Definição

> Definição: Um ciclo em um grafo G é chamado de ciclo hamiltoniano se ele contém cada vértice de G exatamente uma vez, exceto pelo vértice inicial e final, que aparece exatamente *duas* vezes.

Um grafo conexo é Hamiltoniano se contiver um ciclo Hamiltoniano.

Propriedades Básicas

- Se pensarmos um ciclo Hamiltoniano num grafo $G = (V, E)$ como um subgrafo $G' = (V, E')$ de G, então em G' todos os vértices tem grau 2.
- Além disso, $|E'| = |V|$. Ou seja, o comprimento do ciclo Hamiltoniano é **igual** ao número de vértices do grafo.

Teorema de Ore

Seja $G = (V, E)$ um grafo simples com $n \geq 3$ vértices tal que:

$$\delta(v) + \delta(w) \geq n$$

para todo par de vértices não-adjacentes v, w.
"A soma dos graus de cada par de vértices é maior que n."
Então G é hamiltoniano.

Teorema de Dirac

Se $G = (V, E)$ é um grafo simples $n \geq 3$ vértices e

$$\delta(v) \geq \frac{n}{2} \; \forall \; v \in V$$

Então G é hamiltoniano.
"O grau de cada vértice é maior que a metade de n."

O contrário não necessariamente é verdade. Pode haver um grafo com vértices de grau menor que $\frac{n}{2}$ e ele ter um ciclo Hamiltoniano.

provas aqui

Teorema dos Sólidos Platônicos

O gráfico de todo sólido platônico é um gráfico hamiltoniano. Assim, o gráfico de um cubo, um tetraedro, um octaedro ou um icosaedro são todos gráficos hamiltonianos com ciclos hamiltonianos.

Teorema de K_n

Para cada $n \geq 3$, o grafo K_n tem n! Ciclos Hamiltonianos.

Teorema dos Torneios

Todo torneio tem um caminho hamiltoniano (não necessariamente um ciclo).