

Função de Densidade Conjunta

$$Pr((X, Y) \in R) = \int \int_R f(x, y) dA$$

- $f(x, y) \geq 0$
- $\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f(x, y) dA = 1$
- $E(X) = \int \int_{\mathbb{R}} x f(x, y) dA$
- $Var(X) = E(X^2) - [E(X)]^2$
- $\sigma(X) = \sqrt{Var(X)}$

Valor esperado de uma função $g(X, Y)$

$$E(g(X, Y)) = \int \int_{\mathbb{R}} g(x, y) f(x, y) dA$$

Distribuições Marginais e Condicionais

Distribuição Marginal de X :

$$f_X(x) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x, y) dy$$

Distribuição Condicional de X dado Y :

$$f_{X|Y}(x|y) = \frac{f(x, y)}{f_Y(y)}$$

Esperança Condicional

Esperança Condicional de X na certeza de que $Y = y$

$$E[X|Y = y] = \int_{-\infty}^{\infty} x f_{X|Y}(x|y) dx$$

Densidade Conjunta de Variáveis Independentes

Seja X e Y variáveis independentes:

$$f(x, y) = f_X(x) f_Y(y)$$

Funções de Variáveis Contínuas

Seja X e Y variáveis aleatórias com densidade $f_{X,Y}(x, y)$.

Seja $W = g(X, Y)$ e $Z = h(X, Y)$

$$f_{W,Z}(w, z) = f_{X,Y}(x, y) \cdot |J|$$

onde J é o Jacobiano da transformação $T : (x, y) \mapsto (g(x, y), h(x, y))$, a saber:

$$J = \frac{\partial(x,y)}{\partial(w,z)} = \begin{vmatrix} \frac{\partial x}{\partial w} & \frac{\partial x}{\partial z} \\ \frac{\partial y}{\partial w} & \frac{\partial y}{\partial z} \end{vmatrix}$$