

UNIDADE III: MEDIDAS DE POSIÇÃO: MEDIDAS SEPARATRIZES

OBJETIVO DA UNIDADE:

- Perceber a necessidade dessas medidas para a interpretação dos dados analisados;
- Identificar medidas separatrizes;
- Calcular as medidas separatrizes e saber interpretá-las.

Muitas vezes torna-se necessário conhecermos outras medidas, além das de Tendência Central. Assim, nesta Unidade estaremos estudando medidas de posição chamadas Separatrizes: Mediana, quartis, decis e percentis.

Mediana é uma medida de posição que é simultaneamente, medida de tendência central e medida separatriz. Por esse motivo a mediana foi estudada na Unidade VI, assim passaremos ao estudo do quartis, posteriormente do decis e percentis.

Já estudamos que a mediana separa a série em duas partes iguais, e que cada parte contém o mesmo número de elementos. Contudo, uma mesma série pode ser dividida em duas ou mais partes que contenham a mesma quantidade de elementos. O nome da medida de posição separatriz será de acordo com a quantidade de partes em que é dividida a série.

- Mediana: divide a série em duas partes iguais (X_{m_d});
- Quartis: divide a série em quatro partes iguais (Q_1, Q_2, Q_3);
- Decis: divide a série em 10 partes iguais ($D_1, D_2, D_3, D_4, D_5, D_6, D_7, D_8, D_9$);
- Percentis: divide a série em 100 partes iguais ($P_1, P_2, P_3, \dots, P_{99}$).

3.1 Quartis (Q_k)

Nos quartis, a série é dividida em quatro partes iguais. Os elementos separatrizes da série são Q_1, Q_2 e Q_3 .



Q_1 : é o primeiro quartil, corresponde à separação dos primeiros 25% de elementos da série.

Q_2 : é o segundo quartil, coincide com a mediana ($Q_2 = M_d$).

Q_3 : é o terceiro quartil, corresponde à separação dos últimos 25% de elementos da série, ou seja, os 75% dos elementos da série.

Para o cálculo dos quartis utilizam-se técnicas semelhantes àsquelas do cálculo da mediana. Consequentemente, podem-se utilizar as mesmas fórmulas do cálculo da mediana, levando em

conta que onde houver a expressão $\frac{\sum f_i}{2}$ será substituída por $\frac{K \sum f_i}{4}$, sendo K o número da ordem do quartil, em que $K = 1$ corresponde ao primeiro quartil; $K = 2$ corresponde ao segundo quartil e $K = 3$ ao terceiro quartil.

3.1.1 Cálculo do quartil para o rol

1º Passo: Determina-se a posição do Quartil.

$$P_{QK} = \frac{Kn}{4} \quad (\text{onde } K = 1, 2 \text{ ou } 3)$$

2º Passo: Identifica-se a posição mais próxima do rol.

3º Passo: Verifica-se quem está naquela posição.

Exemplo: Calcule Q_1 , Q_2 e Q_3 para o seguinte conjunto de valores:

$A\{4,1,8,0,11,10,7,8,6,2,9,12\}$

Inicialmente precisamos colocar os valores em ordem (rol)

$A\{0,1,2,4,6,7,8,8,9,10,11,12\}$

a) Vamos utilizar os passos para o cálculo do 1º quartil:

1º Passo: Determina-se a posição do 1º quartil:

$$P_{Q_1} = \frac{1 \cdot 12}{4} = 3 \Rightarrow \text{posição do 1º quartil}$$

2º Passo: Identificar a posição 3

3º Passo: Procura-se no rol o valor do número que está na posição identificada.

O número que corresponde a 25% do rol é o valor 2

b) Vamos utilizar os passos para o cálculo do 2º quartil:

1º Passo: Determina-se a posição do 2º quartil:

$$P_{Q_2} = \frac{2 \cdot 12}{4} = 6 \Rightarrow \text{posição do 2º quartil}$$

2º Passo: Identificar a posição 6

3º Passo: Procura-se no rol o valor do número que está na posição identificada.

x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8	x_9	x_{10}	x_{11}	x_{12}
0	1	2	4	6	7	8	8	9	10	11	12

O número que corresponde a 50% do rol é o valor 7

c) Vamos utilizar os passos para o cálculo do 3º quartil:

1º Passo: Determina-se a posição do 3º quartil:

$$P_{Q_3} = \frac{3 \cdot 12}{4} = 9 \Rightarrow \text{posição do 3º quartil}$$

2º Passo: Identificar a posição 9

3º Passo: Procura-se no rol o valor do número que está na posição identificada.

x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8	x_9	x_{10}	x_{11}	x_{12}
0	1	2	4	6	7	8	8	9	10	11	12

O número que corresponde a 75% do rol é o valor 9

3.1.2 Cálculo do quartil para a tabela sem intervalo de classe

1º Passo: Calcula-se a posição do quartil.

$$P_{Q_K} = \frac{K \sum f_i}{4} \quad (\text{onde } K = 1, 2 \text{ ou } 3)$$

2º Passo: É necessário inserir a coluna da frequência acumulada, e nela procurar o valor da posição do quartil.

3º Passo: O Valor do quartil será o valor da variável que corresponde àquela classe.

Exemplo: Calcular os valores do Q_1 , Q_2 e Q_3 da tabela seguinte:

Tabela 3.1 – Números de acidentes / mês no Cruzamento X em CG/07

<i>Nº de acidentes / mês</i>	<i>f</i>	<i>fa</i>
0	4	4
1	6	10
2	9	19
3	5	24
4	4	28
$\sum f = 28$		

a) Vamos calcular inicialmente Q_1

1º Passo: Determinar a posição do 1º quartil (25%)

$$P_{Q_1} = \frac{1 \cdot 28}{4} = 7 \Rightarrow \text{posição do 1º quartil}$$

2º Passo: Procurar na coluna da *fa* a posição do 7º elemento

3º Passo: A variável que corresponde à posição do 7º elemento é 1 (na segunda classe).

25% da pesquisa mostrou que este cruzamento teve 1 acidente / mês.

b) Vamos calcular o Q_2

1º Passo: Determinar a posição do 2º quartil (50%)

$$P_{Q_2} = \frac{2 \cdot 28}{4} = 14 \Rightarrow \text{posição do 2º quartil}$$

2º Passo: Procurar na coluna da *fa* a posição do 14º elemento

3º Passo: A variável que corresponde à posição do 14º elemento é 2 (na terceira classe).

50% da pesquisa mostrou que este cruzamento teve 2 acidentes / mês.

c) Vamos calcular o Q_3

1º Passo: Determinar a posição do 3º quartil (75%)

$$P_{Q_3} = \frac{3 \cdot 28}{4} = 21 \Rightarrow \text{posição do 3º quartil}$$

2º Passo: Procurar na coluna da *fa* a posição do 21º elemento

3º Passo: A variável que corresponde à posição do 21º elemento é 3 (na quarta classe).

75% da pesquisa mostrou que este cruzamento teve 3 acidentes / mês.

3.1.3 Cálculo do quartil em tabelas com intervalo de classe

Determina-se, inicialmente, a classe que contém o valor quartil a ser calculado. A identificação da classe é feita por meio do termo da ordem calculada pela expressão:

$$P_{QK} = \frac{K \sum f_i}{4} \quad (\text{onde } K = 1, 2 \text{ ou } 3)$$

Essa expressão determina a posição do referente quartil ou classe que contém o quartil. Assim, temos:

$$Q_k = l_{qk} + \left[\frac{\frac{K \cdot \sum f_i}{4} - F_{ant}}{f_{Qk}} \right] \cdot a_{Qk}$$

Sendo:

l_{Qk} = limite inferior da classe do quartil considerado.

F_{ant} = frequência acumulada da classe anterior à classe do quartil considerado.

a_{Qk} = amplitude do intervalo de classe do quartil considerado.

f_{Qk} = frequência simples da classe do quartil considerado.

Exemplo: Para o cálculo dos quartis de dados agrupados com intervalos de classe, consideramos a distribuição dos pesos de um grupo de turistas que visita um parque temático em Fortaleza/CE/Julho/06. Será acrescentada uma coluna com os valores da frequência acumulada.

Tabela 3.2 - Pesos de um grupo de turistas do Parque Temático Fortaleza/CE/Julho/06.

i	Pesos (kg)	Frequência (f _i)	Frequência acumulada (Fa)
1	10 - 30	10	10
2	30 - 50	24	34
3	50 - 70	57	91
4	70 - 90	44	135
5	90 - 110	29	164
6	110 - 130	16	180
		$\Sigma = 180$	

Primeiro, calcula-se a classe a que pertence o quartil Q_1 ($k=1$), ou seja, a posição:

$$P_{Q_1} = \frac{1 \cdot \sum f_i}{4} = \frac{180}{4} = 45$$

Observando a coluna de frequência acumulada, verificamos que o quadragésimo quinto termo pertence à terceira classe (a frequência acumulada da terceira classe abrange do 35º termo ao 91º termo). Sabendo que a classe do primeiro quartil é a terceira classe, podemos verificar qual o valor numérico do primeiro quartil utilizando a expressão:

$$Q_1 = l_{Q_1} + \left[\frac{\frac{1 \cdot \sum f_i}{4} - F_{ant}}{f_{Q_1}} \right] \cdot a_{Q_1} = 50 + \left[\frac{45 - 34}{57} \right] \cdot 20 \cong 53,9 \text{ kg}$$

Os cálculos para os quartis Q_2 e Q_3 processam-se de forma análoga ao cálculo do primeiro quartil.

$$2^\circ \text{ quartil} \rightarrow \frac{2 \cdot \sum f_i}{4} = \frac{2 \cdot 180}{4} = 90 \quad (\text{o segundo quartil pertence à terceira classe}).$$

$$Q_2 = l_{Q_2} + \left[\frac{\frac{2 \cdot \sum f_i}{4} - F_{ant}}{f_{Q_2}} \right] \cdot a_{Q_2} = 50 + \left[\frac{90 - 34}{57} \right] \cdot 20 \cong 69,7 \text{ kg}$$

$$3^\circ \text{ quartil} \rightarrow \frac{3 \cdot \sum f_i}{4} = \frac{3 \cdot 180}{4} = 135 \quad (\text{o terceiro quartil pertence à quarta classe})$$

$$Q_3 = l_{Q_3} + \left[\frac{3 \sum f_i - F_{ant}}{f_{Q_3}} \right] \cdot a_{Q_3} = 70 + \left[\frac{135 - 91}{44} \right] \cdot 20 = 90,0 \text{ kg}$$

Assim temos: $Q_1 = 53,9 \text{ kg}$; $Q_2 = 69,7 \text{ kg}$ e $Q_3 = 90,0 \text{ kg}$
 Pratique resolvendo mais alguns exemplos.

1) Determinação dos quartis para o conjunto:

$B\{10,15,18,13,19,25,27,16,15,21,22,29,14,18,20,24\}$

Colocando os valores em ordem (rol), temos

$B\{10,13,14,15,15,16,18,18,19,20,21,22,24,25,27,29\}$

a) Vamos utilizar os passos para o cálculo do 1º quartil:

1º Passo: Determina-se a posição do 1º quartil:

$$P_{Q_1} = \frac{1 \cdot 16}{4} = 4 \Rightarrow \text{posição do 1º quartil}$$

2º Passo: Identificar a posição 4

3º Passo: Procura-se no rol o valor do número que está na posição identificada.

x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8
10	13	14	15	15	16	18	18

x_9	x_{10}	x_{11}	x_{12}	x_{13}	x_{14}	x_{15}	x_{16}
19	20	21	22	24	25	27	29

O número que corresponde a 25% do rol é o valor 15

b) Vamos utilizar os passos para o cálculo do 2º quartil:

1º Passo: Determina-se a posição do 2º quartil:

$$P_{Q_2} = \frac{2 \cdot 16}{4} = 8 \Rightarrow \text{posição do 2º quartil}$$

2º Passo: Identificar a posição 8

3º Passo: Procura-se no rol o valor do número que está na posição identificada.

x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8
10	13	14	15	15	16	18	18

x_9	x_{10}	x_{11}	x_{12}	x_{13}	x_{14}	x_{15}	x_{16}
19	20	21	22	24	25	27	29

O número que corresponde a 50% do rol é o valor 18

c) Vamos utilizar os passos para o cálculo do 3º quartil:

1º Passo: Determina-se a posição do 3º quartil:

$$P_{Q_3} = \frac{3 \cdot 16}{4} = 12 \Rightarrow \text{posição do 3º quartil}$$

2º Passo: Identificar a posição 12

3º Passo: Procura-se no rol o valor do número que está na posição identificada.

x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8
10	13	14	15	15	16	18	18

10	13	14	15	15	16	18	18
----	----	----	----	----	----	----	-----------

x_9	x_{10}	x_{11}	x_{12}	x_{13}	x_{14}	x_{15}	x_{16}
19	20	21	22	24	25	27	29

O número que corresponde a 75% do rol é o valor 22

2) Calcular os valores do Q_1 , Q_2 e Q_3 da tabela seguinte:

Tabela 3.3 – Números de faltas de académicos do primeiro semestre.

$N^\circ \text{ de faltas}$	f	fa
1	6	8
3	8	14
4	13	27
6	7	34
7	4	38
	$\sum f = 38$	

a) Vamos calcular inicialmente Q_1

1º Passo: Determinar a posição do 1º quartil (25%)

$$P_{Q_1} = \frac{1 \cdot 38}{4} = 9,5 \Rightarrow \text{posição do 1º quartil}$$

2º Passo: Procurar na coluna da fa a posição do 9,5º elemento

3º Passo: A variável que corresponde à posição do 9,5º elemento é 3 (na segunda classe).
25% dos académicos tiveram 3 faltas

b) Vamos calcular o Q_2

1º Passo: Determinar a posição do 2º quartil (50%)

$$P_{Q_2} = \frac{2 \cdot 38}{4} = 19 \Rightarrow \text{posição do 2º quartil}$$

2º Passo: Procurar na coluna da fa a posição do 19º elemento

3º Passo: A variável que corresponde à posição do 19º elemento é 4 (na terceira classe).
50% dos académicos tiveram 4 faltas.

c) Vamos calcular o Q_3

1º Passo: Determinar a posição do 3º quartil (75%)

$$P_{Q_3} = \frac{3 \cdot 38}{4} = 28,5 \Rightarrow \text{posição do 3º quartil}$$

2º Passo: Procurar na coluna da fa a posição do 28,5º elemento

3º Passo: A variável que corresponde à posição do 28,5º elemento é 6 (na quarta classe).
75% dos académicos tiveram 6 faltas.

3 Calcular os valores do Q_1 , Q_2 e Q_3 da tabela seguinte:

Tabela 3.4 – Pontos obtidos em teste de atenção por candidatos a um emprego.

i	Pontos)	Frequência (f_i)	Frequência acumulada (Fa)
1	0 - 40	3	3
2	40 - 80	8	11
3	80 - 120	18	29
4	120 - 160	15	44
5	160 - 200	10	54
		$\sum = 54$	

a) Vamos calcular a classe a que pertence o quartil Q_1 ($k=1$), ou seja, a posição:

$$P_{Q_1} = \frac{1 \cdot \sum f_i}{4} = \frac{54}{4} = 13,5$$

Observando a coluna de frequência acumulada, verificamos que o 13,5º termo pertence à terceira classe (a frequência acumulada da terceira classe abrange do 12º termo ao 29º termo). Sabendo que a classe do primeiro quartil é a terceira classe, podemos verificar qual o valor numérico do primeiro quartil utilizando a expressão:

$$Q_1 = l_{Q_1} + \left[\frac{\frac{1 \cdot \sum f_i}{4} - F_{ant}}{f_{Q_1}} \right] \cdot a_{Q_1} = 80 + \left[\frac{13,5 - 11}{18} \right] \cdot 40 = 85,555555 \Rightarrow Q_1 = 85,56$$

25% dos candidatos fizeram no máximo 85,56 pontos.

Cálculos para os quartis Q_2 e Q_3 processamos da mesma forma do cálculo do primeiro quartil.

$$2^\circ \text{ quartil} \rightarrow \frac{2 \cdot \sum f_i}{4} = \frac{2 \times 54}{4} = 27 \quad (\text{o segundo quartil pertence à terceira classe}).$$

$$Q_2 = l_{Q_2} + \left[\frac{\frac{2 \cdot \sum f_i}{4} - F_{ant}}{f_{Q_2}} \right] \cdot a_{Q_2} = 80 + \left[\frac{27 - 11}{18} \right] \cdot 40 = 115,555555 \Rightarrow Q_2 = 115,56$$

50% dos candidatos fizeram no máximo 115,56 pontos.

$$3^\circ \text{ quartil} \rightarrow \frac{3 \cdot \sum f_i}{4} = \frac{3 \times 54}{4} = 40,5 \quad (\text{o terceiro quartil pertence à quarta classe})$$

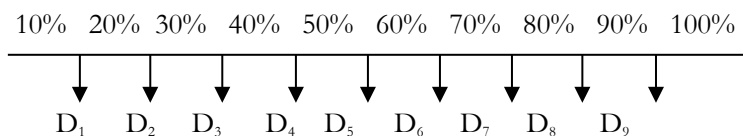
$$Q_3 = l_{Q_3} + \left[\frac{\frac{3 \cdot \sum f_i}{4} - F_{ant}}{f_{Q_3}} \right] \cdot a_{Q_3} = 120 + \left[\frac{40,5 - 29}{15} \right] \cdot 40 = 150,666666 \Rightarrow Q_3 = 150,67$$

75% dos candidatos fizeram no máximo 150,67 pontos.

Assim temos: $Q_1 = 85,56$ pontos $Q_2 = 115,56$ pontos e $Q_3 = 150,67$

3.2 Decis (D_k)

Nos decis, a série é dividida em 10 partes iguais ($D_1, D_2, D_3, \dots, D_9$).



D_1 : é o primeiro decil, corresponde à separação dos primeiros 10 % de elementos da série.

D_5 : é o quinto decil, coincide com a mediana ($D_5 = M_d$).

D_9 : é o nono decil, corresponde à separação dos últimos 10% elementos da série.

3.2.1 Cálculo do Decil para o rol

Os passos são os mesmos para o cálculo do quartil para o rol

Exemplo: Calcular D_1 e D_8 do conjunto dado: $A\{7,12,15,20,2,4,6,18,10,24\}$

Inicialmente vamos colocar o conjunto em ordem crescente:

X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6	X_7	X_8	X_9	X_{10}
2	4	6	7	10	12	15	18	20	24

a) Calcular D_1

1º Passo: determina-se a posição do primeiro Decil.

$$P_{D_1} = \frac{1 \cdot n}{10} = \frac{1 \cdot 10}{10} = 1 (\text{posição})$$

2º Passo: Procura-se no rol o valor do primeiro elemento;

3º passo: O valor do $D_1=2$ que corresponde a 10% do rol

b) Cálculo do D_8

1º Passo: determina-se a posição do oitavo Decil.

$$P_{D_8} = \frac{8 \cdot n}{10} = \frac{8 \cdot 10}{10} = 8 (\text{posição})$$

2º Passo: Procura-se no rol o valor do oitavo elemento;

3º passo: O valor do $D_8=18$ que corresponde a 80% do rol

3.2.2 Cálculo do Decil para tabela sem Intervalo de Classe.

Os procedimentos são os mesmos utilizados para o cálculo dos quartis.

Exemplos: Calcular D_3 e D_7 usando a seguinte tabela:

Tabela 3.5 Quantidade de filhos dos funcionários de uma pequena empresa.

<i>filhos</i>	<i>f</i>	<i>fa</i>
0	18	18
1	35	53
2	46	99
3	28	127
4	25	152
5	10	162
6	5	167
7	3	170
$\sum f = 170$		

a) Cálculo do D_3

1º Passo: Calcula-se a posição do D_3

$$D_3 = \frac{3 \sum f}{10} = \frac{3 \cdot 170}{10} = 51 (\text{posição})$$

2º passo: Procura-se a posição do D_3 pela coluna da frequência acumulada, o D_3 está na 2º classe (fa 53)

3º Passo: O valor da variável na segunda classe é 1 filho, que corresponde a 30% da pesquisa.

b) Cálculo do D_3

1º Passo: Calcula-se a posição do D_8

$$D_8 = \frac{8 \sum f}{10} = \frac{8 \cdot 170}{10} = 144 \text{ (posição)}$$

2º passo: Procura-se a posição do D_8 pela coluna da frequência acumulada, o D_8 está na 5ª classe (fa 152)

3º Passo: O valor da variável na segunda classe é 4 filhos, que corresponde a 80% da pesquisa.

3.2.3 Cálculo do decil para tabela com intervalo de classe

Primeiramente, determina-se a classe que contém o valor do decil a ser calculado pela expressão:

$$\frac{K \sum f_i}{10} \text{ (para } K = 1, 2, 3, \dots, 9)$$

Esse termo está localizado numa classe que recebe o nome de classe decil. Para o cálculo dos decis, utilizamos técnicas semelhantes às do cálculo dos quartis. Isto é, utilizamos a fórmula:

$$D_K = l_{D_K} + \left[\frac{\frac{k \cdot \sum fi}{10} - F_{ant}}{f_{D_K}} \right] \cdot a_{D_K}$$

Sendo:

l_{D_K} = limite inferior da classe de decil considerado

F_{ant} = frequência acumulada da classe anterior à classe de decil considerado

h_{DK} = amplitude do intervalo de classe do decil considerado

f_{DK} = frequência simples da classe do decil considerado

Exemplo : O cálculo dos decis será exemplificado com os dados da Tabela 3.6 que organiza as estaturas de adolescentes, colhidas durante o período em que participaram de um acampamento, durante as férias.

Tabela 3.6 - Estaturas dos participantes de um acampamento infantil/Bonito/Julho/06.

i	Estaturas (cm)	Frequência (f _i)	Frequência acumulada (F _i)
1	120 - 128	6	6
2	128 - 136	12	18
3	136 - 144	16	34
4	144 - 152	13	47
5	152 - 160	7	54
		$\sum = 54$	

Calculam-se os decis $D_1, D_2, \dots, D_7, \dots$, de forma semelhante ao cálculo dos quartis.

Primeiro decil ($K=1$): $\frac{1 \sum f_i}{10} = \frac{54}{10} = 5,4$ (o primeiro decil pertence à primeira classe).

$$D_1 = l_{D_1} + \left[\frac{1 \cdot \sum f_i}{10} - F_{ant} \right] \cdot a_{D_1} = 120 + \left[\frac{5,4 - 0}{6} \right] \cdot 8 = 127,5 \text{ cm} \rightarrow D_1 = 127,5 \text{ cm}$$

Segundo decil (K=2): $\frac{2 \cdot \sum f_i}{10} = \frac{2 \times 54}{10} = 10,8$ (o segundo decil pertence à segunda classe).

$$D_2 = l_{D_2} + \left[\frac{2 \cdot \sum f_i}{10} - F_{ant} \right] \cdot a_{D_2} = 128 + \left[\frac{10,8 - 6}{12} \right] \cdot 8 = 131,2 \text{ cm} \rightarrow D_2 = 131,2 \text{ cm}$$

Dessa forma, podemos calcular os outros decis. Por exemplo, cálculo do sétimo decil (K=7):

$$\frac{7 \cdot \sum f_i}{10} = \frac{7 \times 54}{10} = 37,8 \text{ (o sétimo decil pertence à quarta classe)}$$

$$D_7 = l_{D_7} + \left[\frac{7 \cdot \sum f_i}{10} - F_{ant} \right] \cdot a_{D_7} = 144 + \left[\frac{37,8 - 34}{13} \right] \cdot 8 = 146,3 \text{ cm} \rightarrow D_7 = 146,3 \text{ cm}$$

3.3 Percentis (P_k)

Nos percentis, a série é dividida em 100 partes iguais (P₁, P₂, P₃, ... P₉₉).

P₁: é o primeiro percentil, corresponde à separação do primeiro 1% de elementos da série.

P₅₀: é o quinquagésimo percentil, coincide com a mediana (P₅₀ = D₅ = Q₂ = M_d).

Para o cálculo dos percentis, utilizamos técnicas semelhantes às do cálculo dos quartis e decis. Inicialmente, determina-se a classe que contém o valor percentil a ser calculado pela expressão:

$$\frac{K \cdot \sum f_i}{100} \quad (K = 1; 2; 3; \dots; 98; 99)$$

3.3.1 Cálculo de Percentil para rol

Verificamos que o raciocínio é o mesmo utilizado para o cálculo do Quartil e Decil. Consideremos o exemplo abaixo:

1) Calcular o P₂₈ e P₈₂ do conjunto $B\{15, 2, 4, 6, 10, 12, 13, 7, 21, 18, 20\}$

Devemos inicialmente ordenar os valores:

X ₁	X ₂	X ₃	X ₄	X ₅	X ₆	X ₇	X ₈	X ₉	X ₁₀	X ₁₁
2	4	6	7	10	12	13	15	18	20	21

a) Cálculo do P₂₈

$$P_{28} = \frac{28 \cdot n}{100} = \frac{28 \cdot 11}{100} = 3,08$$

1º Passo: Determinar a posição do P₂₈

2º Passo: procura-se no rol o valor da posição do 3º elemento;

3º Passo: A variável que corresponde à posição desejada é o número 6

b) Cálculo do P₈₂

$$P_{82} = \frac{82 \cdot n}{100} = \frac{82 \cdot 11}{100} = 9,02$$

1º Passo: Determinar a posição do P₈₂

2º Passo: procura-se no rol o valor da posição do 9º elemento;

3º Passo: A variável que corresponde à posição desejada é o número 18

3.3.2 Cálculo do Percentil para Tabela sem Intervalo de Classe

O cálculo do Percentil para a tabela sem intervalo de classe é o mesmo que para os cálculos dos Quartís e Decís. Estudemos esses cálculos através do exemplo a seguir:

Exemplo: Calcular P_{45} e P_{93} da tabela

Tabela 3.7. Número de quartos/chalés em Bonito/MS/07

<i>Número de quartos/chalés</i>	<i>f</i>	<i>fa</i>
1	15	15
2	30	45
3	20	65
4	12	77
5	10	87
6	8	95
$\sum f_i = 95$		

a) Calcular P_{45}

$$P_{45} = \frac{45 \cdot n}{100} = \frac{45 \cdot 95}{100} = 42,75$$

1º Passo: Determinar a posição do P_{45}

2º Passo: Procurar a posição do 43 elemento pela coluna da frequência acumulada, podemos observar que o elemento de posição 43 está na segunda classe;

3º Passo O valor da variável que corresponde a 45% da pesquisa revelou que os pesquisados preferem até dois quartos por chalé.

b) Calcular P_{93}

$$P_{93} = \frac{93 \cdot n}{100} = \frac{93 \cdot 95}{100} = 88,35$$

1º Passo: Determinar a posição do P_{93}

2º Passo: Procurar a posição do 88º elemento pela coluna da frequência acumulada, podemos observar que o elemento de posição 88 está na sexta classe;

3º Passo O valor da variável que corresponde a 93% da pesquisa revelou que os pesquisados preferem até seis quartos por chalé.

3.3.3 Cálculo para Percentil em Tabelas com Intervalo de Classe

Para o cálculo dos percentís, utilizamos técnicas semelhantes às do cálculo dos quartís e decís. Inicialmente, determina-se a classe que contém o valor percentil a ser calculado pela expressão:

$$\frac{K \cdot \sum f_i}{100} \quad (K = 1, 2, 3, 4, \dots, 98, 99)$$

Para obtenção do percentil, utilizamos a fórmula:

$$P_K = l_{P_K} + \left[\frac{\frac{K \cdot \sum f_i}{100} - F_{ant}}{f_{P_K}} \right] \cdot a_{P_K}$$

Sendo:

l_{P_K} = limite inferior da classe do percentil considerado

F_{ant} = frequência acumulada da classe anterior do percentil considerado

a_{P_K} = amplitude do intervalo de classe do percentil considerado

f_{P_K} = frequência simples da classe do percentil considerado

Exemplo: Na tabela 3.6 vamos calcular o 46º percentil (K=36) e o 76º percentil (K=76):

Tabela 3.6 - Estaturas dos participantes de um acampamento infantil/Bonito/Julho/06.

i	Estaturas (cm)		Frequência (f _i)	Frequência acumulada (F _i)
1	120	128	6	6
2	128	136	12	18
3	136	144	16	34
4	144	152	13	47
5	152	160	7	54
			$\Sigma = 54$	

a) Cálculo do P_{46}

$$\frac{46 \cdot \sum f_i}{100} = \frac{46 \times 54}{100} = 24,84 \quad (\text{o quadragésimo sexto percentil pertence à terceira classe})$$

$$P_{46} = l_{P_{46}} + \left[\frac{\frac{46 \cdot \sum f_i}{100} - F_{ant}}{f_{P_{46}}} \right] \cdot a = 136 + \left[\frac{24,84 - 18}{16} \right] \cdot 8 = 139,42 \text{ cm}$$

b) Cálculo do P_{76}

$$\frac{76 \cdot \sum f_i}{100} = \frac{76 \cdot 54}{100} = 41,04 \quad (\text{o percentil 76 pertence à quarta classe})$$

$$P_{76} = l_{P_{46}} + \left[\frac{\frac{76 \cdot \sum f_i}{100} - F_{ant}}{f_{P_{46}}} \right] \cdot a = 144 + \left[\frac{41,04 - 34}{13} \right] \cdot 8 = 148,33 \text{ cm}$$

Lista de exercícios 3.1

Considere o conjunto de valores que representa as idades de um grupo de crianças de uma comunidade: $\{3,9,2,8,4,6,5,9,10,4,3,5,6,11\}$

1.1 Qual a idade que corresponde a 25% das crianças (Q_1)?

- a) $Q_1=3$
- b) $Q_1=5$
- c) $Q_1=4$
- d) $Q_1=6$

1.2 Qual a idade que corresponde a 70% das crianças (D_7)?

- a) $D_7=6$
- b) $D_7=8$
- c) $D_7=5$
- d) $D_7=9$

1.3 Qual a idade que corresponde a 45% das crianças (P_{45})?

- a) $P_{45} = 4$
b) $P_{45} = 8$
c) $P_{45} = 5$
d) $P_{45} = 6$

Considere a tabela 3.7 que representa os valores economizados por crianças para a compra do presente do dia das mães.

Tabela 3.7 Valores economizados pelas crianças

Valores (R\$)	Num. de crianças(f_i)	f_a
10	2	
15	6	
20	8	
25	15	
30	13	
35	11	
40	5	
$\sum f_i = 60$		

2.1. Qual o valor economizado por 75% das crianças (Q_3)?

- a) $Q_3 = 30$
b) $Q_3 = 40$
c) $Q_3 = 35$
d) $Q_3 = 25$

2.2. Qual o valor economizado por 40% das crianças (D_4)?

- a) $D_4 = 25$
b) $D_4 = 20$
c) $D_4 = 35$
d) $D_4 = 30$

2.3. Qual o valor economizado por 92% das crianças (P_{92})?

- a) $P_{92} = 35$
b) $P_{92} = 30$
c) $P_{92} = 40$
d) $P_{92} = 38$

Considere a tabela 3.8 que representa os salários de funcionários de uma empresa de reciclagem.

Tabela 3.8 Salários da empresa de reciclagem Coisas & Tal

Salários	funcionários	
500 - 600	3	
600 - 700	8	
700 - 800	12	
800 - 900	17	
900 - 1000	10	
1000 - 1100	8	
1100 - 1200	6	
$\sum f_i = 64$		

3.1. Qual o salário de 25% dos funcionários que ganham menos (Q_i)?

- a) $Q_i = 742,68$
b) $Q_i = 741,67$
c) $Q_i = 678,97$

d) $Q_1=698,85$

3.2 Qual o salário de 60% dos funcionários que ganham menos(D_6)?

a) $D_6 = 835,80$

b) $D_6 = 829,78$

c) $D_6 = 890,59$

d) $D_6 = 895,86$

3.3. Qual o salário de 90% dos funcionários que ganham menos(P_{90})?

a) $P_{90} = 1095,00$

b) $P_{90} = 1105,00$

c) $P_{90} = 1085,00$

d) $P_{90} = 1056,00$

ATIVIDADE 3.1 DA APOSTILA ATUAL