

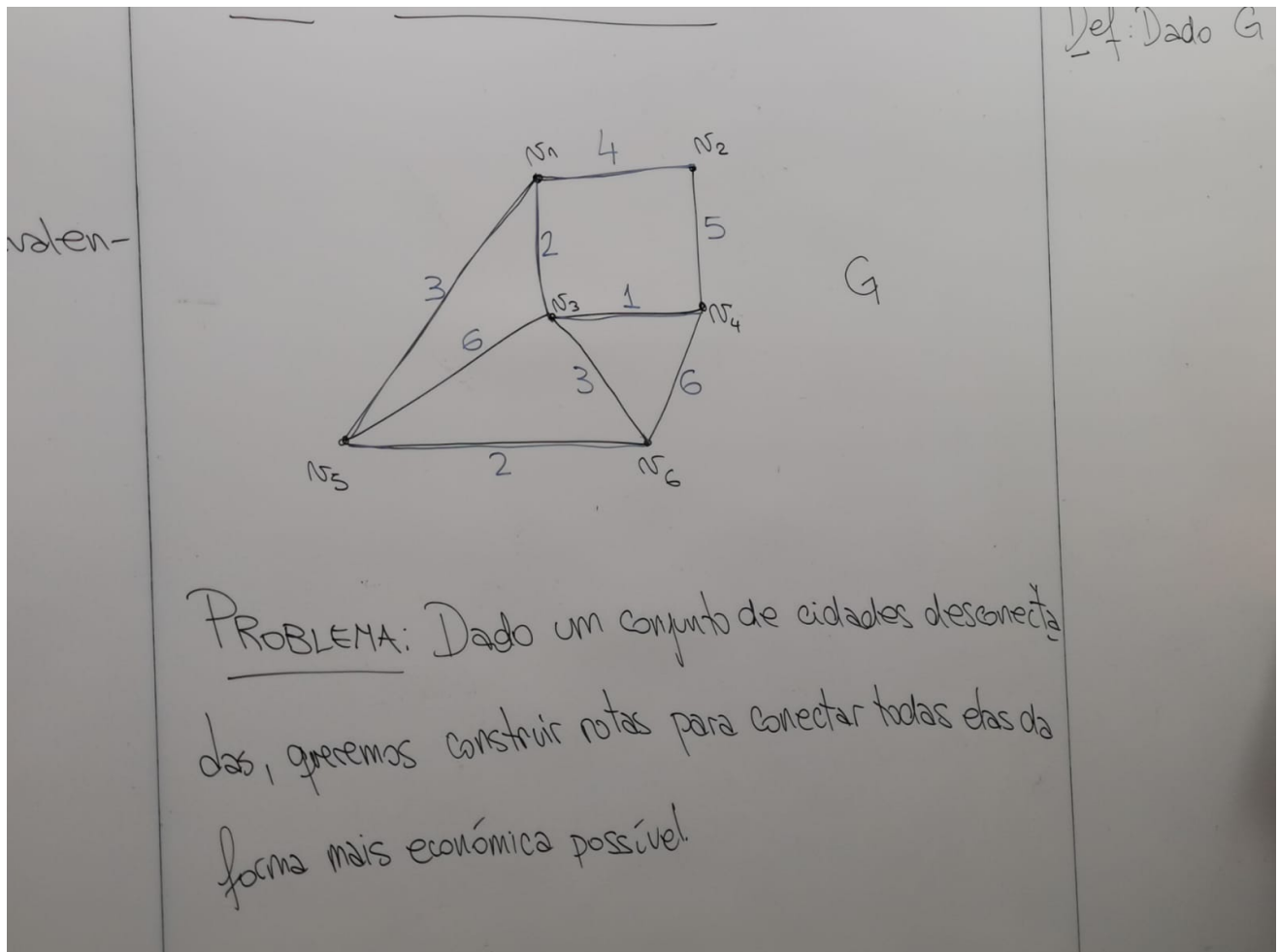
Árvore Geradora Minimal

Descrição

Dado G um grafo com peso, dizemos que T é uma ÁRVORE GERADORA MINIMAL de G se T é uma árvore geradora de peso total* mínimo.

* Soma dos pesos das arestas envolvidas.

Exemplo Motivacional



Algoritmo Prim

Descrição

Encontra a árvore geradora minimal de um grafo.

Input

Grafo conexo com pesos (w) com vértices $1, \dots, n$, e vértice inicial S .

$w(i, j)$: peso de (i, j) se (i, j) é aresta de G .

$w(i, j) : +\infty$ se (i, j) não é aresta de G .

(computacionalmente escolher um valor maior a $\max w(i, j)$, $(i, j) : \text{aresta}$)

Output

E = conjunto de arestas da árvore geradora minimal (mst = minimal spanning tree)

Pseudocódigo

```
prim(w,n,s){
  //v(i) = 1 se foi adicionado à mst
  //v(i) = 0 se não foi adicionado à mst
  //mst: minimal spanning tree

  1. for i=1 to n{
  2.     v(i) = 0
  }

  3. v(s) = 1
  4. E = NULL

  5. for i=1 to n-1{ //para cada i o algoritmo busca uma aresta com um vértice mst (v(j)
= 1) e um vértice k fora da mst (v(k)=0) com peso mínimo
  6.     min = + ∞
  7.     for j=1 to n
  8.         if v(j) = 1 { //j está em mst
  9.             for k=1 to n:
  10.                if (v(k) = 0 and w(j,k) < min){
  11.                    add_vertex = k
  12.                    e = (j,k)
  13.                    min = w(j,k)
  14.                }
            }
  15.         v(add_vertex) = 1
  16.         E = E ∪ {e}
  17.     }
  }
  return E
}
```

(*) Para cada $i = 1, \dots, n - 1$, o algoritmo busca a aresta 'e' de menor peso com um vértice na árvore gerada até esse momento e um vértice fora da árvore. Logo adiciona essa aresta 'e' à árvore.

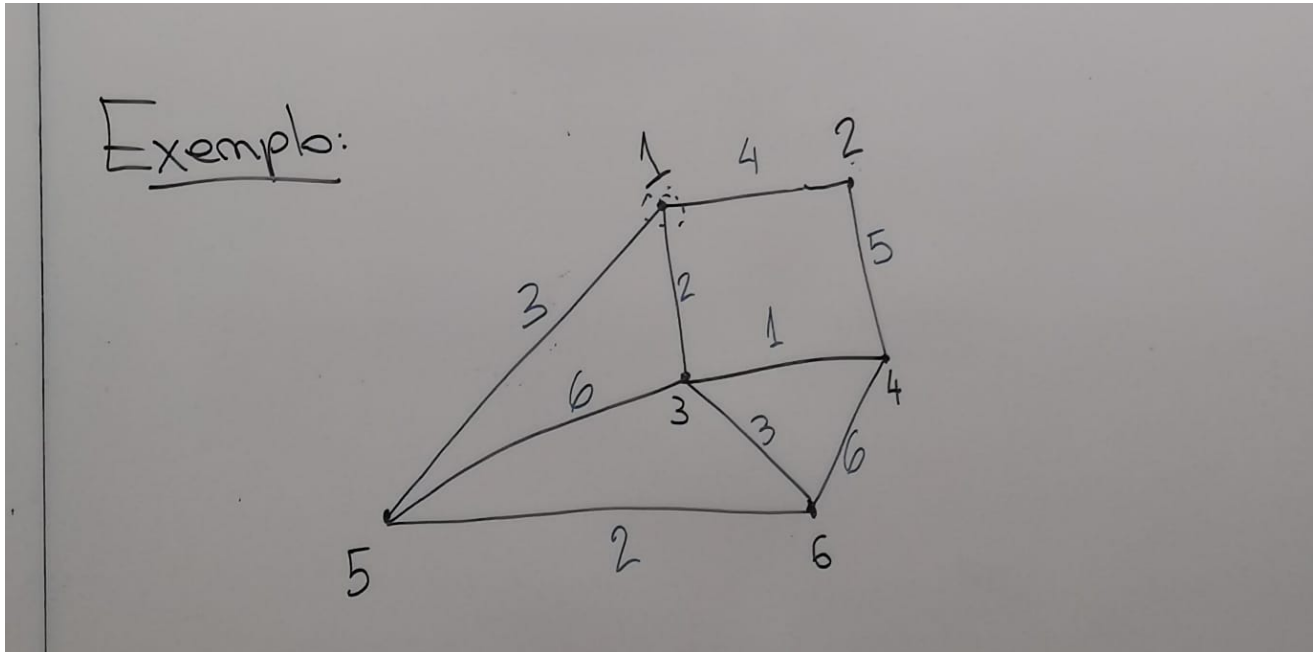
Inicialização

- Defina o vértice inicial igual a 1
- Defina todos os outros vértices iguais a 0
- Inicializa lista de arestas E vazia

Iterações

- O algoritmo busca uma aresta com um vértice nst ($v(j) = 1$) e um vértice k fora da nst ($v(k) = 0$) com peso mínimo
- Define esse vértice igual a 1
- Adiciona a aresta à lista de arestas E

Exemplo



$s = 1$

$v(s) = 1$

$v(i) = 0$, para $i \neq s$

$E = \phi$

5. $i = 1$ // começo do for

aresta	peso
(1,2)	4
(1,3)	2
(1,5)	3

Escolhemos (1,3) --> 2 //menor peso

15. $v(3) = 1$

16. $E = \{(1,3)\}$

17. $i=2$

aresta	peso
(1,2)	4
(1,5)	3
(3,4)	1
(3,5)	6
(3,6)	3

Escolhemos (3,4) --> 1 //menor peso

$$15. v(4) = 1$$

$$16. E = \{(1, 3), (3, 4)\}$$

$$5. i = 3$$

aresta	peso
(1,2)	4
(1,5)	3
(3,5)	6
(3,6)	3
(4,2)	5
(4,6)	6

$$v(5) = 1$$

$$E = \{(1, 3), (3, 4), (1, 5)\}$$

$$i = 4$$

.
.
.

$$E = (1, 3), (3, 4), (1, 5), (5, 6)$$

$$i = 5$$

.
.
.

$$E = \{(1, 3), (3, 4), (1, 5), (5, 6), (1, 2)\} \text{ // arestas da árvore geradora minimal (mst)}$$

end

Observação

O algoritmo Prim é GULOSO ("greedy"), dado que escolhe a melhor opção em cada iteração.

