

Isomorfismo

Definição: Diz-se que dois grafos $G_1 = (V_1, E_1)$, $G_2 = (V_2, E_2)$ são isomorfos se existem duas funções bijetivas: $f : v_1 \rightarrow v_2$, $g : E_1 \rightarrow E_2$ tais que $e \in E_1$ é incidente em $v_1, w \in V$ no G_1 se e somente se, $g(e)$ é incidente em $f(v), f(w) \in V_2$ no G_2 .

Propriedades Básicas

- São grafos estruturalmente iguais, independentes das diferenças na representação gráfica.
- Grafos não-isomorfos tem diferenças estruturais.

Teorema

Dois grafos G_1 e G_2 são isomorfos se, e somente se, existem ordenamentos dos vértices tais que suas matrizes de adjacência são iguais.

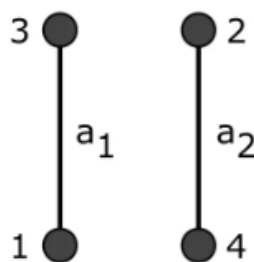
Exemplos

- Os grafos G e I são, essencialmente, o mesmo grafo, considerando as bijeções:

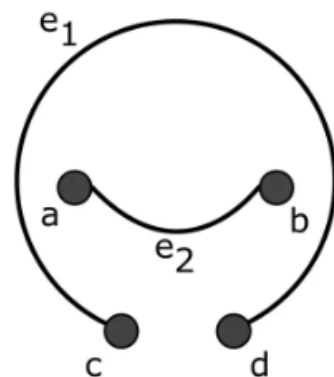
- ▶ s (entre os nós)
- ▶ t (entre as arestas)

$$\begin{aligned} s(1) &= a \\ s(2) &= c \\ s(3) &= b \\ s(4) &= d \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} t(a_1) &= e_2 \\ t(a_2) &= e_1 \end{aligned}$$



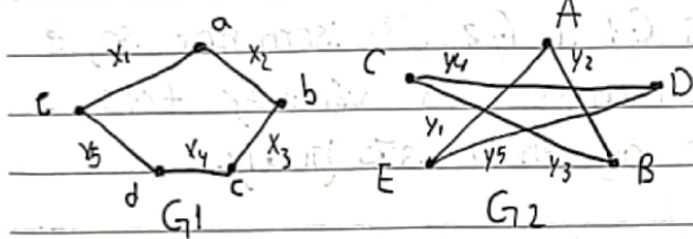
G



I

Ex. $a_1 \Rightarrow 1-3 \rightarrow t(a_1) \Rightarrow s(1)-s(3)$

ISOMORFISMO de GRAFOS



$$A: X \rightarrow Y$$

$$e.v \quad e.v$$

$$A(\alpha x_1 + \beta x_2) = \alpha Ax_1 + \beta Ax_2$$

O par (f, g) é chamado de ISOMORFISMO de G_1 a G_2 .

No exemplo:

x	$f(x)$	x	$g(x)$	$g(x_1) = \{f(e), f(a)\}$
a	A	x_1	g_1	"
b	B	x_2	g_2	"
c	C	x_3	g_3	$Y_1 = \{E, A\} \checkmark$
d	D	x_4	g_4	temos que verificar isso para cada
e	E	x_5	g_5	uma das arestas!

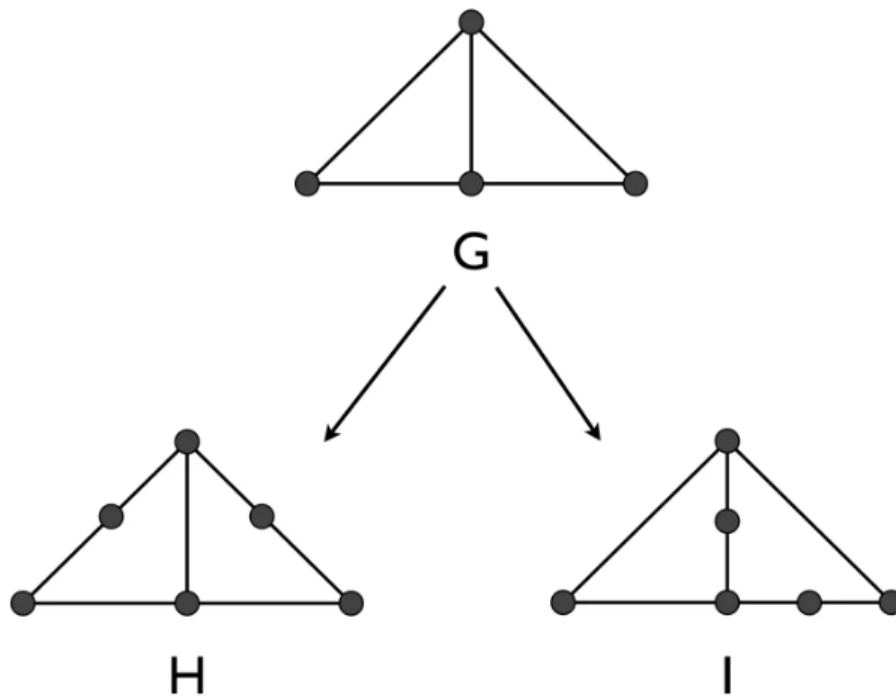
Homeomorfismo

Definição: Dois grafos G_1 e G_2 são ditos Homeomorfos se eles podem ser reduzidos a grafos isomorfos, através de sequências de reduções em série.

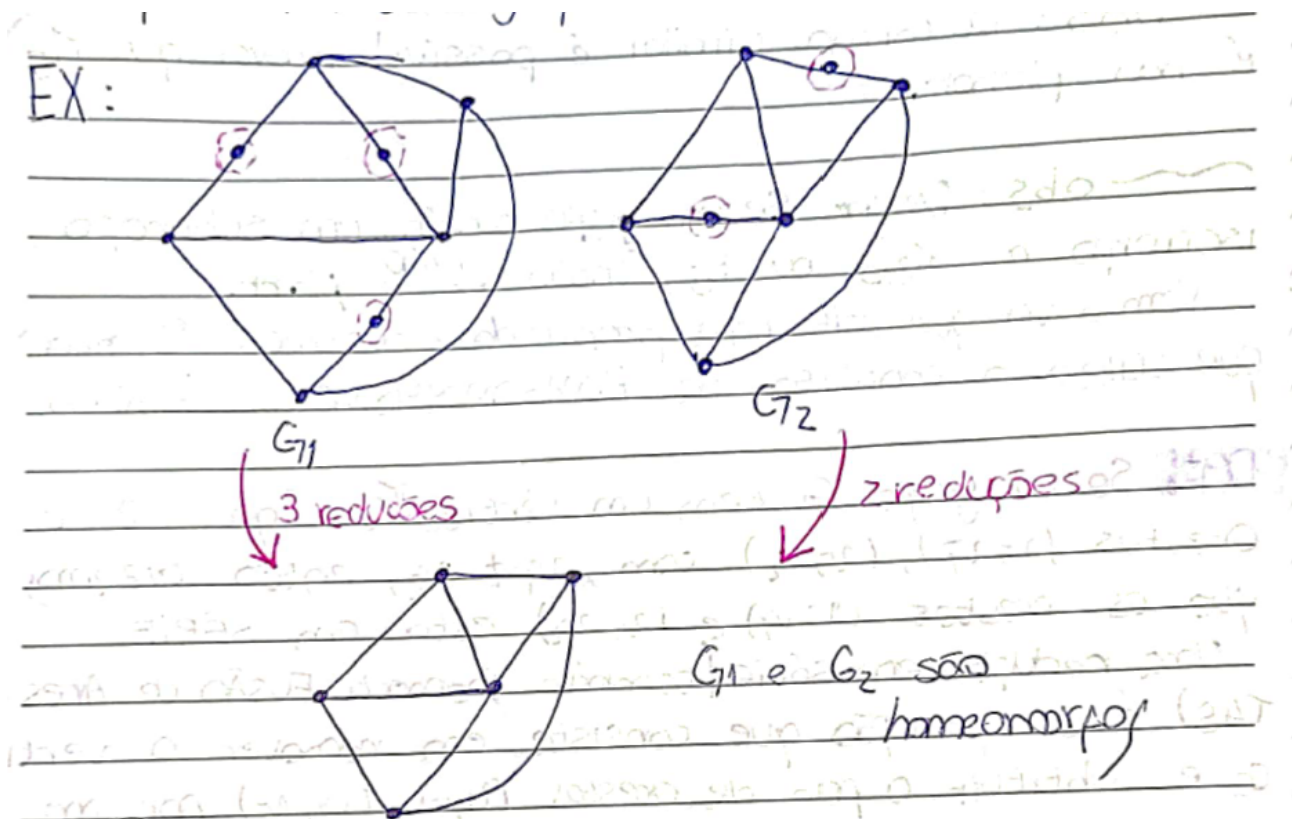
Propriedades Básicas

- Em particular, todo grafo é homeomorfo a ele mesmo.
- A relação de Homeomorfismo é uma relação de equivalência no conjunto dos grafos.

Exemplos



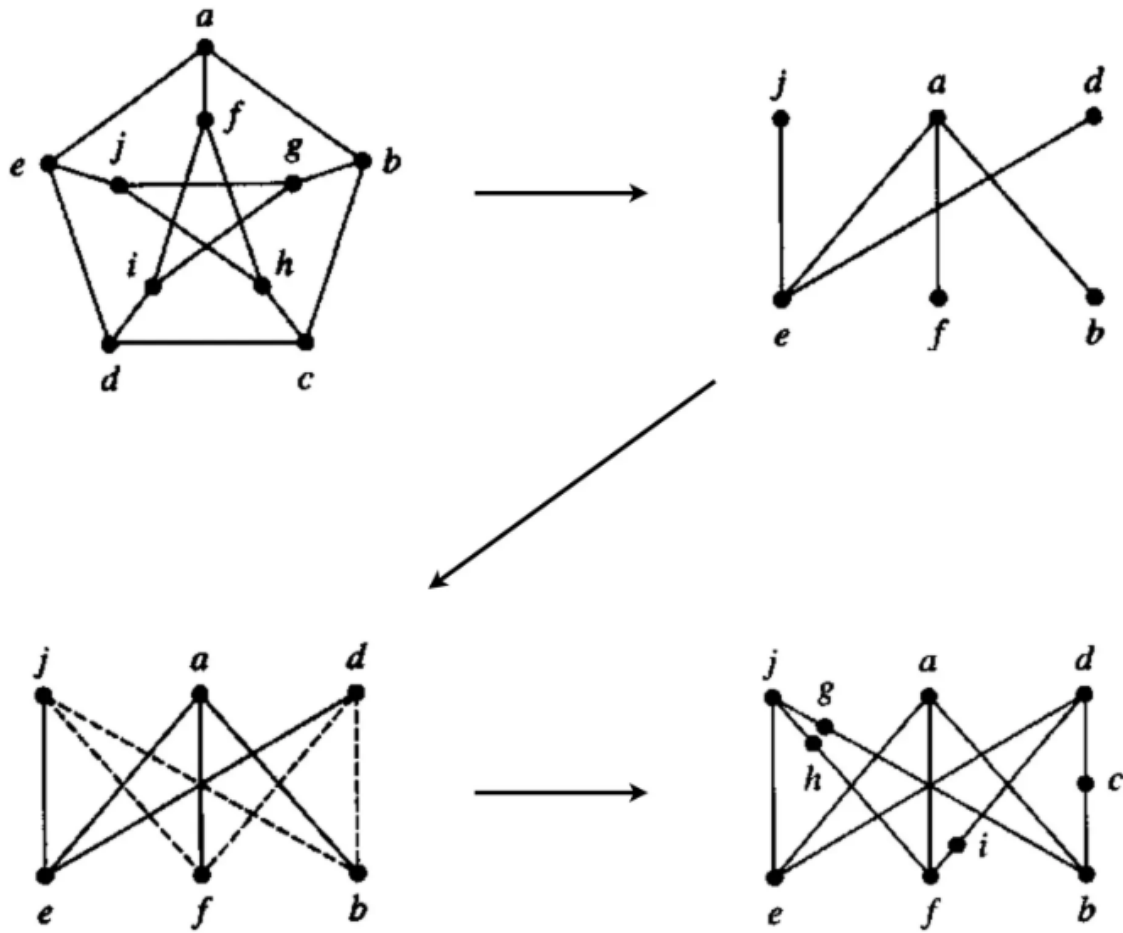
H e I são homeomorfos.



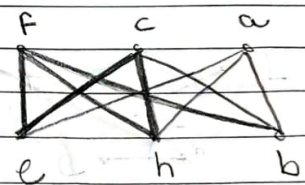
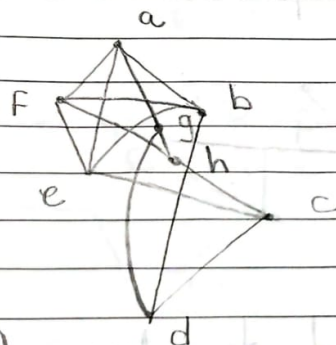
Teorema de Kuratowski

Um grafo G é planar, se e somente se, G não contém nenhum subgrafo homeomorfo a K_5 ou a $K_{3,3}$

Exemplo



Exemplo:



$K_{3,3}$

remover d) (g)

