Isomorfismo

> Definição: Diz-se que dois grafos $G_1 = (V_1, E_1)$, $G_2 = (V_2, E_2)$ são isomorfos se existem duas funções bijetivas: $f : v_1 \to v_2$, $g : E_1 \to E_2$ tais que $e \in E_1$ é incidente em $v_1, w \in V$ no G_1 se e somente se, $g(e)$ é incidente em $f(v), f(w) \in V_2$ no G_2.

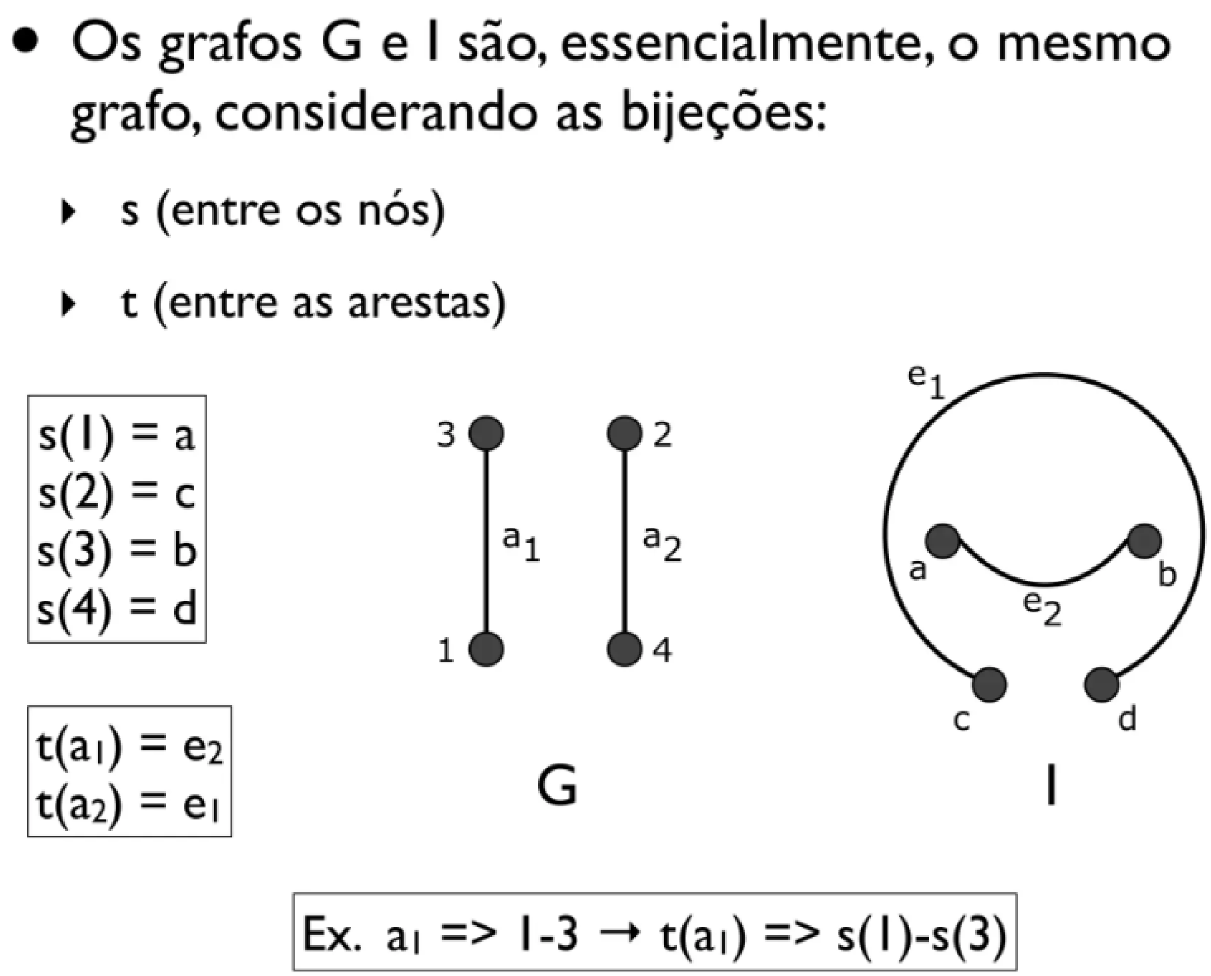
Propriedades Básicas

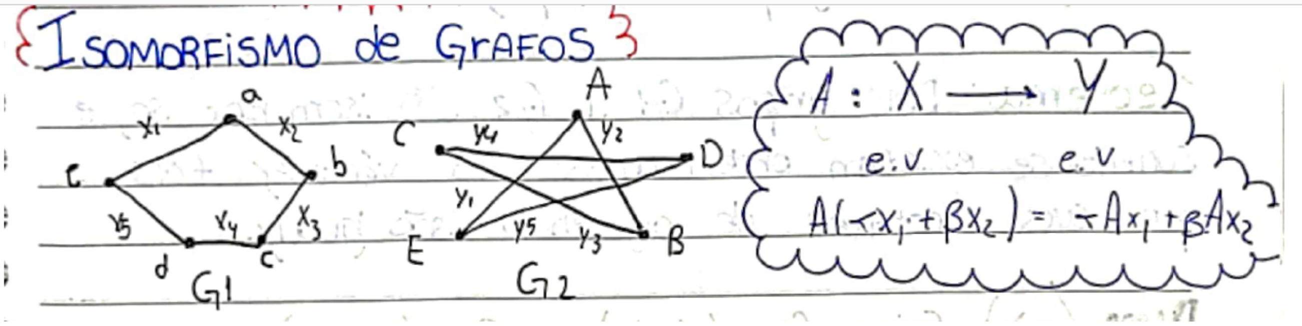
- São grafos estruturalmente iguais, independentes das diferenças na representação gráfica.
- Grafos não-isomorfos tem diferenças estruturais.

Teorema

Dois grafos G_1 e G_2 são isomorfos se, e somente se, existem ordenamentos dos vértices tais que suas matrizes de adjacência são iguais.

Exemplos





O par (f, g) é chamado de *ISOMORFISMO* de G_1 a G_2.

No exemplo:

x	$f(x)$
a	A
b	B
c	C
d	D
e	E

x	$g(x)$
x_1	y_1
x_2	y_2
x_3	y_3
x_4	y_4
x_5	y_5

$x_1 = \{e, a\}$ $\xrightarrow{f}$

g

$g(x_1) = \{f(e), f(a)\}$

$Y_1 = \{E, A\}$ ✓

Temos que verificar isso para cada uma das arestas!

Teorema

Dois grafos G_1 e G_2 são isomorfos se e somente se para algum ordenamento de seus vértices, suas matrizes de adjacência são iguais.

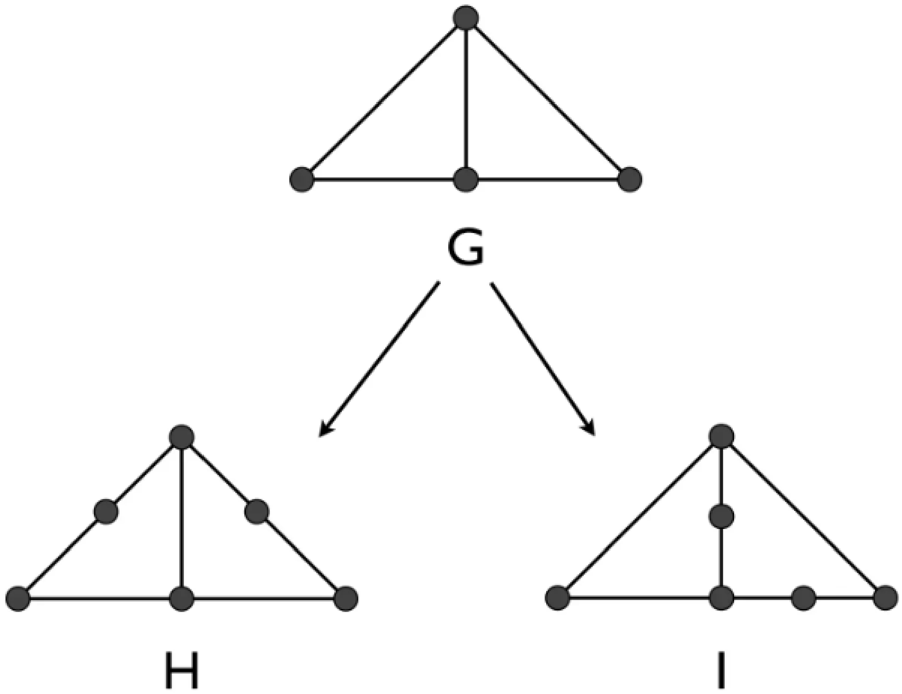
Homeomorfismo

> Definição: Dois grafos G_1 e G_2 são ditos Homeomorfos se eles podem ser reduzidos a grafos isomorfos, através de sequências de reduções em série.

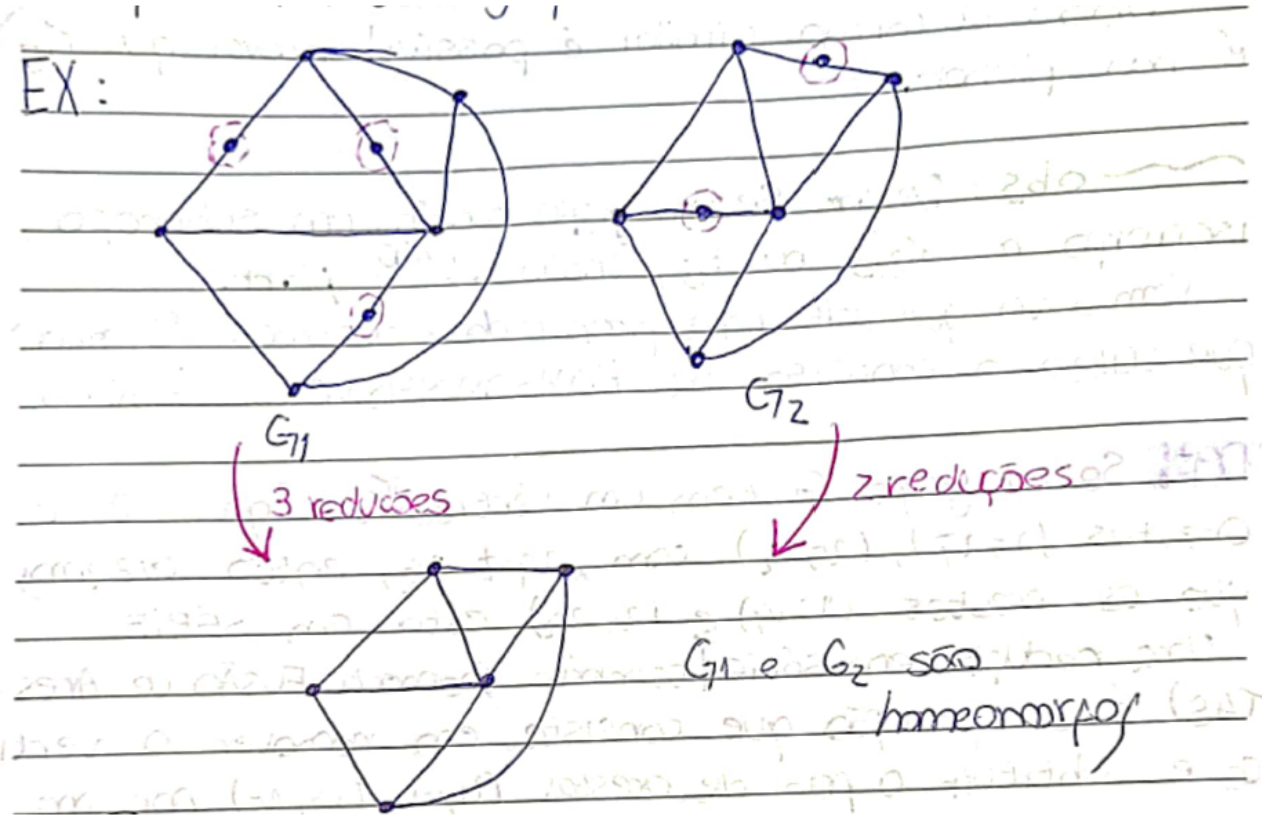
Propriedades Básicas

- Em particular, todo grafo é homeomorfo a ele mesmo.
- A relação de Homeomorfismo é uma relação de equivalência no conjunto dos grafos.

Exemplos



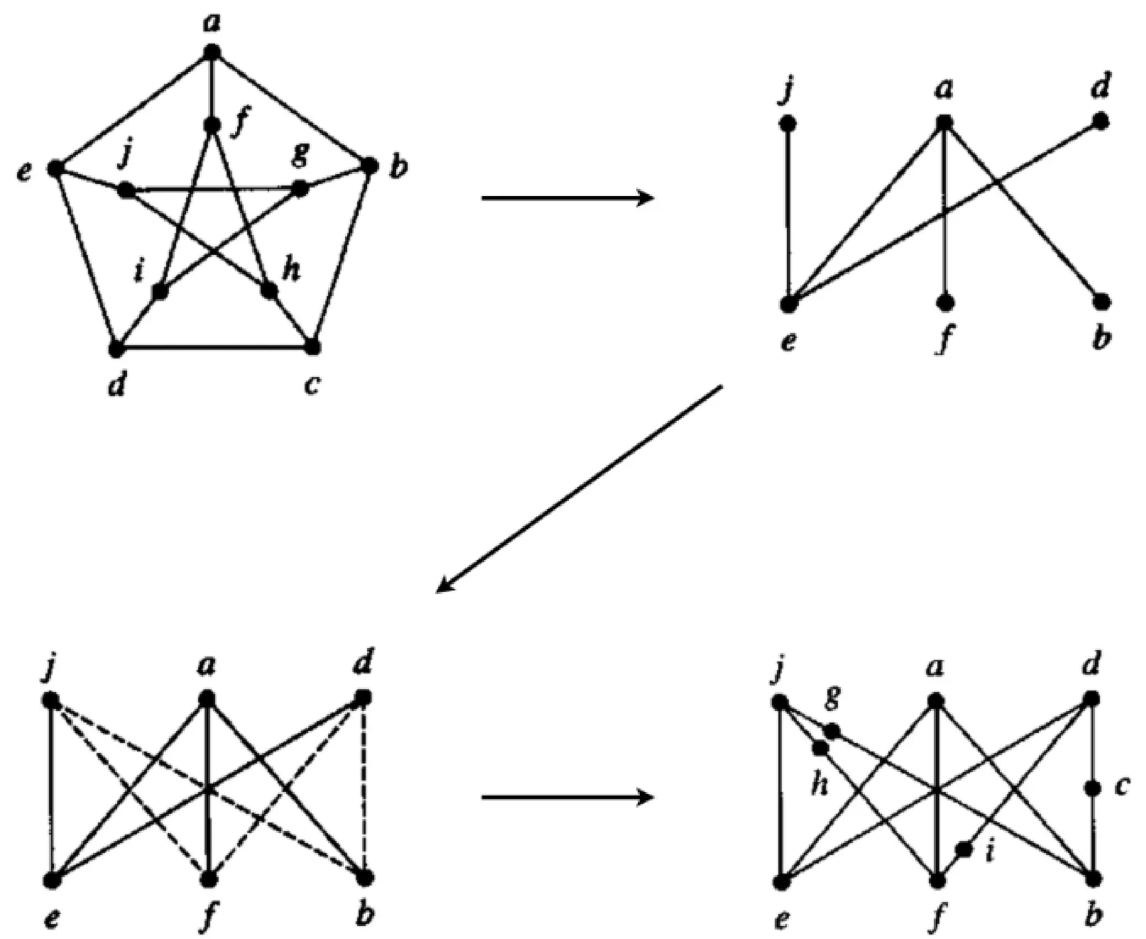
H e I são homeomorfos.



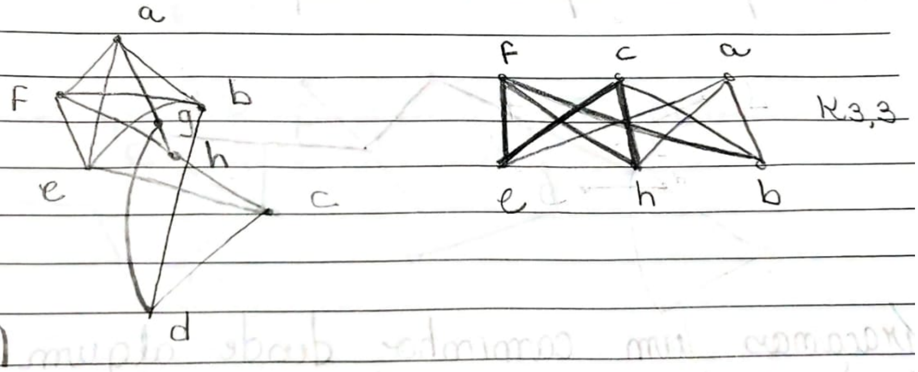
Teorema de Kuratouski

Um grafo G é planar, se e somente se, G não-contém nenhum subgrafo homeomorfo a K_5 ou a $K_{3,3}$

Exemplo



Exemplo:



remover d), i, g)