

Determinantes

by: iara

21 de fevereiro de 2023

1 Definição

Para toda matriz quadrada $A = [a_{ij}]$ de ordem n , podemos associar um número (real ou complexo) chamado determinante da matriz A , escrito como $\det A$, onde a_{ij} é o (i, j) ésimo elemento de A .

$$A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$$

$$|A| = \det(A) = ad - bc$$

$$A = \left[\begin{array}{ccc|cc} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{21} & a_{22} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{31} & a_{32} \end{array} \right]$$

$$|A| = \det(A) = a_{11}a_{22}a_{33} + a_{12}a_{23}a_{31} + a_{13}a_{21}a_{32} - (a_{13}a_{22}a_{31} + a_{11}a_{22}a_{31} + a_{12}a_{21}a_{33})$$

2 Propriedades

- Apenas matrizes quadradas tem determinantes.
- $\det(A^T) = \det(A)$
- Se duas linhas ou duas colunas são idênticas (ou proporcionais) em uma matriz, o determinante é 0.
- Multiplicar o determinante por k significa multiplicar os elementos de apenas uma linha (ou coluna) por k .
- Se elementos de uma linha (ou coluna) em uma determinante podem ser expressadas como a soma de dois ou mais elementos, então dado o determinante pode ser expressado como a soma de dois ou mais determinantes.
- Se todos elementos de uma linha (ou coluna) são zeros, então o valor de um determinante é 0.
- Se todos os elementos de uma determinante acima ou abaixo a diagonal principal consistem de zeros, então o valor da determinante é igual ao produto dos elementos na diagonal.
- Considere a determinante da matriz quadrada $A = [a_{ij}]_{3 \times 3}$

$$|A| = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} = a_{11}(-1)^{1+1} \begin{vmatrix} a_{22} & a_{23} \\ a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} + a_{21}(-1)^{2+1} \begin{vmatrix} a_{12} & a_{13} \\ a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} + a_{31}(-1)^{3+1} \begin{vmatrix} a_{12} & a_{13} \\ a_{22} & a_{23} \end{vmatrix}$$

$$= a_{11}(a_{22}a_{33} - a_{23}a_{32}) - a_{21}(a_{12}a_{33} - a_{13}a_{32}) + a_{31}(a_{12}a_{23} - a_{13}a_{22})$$

- O determinante do produto de duas matrizes é igual ao produto de suas respectivas determinantes.

$$|AB| = |A||B|$$