”

Usando la LCK para generar la ecuación final.

Ecuación 3: $I_1 - I_2 + I_3 = 0$

“fig6.ps”

Circuito ejemplo, se asignan las corrientes de lazo en sentido de las manecillas del reloj y la polaridad de las caídas de voltaje



“fig7.ps”

Ecuaciones de los lazos del circuito aplicando la LVK.

$R_1 I_A + R_2(I_A - I_B) = V_{S1}$ por el lazo A

$R_3 I_B + R_2(I_B - I_A) = -V_{S2}$ por el lazo B

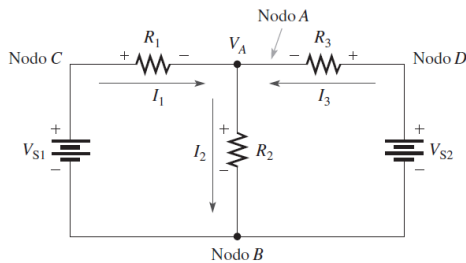
“fi8.ps”

Se reordena las ecuaciones obtenidas para aplicar los diferentes métodos de soluciones de ecuación vista.

$$\begin{aligned}(R_1 + R_2)I_A - R_2I_B &= V_{S1} && \text{por el lazo A} \\ -R_2I_A + (R_2 + R_3)I_B &= -V_{S2} && \text{por el lazo B}\end{aligned}$$

“fig9.ps”

Se establece los nodos, se escoge un nodo de referencia (Nodo B).



“fig10.ps”

Se asignan arbitrariamente las corrientes de nodo (Nodo A), Se aplica LCK en el nodo seleccionado.

$$I_1 - I_2 + I_3 = 0$$

“fig11.ps”

Se expresan las corrientes en función de voltajes de circuito utilizando la ley de ohm.

$$\begin{aligned}I_1 &= \frac{V_1}{R_1} = \frac{V_{S1} - V_A}{R_1} \\ I_2 &= \frac{V_2}{R_2} = \frac{V_A}{R_2} \\ I_3 &= \frac{V_3}{R_3} = \frac{V_{S2} - V_A}{R_3}\end{aligned}$$

“fig12.ps”

Se sustituye estos términos en la ecuación de corrientes se obtiene:

$$\frac{V_{S1} - V_A}{R_1} - \frac{V_A}{R_2} + \frac{V_{S2} - V_A}{R_3} = 0$$

“fig13.ps”

IV. INDICACIONES ÚTILES

I. Ecuaciones

Ley de Ohm.

$$I = \frac{V}{R} \quad (1)$$

Divisor de corriente para dos ramas.

$$I_X = \frac{R_T}{R_X + R_T} I_T \quad (2)$$

Divisor de voltaje.

$$V_{OUT} = \frac{R_2}{R_1 + R_2} V_{IN} \quad (3)$$

V. OTRAS RECOMENDACIONES

Las leyes de Kirchhoff resultan de vital importancia ya que requerimos el manejo de técnicas que nos permitan resolver circuitos complejos de manera rápida y efectiva, además, estas leyes nos permitieron analizar dichos problemas por dos métodos nodos y mallas.

VI. DESARROLLO

Ejercicio1: Determine la corriente a través de cada resistor mostrado en la figura.

1º- Observo el circuito planteado y lo vuelvo a dibujar de forma que sea más evidente las resistencias que se encuentran en serie-paralelo y ubicar las fuentes de corriente.

2º- Planteando la primera ecuación de mis ramas digo que la corriente I1-I2 es igual a 100ma.

3º- De la primera ecuación por formula de la ley de ohm digo que la corriente es igual al voltaje sobre la resistencia, de la primera malla digo que los 12 voltios de mi fuente – Va sobre

la resistencia de 47 ohm, De la rama 2 el V_a sobre la resistencia de 100 ohm.

4º-Multiplicando por 100 y 47 a ambos lados de la igualdad, realizo las operaciones que me quedan para poder despejar el voltaje que pasa por el nodo A.

5º- Teniendo ya el voltaje digo que la intensidad de la corriente I_1 es igual a $12v-4.97v$ sobre la resistencia de 47 ohm dándonos la corriente de 150ma.

6º- La corriente I_2 es igual $4.97v$ sobre 47 ohm dándonos la corriente de 49.7ma.

7º- La corriente I_3 es igual a 100ma.

14. Determine la corriente a través de cada resistor mostrado en la figura 9-27.

$$I_1 - I_2 = 100 \text{ mA}$$

$$\frac{12 - V_A}{47} - \frac{V_A}{100} = 0.1 \text{ A}$$

$$100(12 - V_A) - 47V_A = 470$$

$$1200 - 100V_A - 47V_A = 470$$

$$-147V_A = -730$$

$$V_A = 4.97 \text{ V}$$

$$I_1 = \frac{12V - 4.97V}{47\Omega} = \frac{7.03V}{47\Omega} = 150 \text{ mA}$$

$$I_2 = \frac{4.97V}{47\Omega} = 49.7 \text{ mA}$$

$$I_3 = 100 \text{ mA}$$

“fig1.1ps”

Ejercicio 2:

Escriba las ecuaciones de voltaje de nodo para la figura, Use la calculadora para determinar los voltajes de cada nodo.

1º- Primero planteo mis ecuaciones de mis dos nodos de V_a y V_b .

2º-Mi ecuación 1 es igual a la $I_1 - I_2 - I_3 = 0$, Mi ecuación 2 es igual a $I_3 + I_4 - I_5 = 0$.

3º- De la primera ecuación la corriente I_1 es $1.5 - V_a$ sobre 47 ohm, la corriente I_2 es igual V_a sobre los 10 ohm, La corriente I_3 $V_a - V_b$ sobre la resistencia de 27 ohm igualada a 0.

4º- De la segunda ecuación la corriente I_3 es igual $V_a - V_b$ sobre la resistencia de 27 ohm, la corriente I_4 es igual $3V - V_b$ sobre la resistencia de 4.7 ohm, la corriente I_5 es igual al $V_b - 15V$ sobre la resistencia de 15 ohm igualando a 0.

5º- Simplifico algebraicamente mi sistema de ecuaciones donde me queden 2 variables con 2 incógnitas.

6º- Usando la calculadora resuelvo mi sistema de ecuaciones obteniendo mi voltaje en el nodo a y en el nodo b.

28. Escriba las ecuaciones de voltaje de nodo para la figura 9-29. Use su calculadora para determinar los voltajes de nodo.

$$I_1 - I_2 - I_3 = 0$$

$$I_3 + I_4 - I_5 = 0$$

$$\textcircled{1} \frac{1.5 - V_A}{47} - \frac{V_A}{10} - \frac{V_A - V_B}{27} = 0$$

$$\frac{1.5 - V_A}{47} - \frac{V_A}{10} - \frac{V_A - V_B}{27} = 0$$

$$-23V_A - 126.9V_A - 47V_A + \frac{V_B}{27} = -\frac{15}{27}$$

$$\frac{200.9V_A}{106.9} - \frac{V_B}{27} = \frac{15}{27}$$

$$\textcircled{1} 1.58V_A - 0.037V_B = 0.0319$$

$$\textcircled{2} \frac{V_A - V_B}{27} + \frac{3 - V_B}{4.7} - \frac{V_B - 15}{15} = 0$$

$$\frac{V_A}{27} - \frac{V_B}{27} + \frac{3}{4.7} - \frac{V_B}{4.7} + \frac{V_B}{15} - \frac{15}{15} = 0$$

$$0.037V_A - 0.037V_B - 0.037V_B - 0.037V_B + 0.037V_B = 0.037V_B$$

$$\textcircled{2} 0.037V_A - 0.37V_B = -0.037$$

$$\begin{cases} 1.58V_A - 0.037V_B = 0.0319 \\ 0.037V_A - 0.37V_B = -0.037 \end{cases}$$

$$V_A = 0.0799 \text{ V}$$

$$V_B = 2.336 \text{ V}$$

“fig1.2ps”

VII. ALGUNOS ERRORES COMUNES

Uno de los más comunes errores al resolver un circuito mediante la ley de Kirchhoff es colocar bien los signos al recorrer una malla del circuito. Siempre la corriente se mueve del punto de mayor potencial (+) al de menor potencial (-), con lo cual si al recorrer una malla nos encontramos con una resistencia tenemos que contemplarla como una caída de tensión y la colocamos con un signo menos, si nos encontramos con una batería debemos colocar el signo opuesto al del terminal que nos encontremos primero, por que eso nos dirá si encontramos una subida o una bajada de tensión.

VIII. CONCLUSIÓN

Ampliando el tema sobre la resolución de sistemas de ecuaciones por medio de la calculadora, resulta más fácil al momento de resolver circuitos de una mayor dificultad.

Tanto el método de análisis de ramas como el de lazos son métodos efectivos para la resolución de ejercicios con incógnitas la única diferencia es de los valores que trabaja cada uno, tanto en la variación de valores físicos como números reales.

Una malla es un lazo que no contiene otros lazos en su interior, es decir que comienza en el terminal de un componente cualquiera y el final del recorrido es el terminal del mismo componente, pero sin lugar a que exista otra malla en su interior.

APÉNDICE

Es más importante entender lo que estas leyes significan que aprenderse las formulas en sí.

A nivel práctico no es necesario conocer profundamente todas estas leyes, pero sí lo básico para entenderlas y poder aplicarlas.

Por último, aprender todo lo que seas capaz, no te conformes con lo básico.

REFERENCES

- [1] norenelson. (2021). teorema de Thevenin y Zbarra. Retrieved 5 January 2021, from <https://es.slideshare.net/norenelson/teorema-de-thevenin-y-zbarra>
- [2] Ley de Kirchhoff: Análisis de mallas. - HETPRO/TUTORIALES. (2021). Retrieved 5 January 2021, from <https://hetpro-store.com/TUTORIALES/ley-de-kirchhoff-analisis-de-mallas/>
- [3] 3 puntos básicos para entender circuitos electrónicos - Zaragoza MakerSpace. (2021). Retrieved 5 January 2021, from <https://zaragozmakerspace.com/index.php/3-puntos-basicos-para-entender-circuitos-electronicos/>
- [4] H. Poor, *An Introduction to Signal Detection and Estimation*. New York: Springer-Verlag, 1985, ch. 4.
- [5] Veloso, C. (2021). ▷ LEY DE KIRCHHOFF - PRIMERA Y SEGUNDA LEY (Ejercicios). Retrieved 5 January 2021, from <https://www.electrontools.com/Home/WP/ley-de-kirchhoff/>
- [6] Conversión Estrella a Delta - TOMi.digital. (2021). Retrieved 5 January 2021, from <https://tomi.digital/es/32086/conversion-estrella-a-delta>