

Álgebra Linear - Lista de Exercícios 8

Yuri F. Saporito

1. Escreva as 3 equações para a reta $b = C + Dt$ passar pelos pontos $(-1, 7)$, $(1, 7)$, $(2, 21)$. Ache a solução de mínimos quadrados \hat{x} e a projeção $p = A\hat{x}$.
2. Dado o problema acima, quais dos quatro subespaços fundamentais contêm o vetor erro $e = b - p$? E o vetor p ? E o vetor \hat{x} ? Qual é o núcleo de A ?
3. Ache a melhor reta que se ajusta aos pontos $t = -2, -1, 0, 1, 2$ e $b = 4, 2, -1, 0, 0$.
4. Dados os vetores

$$v_1 = [1 \ -1 \ 0 \ 0], \ v_2 = [0 \ 1 \ -1 \ 0] \text{ e } v_3 = [0 \ 0 \ 1 \ -1],$$

use o método de Gram-Schmidt para achar uma base ortornormal que gera o mesmo espaço de v_1, v_2, v_3 .

5. Se os elementos de cada linha de uma matriz A somam zero, ache uma solução para $Ax = 0$ e conclua que $\det A = 0$. Se esses elementos somam 1, conclua que $\det(A - I) = 0$.
6. Use as propriedades do determinante (e não suas fórmulas) para mostrar que

$$\det \begin{bmatrix} 1 & a & a^2 \\ 1 & b & b^2 \\ 1 & c & c^2 \end{bmatrix} = (b-a)(c-a)(c-b).$$

7. Calcule

$$\det \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}.$$

8. Use o fato de que

$$\det \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 3 & 4 \\ 1 & 3 & 6 & 10 \\ 1 & 4 & 10 & 20 \end{bmatrix} = 1$$

para mostrar que

$$\det \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 3 & 4 \\ 1 & 3 & 6 & 10 \\ 1 & 4 & 10 & \mathbf{19} \end{bmatrix} = 0.$$

9. Ache o determinante da seguinte matriz:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 4 \\ 1 & 2 & 2 \\ 1 & 2 & 5 \end{bmatrix}$$

usando cofatores. O que acontece quando mudamos o valor 4 para 100?