Лабораторная работа №8

Математическое моделирование

Волгин Иван Алексеевич

Содержание

# 1 Цель работы

Исследовать математическую модель конкуренции двух фирм.

# 2 Задание

*Случай 1.*

Рассмотрим две фирмы, производящие взаимозаменяемые товары одинакового качества и находящиеся в одной рыночной нише. Считаем, что в рамках нашей модели конкурентная борьба ведётся только рыночными методами. То есть, конкуренты могут влиять на противника путем изменения параметров своего производства: себестоимость, время цикла, но не могут прямо вмешиваться в ситуацию на рынке («назначать» цену или влиять на потребителей каким-либо иным способом.) Будем считать, что постоянные издержки пренебрежимо малы, и в модели учитывать не будем. В этом случае динамика изменения объемов продаж фирмы 1 и фирмы 2 описывается следующей системой уравнений:

где

Также введена нормировка .

*Случай 2.*

Рассмотрим модель, когда, помимо экономического фактора влияния (изменение себестоимости, производственного цикла, использование кредита и т.п.), используются еще и социально-психологические факторы – формирование общественного предпочтения одного товара другому, не зависимо от их качества и цены. В этом случае взаимодействие двух фирм будет зависеть друг от друга, соответственно коэффициент перед будет отличаться. Пусть в рамках рассматриваемой модели динамика изменения объемов продаж фирмы 1 и фирмы 2 описывается следующей системой уравнений:

*Обозначения:*

* – число потребителей производимого продукта.
* – длительность производственного цикла
* – рыночная цена товара
* – себестоимость продукта, то есть переменные издержки на производство единицы продукции.
* – максимальная потребность одного человека в продукте в единицу времени
* - безразмерное время

1. Построить графики изменения оборотных средств фирмы 1 и фирмы 2 без учета постоянных издержек и с веденной нормировкой для случая 1.
2. Построить графики изменения оборотных средств фирмы 1 и фирмы 2 без учета постоянных издержек и с веденной нормировкой для случая 2.

# 3 Теоретическое введение

Математическому моделированию процессов конкуренции и сотрудничества двух фирм на различных рынках посвящено довольно много научных работ, в основном использующих аппарат теории игр и статистических решений. В качестве примера можно привести работы таких исследователей, как Курно, Стакельберг, Бертран, Нэш, Парето [**model?**].

Следует отметить, что динамические дифференциальные модели уже давно и успешно используются для математического моделирования самых разнообразных по своей природе процессов. Достаточно упомянуть широко использующуюся в экологии модель «хищник-жертва» Вольтерра, математическую теорию развития эпидемий, модели боевых действий

Задача решалась в следующей постановке.

На рынке однородного товара присутствуют две основные фирмы, разделяющие его между собой, т.е. имеет место классическая дуополия.

Безусловно, это является весьма сильным предположением, однако оно вполне оправдано в тех случаях, когда доля продаж остальных конкурентов на рассматриваемом сегменте рынке пренебрежимо мала. Хорошим примером может служить отечественный рынок микропроцессоров, который по существу разделили между собой две фирмы: Intel и AMD.

Изменение объемов продаж конкурирующих фирм с течением времени описывается следующей системой дифференциальных уравнений:

где , , , , .

* – число потребителей производимого продукта.
* – длительность производственного цикла
* – рыночная цена товара
* – себестоимость продукта, то есть переменные издержки на производство единицы продукции.
* – максимальная потребность одного человека в продукте в единицу времени
* – безразмерное время

# 4 Выполнение лабораторной работы

Для начала задаю все начальные параметры

p\_cr = 10 #критическая стоимость продукта  
tau1 = 15 #длительность производственного цикла фирмы 1  
p1 = 7 #себестоимость продукта у фирмы 1  
tau2 = 24 #длительность производственного цикла фирмы 2  
p2 = 4.9 #себестоимость продукта у фирмы 2  
N = 27 #число потребителей производимого продукта  
q = 1; #максимальная потребность одного человека в продукте в единицу времени  
   
a1 = p\_cr/(tau1^2\*p1^2\*N\*q);  
a2 = p\_cr/(tau2^2\*p2^2\*N\*q);  
b = p\_cr/(tau1^2\*tau2^2\*p1^2\*p2^2\*N\*q);  
c1 = (p\_cr-p1)/(tau1\*p1);  
c2 = (p\_cr-p2)/(tau2\*p2);  
   
u0 = [4.3, 3.9] #начальные значения M1 и M2  
p = [a1, a2, b, c1, c2]  
tspan = (0.0, 30.0) #временной интервал

Пишу код для реализации первого случая

function f(u, p, t)  
 M1, M2 = u  
 a1, a2, b, c1, c2 = p  
 M1 = M1 - (a1/c1)\*M1^2 - (b/c1)\*M1\*M2  
 M2 = (c2/c1)\*M2 - (a2/c1)\*M2^2 - (b/c1)\*M1\*M2  
 return [M1, M2]  
end  
   
prob = ODEProblem(f, u0, tspan, p)  
sol = solve(prob, Tsit5(), saveat = 0.01)  
plot(sol, yaxis = "Оборотные средства предприятия", label = ["M1" "M2"], c = ["green" "purple"])

Получаю следующий график (рис. 1).

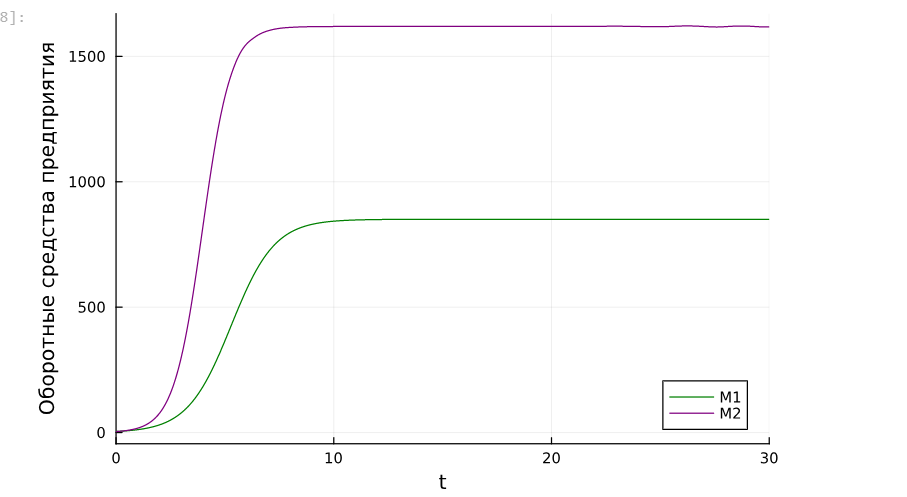


Рис. 1: График первого случая

Пишу код для реализации второго случая

function f(u, p, t)  
 M1, M2 = u  
 a1, a2, b, c1, c2 = p  
 M1 = M1 - (a1/c1)\*M1^2 - (b/c1+0.00015)\*M1\*M2  
 M2 = (c2/c1)\*M2 - (a2/c1)\*M2^2 - (b/c1)\*M1\*M2  
 return [M1, M2]  
end  
   
prob = ODEProblem(f, u0, tspan, p)  
sol = solve(prob, Tsit5(), saveat = 0.01)  
plot(sol, yaxis = "Оборотные средства предприятия", label = ["M1" "M2"], c = ["green" "purple"])

Получаю следующий график (рис. 2).

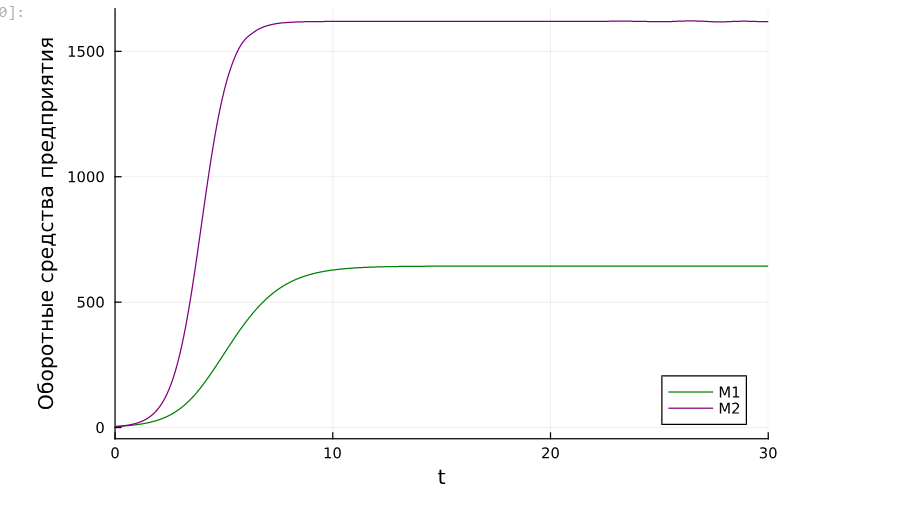


Рис. 2: График второго случая

# 5 Выводы

Я исследовал математическую модель конкуренции двух фирм.