

MÉDIA HARMÔNICA

A média harmônica é um tipo de média que é útil quando se lida com **grandezas inversamente proporcionais**, como taxas ou velocidades. A fórmula para calcular a média harmônica de um conjunto de números é:

$$\text{Média Harmônica (MH)} = n / ((1/x_1) + (1/x_2) + \dots + (1/x_n))$$

Onde:

MH é a média harmônica.

n é o número de elementos no conjunto.

x_1, x_2, \dots, x_n são os valores do conjunto.

Vamos resolver um exemplo para ilustrar como calcular a média harmônica.

Exemplo:

Suponha que você está viajando de carro e deseja calcular a média harmônica de suas velocidades durante a viagem. Você registrou as seguintes velocidades médias em diferentes trechos da viagem:

Trecho 1: 60 km/h

Trecho 2: 45 km/h

Trecho 3: 80 km/h

Para calcular a média harmônica das velocidades durante toda a viagem, você pode usar a fórmula da média harmônica:

$$MH = 3 / ((1/60) + (1/45) + (1/80))$$

Agora, vamos calcular cada termo no denominador:

$$1/60 = 0,0167$$

$$1/45 = 0,0222$$

$$1/80 = 0,0125$$

Agora, somamos esses valores:

$$0,0167 + 0,0222 + 0,0125 = 0,0514$$

Agora, dividimos o número de elementos pelo resultado acima:

$$\text{MH} = 3 / 0,0514 \approx 58,29 \text{ km/h}$$

$$\text{Media aritmética} = (60+45+80)/3 = 61,67$$

Portanto, a média harmônica das velocidades durante toda a viagem é de aproximadamente 58,29 km/h.

A média harmônica é útil em situações onde você deseja dar mais peso a valores menores. Neste exemplo, a média harmônica dá mais peso às velocidades mais baixas, o que pode ser útil se você deseja calcular uma média que represente melhor o tempo médio que você levou para percorrer cada trecho, levando em consideração a influência das velocidades mais baixas nos tempos de viagem.

EXEMPLO 2

Você está gerenciando um projeto de construção com três trabalhadores diferentes, e cada um deles está responsável por uma tarefa específica. Você deseja calcular a média harmônica das taxas de trabalho desses

trabalhadores para determinar a taxa média de progresso do projeto. As taxas de trabalho dos três trabalhadores são as seguintes:

Trabalhador 1: Conclui 1/4 do trabalho por dia.

Trabalhador 2: Conclui 1/5 do trabalho por dia.

Trabalhador 3: Conclui 1/6 do trabalho por dia.

Para calcular a média harmônica das taxas de trabalho desses trabalhadores, você pode usar a fórmula da média harmônica:

$$MH = n / ((1/x_1) + (1/x_2) + \dots + (1/x_n))$$

Neste caso:

n é o número de trabalhadores, que é 3.

x_1 , x_2 , e x_3 são as taxas de trabalho dos três trabalhadores.

Agora, insira os valores na fórmula:

$$MH = 3 / ((1/(1/4)) + (1/(1/5)) + (1/(1/6)))$$

Primeiro, você precisa calcular os valores no denominador:

$$1/(1/4) = 4$$

$$1/(1/5) = 5$$

$$1/(1/6) = 6$$

Agora, some esses valores:

$$4 + 5 + 6 = 15$$

Agora, divida o número de trabalhadores pelo resultado:

$$MH = 3 / 15 = 0,2$$

Portanto, a média harmônica das taxas de trabalho dos três trabalhadores é igual a 0,2. Isso significa que, em média, o projeto avança a uma taxa de 0,2 do trabalho concluído por dia, levando em consideração as diferentes taxas de trabalho dos trabalhadores. Isso pode ser útil para estimar quanto tempo levará para concluir o projeto com base nas taxas de trabalho individuais.

A média harmônica não é tão comumente usada na área de Tecnologia da Informação (TI) quanto outras médias, como a média aritmética. No entanto, em situações específicas, a média harmônica pode ter aplicações relevantes na TI. Aqui estão alguns exemplos:

Latência de Rede: Em redes de computadores, a latência é uma medida importante do desempenho. Se você deseja calcular a latência média em uma rede com diferentes segmentos de latência (por exemplo, entre roteadores), a média harmônica pode ser usada para calcular a latência média ponderada, levando em consideração os segmentos de latência mais longos.

Taxa Média de Transferência de Dados: A média harmônica pode ser usada para calcular a taxa média de transferência de dados em uma rede quando as taxas são inversamente proporcionais à quantidade de dados transferidos. Por exemplo, em uma rede de compartilhamento de arquivos, a taxa de transferência pode variar dependendo do tamanho dos arquivos.

Métricas de Desempenho em Banco de Dados: Em bancos de dados, a média harmônica pode ser aplicada para calcular métricas de

desempenho, especialmente quando as métricas são medidas em intervalos de tempo e podem ser inversamente proporcionais.

Calculando Médias Ponderadas em TI: Em algumas análises de TI, você pode precisar calcular médias ponderadas, e a média harmônica pode ser uma opção quando os pesos são inversamente proporcionais.

=====

MÉDIA GEOMÉTRICA

A média geométrica é frequentemente usada quando se lida com crescimento ou taxas de variação, especialmente em situações onde os valores estão relacionados de forma multiplicativa. A fórmula para calcular a média geométrica de um conjunto de números é: Raiz de índice n do produto de n elementos.

$$\text{Média Geométrica (MG)} = \sqrt[n]{x_1 * x_2 * \dots * x_n}$$

Onde:

MG é a média geométrica.

x_1, x_2, \dots, x_n são os valores do conjunto.

Vamos resolver um exemplo para ilustrar como calcular a média geométrica.

Exemplo:

Suponha que você está investindo em uma série de fundos de investimento ao longo de 4 anos, e você deseja calcular a média geométrica do seu retorno anual composto. Aqui estão os retornos anuais para cada um dos 4 anos:

Ano 1: 5%

Ano 2: 8%

Ano 3: 12%

Ano 4: 10%

Para calcular a média geométrica do retorno composto anual, você pode usar a fórmula da média geométrica:

$$MG = \sqrt[4]{1.05 * 1.08 * 1.12 * 1.10}$$

Agora, multiplique os valores:

$$MG = \sqrt[4]{1,396944} \approx 1,0873$$

MG \approx 8,73%

Portanto, a média geométrica do retorno anual composto ao longo desses 4 anos é aproximadamente **8,73%**.

“Se o fundo crescesse a uma taxa fixa de 8,73% ao ano durante 4 anos, o valor final seria o mesmo que aquele obtido com os crescimentos variáveis de 5%, 8%, 12% e 10%.”

A média geométrica é útil nesse contexto porque leva em consideração o efeito cumulativo dos retornos ao longo do tempo, refletindo o crescimento real do investimento.

Exemplo:

Suponha que você esteja estudando uma população de bactérias em um ambiente controlado e deseja calcular a taxa média de crescimento anual dessa população nos últimos 5 anos. Aqui estão os tamanhos da população para cada um dos 5 anos:

Ano 1: 1000 bactérias

Ano 2: 1500 bactérias

Ano 3: 2250 bactérias

Ano 4: 3375 bactérias

Ano 5: 5063 bactérias

Para calcular a média geométrica da taxa de crescimento anual da população de bactérias, você pode usar a fórmula da média geométrica:

Dados do problema:

- **Ano 1:** 1000 bactérias
- **Ano 5:** 5063 bactérias
- Número de anos = $5 - 1 = 4$ (pois são 4 intervalos de crescimento)

$$MG = \left(\frac{5063}{1000} \right)^{\frac{1}{4}} - 1$$

$$MG = (5,063)^{0,25} - 1 \approx 1,5064 - 1 = 0,5064$$

$$MG \approx 50,64\%$$

A **média geométrica da taxa de crescimento anual** da população de bactérias é de aproximadamente 50,64% ao ano.

Isso quer dizer que, se a população tivesse crescido **exatamente 50,64% ao ano de forma constante**, ela teria ido de 1000 para 5063 bactérias ao fim de 5 anos — mesmo sem os aumentos variáveis ano a ano.

✓ 1. Raiz enésima do produto dos fatores de crescimento

👉 Usada quando você tem as **taxas de crescimento ano a ano**, como porcentagens ou razões.

Exemplo: crescimento de 5%, 8%, 12%, 10%...

Fórmula:

$$MG = \sqrt[n]{(1 + r_1) \cdot (1 + r_2) \cdot \dots \cdot (1 + r_n)} - 1$$

Aqui sim, usamos **raiz enésima do produto dos fatores**.

✓ 2. Fração final/inicial com raiz enésima

👉 Usada quando você tem os **valores iniciais e finais** ao longo de um período — como no exemplo da **população de bactérias**.

Fórmula:

$$MG = \left(\frac{P_n}{P_0} \right)^{\frac{1}{n}} - 1$$

Essa fórmula já é uma **forma simplificada** da média geométrica, porque ela **deriva da multiplicação dos fatores de crescimento** — só que com base no total.

Aplicações:

Desempenho de Sistemas e Redes: A média geométrica pode ser usada para calcular o desempenho médio de sistemas de computadores ou redes. Por exemplo, ao calcular a taxa média de transferência de dados em uma rede de computadores com diferentes links de velocidades, a média geométrica pode ser usada para determinar a taxa média global de transferência.

Taxas de Crescimento de Dados: Em armazenamento de dados e análise de tendências, a média geométrica pode ser usada para calcular a taxa média de crescimento de dados ao longo do tempo. Isso é útil para dimensionar adequadamente recursos de armazenamento e infraestrutura.

Índices de Desempenho de Algoritmos: A média geométrica pode ser usada para calcular índices de desempenho de algoritmos, especialmente quando o desempenho está relacionado a múltiplas métricas, como tempo de execução e uso de memória.

Taxa de Crescimento de Usuários: Em aplicações da web e em empresas de tecnologia, a média geométrica pode ser usada para calcular a taxa média de crescimento de usuários ao longo do tempo, o que ajuda na previsão de necessidades futuras de recursos e infraestrutura.

Gerenciamento de Risco: A média geométrica pode ser usada em análises de risco na TI, como calcular a taxa média de crescimento de vulnerabilidades de segurança ou a taxa média de crescimento de incidentes cibernéticos ao longo do tempo.

Compressão de Dados: Em algoritmos de compressão de dados, a média geométrica pode ser usada para calcular médias ponderadas de probabilidade, o que é útil para criar tabelas de codificação eficientes.

Avaliação de Desempenho de Investimentos em TI: Empresas de TI frequentemente investem em ativos de hardware e software. A média geométrica pode ser usada para calcular o retorno médio de investimentos em ativos de TI ao longo do tempo.

Portanto, a média geométrica desempenha um papel importante na análise, previsão e tomada de decisões em diversos aspectos da Tecnologia da Informação, onde o crescimento ou a relação multiplicativa entre os valores são relevantes.

Exemplos

Exemplo: Dimensionamento de Armazenamento em Data Centers

Imagine que você é um administrador de sistemas em um data center e precisa dimensionar o espaço de armazenamento necessário para uma solução de armazenamento em nuvem. Você coletou dados sobre o crescimento da demanda de armazenamento nos últimos cinco anos e deseja calcular a média geométrica do crescimento para prever as necessidades futuras de armazenamento.

Aqui estão os dados anuais sobre o crescimento do armazenamento:

Ano 1: 500 terabytes

Ano 2: 600 terabytes

Ano 3: 720 terabytes

Ano 4: 864 terabytes

Ano 5: 1037 terabytes

Para calcular a média geométrica do crescimento do armazenamento, você pode usar a fórmula da média geométrica:

$$MG = \sqrt[N_1 * N_2 * N_3 * N_4 * N_5]$$

Agora, insira os valores na fórmula:

$$MG = \sqrt{(500 * 600 * 720 * 864 * 1037)}$$

Agora, multiplique os valores:

$$MG = \sqrt{(13840761600000)}$$

Agora, encontre a raiz quadrada:

$$MG \approx 3,72 \text{ terabytes}$$

Portanto, a média geométrica do crescimento do armazenamento nos últimos cinco anos é aproximadamente 3,72 terabytes por ano. Isso significa que, em média, a demanda de armazenamento está crescendo a uma taxa de cerca de 3,72 terabytes por ano, o que pode ser usado para estimar as necessidades futuras de armazenamento e planejar a expansão do data center de acordo.

Exemplo: Previsão de Crescimento de Usuários em uma Plataforma Online

Suponha que você seja o gerente de produto de uma plataforma de comércio eletrônico e deseja fazer previsões sobre o crescimento futuro de usuários em sua plataforma. Você coletou dados de crescimento de usuários nos últimos três anos e deseja calcular a taxa média de crescimento anual usando a média geométrica.

Aqui estão os dados anuais de crescimento de usuários:

Ano 1: 10,000 novos usuários

Ano 2: 15,000 novos usuários

Ano 3: 22,500 novos usuários

Para calcular a taxa média de crescimento anual usando a média geométrica, você pode usar a seguinte fórmula:

$$MG = \sqrt{(N_1 * N_2 * N_3)}$$

Agora, insira os valores na fórmula:

$$MG = \sqrt{(10,000 * 15,000 * 22,500)}$$

Agora, multiplique os valores:

$$MG = \sqrt{(3,375,000,000)}$$

Agora, encontre a raiz quadrada:

$$\mathbf{MG \approx 58,093}$$

Portanto, a média geométrica da taxa de crescimento anual de usuários em sua plataforma de comércio eletrônico nos últimos três anos é aproximadamente 58,093%. Isso significa que, em média, a base de usuários está crescendo a uma taxa de cerca de 58,093% ao ano. Essa informação pode ser usada para prever o número de novos usuários esperados em anos futuros e planejar os recursos da plataforma, como capacidade de servidores e suporte ao cliente, de acordo com o crescimento projetado.

Exemplo: Dimensionamento de Recursos de Computação em um Data Center

Suponha que você seja responsável por dimensionar os recursos de computação, como servidores, CPU e memória, em um data center corporativo. Você deseja calcular a taxa média de crescimento desses recursos ao longo dos últimos quatro anos usando a média geométrica para ajudar na alocação de recursos futuros.

Aqui estão os dados anuais sobre o crescimento dos recursos de computação:

Ano 1: Aumento de 20% em servidores.

Ano 2: Aumento de 15% em servidores.

Ano 3: Aumento de 25% em servidores.

Ano 4: Aumento de 18% em servidores.

Para calcular a taxa média de crescimento anual usando a média geométrica, você pode usar a seguinte fórmula:

$$MG = \sqrt[N_1 * N_2 * N_3 * N_4]$$

Agora, insira os valores na fórmula:

$$MG = \sqrt{(1.20 * 1.15 * 1.25 * 1.18)}$$

Agora, multiplique os valores:

$$MG = \sqrt{2.19375}$$

Agora, encontre a raiz quadrada:

$$\mathbf{MG \approx 1.4806}$$

Portanto, a média geométrica da taxa de crescimento anual dos recursos de servidores em seu data center nos últimos quatro anos é aproximadamente 1.4806, o que corresponde a um crescimento médio de cerca de 48.06% ao ano. Essa informação pode ser usada para prever as necessidades futuras de servidores e recursos de computação e ajudar no planejamento e dimensionamento adequado do data center para acomodar o crescimento projetado.

Exemplo: Taxa Média de Crescimento de Vulnerabilidades de Segurança

Imagine que você é o diretor de segurança da informação em uma grande empresa e está preocupado com a segurança de seus sistemas de TI. Você deseja calcular a taxa média de crescimento de vulnerabilidades de segurança em seus sistemas nos últimos cinco anos para avaliar o risco e o esforço necessário para mitigá-las.

Aqui estão os dados anuais sobre o número de vulnerabilidades de segurança identificadas nos sistemas:

Ano 1: 100 vulnerabilidades

Ano 2: 120 vulnerabilidades

Ano 3: 150 vulnerabilidades

Ano 4: 180 vulnerabilidades

Ano 5: 200 vulnerabilidades

Para calcular a taxa média de crescimento anual usando a média geométrica, você pode usar a fórmula:

$$MG = \sqrt[V_1 * V_2 * V_3 * V_4 * V_5]$$

Agora, insira os valores na fórmula:

$$MG = \sqrt{100 * 120 * 150 * 180 * 200}$$

Agora, multiplique os valores:

$$MG = \sqrt{3,240,000,000}$$

Agora, encontre a raiz quadrada:

$$MG \approx 56,922.16$$

Portanto, a média geométrica da taxa de crescimento anual de vulnerabilidades de segurança nos sistemas da empresa nos últimos cinco anos é aproximadamente 56,922.16. Isso significa que, em média, o número de vulnerabilidades de segurança está aumentando a uma taxa de cerca de 56,922.16 por ano.

Essa informação pode ser valiosa para a equipe de segurança da informação ao planejar estratégias de mitigação de riscos, alocar recursos para correções e melhorar a postura de segurança cibernética da empresa. Também pode ajudar na avaliação do sucesso das iniciativas de segurança ao longo do tempo.