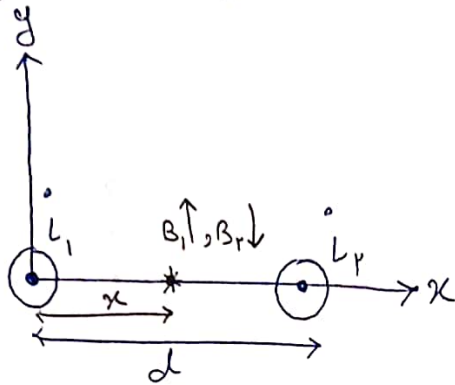


فصل ۹: میدان‌های مغناطیسی ناشی از جریان‌ها (قانون آمپر)

۱) دو سولنئید، ۲ سیم مستقیم و موازی به فاصله $d = 14 \text{ cm}$ از یکدیگر حامل جریان‌های $i_1 = 4 \text{ mA}$ و $i_2 = 3 \text{ mA}$ به طرف راست هستند. الف) در نقطه‌ای روی محور x ، میدان مغناطیسی حاصل ناشی از جریان‌ها i_1 و i_2 است؟ ب) اگر جریان i_2 را برعکس کنیم، آیا توده‌ای صفر میدان مغناطیسی به طرف سیم ۱) با جلی توده یا به طرف سیم ۲) یا به طرف دیگری ماند؟



پاسخ: تا عددی درست راست ← ۴ انگشت را دور سیم پیچیم و جهت نشانه جهت جریان و جهت ۴ انگشت B باشد.

در سن دویم ← امکان خنثی شدن میدان‌ها مغناطیسی وجود دارد. (الف)

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{\ell} = \mu_0 i_{enc} \quad \begin{cases} B_1(2\pi x) = \mu_0 i_1 \\ B_2(2\pi(d-x)) = \mu_0 i_2 \end{cases}$$

قانون آمپر

$$\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \frac{\text{T} \cdot \text{m}}{\text{A}}$$

ثابت توده‌ای

$$B_1 = \frac{\mu_0 i_1}{2\pi x}$$

$$B_2 = \frac{\mu_0 i_2}{2\pi(d-x)}$$

$B_1 = B_2$
در x

$$\frac{i_1}{x} = \frac{i_2}{d-x} \Rightarrow$$

$$\frac{1}{x} = \frac{3}{d-x} \Rightarrow$$

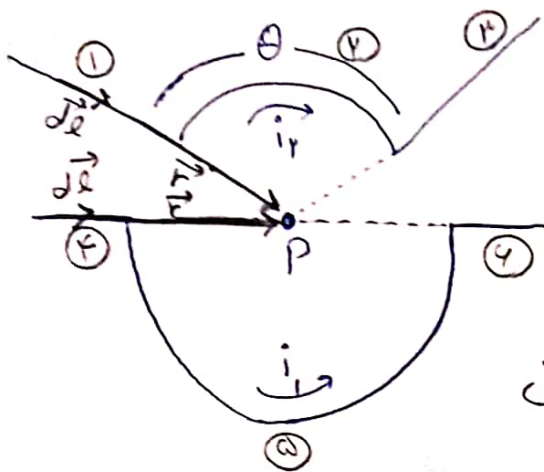
$$d-x = 3x \Rightarrow \boxed{4x = d}$$

$$d = 14 \text{ cm} \Rightarrow \boxed{x = 3.5 \text{ cm}}$$

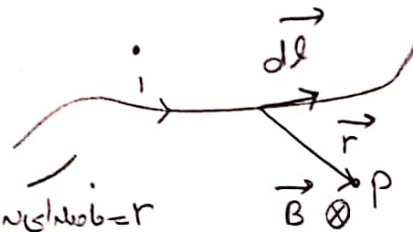
ب) این توده تغییر نمی‌کند. این توده تغییر نمی‌کند. $i_1' = 4 \text{ mA}$ و $i_2' = 3 \text{ mA}$ باز هم.

② شکل زیر، ۲ قطعه جریان $i_1 = 0.4A$ و $i_2 = 0.4A$ را نشان می‌دهد. قطعه پایینی حامل جریان $i_1 = 0.4A$ و شامل ۱۰ گمان برای آن با شعاع $5cm$ و زاویه 110° قطعه مرکزی P است. قطعه بالایی حامل جریان $i_2 = 0.4A$ و شامل ۱۰ گمان برای آن با شعاع $4cm$ و زاویه 110° و همان مرکز P است.

الف) برای جهت میدان مغناطیسی حاصل \vec{B} را برای جهت های نشان داده شده جریان پیدا کنید.
ب) در صورت معلوم شدن جهت جریان پیدا کنید.



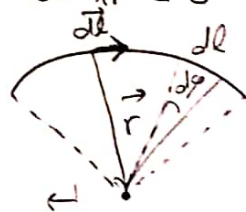
پاسخ: قانون آمپر برای مسائل در این نوع است. ابتدا میدان را در نظر بگیرید.
میدان بیوساوار: مثل قانون کولن ماریتالی دارد:



r = فاصله ای نه می‌خواهی از آن
میدان B را بیابی

$$\vec{dB} = \frac{\mu_0 i}{4\pi} \frac{d\vec{l} \times \vec{r}}{r^3} = \frac{\mu_0 i}{4\pi} \frac{dl \sin\theta}{r^3} = \frac{\mu_0 i dl \sin\theta}{4\pi r^2}$$

حال به سراغ حل سوال نرویم: میدان حاصل B را در نقطه P بررسی می‌کنیم:
برای سیم ① و ③ و ④ و ⑥: $\vec{dl} \parallel \vec{r} \Rightarrow \vec{dl} \times \vec{r} = 0$



$$\vec{dl} \times \vec{r} = dl r \Rightarrow \text{همواره شعاع عمودی } \vec{dl}$$

برای سیم ⑦:

$$dl = r d\phi$$

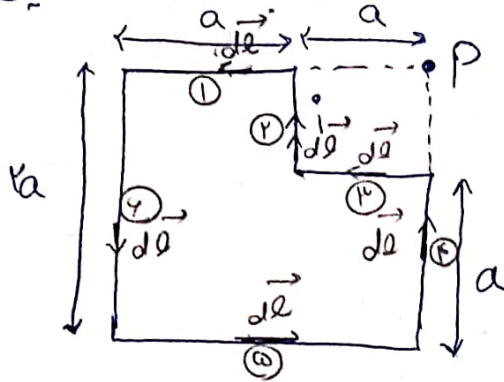
$$\begin{aligned} \vec{dB}_1 &= \frac{\mu_0 i_1 (r_1 d\phi_1)}{4\pi r_1^2} = \frac{\mu_0 i_1 d\phi_1}{4\pi r_1} \Rightarrow B_1 = \frac{\mu_0 i_1}{4\pi r_1} \int_0^\pi d\phi_1 = \frac{\mu_0 i_1}{4r_1} \quad \odot \\ \vec{dB}_2 &= \frac{\mu_0 i_2 (r_2 d\phi_2)}{4\pi r_2^2} = \frac{\mu_0 i_2 d\phi_2}{4\pi r_2} \Rightarrow B_2 = \frac{\mu_0 i_2}{4\pi r_2} \int_{\pi/2}^{3\pi/2} d\phi_2 = \frac{\mu_0 i_2}{4r_2} \quad \otimes \end{aligned}$$

② = + → قرار داد

$$\vec{B}_1 + \vec{B}_2 = B_1 - B_2 = -1.7 \times 10^{-6} T \quad \odot$$

\vec{B}_{net}

۳) در شکل زیر طول a دارای $4\sqrt{2}\text{cm}$ و جریان i به سمت راست است. بزرگی و جهت میدان مغناطیسی در نقطه P را بیابید.



$$B = \frac{\mu_0 i}{4\pi r} \frac{L}{\sqrt{r^2 + \left(\frac{L}{r}\right)^2}}$$

میدان B به فاصله r از سیم: برای سیم در دور L

$$\text{برای سیم ① و ③} \rightarrow \int dl \times r = 0 \rightarrow B = 0$$

$$B_r = \frac{\mu_0 i}{4\pi a} \frac{a}{\sqrt{a^2 + \left(\frac{a}{a}\right)^2}} = \frac{\mu_0 i}{4\sqrt{2}\pi a} \otimes$$

$r=a$
 $L=a$

$$B_p = \frac{\mu_0 i}{4\sqrt{2}\pi a} \otimes$$

$r=a$
 $L=a$

$$B_s = \frac{\mu_0 i}{4\pi(2a)} \frac{2a}{\sqrt{(2a)^2 + (a)^2}} = \frac{\mu_0 i}{4\sqrt{5}\pi a} \odot$$

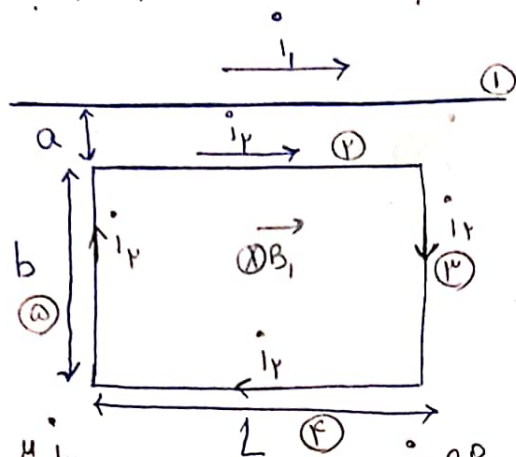
$r=2a$
 $L=2a$

$$B_q = \frac{\mu_0 i}{4\sqrt{5}\pi a} \odot$$

$r=2a$
 $L=2a$

$$B_T = (B_s + B_q) - (B_r + B_p) = \frac{2\mu_0 i}{4\sqrt{2}\pi a} + \frac{2\mu_0 i}{4\sqrt{5}\pi a} = \frac{3\mu_0 i}{4\sqrt{10}\pi a}$$

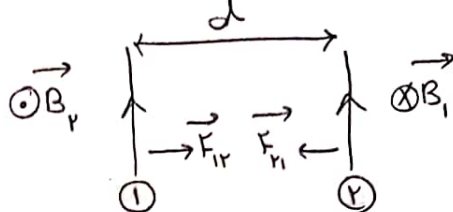
۴) دو سیم نازک، هم‌باز دراز و موازی، حامل جریان $i_1 = 3A$ و $i_2 = 2A$ است. فاصله بین آنها $a = 1cm$ و $b = 1cm$ و $L = 4cm$ می‌باشد. نیروی متقابل را حساب کنید.



$$B_2 = \frac{\mu_0 i_2}{2\pi d}$$

$$B_1 = \frac{\mu_0 i_1}{2\pi d}$$

$$\vec{F} = i \vec{L} \times \vec{B}$$



نیروی واردی سیم ۱ از طرف سیم ۲: F_{12}

نیروی واردی سیم ۲ از طرف سیم ۱: F_{21}

طول سیم L

$$|F_{12}| = |F_{21}| = \frac{\mu_0 i_1 i_2 L}{2\pi d}$$

فاصله سیم از هم d

جریان‌ها هم جهت هستند پس نیرو را جذب
و غیر هم جهت " دفع "

$$F_{21} = \frac{\mu_0 i_1 i_2}{2\pi a}$$

$$F_{12} = \frac{\mu_0 i_1 i_2}{2\pi d}$$

$$F_T = \left(\frac{\mu_0 i_1 i_2}{2\pi a} - \frac{\mu_0 i_1 i_2}{2\pi (a+b)} \right) (\hat{y})$$

$$F_{F1} = \frac{\mu_0 i_1 i_2}{2\pi (a+b)}$$

$$F_{F1} = \frac{\mu_0 i_1 i_2}{2\pi d}$$

حال بسراغ حل سوال می‌رویم

⑤ سیم لوله‌ای درازی با $\left(\frac{v}{cm}\right)^{100}$ حاصل جریان i است. الکترون‌های داخل سیم لوله در دایره‌ای به شعاع 4.3 cm عمود بر محور سیم لوله حرکت می‌کنند. شدت الکترون 0.46% $(C = \text{سرعت نور})$ جریان i در سیم لوله را بدست آورید.

$$\begin{aligned} \vec{F}_B &= q\vec{v} \times \vec{B} \\ \vec{F} &= \frac{mv^2}{r} \end{aligned} \rightarrow |\vec{F}_B| = \frac{mv^2}{r} \rightarrow \boxed{r = \frac{mv^2}{|F|B}}$$

$$B = \frac{\mu_0 N i}{2\pi r} = \mu_0 n i$$

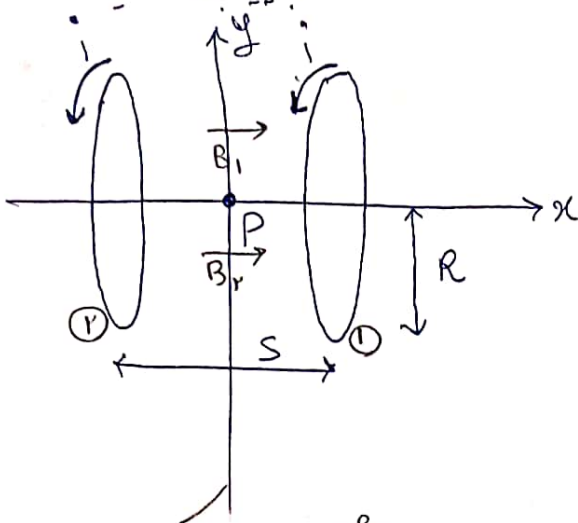
$$N = \text{تعداد دور سیم}$$

$$r = \text{شعاع سیم}$$

$$n = \frac{N}{\text{دایره طول}}$$

$$r = \frac{mv^2}{eB} = \frac{mv^2}{e(\mu_0 n i)} \rightarrow \boxed{i = \frac{mv^2}{e\mu_0 n r} = 0.1272 \text{ A}}$$

۹) شکل زیر، آرایش به نام پیچ پی همگونی نشان می دهد. این وسیله شامل ۲ پیچ پی همگونی همگونی دارای ۲۰۰ دور و شعاع $R = 25 \text{ cm}$ است که به فاصله $S = R$ از هم قرار دارند. این دو پیچ به حامل جریان ساو $i = 12.2 \text{ mA}$ در یک جهت اند. برای میدان مغناطیسی را در P ، وسط فاصله ۲ پیچ بدست آورید.



$B = \frac{\mu_0 \mu}{2\pi(R^2 + Z^2)^{3/2}}$: میدان به فاصله Z از یک پیچ به حامل جریان
 $R =$ شعاع پیچ

$\mu = N i \pi R^2$: این جمله N دور پیچ

$Z = P = \frac{R}{2} \rightarrow B_1 = B_2 = \frac{\mu_0 (N i \pi R^2)}{2\pi(R^2 + (\frac{R}{2})^2)^{3/2}} = \frac{\mu_0 N i R^2}{2(\frac{1}{4})^{3/2} (\pi R^2)^{3/2}} = \frac{4\mu_0 N i}{125 R}$

$\rightarrow B_T = 2B_1 = \frac{1\mu_0 N i}{125 R} = 1.78 \times 10^{-7} \text{ T}$

$R = 25 \text{ cm}$

$N = 200$

$i = 12.2 \times 10^{-3} \text{ A}$

$\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \frac{\text{T.m}}{\text{A}}$