

فصل ششم :

جریان و مقاومت

آنچه در این فصل می خوانیم :

(۱) تعریف جریان الکتریکی و چگالی جریان

(۲) مقاومت و قانون اهم

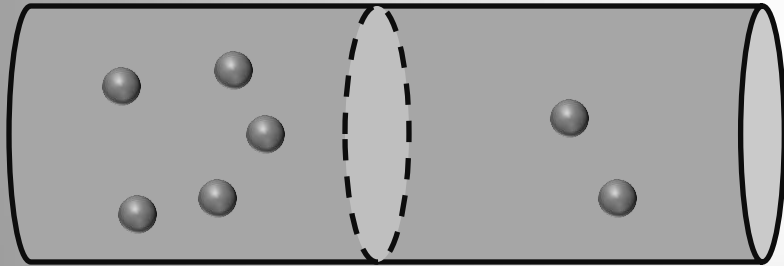
بخش اول:

جریان الکتریکی و چگالی

جریان

جریان الکتریکی

جریان الکتریکی متوسط برابر است با بار خالص ΔQ گذرنده از سطح مقطع رسانا در زمان Δt .



$$I_{avg} (\bar{I}) = \frac{\Delta Q}{\Delta t}$$

جریان لحظه ای:

$$I = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta Q}{\Delta t} = \frac{dQ}{dt}$$

جریان الکتریکی یکی از کمیت های اصلی است و واحد آن آمپر (A) می باشد.

نکته های مربوط به جریان الکتریکی

(۱) در سیم حامل جریان، بارهای منفی هستند که حرکت می کنند اما طبق قرار داد، جهت حرکت بارهای مثبت را به عنوان جهت جریان در نظر می گیریم. (حرکت الکترون به سمت راست متناظر است با حرکت بار مثبت به سمت چپ.)

نکته های مربوط به جریان الکتریکی

۲) ایجاد جریان الکتریکی، توسط مولد (باتری) با ایجاد یک میدان الکتریکی در رسانا (سیم) صورت می پذیرد.

۳) اگر بار به صورت تابعی از زمان مشخص باشد با مشتق گیری از آن می توان جریان لحظه ای را به دست آورد.

نکته های مربوط به جریان الکتریکی

۴) حرکت حامل های بار (الکترون ها) در جریان الکتریکی به دو صورت است:
- حرکت های زیگزاگ و تصادفی که در اثر برخورد با یون های مثبت ایجاد می شود.

- حرکت در خلاف جهت میدان الکتریکی که در رسانا ایجاد شده است.
ترکیب این دو حرکت، باعث حرکتی به نام حرکت سوقی می شود که سرعت این حرکت را با \vec{v}_d نشان می دهیم.

چگالی جریان الکتریکی

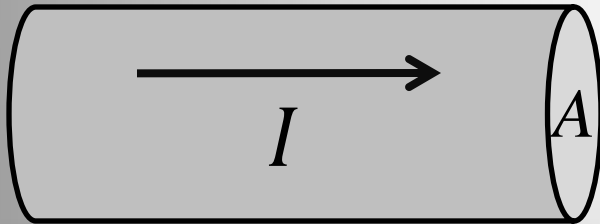
جریان الکتریکی عبوری از واحد سطح را چگالی جریان می نامیم.

اگر جریان ثابت باشد:

$$J = \frac{I}{A}$$

یکای چگالی جریان آمپر بر متر مربع (A/m^2)

می باشد.

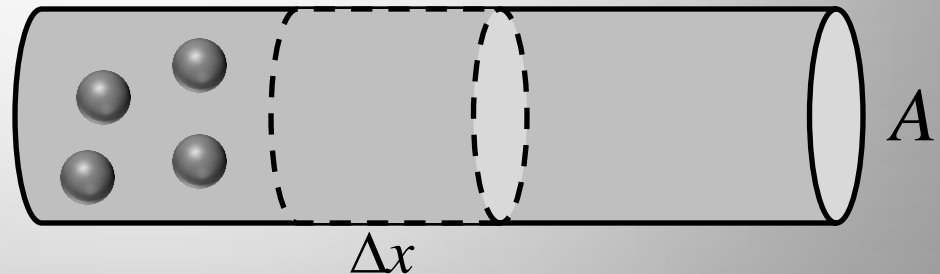


چگالی جریان به فرم برداری

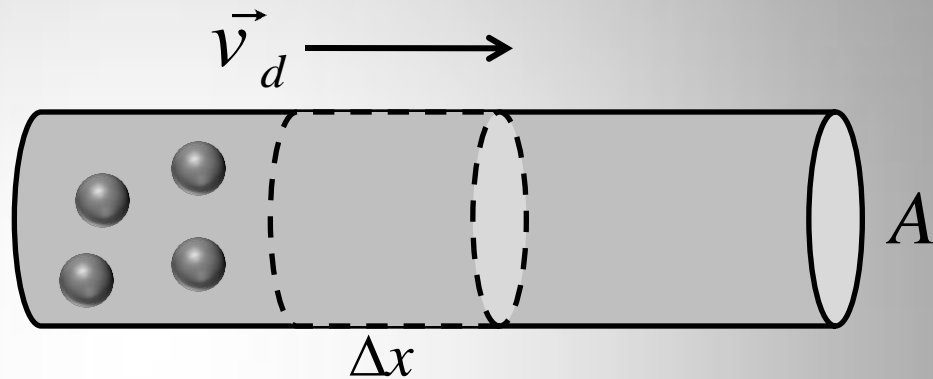
فرض کنیم N حامل بار، مسافت Δx را در مدت Δt در رسانا طی کرده اند.

$$\left. \begin{aligned} J &= \frac{I}{A} \\ I &= \frac{Nq}{\Delta t} \end{aligned} \right\} \Rightarrow J = \frac{Nq}{A \Delta t} = \frac{Nq \Delta x}{A \Delta t \Delta x} = \left(\frac{N}{A \Delta x} \right) q \left(\frac{\Delta x}{\Delta t} \right) = nq v_d$$

$$\Rightarrow \vec{J} = nq \vec{v}_d$$



$$\vec{J} = nq\vec{v}_d$$



در این رابطه n چگالی حامل های بار (تعداد بار در واحد حجم) رسانا q بار الکتریکی هر حامل بار و \vec{v}_d سرعت سوق حامل های بار می باشد.

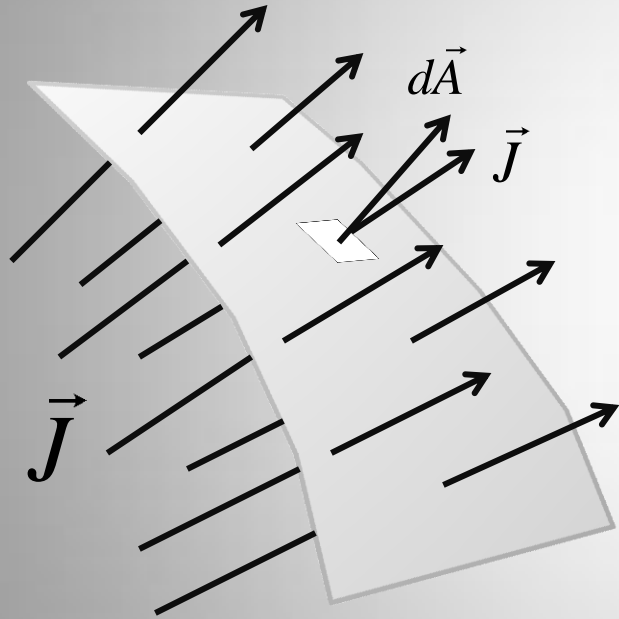
$$\vec{J} = nq\vec{v}_d \Rightarrow \begin{cases} \vec{J} = -ne\vec{v}_d & \text{الکترون ها} \\ \vec{J} = ne\vec{v}_d & \text{یون های یک بار مثبت} \end{cases}$$

ارتباط میان چگالی جریان الکتریکی و میدان الکتریکی

$$\vec{J} = \frac{1}{\rho} \vec{E} = \sigma \vec{E}$$

به ρ مقاومت ویژه و به σ رسانندگی می گویند که به جنس ماده مورد نظر که جریان در آن برقرار است بستگی دارد.

ارتباط میان جریان و چگالی جریان در حالت کلی



$$I = \int \vec{J} \cdot d\vec{A}$$

اگر چگالی جریان ثابت بوده و

سطح، عمود بر چگالی جریان باشد:

$$\vec{J} \cdot d\vec{A} = J dA \cos 0^\circ = J dA$$

$$I = \int J dA = J \int dA = JA \Rightarrow J = I/A$$

بخش دوم:

مقاومت و قانون اهم

قانون اهم

اختلاف پتانسیل دو سر یک رسانا با جریان عبوری از آن به طور مستقیم، متناسب است.

$$V \propto I \quad \Rightarrow \quad V = RI$$

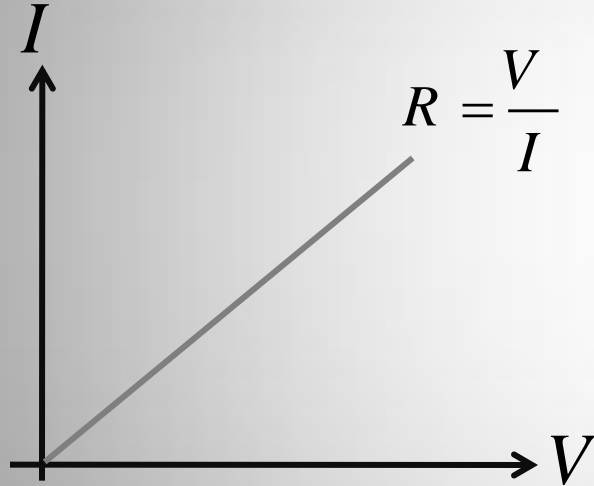
به ثابت تناسب R مقاومت ماده می‌گوییم که معیاری از توانایی مقابله ماده در برابر عبور جریان است. واحد مقاومت ولت بر آمپر است که به آن اهم می‌گوییم و با Ω نشان می‌دهیم.

ماده ای که از قانون فوق تبعیت کند، ماده اهمی و در غیر این صورت غیر اهمی نام دارد.

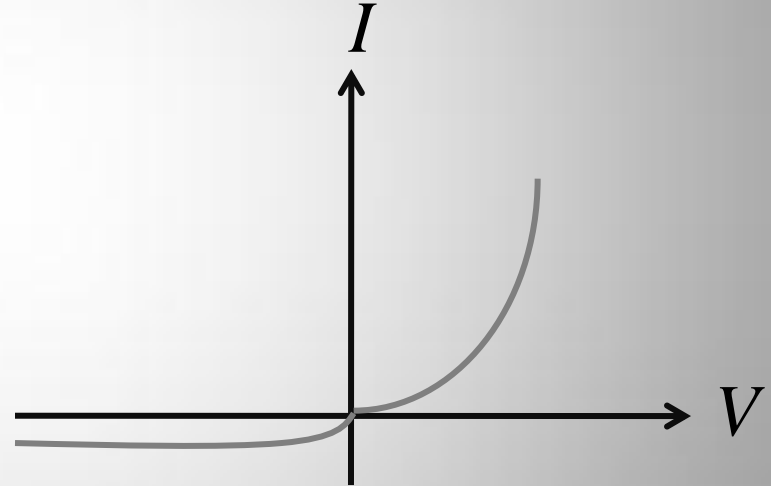
نکته های مربوط به قانون اهم

- (۱) رابطه فوق، رابطه بزرگ مقیاس (ماکروسکوپی) قانون اهم است. شکل خرد مقیاس (میکروسکوپی) آن $\vec{J} = \frac{1}{\rho} \vec{E}$ می باشد.
- (۲) قانون اهم زمانی برقرار می باشد که دما ثابت باشد.
- (۳) از مقاومت (به صورت قطعه ای به همین نام) می توان در کنترل جریان گذرنده از یک مدار، تقسیم مساوی پتانسیل ها و ... استفاده کرد.

نمودارهای مربوط به قانون اهم



نمودار جریان- ولتاژ ماده اهمی



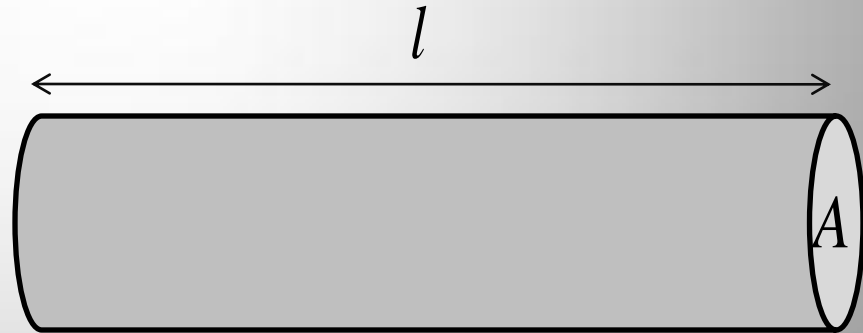
نمودار جریان- ولتاژ ماده غیر اهمی (دیود)

(با منفی شدن ولتاژ، جهت جریان عکس می شود)

محاسبه مقاومت:

در حالت کلی مقاومت یک رسانا به شکل هندسی و خواص الکتریکی آن بستگی دارد.
برای یک رسانای اهمی همگن با سطح مقطع A و طول l و مقاومت ویژه ρ داریم:

$$\left. \begin{aligned} R &= \frac{V}{I} = \frac{El}{JA} \\ J &= \frac{1}{\rho} E \end{aligned} \right\} \Rightarrow R = \rho \frac{l}{A}$$



مثال: سطح مقطع رسانایی 10 mm^2 و مقاومت آن 5Ω است. دو سر سیم را به اختلاف پتانسیل ۲ ولت متصل می کنیم. چگالی جریان در این سیم چقدر است؟

پاسخ:

$$R = \frac{V}{I} \Rightarrow 5 = \frac{2}{I} \Rightarrow I = 4 \text{ A}$$

$$J = \frac{I}{A} = \frac{4}{10 \times 10^{-6}} = 4 \times 10^5 \left(\frac{\text{A}}{\text{m}^2} \right)$$

چند نکته راجع به مقاومت ویژه:

۱) مقاومت ویژه هر ماده ای به دما بستگی داشته و از رابطه زیر به دست می آید:

$$\rho = \rho_0 \left[1 + \alpha (T - T_0) \right]$$

ρ مقاومت ویژه در دمای T

ρ_0 مقاومت ویژه در دمای T_0

α ضریب دمای مقاومت ویژه بر حسب $1/^\circ\text{C}$

چند نکته راجع به مقاومت ویژه:

(۲) در تغییر مقاومت ویژه فلزات سه عامل موثر است:

– ارتعاش یون ها حول موضع تعادلی خود که با افزایش دما افزایش یافته و مقاومت افزایش می یابد.

– ناخالصی ها که مستقل از دما می باشد.

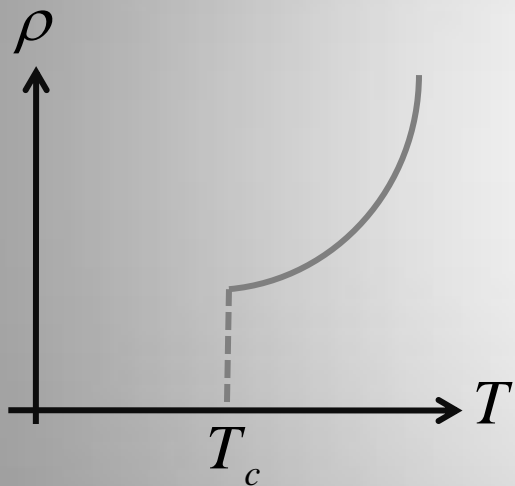
– نقص های شبکه بلوری فلز که مستقل از دما می باشند.

چند نکته راجع به مقاومت ویژه:

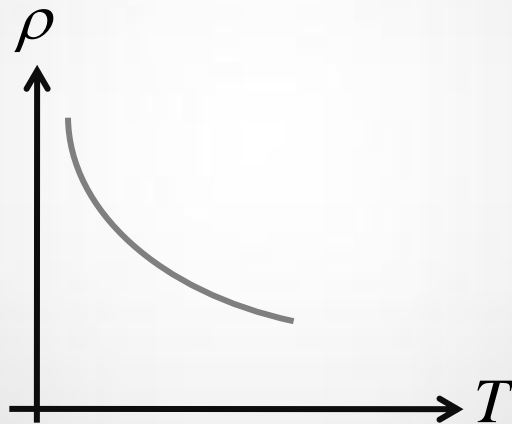
۳) مقاومت ویژه نیم رساناها با افزایش دما کاهش می یابد و می توان آن را با افزایش ناخالصی کنترل کرد.

۴) ابر رساناها موادی هستند که در دمای خاصی به نام دمای بحرانی، مقاومت ویژه خود را از دست می دهند.

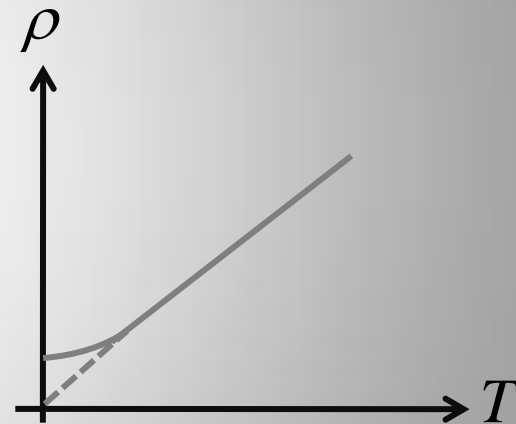
نمودار تغییرات مقاومت ویژه بر حسب دما:



ابر رسانا



نیم رسانا



فلز

مثال: مقاومت یک سیم مسی در دمای $20^{\circ}C$ برابر $1\ \Omega$ می باشد. در چه دمایی مقاومت

آن ده درصد افزایش می یابد؟ $\alpha_{\text{مس}} = 3.9 \times 10^{-3} / ^{\circ}C$

$$\frac{R - R_0}{R_0} = \frac{1}{10}$$

پاسخ:

$$\left. \begin{aligned} \rho &= \rho_0 (1 + \alpha (T - T_0)) \\ R &= \rho \frac{L}{A}, R_0 = \rho_0 \frac{L}{A} \end{aligned} \right\} \Rightarrow R = R_0 (1 + \alpha (T - T_0))$$

$$\frac{R - R_0}{R_0} = \alpha (T - T_0) \Rightarrow 0.1 = 3.9 \times 10^{-3} \times (T - 20) \Rightarrow T = 45.6^{\circ}C$$

توان

عبارتست از انرژی منتقل شده از میدان الکتریکی به بار الکتریکی در واحد زمان.

$$U = qV \quad \Rightarrow \quad P = \frac{\Delta U}{\Delta t} = \frac{V \Delta q}{\Delta t} = VI$$

هنگام عبور بار از محیط دارای مقاومت الکتریکی، انرژی فوق به گرما تبدیل می شود.

$$P = VI = (IR)I = I^2 R$$

$$P = VI = V \left(\frac{V}{R} \right) = \frac{V^2}{R}$$

واحد توان وات (W) می باشد.

مثال: سیمی به طول L و مقطع A به یک باتری با اختلاف پتانسیل V متصل است. سیم را از یک حدیده می گذرانیم تا طولش به طور یکنواخت دو برابر شود. اگر آن را به همان باتری متصل کنیم، توان مصرفی در حالت جدید چند برابر توان اولیه می باشد؟

پاسخ: توان اولیه را P و توان حالت جدید را P' می نامیم.

$$P = \frac{V^2}{R} \quad R = \rho \frac{L}{A} \quad L' = 2L$$

$$AL = A'L' \quad \Rightarrow \quad A'(2L) = AL \quad \Rightarrow \quad A' = \frac{A}{2}$$

حجم سیم بدون تغییر است.

مثال: سیمی به طول L و مقطع A به یک باتری با اختلاف پتانسیل V متصل است. سیم را از یک حدیده می گذرانیم تا طولش به طور یکنواخت دو برابر شود. اگر آن را به همان باتری متصل کنیم، توان مصرفی در حالت جدید چند برابر توان اولیه می باشد؟

پاسخ:

$$R' = \rho \frac{L'}{A'} = \rho \frac{2L}{A/2} = 4\rho \frac{L}{A} = 4R$$

$$P' = \frac{V^2}{R'} = \frac{V^2}{4R} = \frac{1}{4} \frac{V^2}{R} = \frac{1}{4} P$$