

ATIVIDADE

Regra de Crammer para 3 incógnitas

ALUNO	IZAEL ALVES DA SILVA
PROFESSOR	JOÃO VAGNER PEREIRA DA SILVA
DISCIPLINA	PESQUISA OPERACIONAL

Pesquise sobre o calculo de determinante (regra de Crammer) para 3 incógnitas

O que é a Regra de Cramer?

A **Regra de Cramer** é um método para resolver sistemas lineares do tipo:

$$\begin{cases} a_{11}x + a_{12}y + a_{13}z = b_1 \\ a_{21}x + a_{22}y + a_{23}z = b_2 \\ a_{31}x + a_{32}y + a_{33}z = b_3 \end{cases}$$

onde:

- a_{ij} são os coeficientes do sistema,
- b_i são os termos independentes,
- x, y, z são as incógnitas.

O método se aplica quando o determinante da matriz dos coeficientes (Δ) é **diferente de zero**.

Determinante de ordem 3

Para calcular o determinante de uma matriz 3×3 :

$$\Delta = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}$$

Existem dois métodos principais:

Regra de Sarrus (mais prática para matrizes 3×3):

1. Reescreve-se as duas primeiras colunas ao lado da matriz:

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} \Rightarrow \begin{matrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{21} & a_{22} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{31} & a_{32} \end{matrix}$$

2. Faz-se a soma dos produtos das diagonais principais (\searrow):

$$(a_{11}a_{22}a_{33}) + (a_{12}a_{23}a_{31}) + (a_{13}a_{21}a_{32})$$

3. Subtrai-se a soma dos produtos das diagonais secundárias (\swarrow):

$$[(a_{13}a_{22}a_{31}) + (a_{11}a_{23}a_{32}) + (a_{12}a_{21}a_{33})]$$

Assim,

$$\Delta = a_{11}a_{22}a_{33} + a_{12}a_{23}a_{31} + a_{13}a_{21}a_{32} - a_{13}a_{22}a_{31} - a_{11}a_{23}a_{32} - a_{12}a_{21}a_{33}$$

Aplicando a Regra de Cramer

Depois de calcular o determinante principal Δ , definimos:

- Δ_x : substituímos a **1ª coluna** de Δ pelos termos independentes (b_1, b_2, b_3) .
- Δ_y : substituímos a **2ª coluna** por (b_1, b_2, b_3) .
- Δ_z : substituímos a **3ª coluna** por (b_1, b_2, b_3) .

Assim:

$$x = \frac{\Delta_x}{\Delta}, \quad y = \frac{\Delta_y}{\Delta}, \quad z = \frac{\Delta_z}{\Delta}$$

Exemplo prático

Resolver:

$$\begin{cases} x + y + z = 6 \\ 2x - y + z = 3 \\ 3x + 2y - 2z = 1 \end{cases}$$

Matriz dos coeficientes:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & -1 & 1 \\ 3 & 2 & -2 \end{bmatrix}$$

Determinante principal:

$$\Delta = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & -1 & 1 \\ 3 & 2 & -2 \end{vmatrix} = 14$$

Determinantes auxiliares:

$$\Delta_x = \begin{vmatrix} 6 & 1 & 1 \\ 3 & -1 & 1 \\ 1 & 2 & -2 \end{vmatrix} = 14, \quad \Delta_y = 28, \quad \Delta_z = 42$$

Portanto:

$$x = 1, \quad y = 2, \quad z = 3$$

👉 Feito com ♥ by Izael Silva 👉