

Matemática Discreta 2022

Escola de Matemática Aplicada, Fundação Getulio Vargas

Professora Maria Soledad Aronna

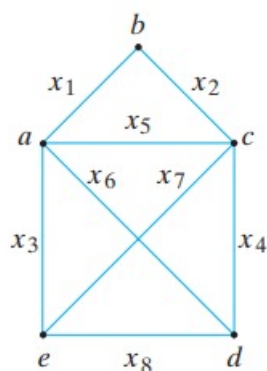
Monitor Felipe Vieira Costa

12 de setembro de 2022

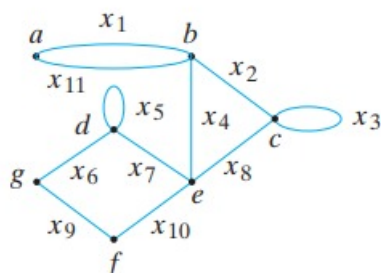
Lista 5

Exercício 1 Nos itens abaixo, escreva a *matriz de adjacência* de cada grafo.

(a)



(b)

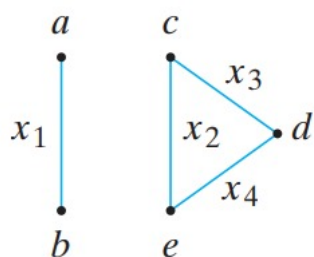


(c) O grafo bipartido completo $K_{2,3}$.

Exercício 2 Nos itens a seguir, escreva a *matriz de incidência* de cada grafo.

(a) O grafo do Exercício 1(b).

(b)



Exercício 3 Nos itens a seguir, desenhe o grafo representado por cada matriz de adjacência.

(a)

$$\begin{array}{c} a \\ b \\ c \\ d \\ e \end{array} \begin{pmatrix} a & b & c & d & e \\ 2 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 2 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

(b)

$$\begin{array}{c} a \\ b \\ c \\ d \\ e \\ f \end{array} \begin{pmatrix} a & b & c & d & e & f \\ 4 & 1 & 1 & 1 & 0 & 2 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 3 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 2 & 0 & 3 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

Exercício 4 Escreva as matrizes de adjacência dos componentes dos grafos dados pelas matrizes de adjacências dos itens do exercício anterior.

Exercício 5 Seja A a matriz de adjacência do Exercício 1(a). Qual é a entrada na linha a , coluna d de A^5 ?

Exercício 6 Suponha que um grafo tem uma matriz de adjacência da forma

$$A = \left(\begin{array}{c|c} & A' \\ \hline A'' & \end{array} \right)$$

onde todas as entradas das submatrizes A' e A'' são 0. Como deve ser esse grafo?

Exercício 7 Repita o exercício anterior trocando "adjacência" por "incidência"

Exercício 8 Nos itens abaixo, desenhe os grafos representados pelas matrizes de incidência.

(a)

$$\begin{array}{c} a \\ b \\ c \\ d \\ e \end{array} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

(b)

$$\begin{array}{c} a \\ b \\ c \\ d \\ e \end{array} \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Exercício 9 Seja A a matriz de adjacência de um grafo G com n vértices. Seja

$$Y = A + A^2 + A^3 + \dots + A^{n-1}$$

Se alguma entrada fora da diagonal da matriz Y for 0, o que podemos dizer sobre o grafo G ?