

Função e Portas Lógicas

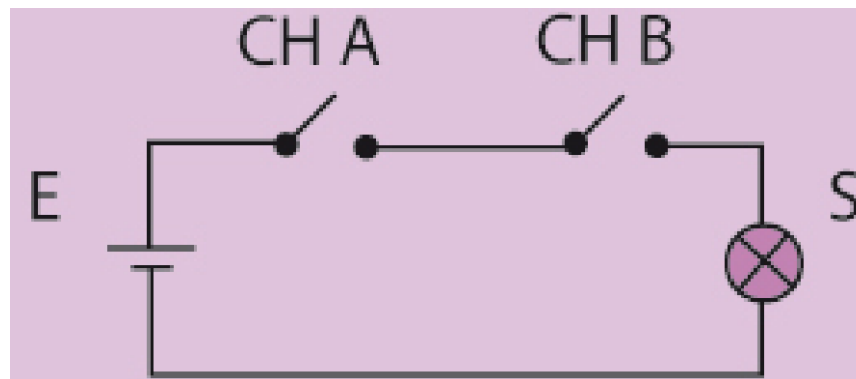
- Em 1854, o matemático inglês George Boole apresentou álgebra de Boole.
- Somente em 1938, a álgebra de Boole foi utilizada na solução de problemas de circuitos de telefonia com relés e foi introduzida no campo da Eletrônica Digital.
- Esse ramo da Eletrônica emprega em seus sistemas um pequeno grupo de circuitos básicos padronizados como Portas Lógicas
- Existem três portas básicas (E, OU e NÃO) que podem ser conectadas de várias maneiras, formando sistemas que vão de simples relógios digitais aos computadores de grande porte.

Função E (AND)

- A função **E** é aquela que executa a multiplicação de duas ou mais variáveis booleanas.
- Sua representação algébrica para duas variáveis é:

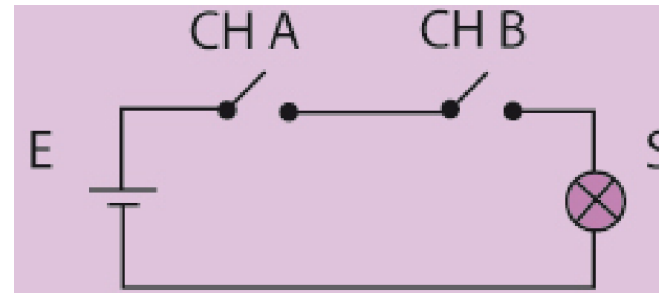
$$S = A \cdot B \quad (\text{se lê: } S = A \text{ e } B)$$

- Circuito:



Função E (AND)

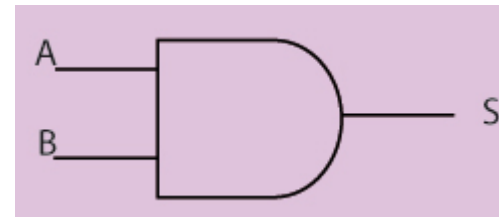
- Circuito:



- Tabela Verdade:

A	B	S
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

- Representação Prática:

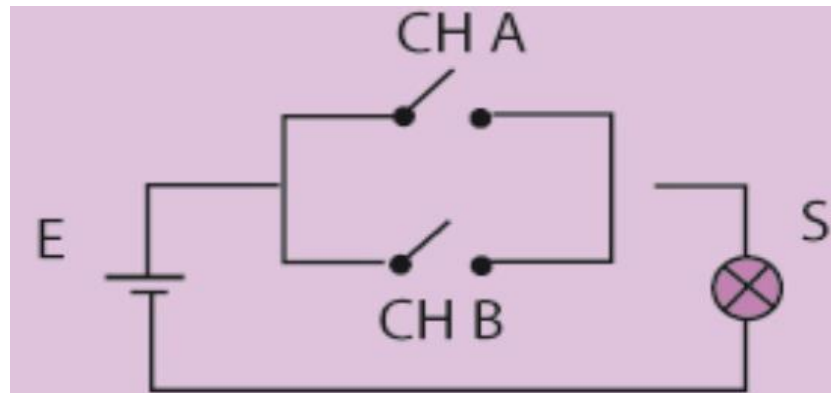


Função OU (OR)

- A função **OU** é aquela que executa a soma de duas ou mais variáveis booleanas.
- Sua representação algébrica para duas variáveis é:

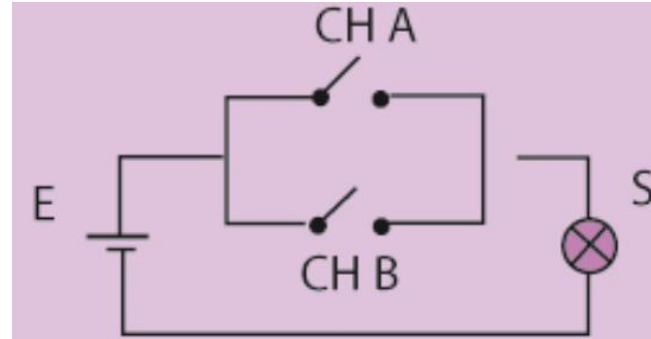
$$S = A + B \quad (\text{se lê: } S = A \text{ ou } B)$$

- Circuito:



Função OU (OR)

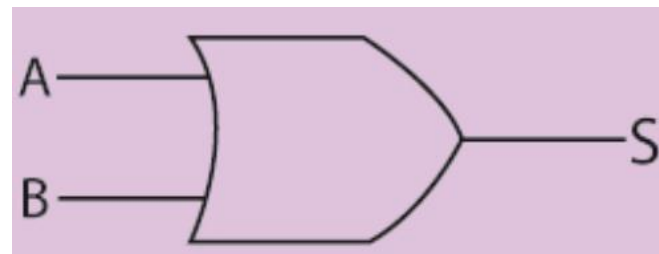
- Circuito:



- Tabela Verdade:

A	B	S
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

- Representação Prática:



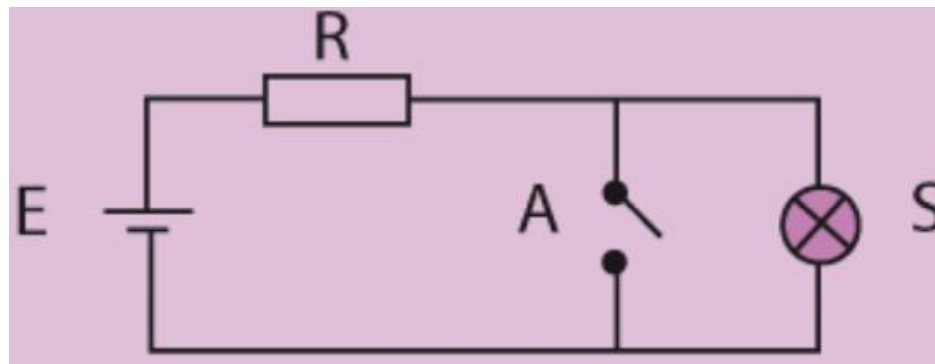
Função NÃO (NOT)

- A função NÃO é aquela que inverte ou complementa o estado da variável de entrada.

Sua representação algébrica é:

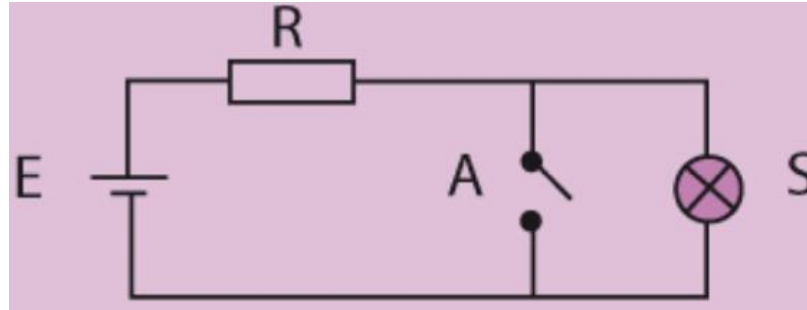
$$S = \bar{A} \quad (\text{se lê: } S = \text{NÃO } A)$$

- Circuito:



Função NÃO(NOT)

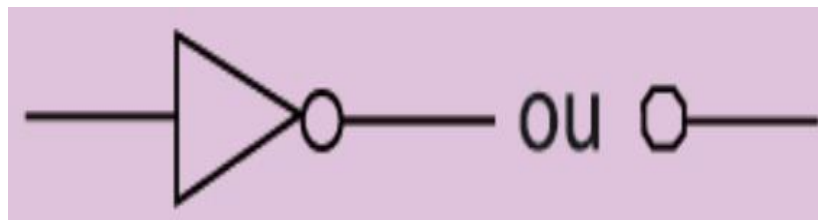
- Circuito:



- Tabela Verdade:

A	S
0	1
1	0

- Representação Prática:



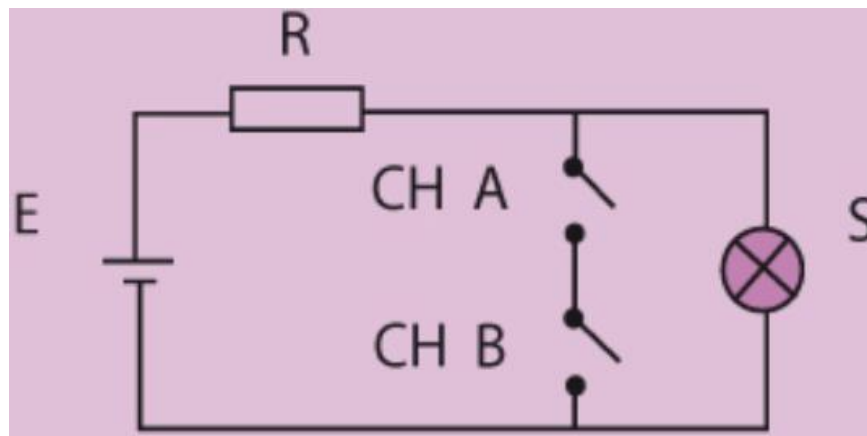
Função NÃO E, NE ou NAND

- Essa função é uma composição das funções **E** e **NÃO**, ou seja, é a função **E** invertida

Sua representação algébrica para duas variáveis é:

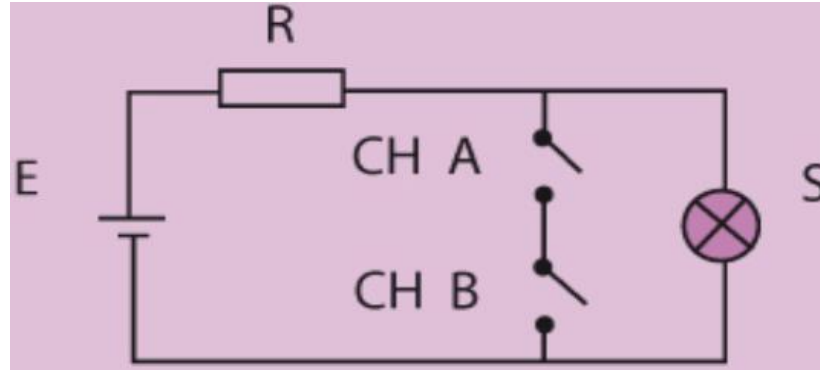
$$S = \overline{(A \cdot B)} \quad (\text{se lê: } S = \text{NÃO}(A \text{ e } B))$$

- Circuito:



Função NÃO E, NE ou NAND

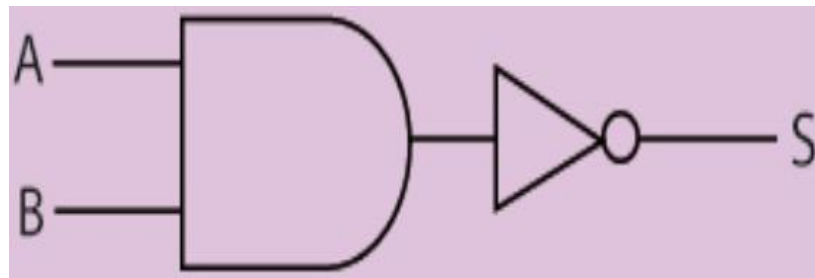
- Circuito:



- Tabela Verdade:

A	B	S
0	0	1
0	1	1
1	0	1
1	1	0

- Representação Prática:



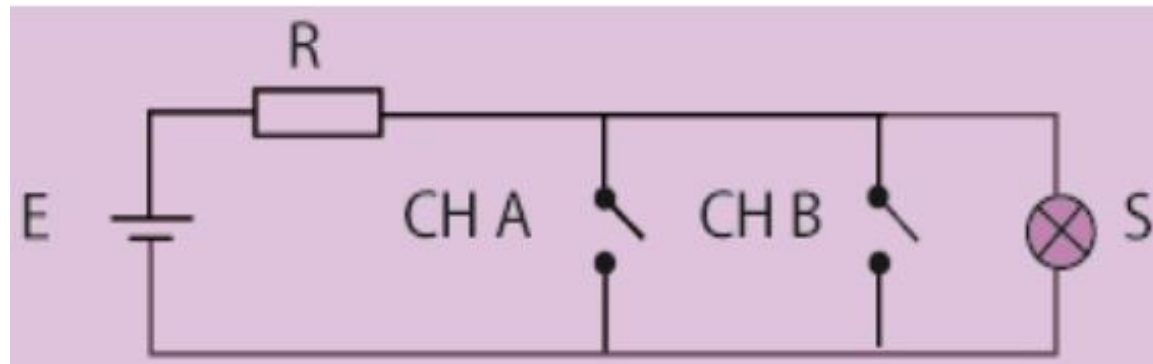
Função NÃO OU, NOU ou NOR

- Analogamente à função **NE**, a função **NOU** é a composição da função **OU** com a função **NÃO**, ou seja, é a função **OU** invertida.

- Sua representação algébrica para duas variáveis é:

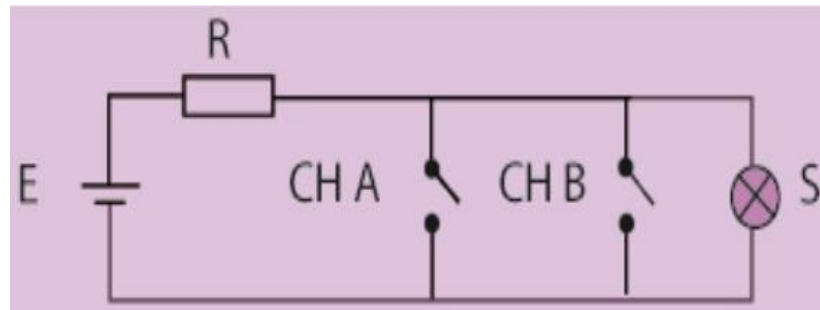
$$S = (\overline{A + B}) \quad (\text{se lê: } S = \text{NÃO } (A \text{ ou } B))$$

- Circuito:



Função NÃO OU, NOU ou NOR

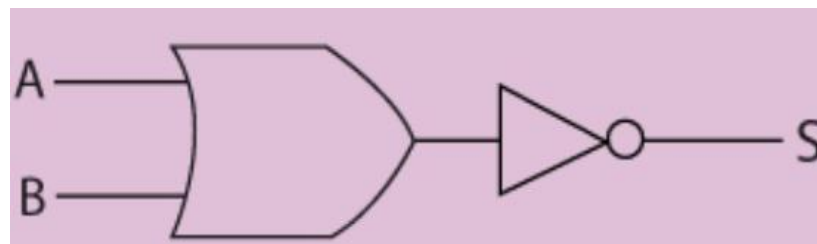
- Circuito:



- Tabela Verdade:

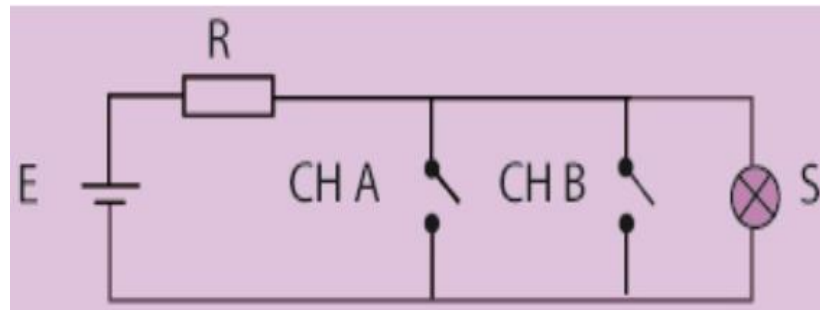
A	B	S
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	0

- Representação Prática:



Função NÃO OU, NOU ou NOR

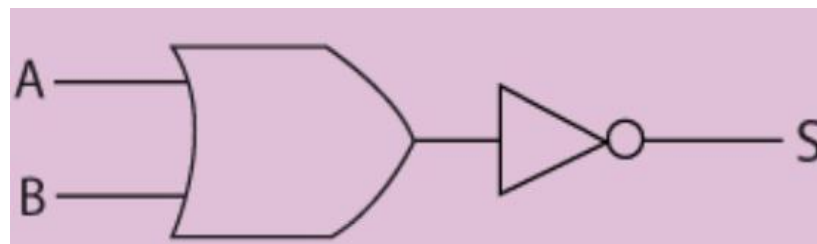
- Circuito:



- Tabela Verdade:

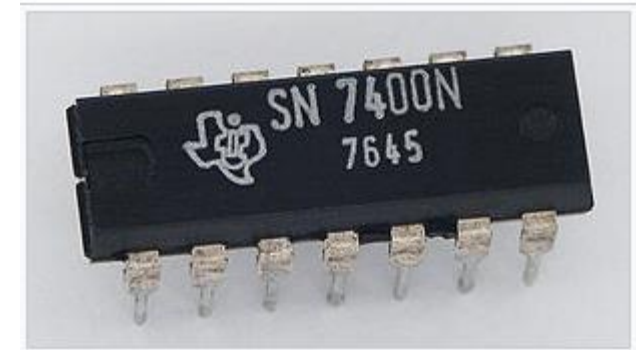
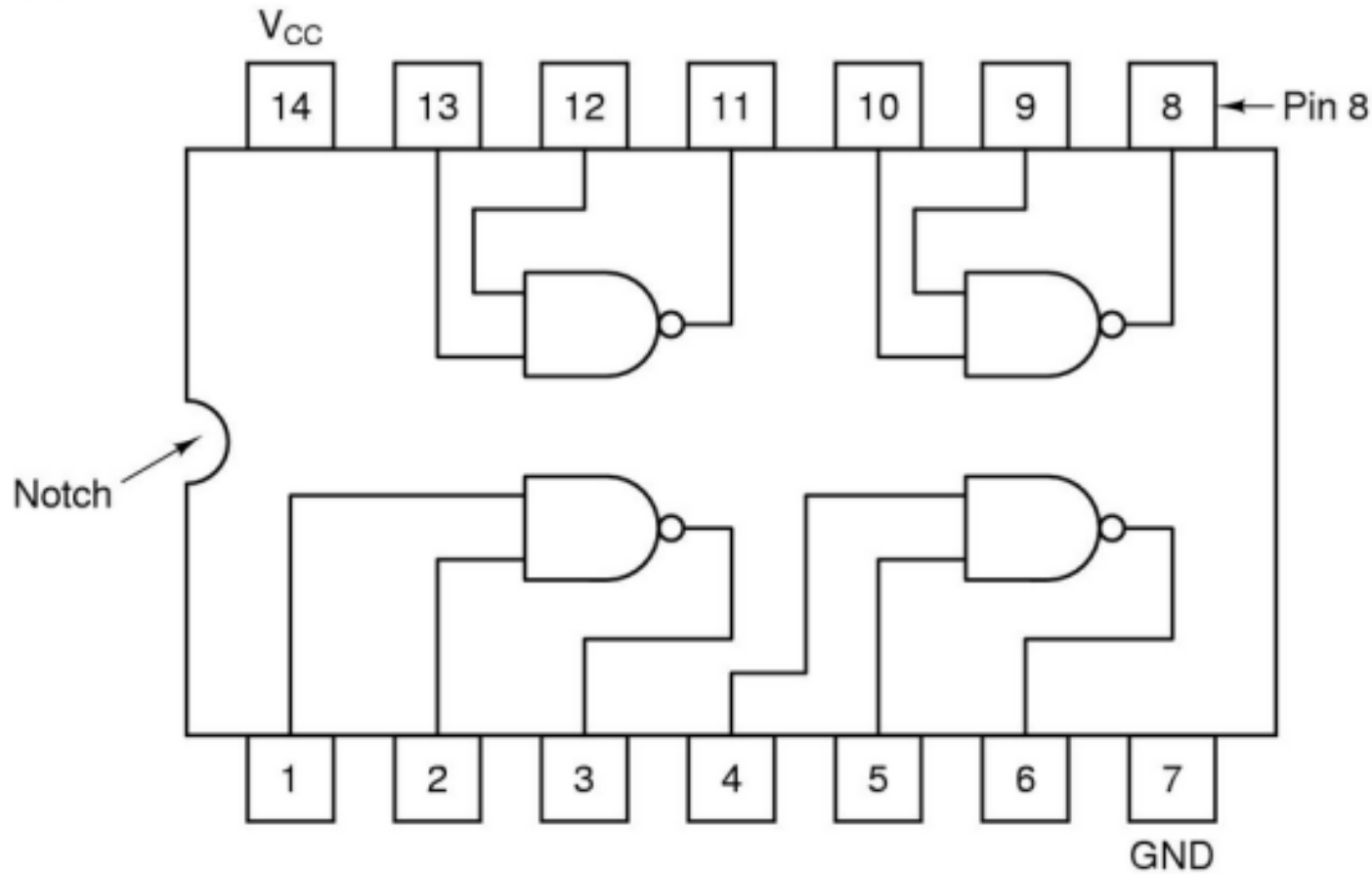
A	B	S
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	0

- Representação Prática:



Exemplo de CI com Portas Lógicas

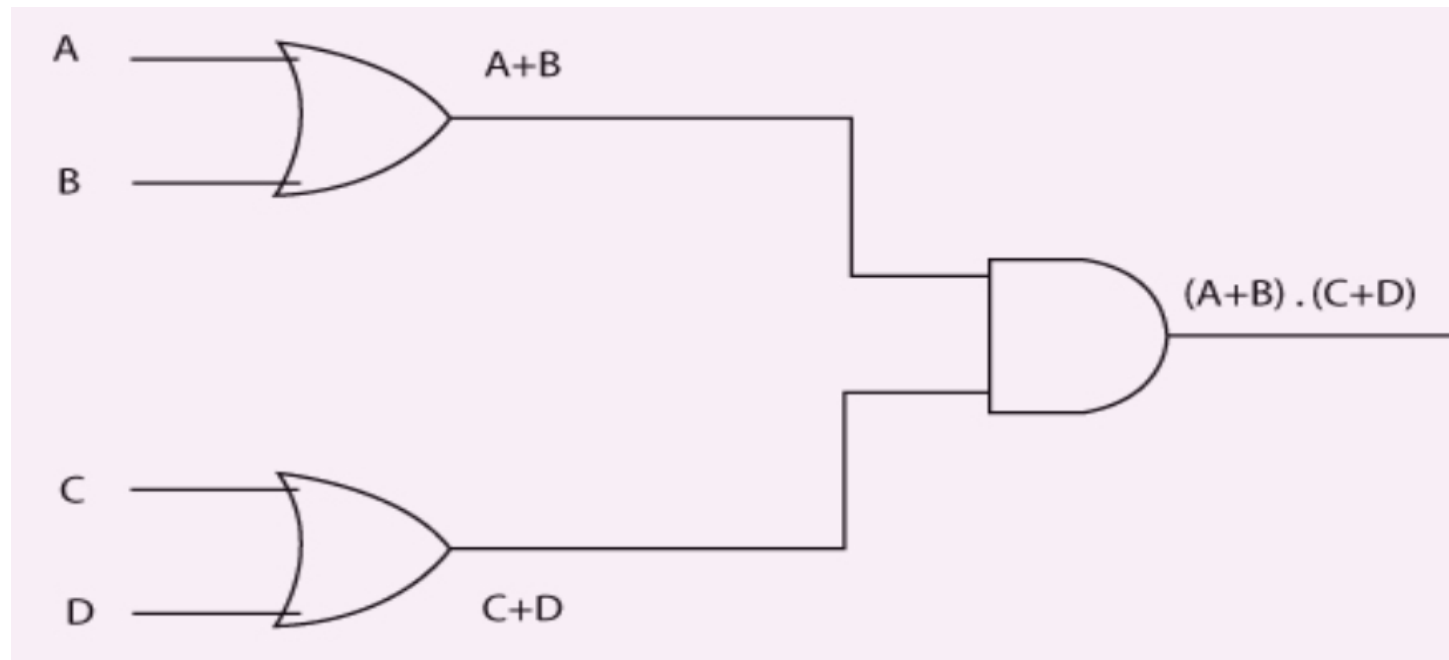
NAND – 7400 – Família TTL



Expressões Booleanas

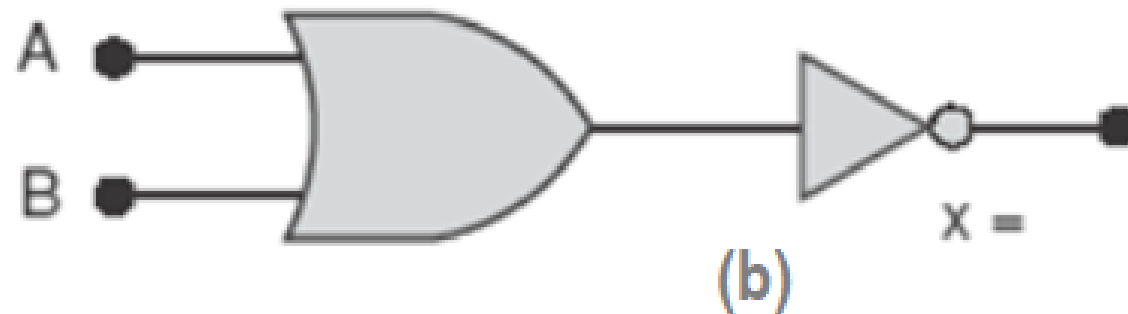
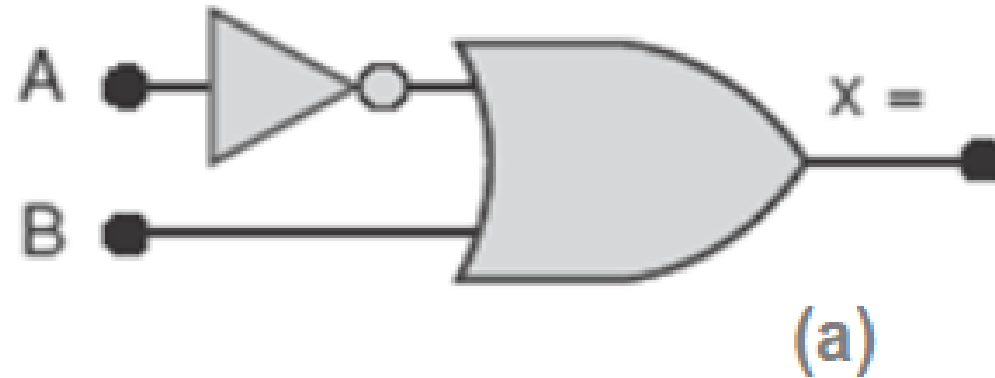
Todo circuito lógico executa uma função booleana e, por mais complexo que seja, é formado pela interligação das portas lógicas básicas. Assim, pode-se obter a expressão booleana que é executada por um circuito lógico qualquer.

Exemplo:



Expressões Booleanas – Exercício 1

Apresente a expressão Booleana X obtida pelos seguintes circuitos:

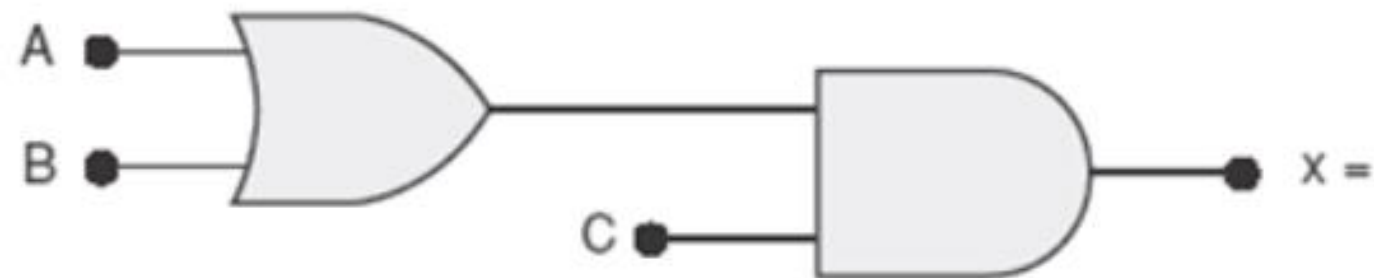


Expressões Booleanas – Exercício 2

Apresente a expressão Booleana X obtida pelos seguintes circuitos:



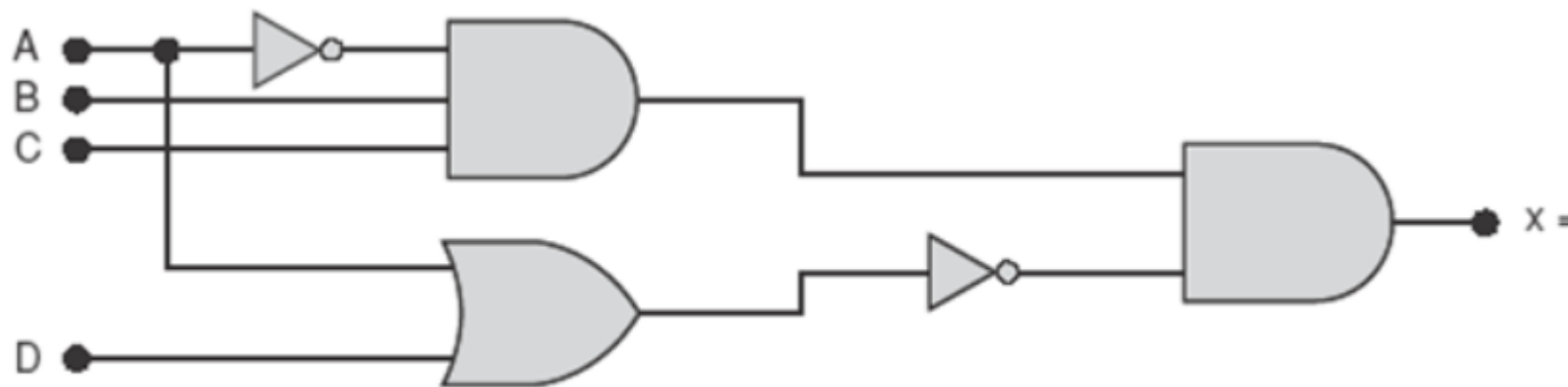
(a)



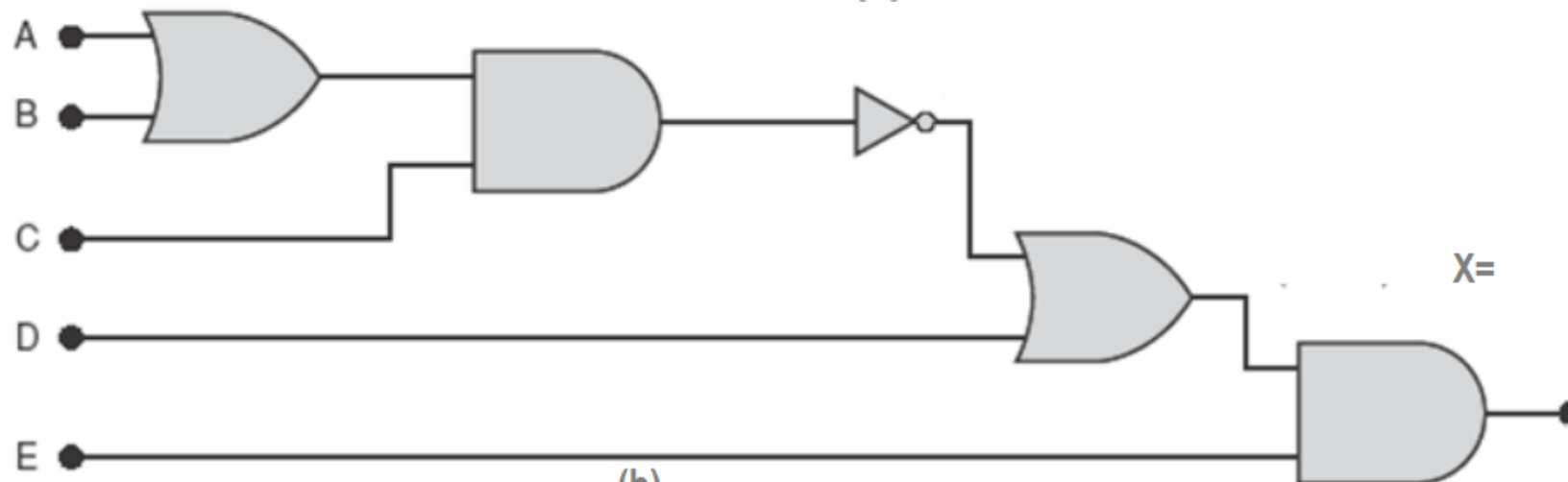
(b)

Expressões Booleanas – Exercício 3

Apresente a expressão Booleana X obtida pelos seguintes circuitos:



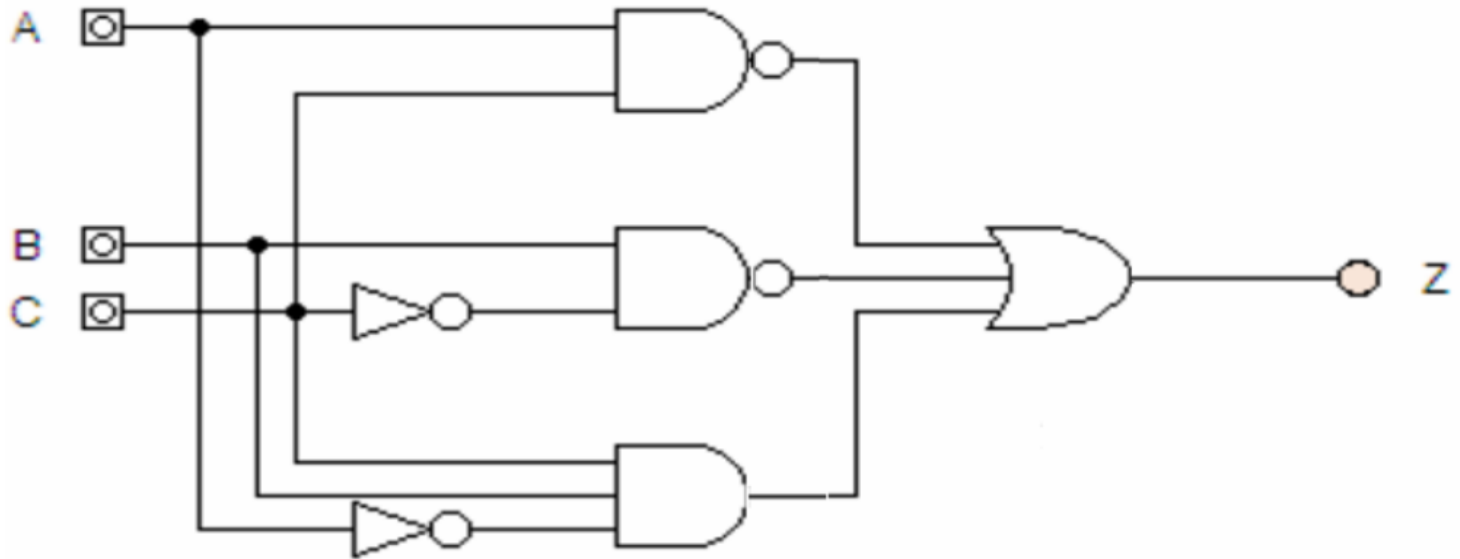
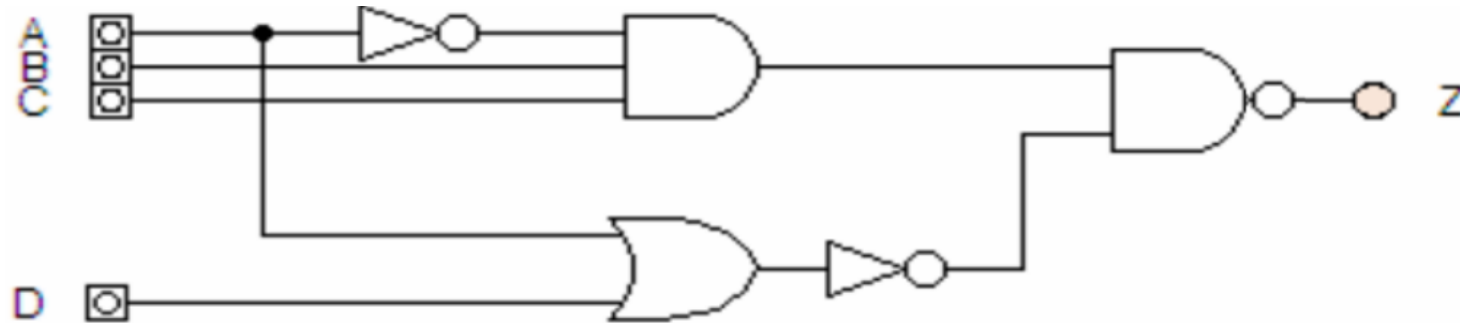
(a)



(b)

Expressões Booleanas – Exercício 3

Apresente a expressão Booleana X obtida pelos seguintes circuitos:

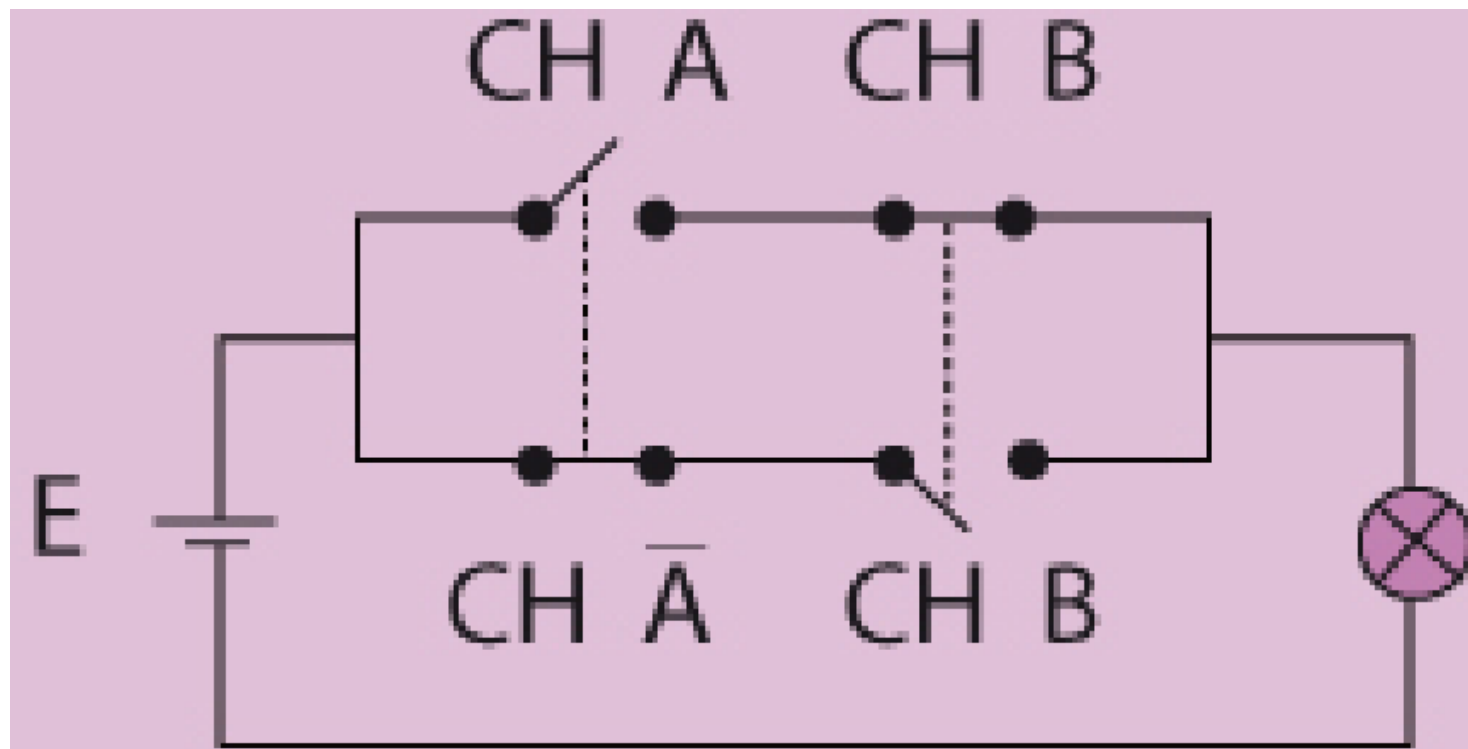


Função OU EXCLUSIVO ou XOR

- Essa função, apresenta saída com valor 1 quando as variáveis de entrada forem diferentes entre si.

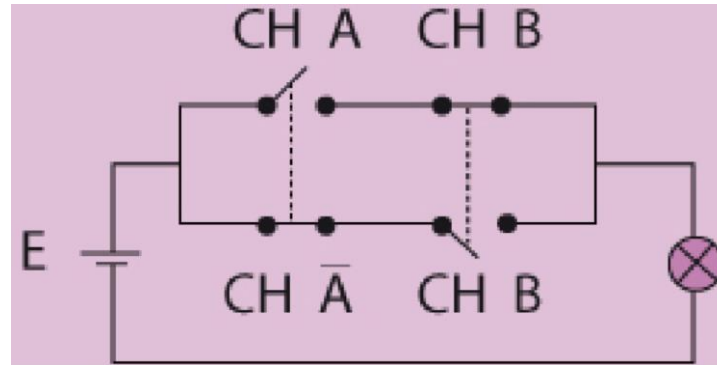
Representação algébrica: $(A \oplus B)$ lê: A OU EXCLUSIVO B

Circuito:



Função OU EXCLUSIVO ou XOR

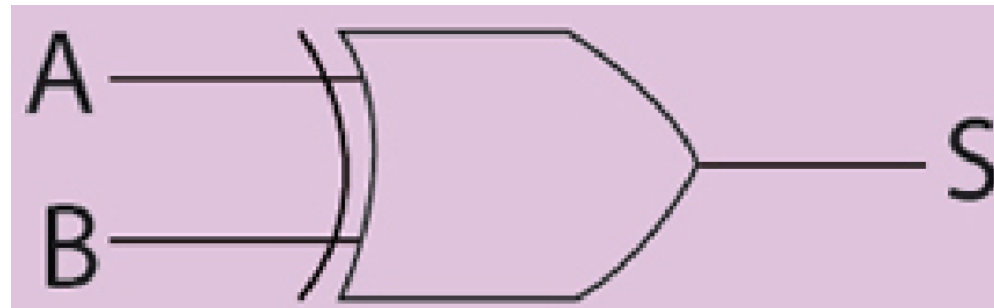
- Circuito:



- Tabela Verdade:

A	B	S
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

- Representação Prática:

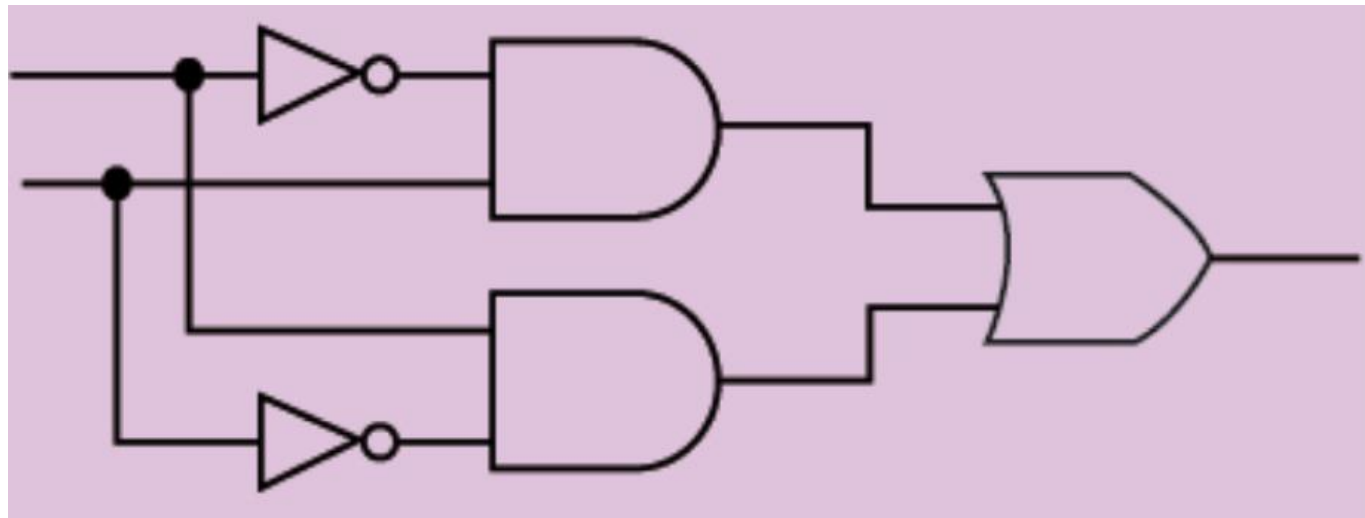


Função OU EXCLUSIVO ou XOR

- Tabela Verdade:

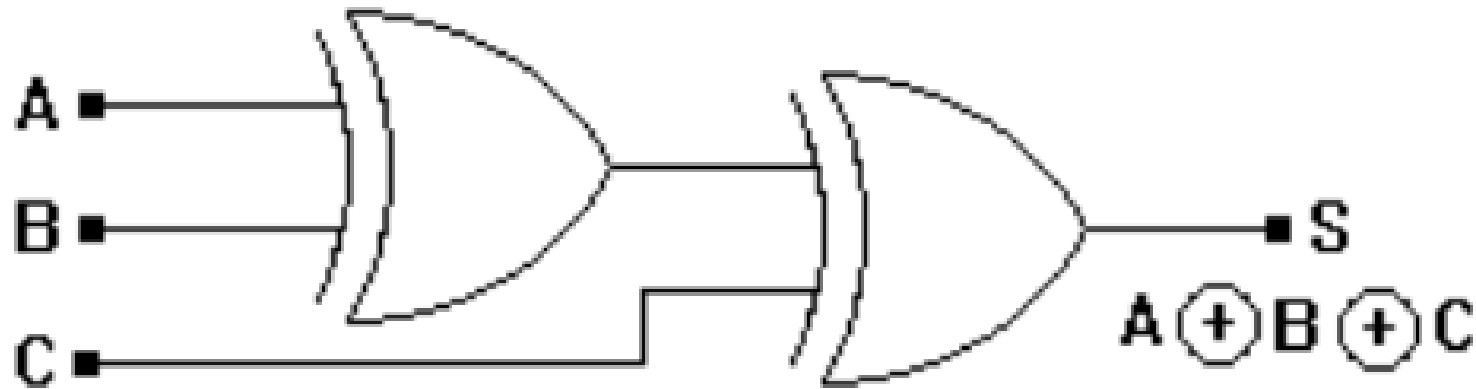
A	B	S
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

- Símbolo que representa, na prática, a função XOR.



Função OU EXCLUSIVO ou XOR – Exercício 4

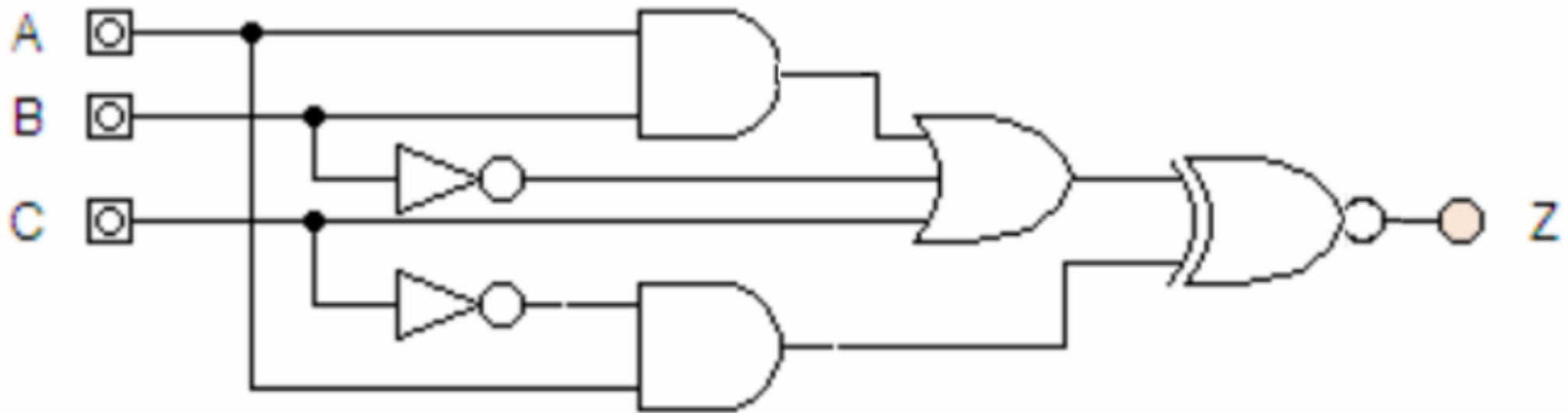
Apresentar a Tabela Verdade do circuito abaixo:



Lê-se A exclusivo B e, A exclusivo B exclusivo C respectivamente.

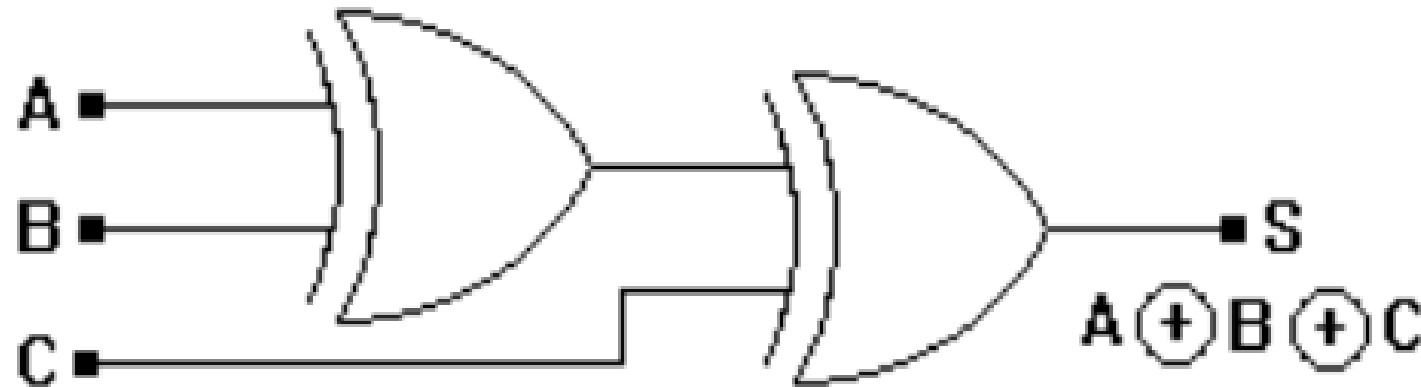
Expressões Booleanas – Exercício 4

Apresentar a Tabela Verdade do circuito abaixo:

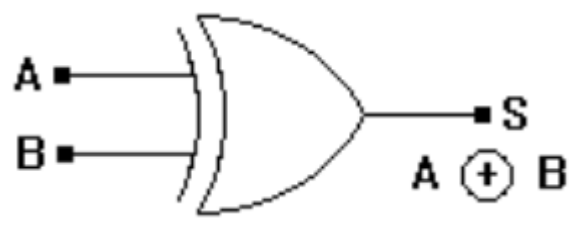


Função OU EXCLUSIVO ou XOR – Exercício 4

Apresentar a Tabela Verdade do circuito abaixo:



A	B	C	S
0	0	0	0
1	0	0	1
0	1	0	1
0	0	1	1
1	1	0	0
1	0	1	0
0	1	1	0
1	1	1	1

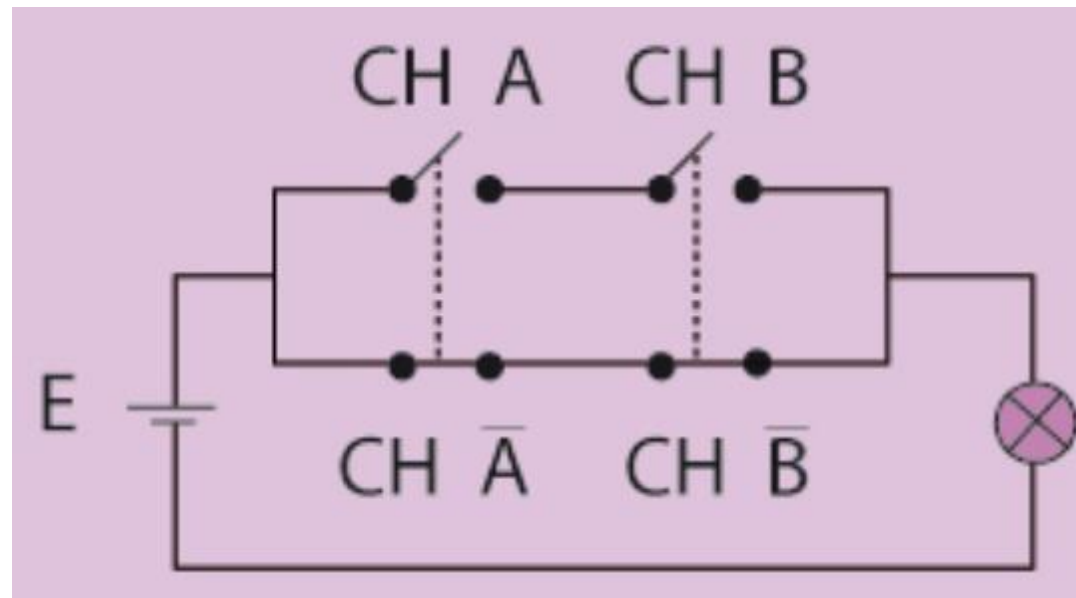


A	B	S
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

Portanto na porta XOR com 3 entradas, a saída fica 1 só quando o número de entrada forem ímpares

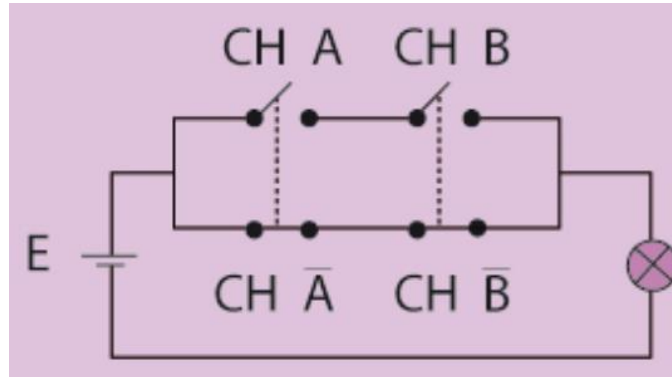
Função COINCIDÊNCIA ou NÃO OU EXCLUSIVO ou XNOR

- Essa função, apresenta saída com valor 1 quando houver uma coincidência nos valores das variáveis de entrada.
- Representação algébrica:
- Lê-se: **A COINCIDÊNCIA B** $A \odot B$
- Circuito:



Função COINCIDÊNCIA ou XNOR

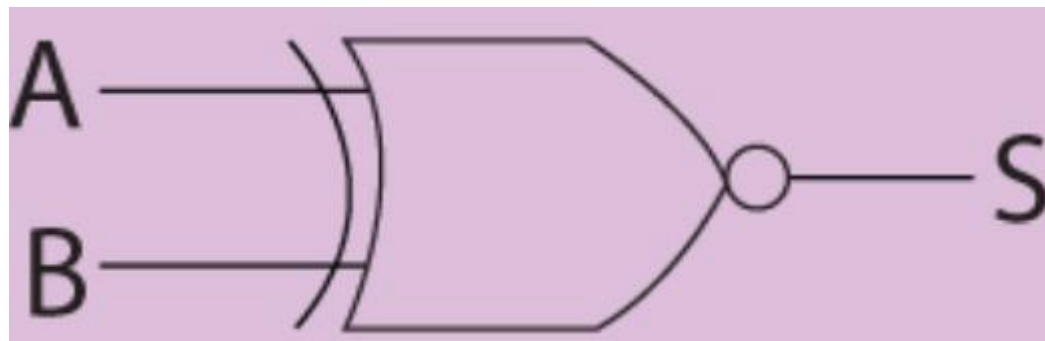
- Circuito:



- Tabela Verdade:

A	B	S
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1

- Representação Prática:

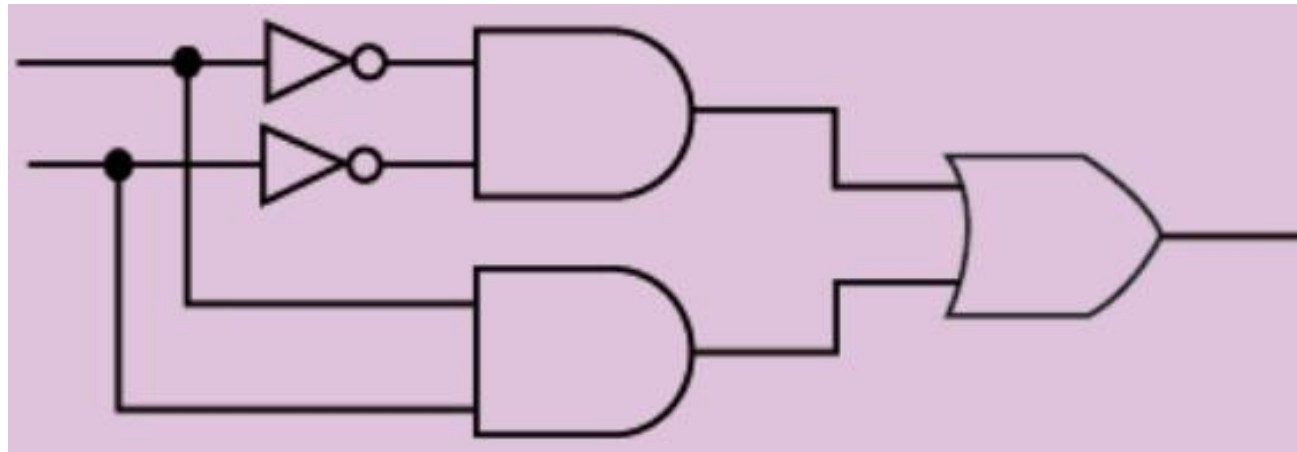


Função COINCIDÊNCIA ou XNOR

- Tabela Verdade:

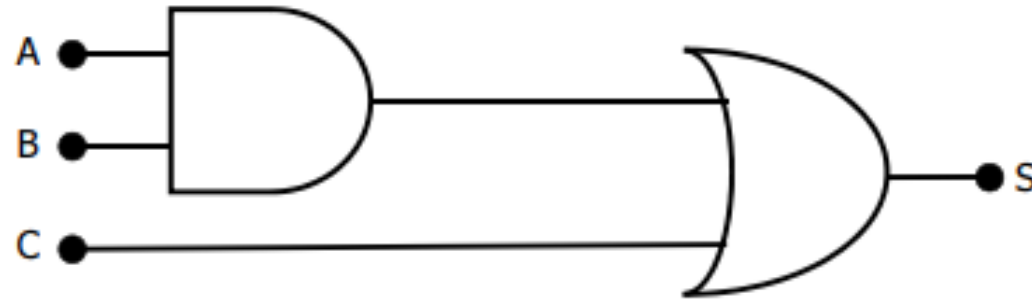
A	B	S
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1

- Símbolo que representa, na prática, a função XNOR.



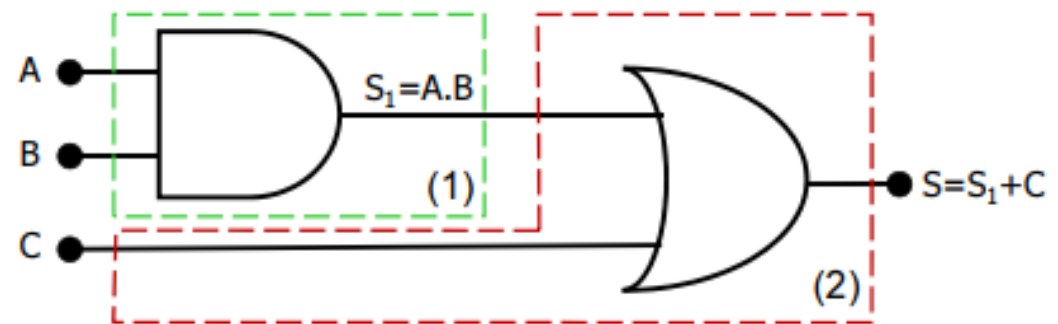
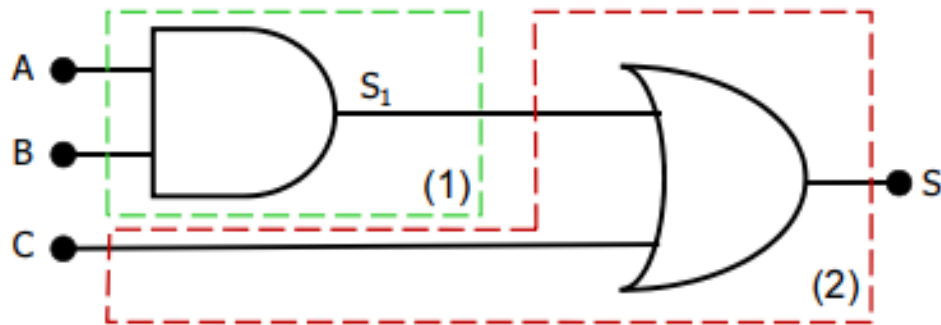
Exercício 5

- Obter a função lógica do circuito a baixo:



Exercício 5

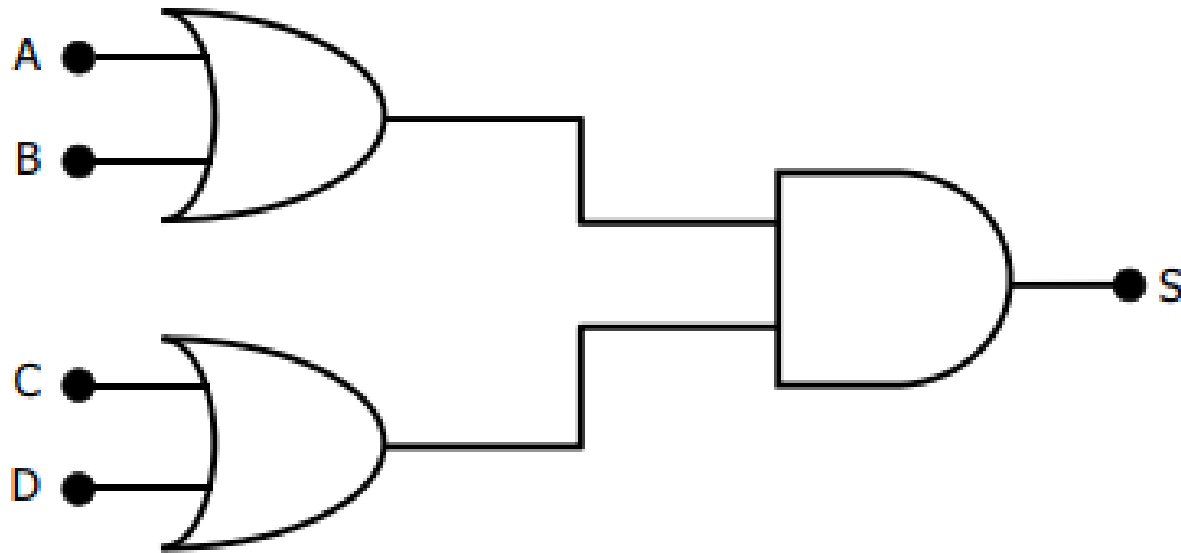
- Obter a função lógica do circuito a baixo:



- (1) $S_1 = A.B$
- (2) $S = S_1 + C$
- Obtém-se $S = S_1 + C = (A.B) + C$

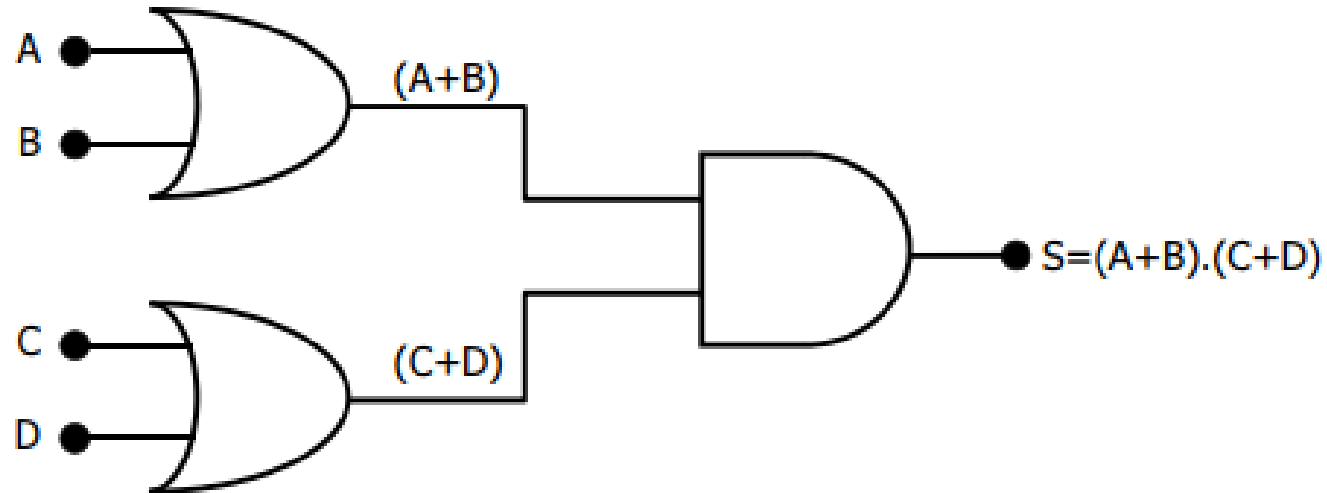
Exercício 6

- Obter a função lógica do circuito a baixo:



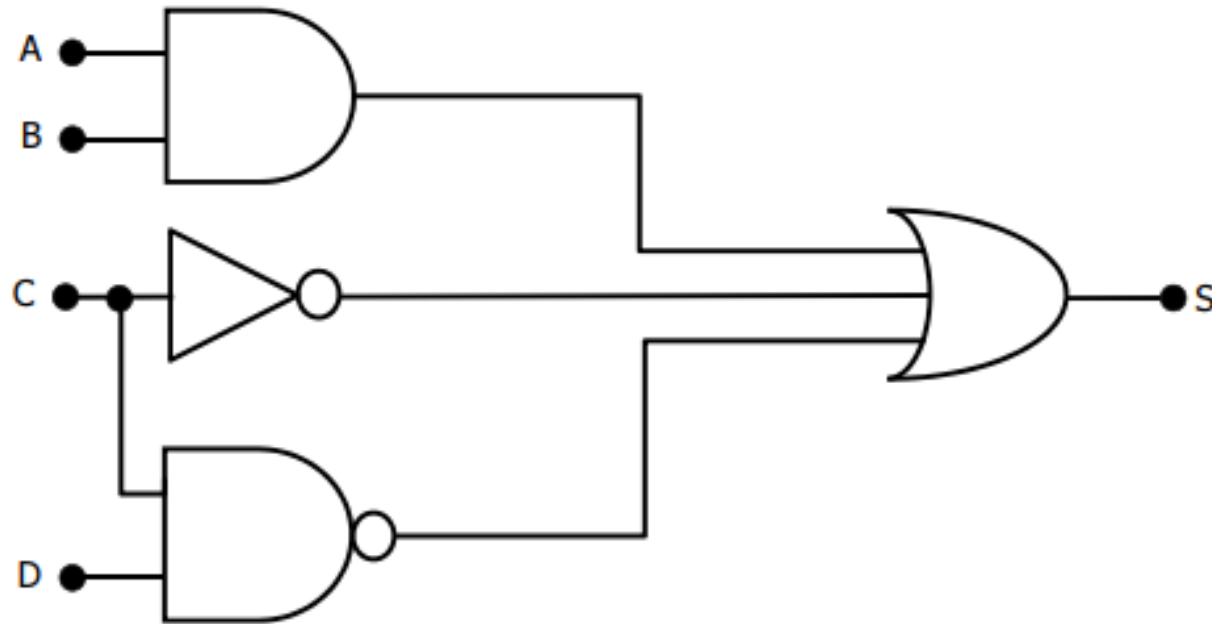
Exercício 6

- Obter a função lógica do circuito a baixo:



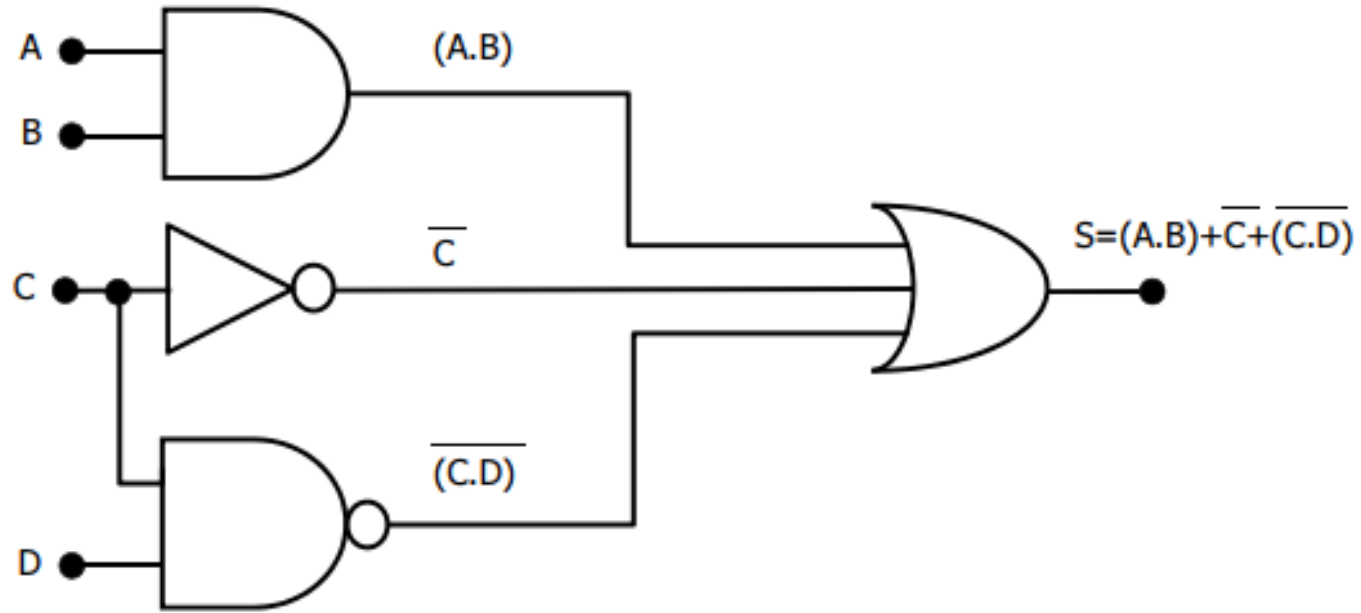
Exercício 7

- Obter a função lógica do circuito a baixo:



Exercício 7

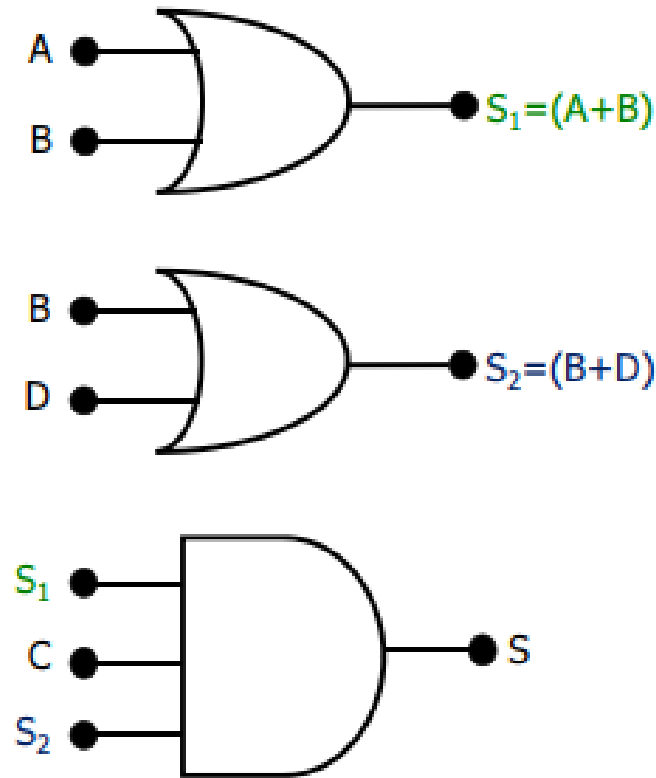
- Obter a função lógica do circuito a baixo:



Circuitos Gerados por Expressões Booleanas

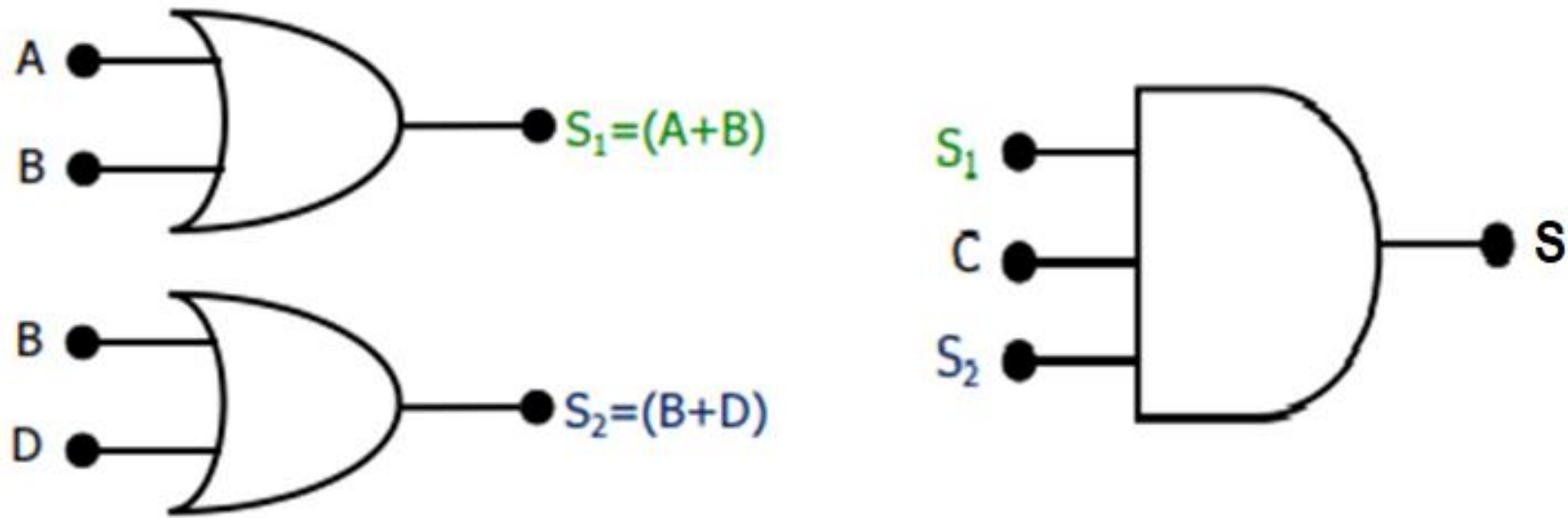
Seja a expressão $S = (A+B).C.(B+D)$

- ❑ Vamos separar as subfórmulas da expressão, ou seja:
 - $S = (A+B) . C . (B+D)$
- ❑ Dentro do primeiro parêntese temos a soma booleana $S_1=(A+B)$, portanto o circuito que executa esse parêntese será uma porta **OU**
- ❑ Dentro do segundo parêntese temos a soma booleana $S_2=(B+D)$. Novamente, o circuito que executa esse parêntese será uma porta **OU**
- ❑ Portanto, temos:
 - $S = S_1 . C . S_2$
- ❑ Agora temos uma multiplicação booleana e o circuito que a executa é uma porta **E**



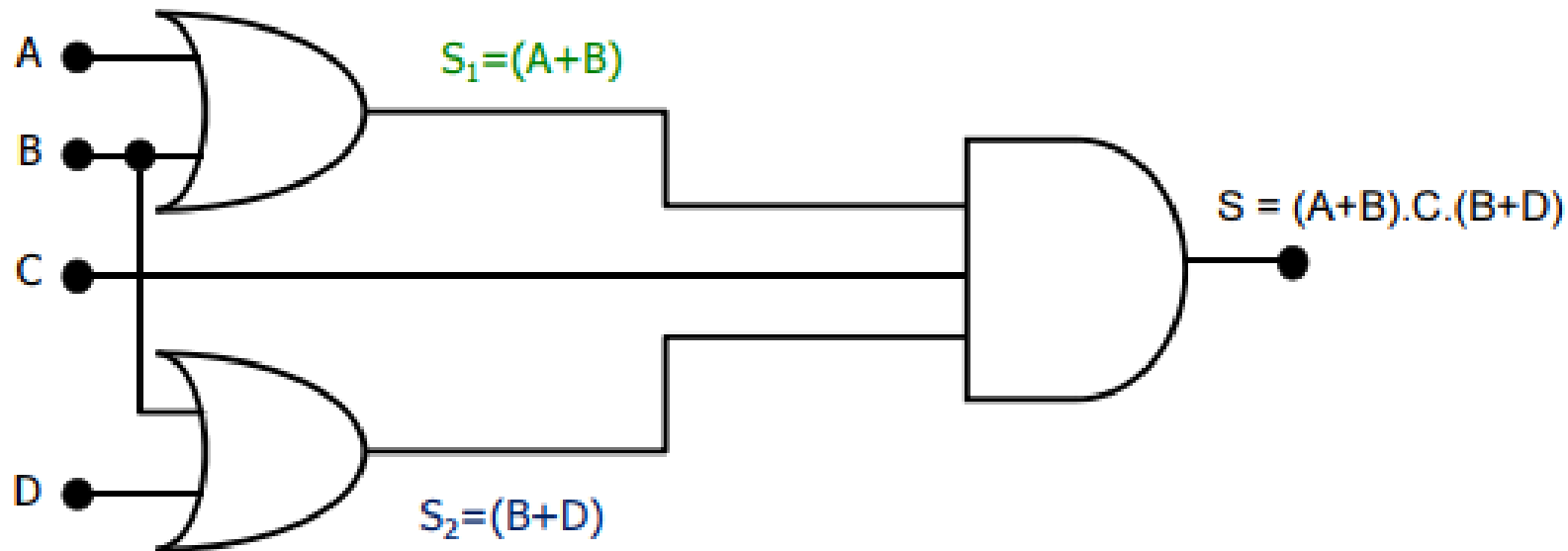
Circuitos Gerados por Expressões Booleanas

Seja a expressão $S = (A+B).C.(B+D)$



Circuitos Gerados por Expressões Booleanas

Seja a expressão $S = (A+B).C.(B+D)$

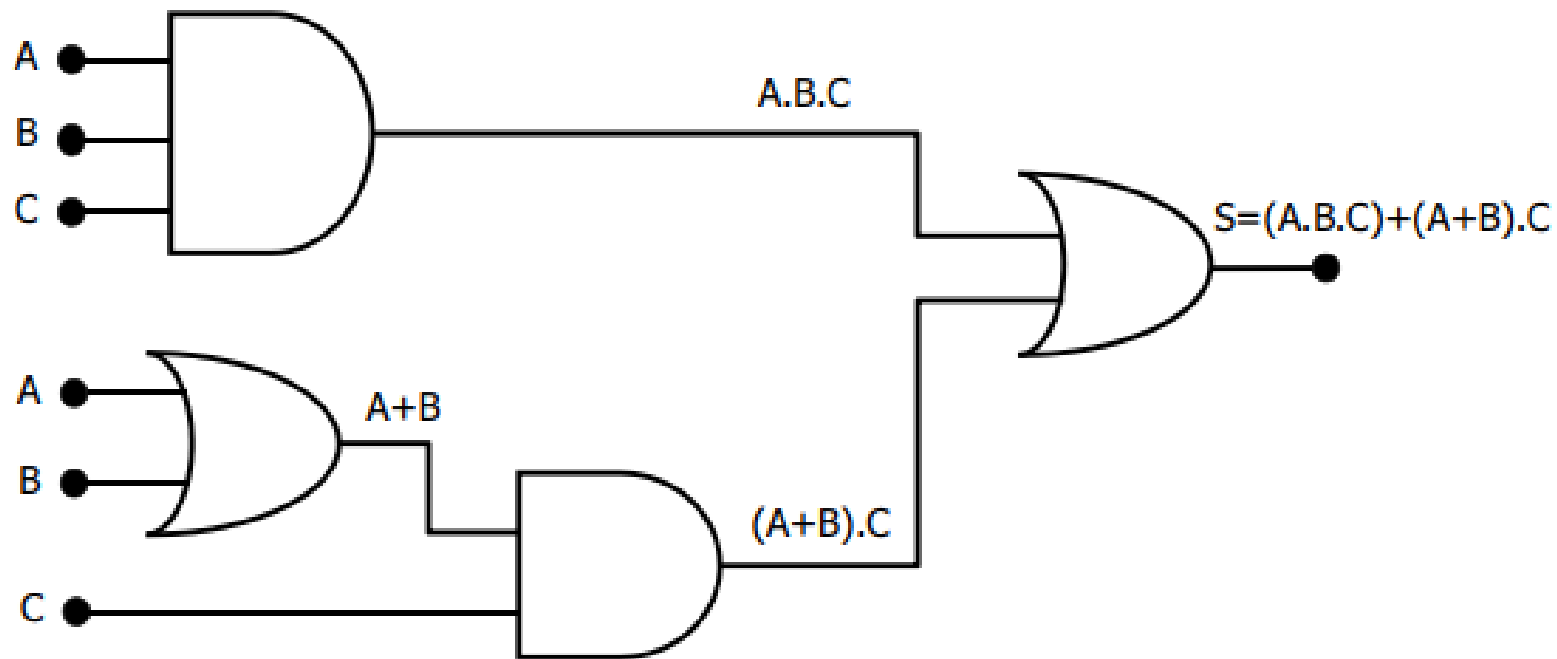


Exercício 8

- Desenhe o circuito lógico equivalente a:
- $S = (A.B.C) + (A+B).C$

Exercício 8

- Desenhe o circuito lógico equivalente a:
- $S = (A.B.C) + (A+B).C$

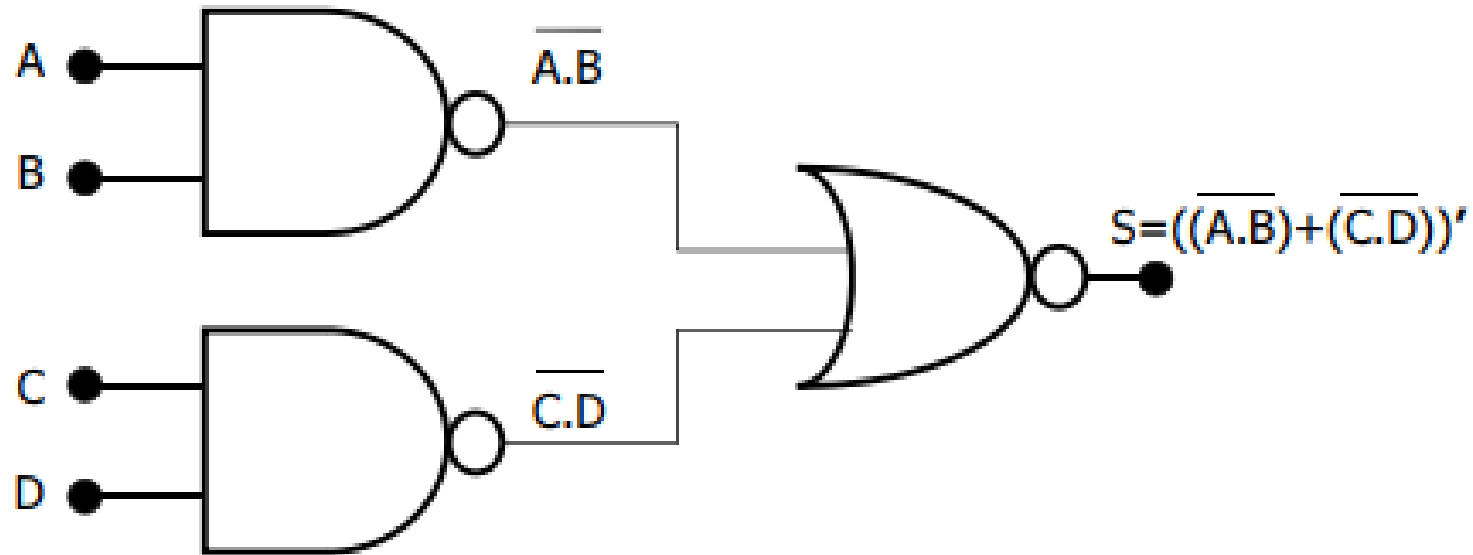


Exercício 9

- Desenhe o circuito lógico equivalente a: $S = \overline{\overline{A.B} + \overline{C.D}}$

Exercício 9

- Desenhe o circuito lógico equivalente a: $S = (\overline{A.B} + \overline{C.D})'$



Exercício 10

- Desenhe o circuito lógico equivalente a:

$$S = (\overline{A+B}).C + (A+C).\overline{B}$$

Tabela Verdade a partir de uma expressão

- ❑ Colocar todas as possibilidades (interpretações) para as variáveis de entrada
 - Lembrar que para N variáveis, há 2^N possibilidades
- ❑ Adicionar colunas para cada subfórmula da expressão
 - Preencher cada coluna com seus resultados
- ❑ Adicionar uma coluna para o resultado final
 - Preencher essa coluna com o resultado final

Tabela Verdade a partir de uma expressão

Exemplo:

- ❑ Considere a expressão
 - $S = A.B.C + A.D + A.B.D$
- ❑ Como há 4 variáveis de entrada (A, B, C, D), há $2^4=16$ interpretações
 - Variação 1 zero, 1 um

A	B	C	D
			0
			1
		0	
		1	
		0	
		1	
	0		
	1		
	0		
	1		
	0		
	1		
	0		
	1		
	0		
	1		

Tabela Verdade a partir de uma expressão

Exemplo:

- ❑ Considere a expressão
 - $S = A.B.C + A.D + A.B.D$
- ❑ Como há 4 variáveis de entrada (A, B, C, D), há $2^4=16$ interpretações
 - Variação 1 zero, 1 um
 - Variação 2 zeros, 2 um

A	B	C	D
		0	0
		0	1
		1	0
		1	1
		0	0
		0	1
		1	0
		1	1
		0	0
		0	1
		1	0
		1	1
		0	0
		0	1
		1	0
		1	1

Tabela Verdade a partir de uma expressão

Exemplo:

- ❑ Considere a expressão
 - $S = A.B.C + A.D + A.B.D$
- ❑ Como há 4 variáveis de entrada (A, B, C, D), há $2^4=16$ interpretações
 - Variação 1 zero, 1 um
 - Variação 2 zeros, 2 um
 - Variação 4 zeros, 4 um

A	B	C	D
	0	0	0
	0	0	1
	0	1	0
	0	1	1
	1	0	0
	1	0	1
	1	1	0
	1	1	1
	0	0	0
	0	0	1
	0	1	0
	0	1	1
	1	0	0
	1	0	1
	1	1	0
	1	1	1

Tabela Verdade a partir de uma expressão

Exemplo:

- ❑ Considere a expressão
 - $S = A.B.C + A.D + A.B.D$
- ❑ Como há 4 variáveis de entrada (A, B, C, D), há $2^4=16$ interpretações
 - Variação 1 zero, 1 um
 - Variação 2 zeros, 2 um
 - Variação 4 zeros, 4 um
 - Variação 8 zeros, 8 um

A	B	C	D
0	0	0	0
0	0	0	1
0	0	1	0
0	0	1	1
0	1	0	0
0	1	0	1
0	1	1	0
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	0	1
1	0	1	0
1	0	1	1
1	1	0	0
1	1	0	1
1	1	1	0
1	1	1	1

Tabela Verdade a partir de uma expressão

Exemplo:

❑ $S = A.B.C + A.D + A.B.D$

- ❑ A seguir, adicionar uma coluna para cada subfórmula de S, além de uma coluna para o resultado final S

- A.B.C
- A.D
- A.B.D

A	B	C	D	A.B.C	A.D	A.B.D	S
0	0	0	0				
0	0	0	1				
0	0	1	0				
0	0	1	1				
0	1	0	0				
0	1	0	1				
0	1	1	0				
0	1	1	1				
1	0	0	0				
1	0	0	1				
1	0	1	0				
1	0	1	1				
1	1	0	0				
1	1	0	1				
1	1	1	0				
1	1	1	1				

Tabela Verdade a partir de uma expressão

Exemplo:

❑ $S = A.B.C + A.D + A.B.D$

- ❑ A seguir, adicionar uma coluna para cada subfórmula de S, além de uma coluna para o resultado final S

▪ A.B.C

▪ A.D

▪ A.B.D

- ❑ Preencher cada coluna com seu respectivo resultado

A	B	C	D	A.B.C	A.D	A.B.D	S
0	0	0	0	0			
0	0	0	1	0			
0	0	1	0	0			
0	0	1	1	0			
0	1	0	0	0			
0	1	0	1	0			
0	1	1	0	0			
0	1	1	1	0			
1	0	0	0	0			
1	0	0	1	0			
1	0	1	0	0			
1	0	1	1	0			
1	1	0	0	0			
1	1	0	1	0			
1	1	1	0	1			
1	1	1	1	1			

Tabela Verdade a partir de uma expressão

Exemplo:

❑ $S = A.B.C + A.D + A.B.D$

- ❑ A seguir, adicionar uma coluna para cada subfórmula de S, além de uma coluna para o resultado final S

▪ A.B.C

▪ A.D

▪ A.B.D

- ❑ Preencher cada coluna com seu respectivo resultado

A	B	C	D	A.B.C	A.D	A.B.D	S
0	0	0	0	0	0		
0	0	0	1	0	0		
0	0	1	0	0	0		
0	0	1	1	0	0		
0	1	0	0	0	0		
0	1	0	1	0	0		
0	1	1	0	0	0		
0	1	1	1	0	0		
1	0	0	0	0	0		
1	0	0	1	0	1		
1	0	1	0	0	0		
1	0	1	1	0	1		
1	1	0	0	0	0		
1	1	0	1	0	1		
1	1	1	0	1	0		
1	1	1	1	1	1		

Tabela Verdade a partir de uma expressão

Exemplo:

- ❑ $S = A.B.C + A.D + A.B.D$
- ❑ A seguir, adicionar uma coluna para cada subfórmula de S, além de uma coluna para o resultado final S
 - A.B.C
 - A.D
 - A.B.D
- ❑ Preencher cada coluna com seu respectivo resultado

A	B	C	D	A.B.C	A.D	A.B.D	S
0	0	0	0	0	0	0	
0	0	0	1	0	0	0	
0	0	1	0	0	0	0	
0	0	1	1	0	0	0	
0	1	0	0	0	0	0	
0	1	0	1	0	0	0	
0	1	1	0	0	0	0	
0	1	1	1	0	0	0	
1	0	0	0	0	0	0	
1	0	0	1	0	1	0	
1	0	1	0	0	0	0	
1	0	1	1	0	1	0	
1	1	0	0	0	0	0	
1	1	0	1	0	1	1	
1	1	1	0	1	0	0	
1	1	1	1	1	1	1	

Tabela Verdade a partir de uma expressão

Exemplo:

- ❑ $S = A.B.C + A.D + A.B.D$
- ❑ A seguir, adicionar uma coluna para cada subfórmula de S, além de uma coluna para o resultado final S
 - A.B.C
 - A.D
 - A.B.D
- ❑ Preencher cada coluna com seu respectivo resultado
- ❑ Por último, preencher a coluna do resultado final

A	B	C	D	A.B.C	A.D	A.B.D	S
0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	1	0	0	0	0
0	0	1	0	0	0	0	0
0	0	1	1	0	0	0	0
0	1	0	0	0	0	0	0
0	1	0	1	0	0	0	0
0	1	1	0	0	0	0	0
0	1	1	1	0	0	0	0
1	0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	1	0	1	0	1
1	0	1	0	0	0	0	0
1	0	1	1	0	1	0	1
1	1	0	0	0	0	0	0
1	1	0	1	0	1	1	1
1	1	1	0	1	0	0	1
1	1	1	1	1	1	1	1

Exercício - 11

Encontre a tabela verdade da expressão:

$$S = \overline{A} + \overline{C} + A.B.\overline{C}$$

Exercício - 11

Encontre a tabela verdade da expressão:
 $S = \overline{A} + \overline{C} + A.B.\overline{C}$

A	B	C	\overline{A}	\overline{C}	$A.B.\overline{C}$	S
0	0	0	1	1	0	1
0	0	1	1	0	0	1
0	1	0	1	1	0	1
0	1	1	1	0	0	1
1	0	0	0	1	0	1
1	0	1	0	0	0	0
1	1	0	0	1	1	1
1	1	1	0	0	0	0

Exercício - 12

Encontre a tabela verdade da expressão:

$$S = A.B.C + A.\overline{B}.C + \overline{A}.\overline{B}.C + \overline{A}.\overline{B}.\overline{C}$$

Exercício - 12

Encontre a tabela verdade da expressão:

$$S = A.B.C + A.\overline{B}.C + \overline{A}.\overline{B}.C + \overline{A}.\overline{B}.\overline{C}$$

A	B	C	A'	B'	C'	A.B.C	A.B'.C	A'.B'.C	A'.B'.C'	S
0	0	0	1	1	1	0	0	0	1	1
0	0	1	1	1	0	0	0	1	0	1
0	1	0	1	0	1	0	0	0	0	0
0	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0
1	0	1	0	1	0	0	1	0	0	1
1	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0
1	1	1	0	0	0	1	0	0	0	1

Exercício - 13

Monte a tabela verdade e o circuito equivalente à expressão:

$$S = A.B' + A.C' + (B.C)'$$

Exercício - 14

Dada a Tabela Verdade abaixo, apresente a Expressão Booleana e o circuito equivalente.

TABELA VERDADE		
ENTRADAS		SAÍDA
A	B	Y
0	0	0
0	1	1
1	0	0
1	1	0

Exercício - 15

Data a Tabela Verdade abaixo, apresente a presente a Expressão Booleana e o circuito equivalente.

TABELA VERDADE		
ENTRADAS		SAÍDA
A	B	Y
0	0	1
0	1	1
1	0	1
1	1	0

Exercício - 16

Data a Tabela Verdade abaixo, apresente a presente a Expressão Booleana e o circuito equivalente.

TABELA VERDADE		
ENTRADAS		SAÍDA
A	B	Y
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1

Exercício - 17

Data a Tabela Verdade abaixo, apresente a presente a Expressão Booleana e o circuito equivalente.

TABELA VERDADE		
ENTRADAS		SAÍDA
A	B	Y
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

Exercício - 18

Data a Tabela Verdade abaixo, apresente a presente a Expressão Booleana e o circuito equivalente.

TABELA VERDADE			
ENTRADAS			SAÍDA
A	B	C	Y
0	0	0	1
0	0	1	0
0	1	0	1
0	1	1	0
1	0	0	0
1	0	1	0
1	1	0	0
1	1	1	0

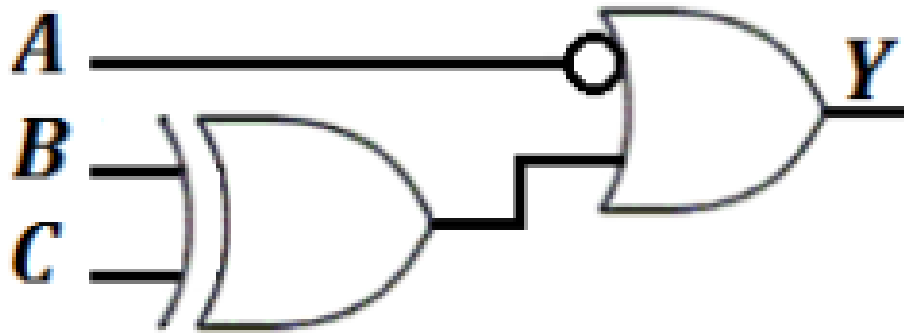
Exercício – 19

Data a Tabela Verdade abaixo, apresente a presente a Expressão Booleana e o circuito equivalente.

TABELA VERDADE			
ENTRADAS			SAÍDA
A	B	C	Y
0	0	0	1
0	0	1	0
0	1	0	1
0	1	1	0
1	0	0	1
1	0	1	0
1	1	0	0
1	1	1	0

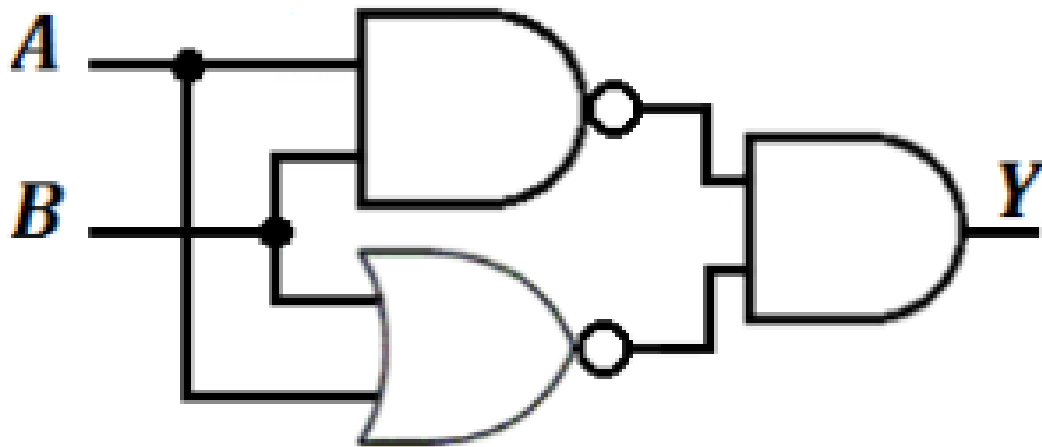
Exercício – 20

Determine a expressão e tabela verdade do circuito abaixo.



Exercício – 21

Determine a tabela verdade e a expressão lógica equivalente ao circuito abaixo.



Aplicação de Circuitos Lógicos

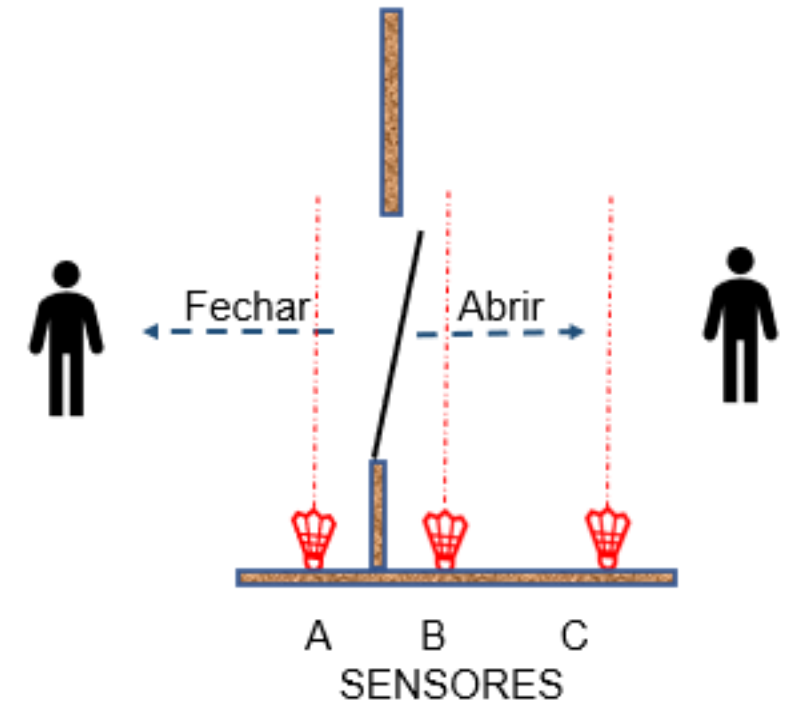
O projeto de um circuito lógico começa na racionalização do problema, por meio das combinações possíveis, para o entendimento do comportamento de um evento.

Feito isso, elabora-se a tabela verdade que expressa esse comportamento. Da tabela é possível extrair a expressão algébrica booleana que determina o circuito lógico adequado para comandar o evento desejado (TANENBAUM, 2007).

Projeto 1

O controle abaixo funciona segundo a lógica:

1. Se nenhum dos sensores sinalizar, a porta se mantém, fechada;
2. Se o sensor **A** sinalizar e o **B** não, a porta se abre, independente do **C**;
3. Se os sensores **A** e **B** sinalizarem , a porta não se abre, independente de **C**.
4. Se o sensor **C** sinalizar, e o **B** não sinalizar, a porta se abre, independente do **A**.
5. Se o **B** sinalizar, a porta não se abre, independente dos sensores **A** e **C**



Projeto 1 – Tabela Verdade

O controle abaixo funciona segundo a lógica:

1. Se nenhum dos sensores sinalizar, a porta se mantém, fechada;
2. Se o sensor **A** sinalizar e o **B** não, a porta se abre, independente do **C**;
3. Se os sensores **A** e **B** sinalizarem , a porta não se abre, independente de **C**.
4. Se o sensor **C** sinalizar, e o **B** não sinalizar, a porta se abre, independente do **A**.
5. Se o **B** sinalizar, a porta não se abre, independente dos sensores **A** e **B**

A	B	C	S
0	0	0	
0	0	1	
0	1	0	
0	1	1	
1	0	0	
1	0	1	
1	1	0	
1	1	1	

Projeto 1 – Tabela Verdade

O controle abaixo funciona segundo a lógica:

1. Se nenhum dos sensores sinalizar, a porta se mantém, fechada;
2. Se o sensor **A** sinalizar e o **B** não, a porta se abre, independente do **C**;
3. Se os sensores **A** e **B** sinalizarem , a porta não se abre, independente de **C**.
4. Se o sensor **C** sinalizar, e o **B** não sinalizar, a porta se abre, independente do **A**.
5. Se o **B** sinalizar, a porta não se abre, independente dos sensores **A** e **B**

A	B	C	S
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	0
0	1	1	0
1	0	0	1
1	0	1	1
1	1	0	0
1	1	1	0

Projeto 1 – Equação

Verificar quando **S** é ativado:

$$S = \overline{A}.\overline{B}.C + A.\overline{B}.\overline{C} + A\overline{B}C$$

A	B	C	S
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	0
0	1	1	0
1	0	0	1
1	0	1	1
1	1	0	0
1	1	1	0

Projeto 1 – Circuito

$$\text{Equação: } S = \overline{A}.\overline{B}.C + A.\overline{B}.\overline{C} + A\overline{B}C$$

