

# UNIVERSIDAD DE LAS FUERZAS ARMADAS ESPE

Roger Armas, Israel Portero, y Bryan Torres

## TEOREMAS DE CIRCUITOS EN ANALISIS DE CA.

### I. RESUMEN.

Los teoremas y las conversiones enviados en este capítulo facilitan el análisis de ciertos tipos de circuitos. Estos métodos se utilizan junto con las leyes de ohm y de Kirchhoff en ciertas situaciones.

La resolución de circuitos exige el conocimiento de herramientas matemáticas. Ya se conoce la ley de Ohm, las reglas de Kirchhoff y resolución por mallas. Para lograr resolver algunos más complejos se proponen otras herramientas matemáticas como: transformación de redes estrella en triángulo y viceversa, principio de superposición, teoremas de Thévenin, Norton y Superposición.

### II. INTRODUCCIÓN.

Debido a que todos los circuitos eléctricos son controlados por fuentes de voltaje o de corriente en este caso (CA), es importante entender cómo funcionan estos elementos.

El teorema de superposición nos ayudara a abordar circuitos que tienen múltiples fuentes. Los teoremas de Thevenin y el de Norton ponen a nuestro alcance métodos apropiados para reducir un circuito a una forma equivalente simple con el propósito de facilitar su análisis.

Las conversiones delta a Y y Y a delta resultan útiles al momento de analizar circuitos puente encontrados generalmente en sistemas que miden parámetros físicos tales como temperatura, precisión y deformación.

#### A. Fuente de Poder (CA)

El voltaje de corriente alterna o Vca es, por ejemplo, el que obtenemos de la toma de corriente de nuestras casas, el voltaje y la corriente es alterna ya que su polaridad varia con una frecuencia específica. Por ejemplo el voltaje nominal de Ecuador es de 110 volts a 60 Hz. El mismo que se usa en USA, pero diferente al que se tiene por ejemplo en Argentina, Japón o Europa.

El voltaje directo tiene una polaridad fija sin variación de frecuencia. Este voltaje es el que usa la gran mayoría de los circuitos electrónicos, ejemplo de este voltaje es el que se

encuentra en las pilas alcalinas o las del tipo recargable que encontramos por ejemplo en el teléfono móvil.

La mayoría de los circuitos electrónicos usa voltaje directo, pero siempre tienen un tipo de fuente de poder que transforma el Vca a Vcd, la fuente puede ser externa o interna. Un cargador de baterías se considera una fuente de poder, por que transforma el Vca a Vcd para cargar la batería recargable.

#### B. Conversiones de fuentes

El voltaje de fuente ( $V_s$ ), dividido entre la resistencia interna de la fuente ( $R_s$ ), da el valor de la corriente de la fuente equivalente.

El valor de  $R_s$  es el mismo tanto con la fuente de voltaje como con la fuente de corriente. La flecha direccional para la corriente apunta de menos a más. La fuente de corriente equivalente está en paralelo con  $R_s$ .

#### C. Conversión de una fuente de corriente en una fuente de voltaje.

La corriente de la fuente  $I_s$ , multiplicada por la resistencia interna de la fuente  $R_s$ , da el valor del voltaje de la fuente equivalente.

De nuevo,  $R_s$  no cambia. La polaridad de la fuente de voltaje es de menos en la dirección de la corriente. La fuente de voltaje equivalente es el voltaje en serie con  $R_s$ .

#### D. Teorema de superposición.

En un circuito con múltiples fuentes, el teorema de superposición es una forma de determinar corrientes en dicho circuito, dejando una fuente a la vez y reemplazando las fuentes por resistencias internas.

#### E. Teorema de Thevenin.

El teorema de thevenin es un método para simplificar un circuito en una forma equivalente estándar.

El equivalente de thevenin de cualquier circuito resistivo de dos terminales consta de dos partes de la fuente de voltaje equivalente ( $V_{th}$ ) y una resistencia equivalente ( $R_{th}$ ).

### F. Teorema de Norton.

Es un método empleado para simplificar un circuito lineal de dos terminales en un circuito equivalente con una fuente de corriente en paralelo con un resistor. Se denomina la fuente de corriente como  $I_N$  y la resistencia  $R_N$ .

Corriente equivalente de Norton ( $I_N$ )

Es la corriente que se encuentra en cortocircuito entre dos terminales de salida de un circuito.

Resistencia equivalente de Norton.

La resistencia equivalente de Norton se emplea de igual manera que la resistencia de Thevenin. Es la resistencia total que aparece entre dos terminales de salida que tiene las fuentes reemplazadas por sus resistencias internas.

Pasos para aplicar el teorema de Norton.

1°- Poner en cortocircuito las dos terminales que se desea determinar el equivalente de Norton.

2°- Determinar la corriente de Norton en las terminales en cortocircuito.

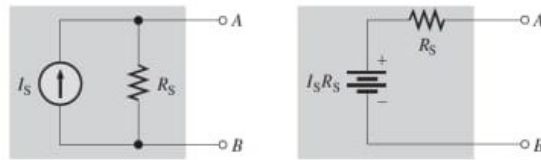
3°- Determinar la resistencia de Norton con las terminales abiertas y con las fuentes reemplazadas en corriente (abierto) y voltaje cortocircuito al igual que se hace en la resistencia de thevenin.

4°- Calcular  $I_N$  y  $R_N$  con el circuito en paralelo para que se produzca el equivalente de Norton.

Voltaje de la fuente equivalente.

$$V_S = I_S R_S$$

“fig3.ps”



“fig4.ps”

Pasos para aplicar el teorema de superposición.

### G. Conversiones Delta a Y y Y a Delta.

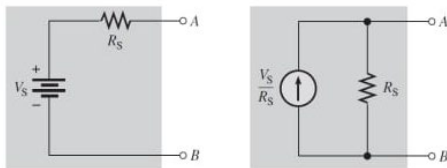
La conversión entre este tipo de circuitos son muy útiles en aplicaciones especializadas de tres terminales, un ejemplo claro es de un circuito con un puente Wheatstone con una carga.

### III. IMÁGENES.

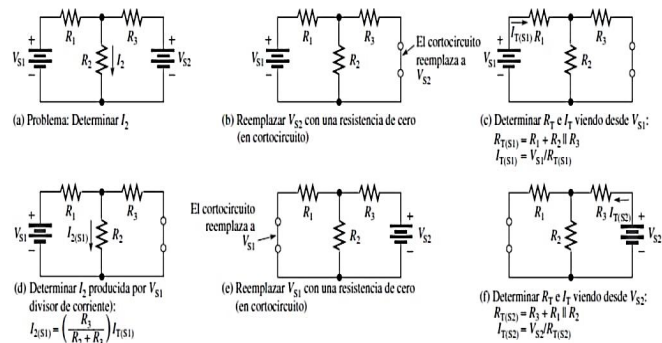
Conversión de una fuente de corriente en una fuente de voltaje.

$$I_S = \frac{V_S}{R_S}$$

“fig1.ps”



“fig2.ps”



“fig5.ps”

Voltaje equivalente de Thevenin.

$$V_{TH} = \left( \frac{R_2}{R_1 + R_2} \right) V_S$$

“fig6.ps”

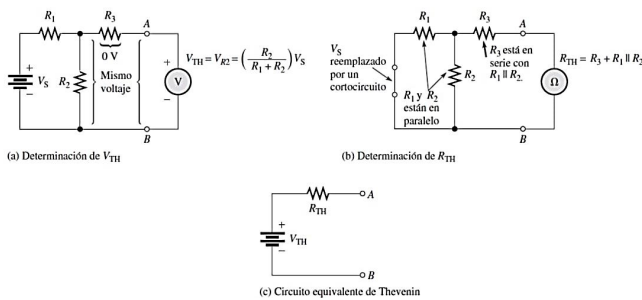
Resistencia equivalente de Thevenin.

“fig10.ps”

$$R_{TH} = R_3 + \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$$

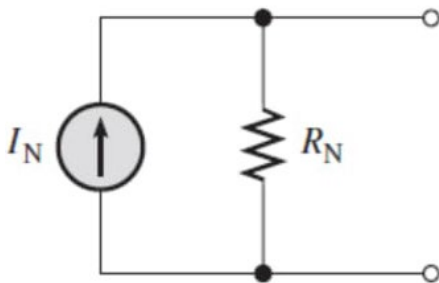
“fig7.ps”

Pasos para aplicar el teorema de Thevenin.

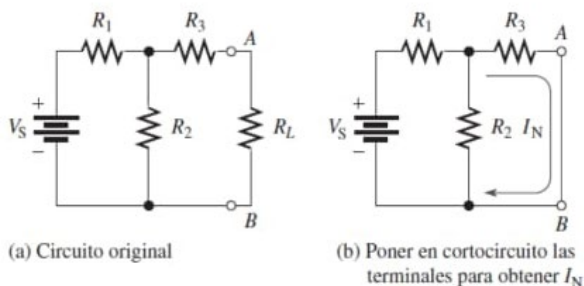


“fig8.ps”

Corriente equivalente de Norton ( $I_N$ ).

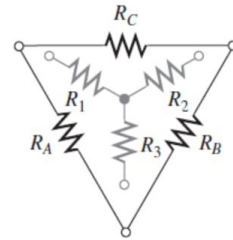


“fig9.ps”



Conversión de Delta a Y.

Se requiere que  $R_1, R_2, R_3$  debe estar en función de  $R_A, R_B, R_C$



Se emplea las siguientes formulas:

$$R_1 = \frac{R_A R_C}{R_A + R_B + R_C}$$

$$R_2 = \frac{R_B R_C}{R_A + R_B + R_C}$$

$$R_3 = \frac{R_A R_B}{R_A + R_B + R_C}$$

“fig12.ps”

Conversiones de Y a Delta.

Para realizar esta conversion  $R_A, R_B, R_C$  debe de estar en función de  $R_1, R_2, R_3$

Se emplea las siguientes formulas:

$$R_A = \frac{R_1 R_2 + R_1 R_3 + R_2 R_3}{R_2}$$

$$R_B = \frac{R_1 R_2 + R_1 R_3 + R_2 R_3}{R_1}$$

$$R_C = \frac{R_1 R_2 + R_1 R_3 + R_2 R_3}{R_3}$$

“fig13.ps”

#### IV. INDICACIONES ÚTILES

##### I. Ecuaciones

Ley de Ohm.

$$I = \frac{V}{R} \quad (1)$$

Divisor de corriente para dos ramas.

$$I_X = \frac{R_T}{R_X + R_T} I_T \quad (2)$$

Divisor de voltaje.

$$V_{out} = \frac{R_2}{R_1 + R_2} V_{IN} \quad (3)$$

##### V. OTRAS RECOMENDACIONES

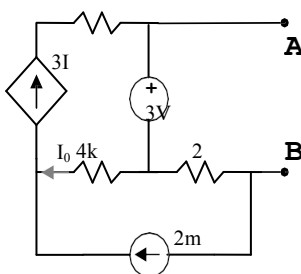
Las leyes de Kirchhoff resultan de vital importancia ya que requerimos el manejo de técnicas que nos permitan resolver circuitos complejos de manera rápida y efectiva, además, estas leyes nos permitieron analizar dichos problemas por dos métodos nodos y mallas.

##### VI. DESARROLLO

###### Problema 1.-

Obtener el equivalente Thevenin del circuito entre los terminales A y B

- Sobre el circuito anterior se añade una resistencia entre los terminales A y B. ¿Qué valor debe tener esa resistencia si queremos que consuma la máxima potencia posible?

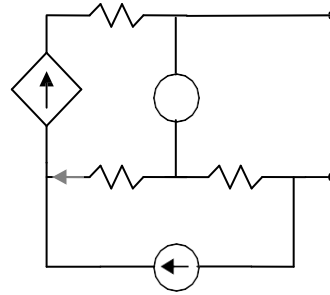


Obtención del equivalente Thevenin:

- Se calculará en primer lugar la tensión de circuito abierto VCA:

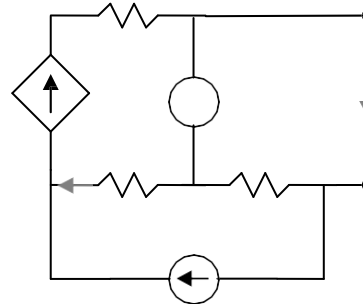
Sin resolver completamente el circuito, podemos ver que VAB será igual a los 3V de la fuente de tensión más la caída de tensión en la resistencia de 2k. Como por esta resistencia circulan los 2mA de la fuente de intensidad, tendremos:

$$VCA = 3V + 2mA \cdot 2k\Omega = 7V$$



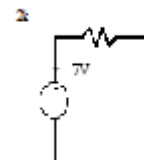
A continuación se calculará la intensidad de cortocircuito ICC:

De nuevo sin resolver el circuito podemos ver que ICC será igual a los 2mA de la fuente de intensidad más la intensidad que circule por la resistencia de 2k. Como esta resistencia se encuentra en paralelo con la fuente de tensión de 3V, entre sus terminales habrá 3V. Por tanto, ICC = 2mA + 3V/2k = 3,5mA



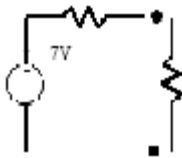
La equivalente será:

$$\begin{aligned} V_{TH} &= V_{CA} = 7V \\ I_N &= I_{CC} = 4.5mA \\ R_{TH} &= \frac{V_{TH}}{I_N} = \frac{7V}{3.5mA} = 2k\Omega \end{aligned}$$



Según el teorema de máxima transferencia de potencia, para lograr un consumo máximo de potencia la resistencia de carga debe tener el mismo valor que la resistencia Thevenin:

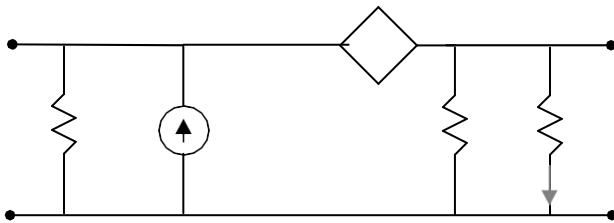
$$R_L = 2k\Omega$$



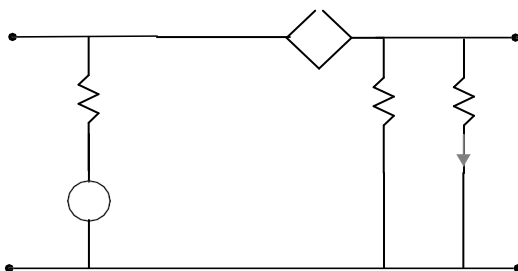
### Problema 2.-

Obtener el equivalente Thevenin del circuito entre los terminales a y b

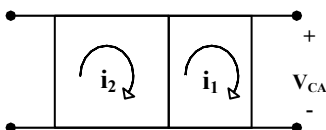
Obtener el equivalente Thevenin del circuito entre los terminales c y d



Como primer paso se hace una transformación de fuente, con lo que el circuito queda:



Primer equivalente Thévenin: calculamos la tensión a circuito abierto y la intensidad de cortocircuito entre a y b.

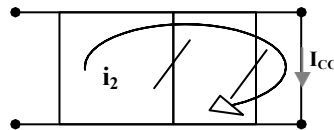


Tensión a circuito abierto:

se resuelve por mallas,

$$\begin{aligned} -240 + I_2 \cdot 60 + I_2 \cdot 20 + 160 \cdot I_1 + (I_2 - I_1) \cdot 80 &= 0 \\ (I_1 - I_2) \cdot 80 + I_1 \cdot 40 &= 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} I_2 &= 1125 \text{ mA} \\ I_1 &= 750 \text{ mA} \\ V_{CA} &= 30 \text{ V} \end{aligned}$$

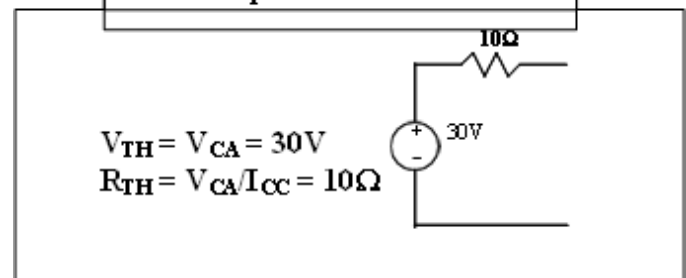


Intensidad de cortocircuito: toda la corriente circula por el cortocircuito:

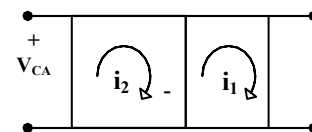
$$-240 + I_2 \cdot 60 + I_2 \cdot 20 + 160 \cdot 0 = 0$$

$$\begin{aligned} I_2 &= 3 \text{ A} \\ I_{CC} &= 3 \text{ A} \end{aligned}$$

### Primer equivalente Thévenin



Segundo equivalente Thévenin: calculamos la tensión a circuito abierto y la intensidad de cortocircuito entre c y d.

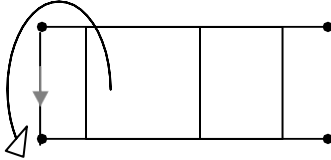


Tensión a circuito abierto: se resuelve por mallas

$$\begin{aligned} -240 + I_2 \cdot 60 + I_2 \cdot 20 + 160 \cdot I_1 + (I_2 - I_1) \cdot 80 &= 0 \\ (I_1 - I_2) \cdot 80 + I_1 \cdot 40 &= 0 \end{aligned}$$

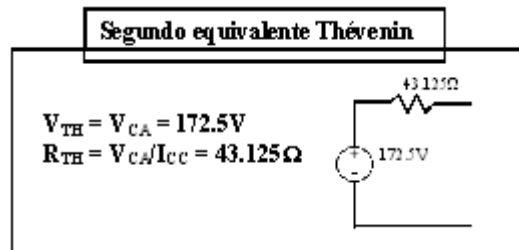
$$I_2 = 1125 \text{ mA}$$

$$I_1 = 750 \text{ mA} \quad V_{CA} = 172.5 \text{ V}$$



Intensidad de cortocircuito: la parte derecha del circuito no aporta corriente, nos fijamos sólo en la malla de la izquierda:  
 $I_2 = 240/60$

$$I_2 = 4 \text{ A} \quad I_{CC} = 4 \text{ A}$$



## VII. ALGUNOS ERRORES COMUNES

Uno de los más comunes errores al resolver un circuito mediante la ley de Kirchhoff es colocar bien los signos al recorrer una malla del circuito. Siempre la corriente se mueve del punto de mayor potencial (+) al de menor potencial (-), con lo cual si al recorrer una malla nos encontramos con una resistencia tenemos que contemplarla como una caída de tensión y la colocamos con un signo menos, si nos encontramos con una batería debemos colocar el signo opuesto al del terminal que nos encontremos primero, por que eso nos dirá si encontramos una subida o una bajada de tensión.

## VIII. CONCLUSIÓN

Cualquier resistor de carga conectado entre las terminal de salida de un circuito equivalente Norton tendrá la misma corriente a través de el y el mismo voltaje entre sus terminales como si estuviera conectado a las terminales de salida del circuito original.

La transferencia de potencia máxima se da cuando la

resistencia de la carga es igual a la resistencia interna de la fuente.

Una malla es un lazo que no contiene otros lazos en su interior, es decir que comienza en el terminal de un componente cualquiera y el final del recorrido es el terminal del mismo componente, pero sin lugar a que exista otra malla en su interior.

## APÉNDICE

Es más importante entender lo que estas leyes significan que aprenderse las formulas en sí.

A nivel práctico no es necesario conocer profundamente todas estas leyes, pero sí lo básico para entenderlas y poder aplicarlas.

Por último, aprender todo lo que seas capaz, no te conformes con lo básico.

## REFERENCES

- [1] norenelson. (2021). teorema de Thevenin y Zbarra. Retrieved 5 January 2021, from <https://es.slideshare.net/norenelson/teorema-de-thevenin-y-zbarra>
- [2] Ley de Kirchhoff: Análisis de mallas. - HETPRO/TUTORIALES. (2021). Retrieved 5 January 2021, from <https://hetpro-store.com/TUTORIALES/ley-de-kirchhoff-analisis-de-mallas/>
- [3] 3 puntos básicos para entender circuitos electrónicos - Zaragoza MakerSpace. (2021). Retrieved 5 January 2021, from <https://zaragozmakerspace.com/index.php/3-puntos-basicos-para-entender-circuitos-electronicos/>
- [4] H. Poor, *An Introduction to Signal Detection and Estimation*. New York: Springer-Verlag, 1985, ch. 4.
- [5] Veloso, C. (2021). ▷ LEY DE KIRCHHOFF - PRIMERA Y SEGUNDA LEY (Ejercicios). Retrieved 5 January 2021, from <https://www.electrontools.com/Home/WP/ley-de-kirchhoff/>
- [6] Conversión Estrella a Delta - TOMi.digital. (2021). Retrieved 5 January 2021, from <https://tomi.digital/es/32086/conversion-estrella-a-delta>