Valor Esperado $E(X)$

Também conhecido como esperança matemática, é uma média ponderada dos valores de X com pesos iguais às respectivas probabilidades destes valores.

$$E(X) = \sum_{x \in S} x \cdot p(x)$$

Propriedades

Seja $Y = f(X)$

$$E(Y) = E(f(X)) = \sum_{x \in S} f(x) \cdot p(x)$$

$$E(aX + b) = a\ E(X) + b$$

$$E(b) = 0$$

Seja $Z = f(X, Y)$

$$E(Z) = E(f(X, Y)) = \sum_{x,y} f(x, y) p_{X,Y}(x, y)$$

$$E(aX + bY) = a\ E(X) + b\ E(y)$$

$$E(X + Y) = E(X) + E(Y)$$

Se X e Y são independentes:

$$E(XY) = E(X)\ E(Y)$$

Variância e Desvio Padrão (σ)

$$Var(X) = E[(X - E(X))^2]$$

$$Var(X) = E(X^2) - (E(X))^2$$

$$\sigma(X) = \sqrt{Var(X)}$$

Propriedades

$$Var(aX + b) = a^2 Var(X)$$

$$\sigma(aX + b) = |a| \cdot \sigma(X)$$

$$Var(b) = 0$$

$$Var(X + b) = Var(X)$$

$$Var(aX) = a^2 Var(X)$$

Se X e Y são independentes:

$$Var(X + Y) = Var(X) + Var(Y)$$

Desigualdade de Chebyshev

Seja X uma variável aleatória com valor esperado $\mu = E(X)$ e desvio padrão $\sigma(X)$.
Para um intervalo P, $P = \{x \in \mathbb{R} | |x - \mu| < k\sigma\}$.
Para qualquer $k > 0, teremos$:

$$Pr(X \notin P) \leq \frac{1}{k^2}$$

$$Pr(|X - \mu| \geq k\sigma) \leq \frac{1}{k^2}$$

$$Pr(|X - \mu| < k\sigma) \geq 1 - \frac{1}{k^2}$$

Covariância e Correlação (ρ)

$$Cov(X, Y) = E(XY) - E(X)E(Y)$$

Se X e Y são independentes:

$$Cov(X, Y) = E(XY) - E(X)E(Y) = 0$$

$$\rho(X, Y) = \frac{Cov(X, Y)}{\sigma(X)\sigma(Y)}$$

Propriedades de Covariância

$$Cov(X, Y) = Cov(Y, X)$$

$$Cov(aX, Y) = a\ Cov(X, Y)$$

$$Cov(X + Y, Z) = Cov(X, Z) + Cov(Y, Z)$$

$$Var(X + Y) = Var(X) + Var(Y) + 2Cov(X, Y)$$

$$Cov(aX + b, Y) = a\ Cov(X, Y)$$

Quartis

Qualquer valor x_q onde a função acumulada acerta q ou "passa" por q.

$$F(x_q^-) \leq q \leq F(x_q)$$

- Primeiro Quartil: 0.25
- Segundo Quartil: 0.5 (mediana)
- Terceiro Quartil: 0.75