

# Álgebra Linear - Lista de Exercícios 11 - Simulado

Yuri F. Saporito

1. Verdadeiro ou falso (prove ou dê um contra-exemplo):

- (a) Se  $A$  é singular, então  $AB$  também é singular.
- (b) O determinante de  $A$  é sempre o produto de seus pivôs.
- (c) O determinante de  $A - B$  é  $\det A - \det B$ .
- (d)  $AB$  e  $BA$  tem o mesmo determinante.

2. Sejam  $u$  e  $v$  vetores ortonormais em  $\mathbb{R}^2$  e defina  $A = uv^T$ . Calcule  $A^2$  para descobrir os autovalores de  $A$ . Verifique que o traço de  $A$  é  $\lambda_1 + \lambda_2$ .

3. A matriz  $B$  tem autovalores 1 e 2,  $C$  tem autovalores 3 e 4 e  $D$  tem autovalores 5 e 7 (todas são matrizes  $2 \times 2$ ). Ache os autovalores de  $A$ :

$$A = \begin{bmatrix} B & C \\ 0 & D \end{bmatrix}.$$

4. Seja  $D$  uma matriz  $n \times n$  só com 1's em suas entradas. Procure a inversa da matriz  $A = I + D$  dentre as matrizes  $I + cD$  e ache o número  $c$  correto.

5. Vamos resolver uma EDO de segunda ordem usando o que aprendemos. Considere  $y'' = 5y' + 4y$  com  $y(0) = C_1$  e  $y'(0) = C_2$ . Defina  $u_1 = y$  e  $u_2 = y'$ . Escreva  $\mathbf{u}'(t) = A\mathbf{u}(t)$  e ache a solução da equação.

6. Se  $A$  é simétrica e todos seus autovalores são iguais a  $\lambda$ . O que podemos dizer sobre  $A$ ?

7. Suponha que  $C$  é positiva definida e que  $A$  tenha as colunas LI. Mostre que  $A^T C A$  é positiva definida.

8. Quais são os autovalores de  $A$  se ela for similar a  $A^{-1}$ ?

9. Suponha que  $A$  é quadrada, mostre que  $\sigma_1 \geq |\lambda|$ , para qualquer autovalor  $\lambda$  de  $A$ , onde  $\sigma_1$  é o primeiro valor singular de  $A$ .

10. Ache a decomposição SVD da matriz

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$