Valor Esperado $E(X)$

Também conhecido como esperança matemática, é uma média ponderada dos valores de X com pesos iguais às respectivas probabilidades destes valores.

$$E(X) = \sum_{x \in S} x \cdot p(x)$$

Propriedades

Seja $Y = f(X)$

$$E(Y) = E(f(X)) = \sum_{x \in S} f(x) \cdot p(x)$$

$$E(aX + b) = a\ E(X) + b$$

$$E(b) = 0$$

Seja $Z = f(X, Y)$

$$E(Z) = E(f(X, Y)) = \sum_{x,y} f(x, y) p_{X,Y}(x, y)$$

$$E(aX + bY) = a\ E(X) + b\ E(y)$$

$$E(X + Y) = E(X) + E(Y)$$

Se X e Y são independentes:

$$E(XY) = E(X)\ E(Y)$$

Variância e Desvio Padrão (σ)

$$Var(X) = E[(X - E(X))^2]$$

$$Var(X) = E(X^2) - (E(X))^2$$

$$\sigma(X) = \sqrt{Var(X)}$$

Propriedades

$$Var(aX + b) = a^2 Var(X)$$

$$\sigma(aX + b) = |a| \cdot \sigma(X)$$

$$Var(b) = 0$$

$$Var(X + b) = Var(X)$$

$$Var(aX) = a^2 Var(X)$$

Se X e Y são independentes:

$$Var(X + Y) = Var(X) + Var(Y)$$

Desigualdade de Chebyshev

Seja X uma variável aleatória com valor esperado $\mu = E(X)$ e desvio padrão $\sigma(X)$.
Para um intervalo P, $P = \{x \in \mathbb{R}||x-\mu| < k\sigma\}$.
Para qualquer $k > 0, teremos$:

$$Pr(X \notin P) \leq \frac{1}{k^2}$$

$$Pr(|X-\mu| \geq k\sigma) \leq \frac{1}{k^2}$$

$$Pr(|X-\mu| < k\sigma) \geq 1 - \frac{1}{k^2}$$

Covariância e Correlação (ρ)

$$Cov(X,Y) = E(XY) - E(X)E(Y)$$

Se X e Y são independentes:

$$Cov(X,Y) = E(XY) - E(X)E(Y) = 0$$

$$\rho(X,Y) = \frac{Cov(X,Y)}{\sigma(X)\sigma(Y)}$$

Propriedades de Covariância

$$Cov(X,Y) = Cov(Y,X)$$

$$Cov(aX,Y) = a\ Cov(X,Y)$$

$$Cov(X+Y,Z) = Cov(X,Z) + Cov(Y,Z)$$

$$Var(X+Y) = Var(X) + Var(Y) + 2Cov(X,Y)$$

$$Cov(aX+b,Y) = a\ Cov(X,Y)$$