

Лабораторная работа №8

Математическое моделирование

Волгин Иван Алексеевич

Содержание

1	Цель работы	5
2	Задание	6
3	Теоретическое введение	8
4	Выполнение лабораторной работы	10
5	Выводы	13

Список иллюстраций

4.1	График первого случая	11
4.2	График второго случая	12

Список таблиц

1 Цель работы

Исследовать математическую модель конкуренции двух фирм.

2 Задание

Случай 1.

Рассмотрим две фирмы, производящие взаимозаменяемые товары одинакового качества и находящиеся в одной рыночной нише. Считаем, что в рамках нашей модели конкурентная борьба ведётся только рыночными методами. То есть, конкуренты могут влиять на противника путем изменения параметров своего производства: себестоимость, время цикла, но не могут прямо вмешиваться в ситуацию на рынке («назначать» цену или влиять на потребителей каким-либо иным способом.) Будем считать, что постоянные издержки пренебрежимо малы, и в модели учитывать не будем. В этом случае динамика изменения объемов продаж фирмы 1 и фирмы 2 описывается следующей системой уравнений:

$$\begin{cases} \frac{dM_1}{d\theta} = M_1 - \frac{b}{c_1} M_1 M_2 - \frac{a_1}{c_1} M_1^2, \\ \frac{dM_2}{d\theta} = \frac{c_2}{c_1} M_2 - \frac{b}{c_1} M_1 M_2 - \frac{a_1}{c_1} M_2^2, \end{cases}$$

где $a_1 = \frac{p_{cr}}{\tau_1^2 \tilde{p}_1^2 Nq}$, $a_2 = \frac{p_{cr}}{\tau_2^2 \tilde{p}_2^2 Nq}$, $b = \frac{p_{cr}}{\tau_1^2 \tilde{p}_1^2 \tau_2^2 \tilde{p}_2^2 Nq}$, $c_1 = \frac{p_{cr} - \tilde{p}_1}{\tau_1 \tilde{p}_1}$, $c_2 = \frac{p_{cr} - \tilde{p}_1}{\tau_2 \tilde{p}_2}$
Также введена нормировка $t = c_1 \theta$.

Случай 2.

Рассмотрим модель, когда, помимо экономического фактора влияния (изменение себестоимости, производственного цикла, использование кредита и т.п.), используются еще и социально-психологические факторы – формирование общественного предпочтения одного товара другому, не зависимо от их качества

и цены. В этом случае взаимодействие двух фирм будет зависеть друг от друга, соответственно коэффициент перед M_1M_2 будет отличаться. Пусть в рамках рассматриваемой модели динамика изменения объемов продаж фирмы 1 и фирмы 2 описывается следующей системой уравнений:

$$\begin{cases} \frac{dM_1}{d\theta} = M_1 - (\frac{b}{c_1} + 0.00015)M_1M_2 - \frac{a_1}{c_1}M_1^2, \\ \frac{dM_2}{d\theta} = \frac{c_2}{c_1}M_2 - \frac{b}{c_1}M_1M_2 - \frac{a_1}{c_1}M_2^2, \end{cases}$$

Обозначения:

- N – число потребителей производимого продукта.
 - τ – длительность производственного цикла
 - p – рыночная цена товара
 - \tilde{p} – себестоимость продукта, то есть переменные издержки на производство единицы продукции.
 - q – максимальная потребность одного человека в продукте в единицу времени
 - $\theta = \frac{t}{c_1}$ – безразмерное время
1. Построить графики изменения оборотных средств фирмы 1 и фирмы 2 без учета постоянных издержек и с введенной нормировкой для случая 1.
 2. Построить графики изменения оборотных средств фирмы 1 и фирмы 2 без учета постоянных издержек и с введенной нормировкой для случая 2.

3 Теоретическое введение

Математическому моделированию процессов конкуренции и сотрудничества двух фирм на различных рынках посвящено довольно много научных работ, в основном использующих аппарат теории игр и статистических решений. В качестве примера можно привести работы таких исследователей, как Курно, Stackelberg, Бертран, Нэш, Парето [model?].

Следует отметить, что динамические дифференциальные модели уже давно и успешно используются для математического моделирования самых разнообразных по своей природе процессов. Достаточно упомянуть широко используемую в экологии модель «хищник-жертва» Вольтерра, математическую теорию развития эпидемий, модели боевых действий

Задача решалась в следующей постановке.

На рынке однородного товара присутствуют две основные фирмы, разделяющие его между собой, т.е. имеет место классическая дуополия.

Безусловно, это является весьма сильным предположением, однако оно вполне оправдано в тех случаях, когда доля продаж остальных конкурентов на рассматриваемом сегменте рынка пренебрежимо мала. Хорошим примером может служить отечественный рынок микропроцессоров, который по существу разделили между собой две фирмы: Intel и AMD.

Изменение объемов продаж конкурирующих фирм с течением времени описывается следующей системой дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \frac{dM_1}{d\theta} = M_1 - \frac{b}{c_1} M_1 M_2 - \frac{a_1}{c_1} M_1^2, \\ \frac{dM_2}{d\theta} = \frac{c_2}{c_1} M_1 - \frac{b}{c_1} M_1 M_2 - \frac{a_2}{c_1} M_2^2, \end{cases}$$

где $a_1 = \frac{p_{cr}}{(\tau_1^2 \tilde{p}_1 N q)}$, $a_2 = \frac{p_{cr}}{(\tau_2^2 * \tilde{p}_2 N q)}$, $b = \frac{p_{cr}}{(\tau_1^2 \tau_2^2 \tilde{p}_1^2 \tilde{p}_2^2 N q)}$, $c_1 = \frac{(p_{cr} - p_1)}{(\tau_1 \tilde{p}_1)}$, $c_2 = \frac{(p_{cr} - p_2)}{(\tau_2 \tilde{p}_2)}$.

- N – число потребителей производимого продукта.
- τ – длительность производственного цикла
- p – рыночная цена товара
- \tilde{p} – себестоимость продукта, то есть переменные издержки на производство единицы продукции.
- q – максимальная потребность одного человека в продукте в единицу времени
- $\theta = \frac{t}{c_1}$ – безразмерное время

4 Выполнение лабораторной работы

Для начала задаю все начальные параметры

```
p_cr = 10 #критическая стоимость продукта
tau1 = 15 #длительность производственного цикла фирмы 1
p1 = 7 #себестоимость продукта у фирмы 1
tau2 = 24 #длительность производственного цикла фирмы 2
p2 = 4.9 #себестоимость продукта у фирмы 2
N = 27 #число потребителей производимого продукта
q = 1; #максимальная потребность одного человека в продукте в единицу времени

a1 = p_cr/(tau1^2*p1^2*N*q);
a2 = p_cr/(tau2^2*p2^2*N*q);
b = p_cr/(tau1^2*tau2^2*p1^2*p2^2*N*q);
c1 = (p_cr-p1)/(tau1*p1);
c2 = (p_cr-p2)/(tau2*p2);

u0 = [4.3, 3.9] #начальные значения M1 и M2
p = [a1, a2, b, c1, c2]
tspan = (0.0, 30.0) #временной интервал
```

Пишу код для реализации первого случая

```
function f(u, p, t)
```

```

M1, M2 = u
a1, a2, b, c1, c2 = p
M1 = M1 - (a1/c1)*M1^2 - (b/c1)*M1*M2
M2 = (c2/c1)*M2 - (a2/c1)*M2^2 - (b/c1)*M1*M2
return [M1, M2]
end

prob = ODEProblem(f, u0, tspan, p)
sol = solve(prob, Tsit5(), saveat = 0.01)
plot(sol, yaxis = "Оборотные средства предприятия", label = ["M1" "M2"], c = ["green"

```

Получаю следующий график (рис. 4.1).

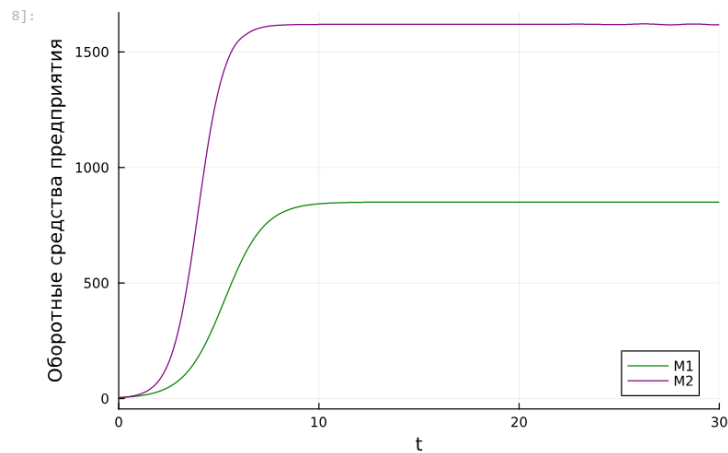


Рис. 4.1: График первого случая

Пишу код для реализации второго случая

```

function f(u, p, t)
M1, M2 = u
a1, a2, b, c1, c2 = p
M1 = M1 - (a1/c1)*M1^2 - (b/c1+0.00015)*M1*M2
M2 = (c2/c1)*M2 - (a2/c1)*M2^2 - (b/c1)*M1*M2
return [M1, M2]

```

end

```
prob = ODEProblem(f, u0, tspan, p)
sol = solve(prob, Tsit5(), saveat = 0.01)
plot(sol, yaxis = "Оборотные средства предприятия", label = ["M1" "M2"], c = ["green"
```

Получаю следующий график (рис. 4.2).

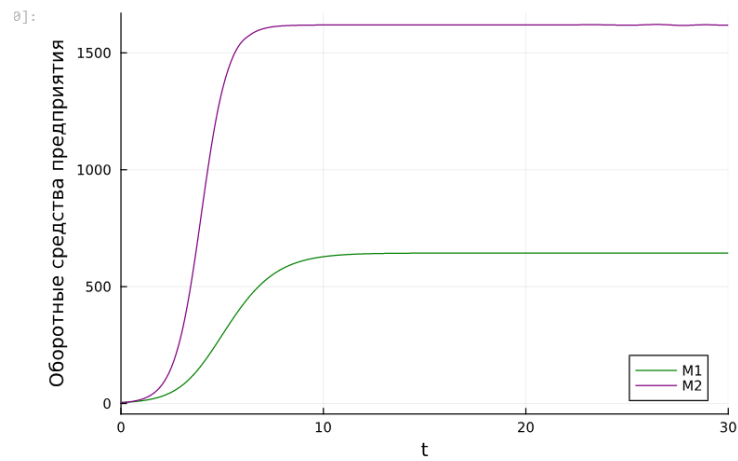


Рис. 4.2: График второго случая

5 Выводы

Я исследовал математическую модель конкуренции двух фирм.