

# Exercício: Bebês

Disciplina: Modelagem Estatística

Instrutor: Luiz Max Carvalho

Monitor: Isaque Pim

Março/2023

**Notação:** Como convenção adotamos  $\mathbb{R} = (-\infty, \infty)$ ,  $\mathbb{R}_+ = (0, \infty)$  e  $\mathbb{N} = \{1, 2, \dots\}$ .

**Motivação:** Em várias aplicações científicas, temos interesse em estudar se dois grupos diferem quanto à sua composição em algum aspecto, por exemplo, a média do processo gerador dos dados. O modelo de regressão permite especificar uma relação entre duas variáveis, em particular uma estrutura condicional para a média. Podemos utilizar modelos de regressão para testar hipóteses sobre diferenças de grupos na presença de uma variável que influencia a média. Neste exercício vamos nos basear no exemplo apresentado na seção 2.2.2 de Dobson (2001) e modelar o peso ao nascer de bebês (em gramas) em relação à idade gestacional (em semanas) para bebês do sexo masculino e do sexo feminino. A pergunta principal aqui é se o sexo da criança influencia no seu peso ao nascer uma vez que ajustamos para o tempo de gestação.

Seja  $Y_{jk}$  o peso ao nascer de uma criança do sexo  $j$  e seja  $x_{jk}$  sua idade gestacional. Considere o modelo

$$E[Y_{jk}] = \alpha_j + \beta_j x_{jk} = \mu_{jk},$$

para o  $k$ -ésimo bebê no grupo  $j$ . Note que este modelo presume que as linhas de base dos sexos são diferentes e que os coeficientes angulares também são. Aqui vamos explorar hipóteses sobre os coeficientes angulares, isto é, sobre o desenvolvimento do bebê ao longo das semanas de gestação.

## Questões

1. Que outras premissas são necessárias para abordar essa questão sob o ponto de vista do modelo de regressão linear?

2. Considere a hipótese

$$H_0 : \beta_1 = \beta_2 = \beta,$$

para  $\beta \in \mathbb{R}$ . Elabore dois modelos, um mais geral e outro menos geral, para avaliar  $H_0$  frente aos dados.

**Dica:** Considere o que acontece com o coeficiente angular quando  $H_0$  é verdadeira e quando ela é falsa.

3. Escreva a função de densidade de probabilidade de  $Y_{jk}$ .

**Dica:** Considere o logaritmo da f.d.p.

4. Mostre como obter estimativas de máxima verossimilhança sob os dois modelos considerados no item 2;
5. Liste as estatísticas suficientes necessárias para proceder à estimação no item anterior;
6. Descreva em detalhes a elaboração de um teste estatístico para testar  $H_0$  contra  $H_1$ . Não se esqueça de descrever o procedimento para cálculo da estatística de teste, bem como deduzir a sua distribuição de probabilidade sob  $H_0$  – veja também o próximo item. **Dica:** Considere o que esperamos a respeito da soma de erros quadráticos dos dois modelos do item 2.
7. Sobre o item anterior, mostre como se livrar do parâmetro de estorvo  $\sigma^2$  no cálculo da estatística de teste.
8. Faça o teste desenvolvido utilizando os dados em [https://github.com/maxbiostat/stats\\_modelling/blob/master/data/birthweight.csv](https://github.com/maxbiostat/stats_modelling/blob/master/data/birthweight.csv) e discuta se o sexo do bebê parece influenciar o peso ao nascer.

# Bibliografia

Dobson, A. J. (2001). *An introduction to generalized linear models*. Chapman and Hall/CRC.