Grafo Trivial

> Definição: G é chamado de grafo trivial. Seja $G = (V, E)$ um grafo com $V = \{v\}$ e $E = \phi$.

Teoremas de Grafos

Teorema: Seja $G = (V, E)$ um grafo simples não-trivial. Então existem dois vértices de G com o mesmo grau.

Teorema: Se $G = (V, E)$ é um grafo, então $\sum_{v \in V} \delta(v) = 2|E|$

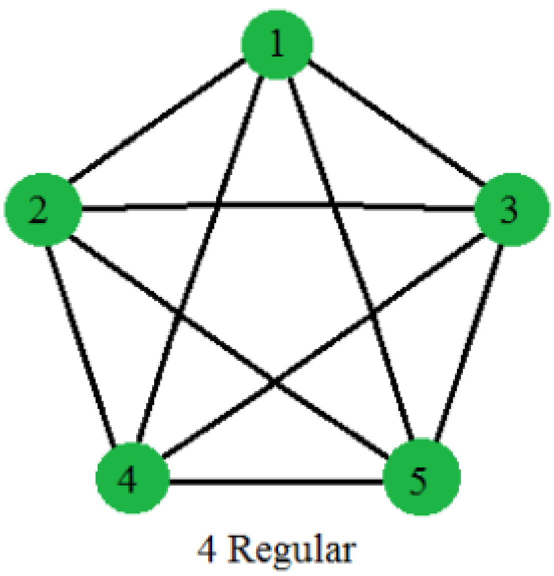
Grafo Simples

> Definição: É um grafo não direcionado sem laços e sem arestas paralelas

Grafo Regular

> Definição: É um grafo onde todos os vértices possuem o mesmo grau

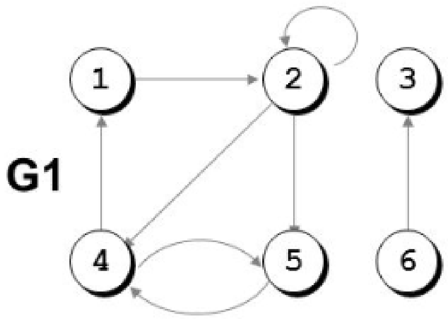
Exemplo: 4-regular



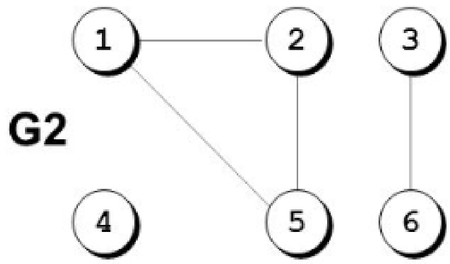
Grafos Dirigidos e Não-Dirigidos

> Definição: Um grafo dirigido é um par $G = (V, E)$ onde V é um conjunto não-vazio (de vértices) e E é um conjunto/coleção de elementos de $V \times V$. E é uma coleção de pares ordenados de V. Os elementos de E são chamados de arestas dirigidas.

> Definição: Um grafo é não-dirigido (*undirected*) se cada uma de suas arestas é antiparalela alguma outra aresta: para cada arestas v-w, o grafo também tem a aresta w-v. Por exemplo, o conjunto de arestas abaixo define um grafo não-dirigido.

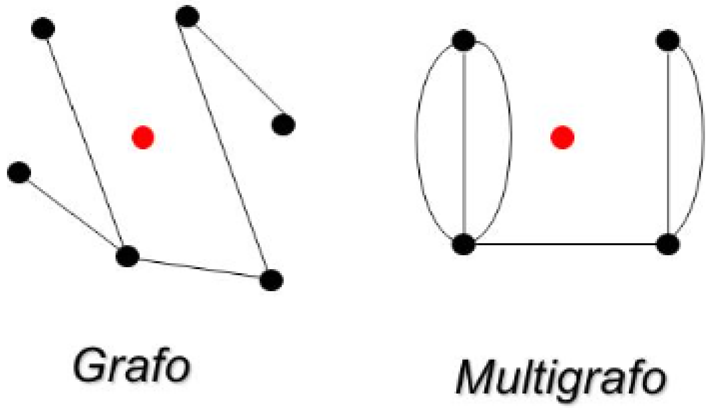


- 1 - Grafo dirigido G1(N, A):
  - N = {1,2,3,4,5,6}
  - A = {(1,2),(2,2),(2,4),(2,5),(4,1),(4,5),(5,4),(6,3)}



- 2 - Grafo não-dirigido G2(N,A):
  - N = {1,2,3,4,5,6}
  - A = {(1,2),(1,5),(2,5),(3,6)}
- **Obs:** Arcos não ordenados? (2,5) == (5,2)

Multi-Grafo

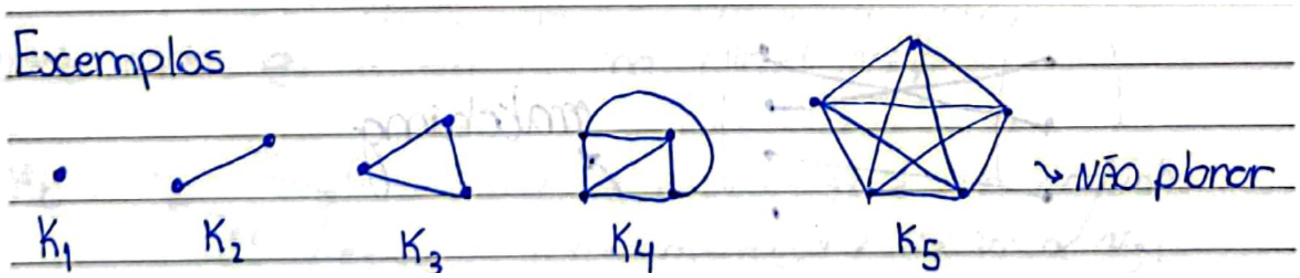
> Definição: Dizemos que um grafo dirigido $G = (V, E)$ é um *MULTI-GRAFO* se E contém duas cópias de um mesmo par ordenado.
>
> 
>

Grafo Subjacente

> Definição: Dado um grafo dirigido $G = (V, E)$ o *GRAFO SUBJACENTE* de G é o grafo obtido substituindo os pares ordenados de E por pares não-ordenados.

Grafo Completo

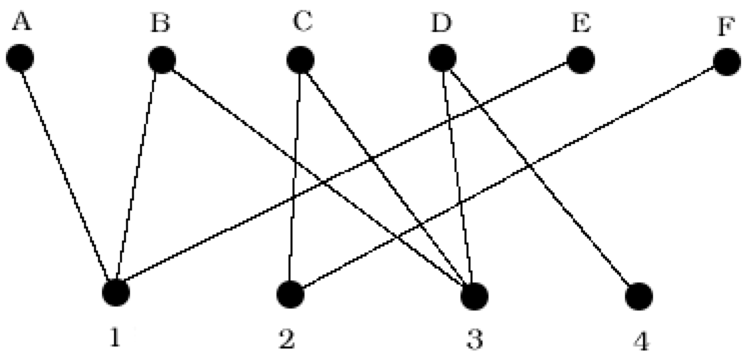
Def: O grafo completo de n vértices, denotado com K_n, é o grafo simples n vértices que possui uma aresta unindo todo par de vértices *DISTINTOS*.

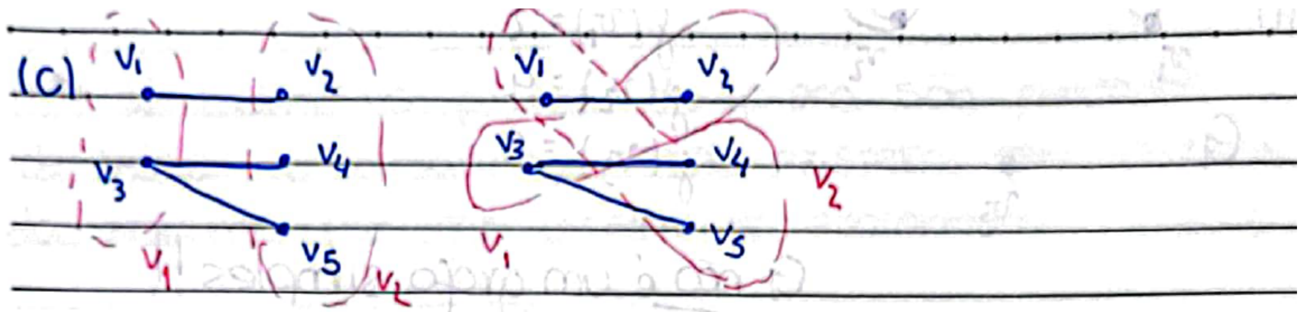


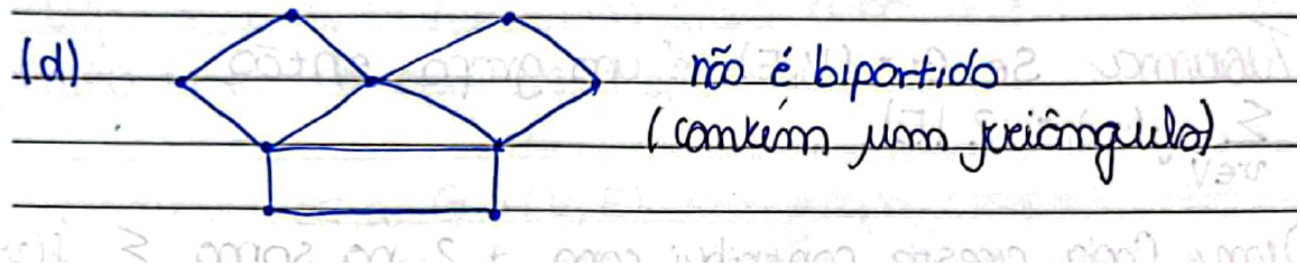
Grafo Bipartido

> Definição: O grafo $G = (V, E)$ é dito *BIPARTIDO* se existem subconjuntos disjuntos v_1 e v_2 de v_1, tais que $V_1 \cup V_2 = V$, e tais que toda aresta $e \in E$ é incidente num vértice de V_1 e num vértice de V_2.

Exemplos:





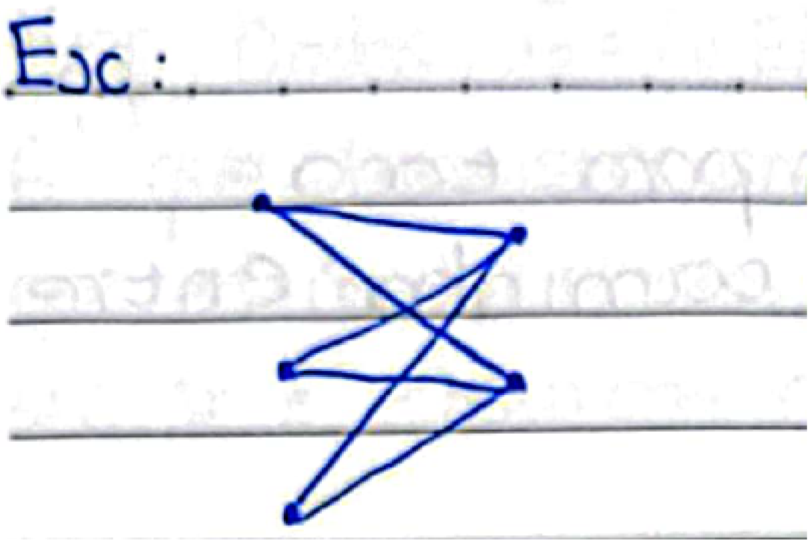


- K_1 e K_2 são bipartidos. K_n, com $n \geq 3$ não é bipartido.

Grafo Bipartido Completo

> Definição: O grafo completo bipartido em m e n, com $m, n \in \mathbb{N}$, denotado com $K_{n,m}$ é o grafo simples com o conjunto de vértices $V = V_1 \cup V_2$, com $V_1 \cap V_2 = \phi$ com $|V_1| = n$ e $|V_2| = m$ e tal que o conjunto de arestas consiste em todos as arestas que ligam um vértice de v_1 e um de v_2.

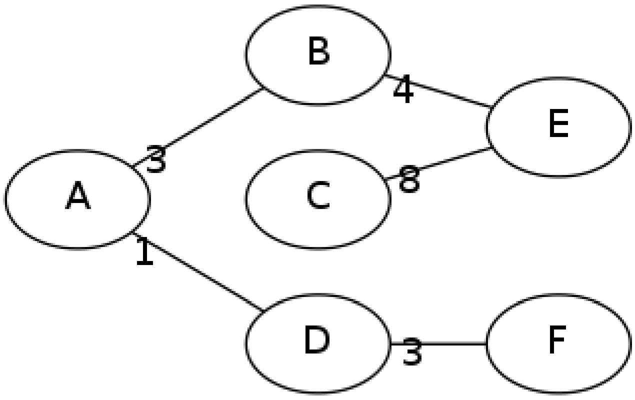
Exemplo:



Grafo com Peso

> Definição: Um grafo com peso é um grafo no qual cada aresta tem associado um n real chamado de peso.

Exemplo:



Grafo Conexo e Desconexo

> Definição: Um grafo é dito conexo se para todo par de vértices existe um caminho entre eles.
> Definição: É um grafo onde existe pelo menos um vértice que não pode ser conectado a outro por um caminho.