

فصل نهم :

میدان های مغناطیسی ناشی از

جریان الکتریکی

آنچه در این فصل می خوانیم :

(۱) قانون ییو-ساوار

(۲) نیروی میان سیم های موازی و بار های متحرک

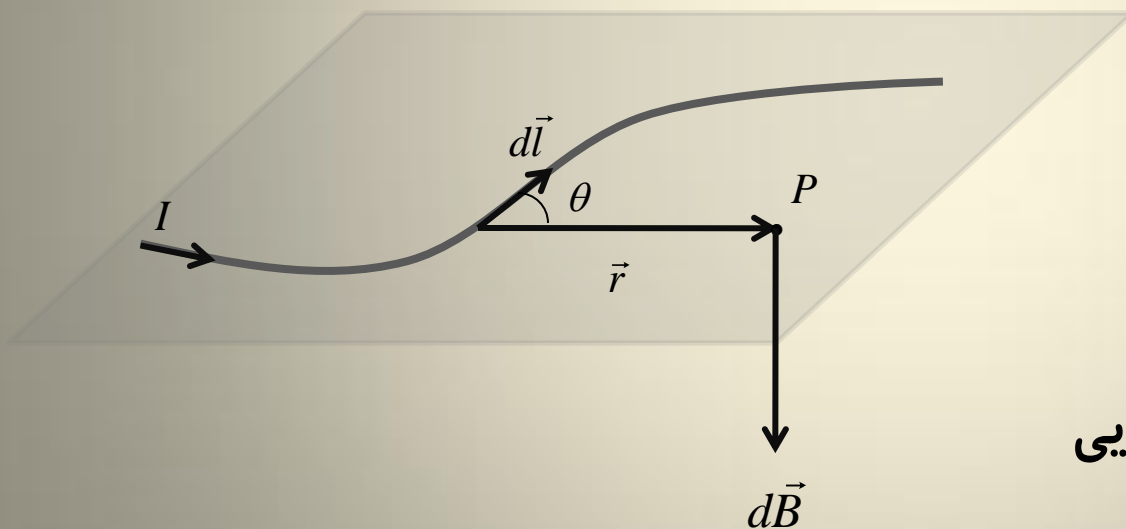
(۳) قانون آمپر

بخش اول:

قانون بیو-ساوار

قانون بیو-ساوار

طبق این قانون، میدان مغناطیسی ناشی از جزء جریان $Id\vec{l}$ در نقطه P برابر است با:

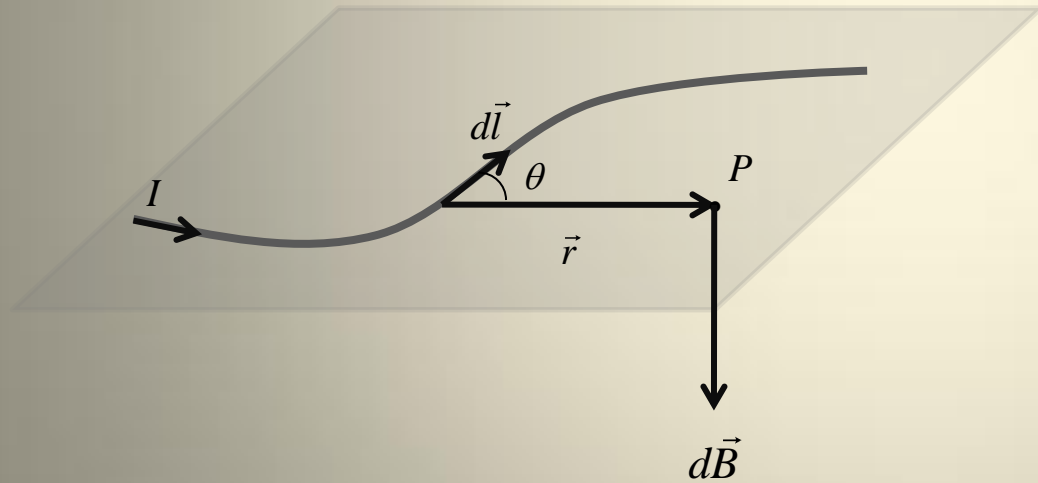


$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{Id\vec{l} \times \vec{r}}{r^3}$$

$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{Idl \sin \theta}{r^2}$$

ثابت تراوایی $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \frac{T.m}{A}$

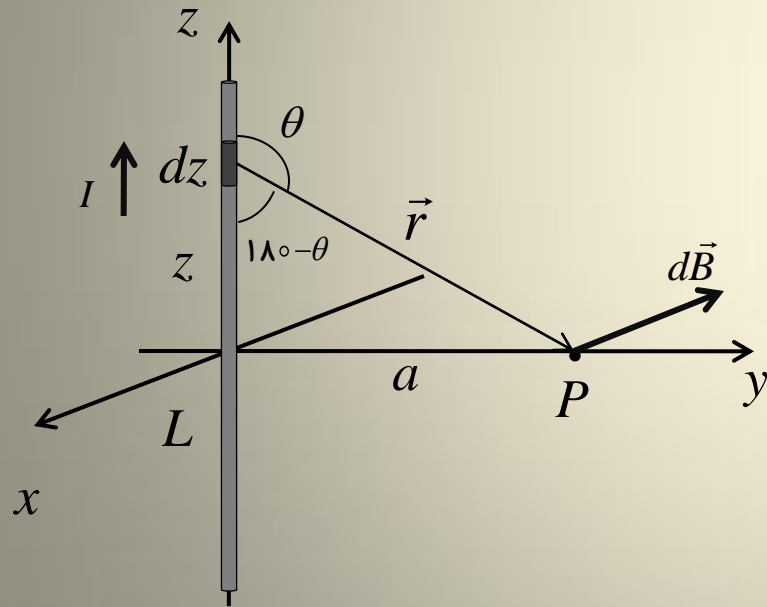
میدان ناشی از کل سیم حامل جریان در نقطه P برابر است با:



$$\vec{B} = \int d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \int \frac{I d\vec{l} \times \vec{r}}{r^3}$$

جریان‌هایی که در این فصل
در نظر می‌گیریم پایا هستند
یعنی با زمان تغییر نمی‌کنند.

مثال: میدان مغناطیسی ناشی از سیم حامل جریان به طول L در نقطه P را بیابید.



پاسخ:

$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{Idl \sin \theta}{r^2}$$

$$r = \sqrt{a^2 + z^2}, \quad dl = dz$$

$$\sin \theta = \sin(180^\circ - \theta) = \frac{a}{\sqrt{a^2 + z^2}}$$

$$dB = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{adz}{(a^2 + z^2)^{3/2}}$$

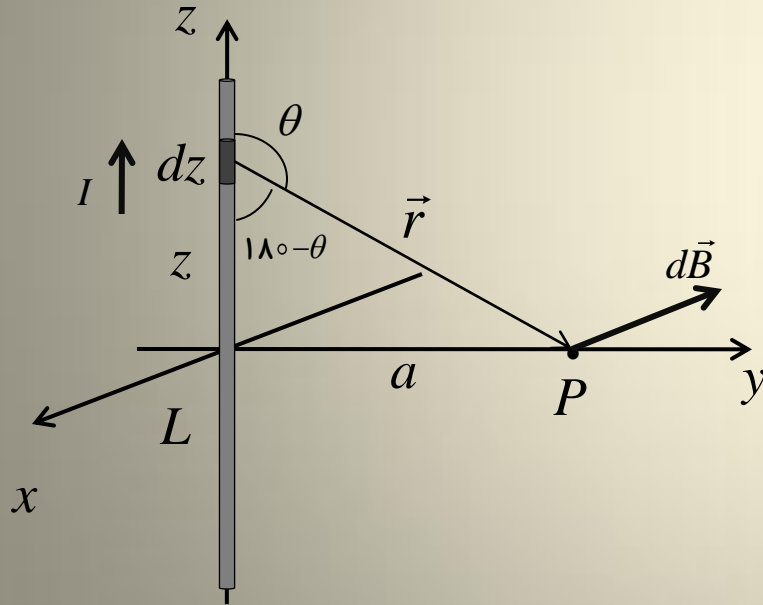
مثال: میدان مغناطیسی ناشی از سیم حامل جریان به طول L در نقطه P را بیابید.

پاسخ:

$$B = \frac{\mu_0 I a}{4\pi} \int_{-L/2}^{L/2} \frac{dz}{(a^2 + z^2)^{3/2}}$$

با تغییر متغیر $z = a \tan \theta$ و حل انتگرال می‌رسیم به :

$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi a} \frac{L}{(L^2/4 + a^2)^{1/2}}$$



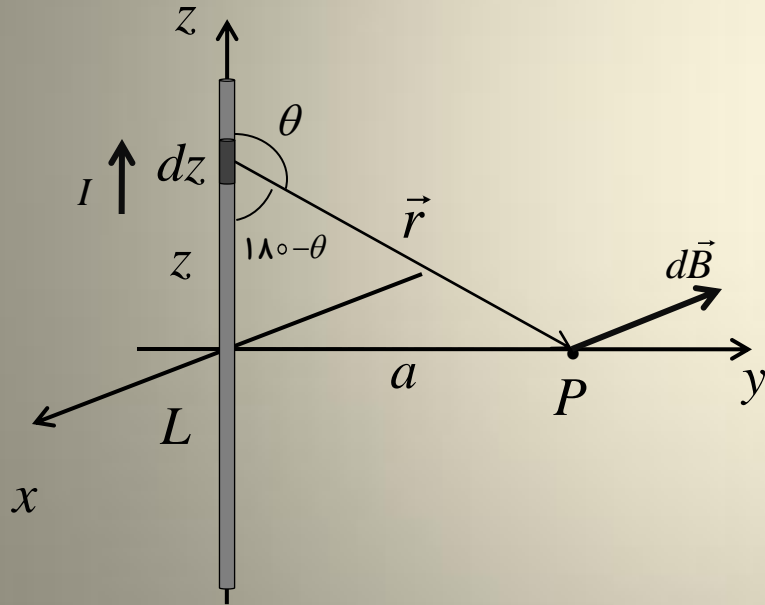
مثال: میدان مغناطیسی ناشی از سیم حامل جریان به طول L در نقطه P را بیابید.

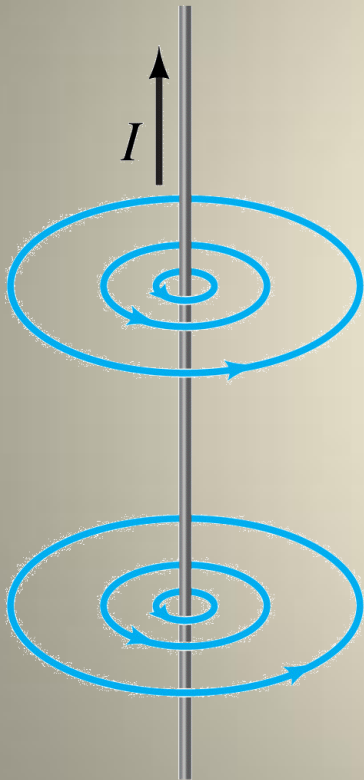
پاسخ:

$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi a} \frac{L}{\left(L^2/4 + a^2\right)^{1/2}}$$

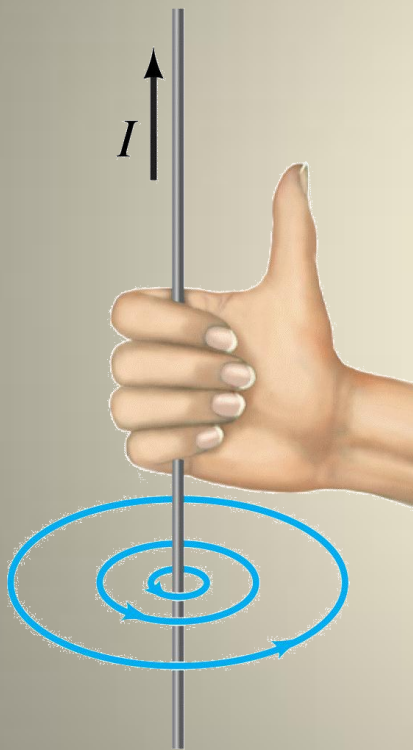
اگر سیم بسیار بلند باشد ($L \gg a$) آنگاه:

$$\frac{L^2}{4} + a^2 \cong \frac{L^2}{4} \Rightarrow B = \frac{\mu_0 I}{2\pi a}$$





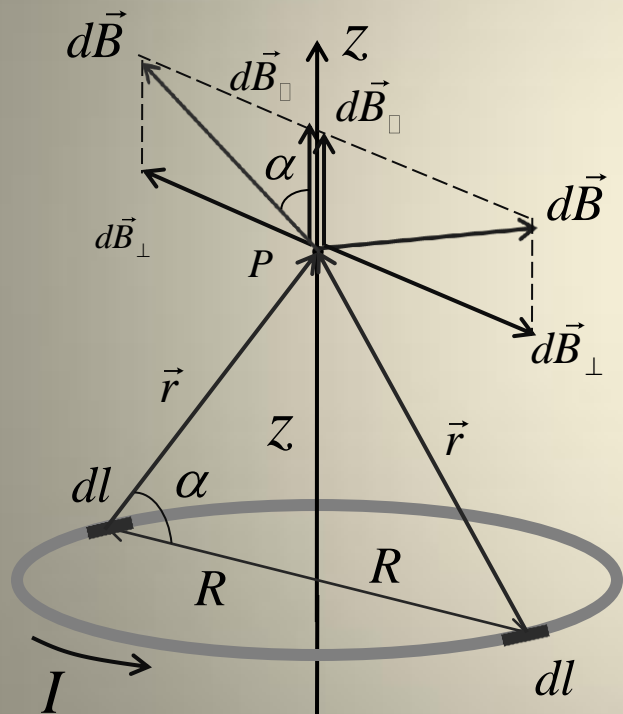
با رسم تعدادی از بردارهای میدان مغناطیسی
در اطراف یک سیم بلند نتیجه می گیریم که
خطوط میدان مغناطیسی اطراف آن به صورت
دایره های هم مرکز می باشند.



اگر انگشت شست دست راست در جهت
جریان باشد جهت خم شدن انگشتان، جهت
میدان را نشان می دهد.

مثال: میدان مغناطیسی حاصل از یک حلقه جریان را روی محور حلقه بیابید.

پاسخ:



$$B = \int dB_{\parallel}$$

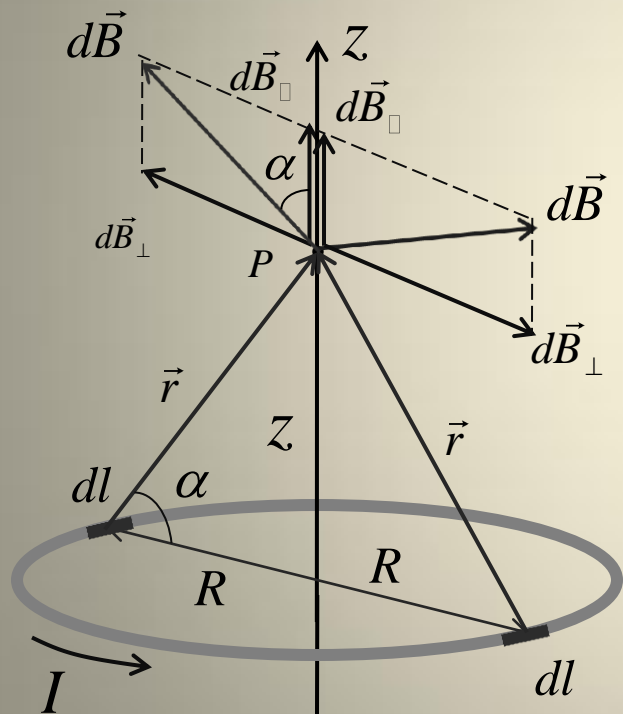
$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{Idl \sin \alpha}{r^2} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{Idl}{r^2}$$

$$dB_{\parallel} = dB \cos \alpha = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{Idl}{r^2} \left(\frac{R}{r} \right)$$

$$dB_{\parallel} = \frac{\mu_0 IR}{4\pi} \frac{dl}{(R^2 + z^2)^{3/2}}$$

مثال: میدان مغناطیسی حاصل از یک حلقه جریان را روی محور حلقه بیابید.

پاسخ:



$$dB_{\parallel} = \frac{\mu_0 I R}{4\pi} \frac{dl}{(R^2 + z^2)^{3/2}}$$

$$B = \frac{\mu_0 I R}{4\pi (R^2 + z^2)^{3/2}} \int dl = \frac{\mu_0 I R (2\pi R)}{4\pi (R^2 + z^2)^{3/2}}$$

$$B = \frac{\mu_0 I R^2}{2(R^2 + z^2)^{3/2}}$$

میدان در مرکز حلقه جریان ($z = 0$):

$$B = \frac{\mu_0 I R^2}{2(R^2 + z^2)^{3/2}} \xrightarrow{z=0} B = \frac{\mu_0 I}{2R}$$

اگر حلقه دارای N دور سیم باشد:

$$B = N \frac{\mu_0 I R^2}{2(R^2 + z^2)^{3/2}}$$

در فواصل دور ($z \gg R$) داریم: $R^2 + z^2 \cong z^2$ لذا:

$$B = N \frac{\mu_0 I R^2}{2z^3} = \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{NI (\pi R^2)}{z^3} = \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{\mu}{z^3}$$

مثال: ذره ای به جرم m و بار q روی مداری دایره ای عمود بر میدان خارجی B در حرکت است. میدان مغناطیسی ناشی از حرکت بار، در مرکز مسیر دایره ای را بیاید.

پاسخ: حرکت بارهای الکتریکی نوعی جریان ایجاد می کند.

که T در اینجا دوره چرخش بار الکتریکی است.

$$I = \frac{q}{T}$$

$$T = \frac{2\pi m}{qB}$$

$$I = \frac{q^2 B}{2\pi m} \rightarrow B = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{q^2 B}{mR}$$

در نتیجه:

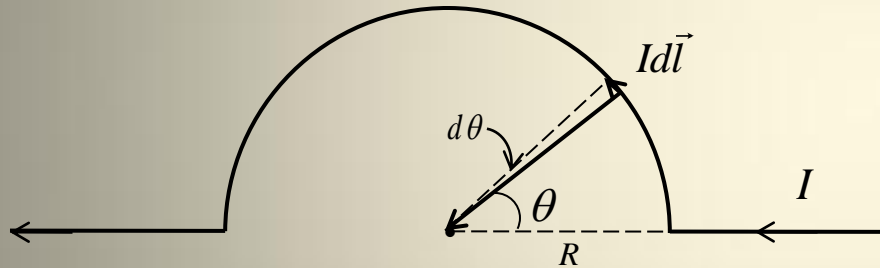
مثال: میدان مغناطیسی در مرکز نیم حلقه جریان به شکل زیر را بیابید.

پاسخ: $r = R$

$$Id\vec{l} \times \vec{r} = IRdl$$

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{Id\vec{l} \times \vec{r}}{r^3} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{dl}{R^2}$$

$$B = \int dB = \frac{\mu_0 I}{4\pi R^2} \int_{\pi R} dl = \frac{\mu_0 I}{4R}$$



نکته: میدان ناشی از سیم های مستقیم در نقاطی که در امتداد سیم قرار دارند صفر است.

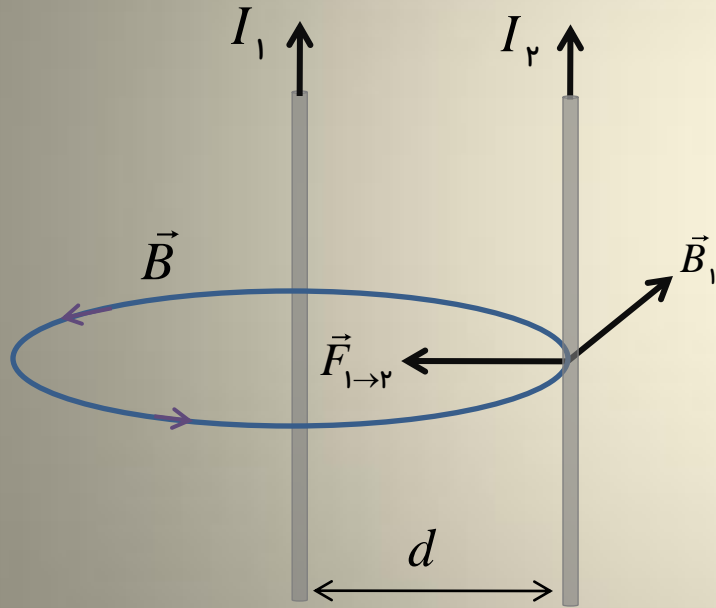
بخش دوم:

میدان مغناطیسی سیم های

موازی

نیروی میان سیم های موازی

اگر دو سیم حامل جریان، موازی باشند
سیم ۲ در میدان مغناطیسی ناشی از سیم ۱
قرار دارد.



$$F_{1 \rightarrow 2} = I_2 \vec{l}_2 \times \vec{B}_1 = I_2 l_2 B_1$$

$$B_1 = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi d}$$

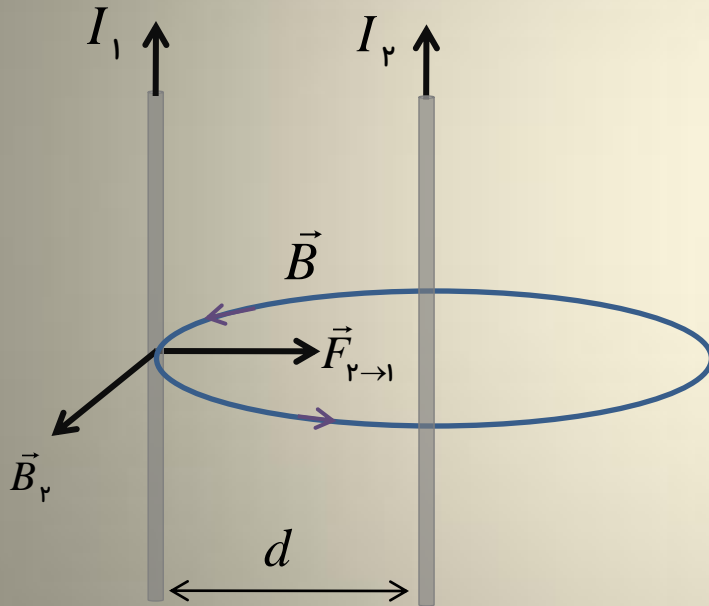
$$F_{1 \rightarrow 2} = \frac{\mu_0 I_1 I_2 l_2}{2\pi d}$$

نیروی میان سیم های موازی

با استدلال مشابه می توان نشان داد:

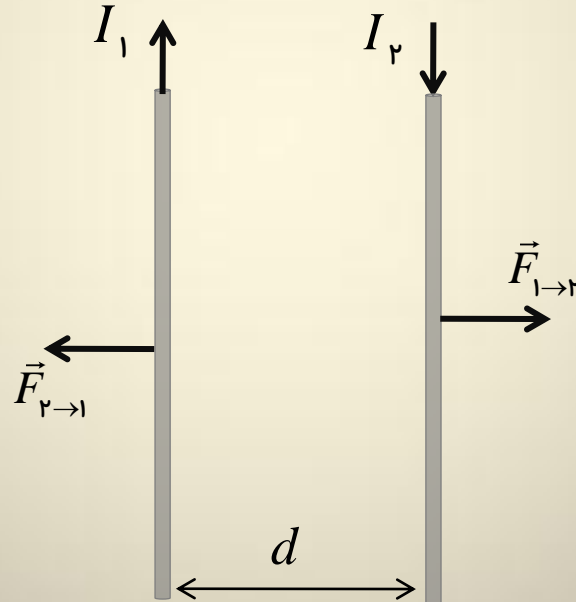
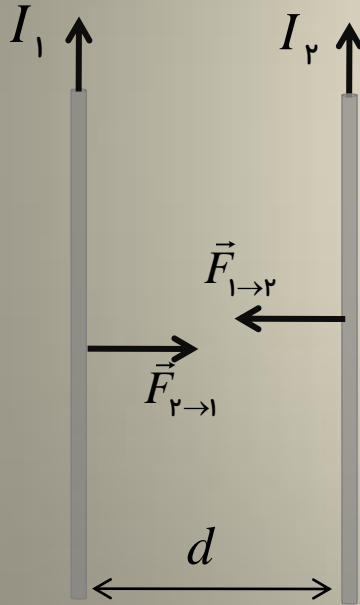
$$F_{2 \rightarrow 1} = \frac{\mu_0 I_1 I_2 l_1}{2\pi d}$$

اگر طول دو سیم موازی برابر باشد نیروهایی که سیم ها به هم وارد می کنند برابر می باشند.



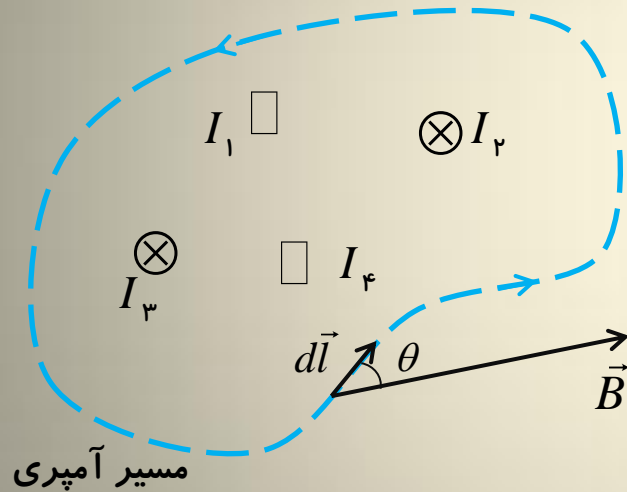
نیروی میان سیم های موازی

اگر جریان در سیم ها همسو باشند نیرو جاذبه و اگر در خلاف جهت هم باشند نیرو دافعه خواهد بود.



قانون آمپر

قانون آمپر در مغناطیس چیزی شبیه قانون گاوس در الکتروستاتیک است.



$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I$$

$d\vec{l}$ عنصر طول در امتداد مسیر آمپری

\vec{B} میدان مغناطیسی روی مسیر آمپری

I جریان خالص گذرنده از مسیر آمپری

نکته های مربوط به قانون آمپر

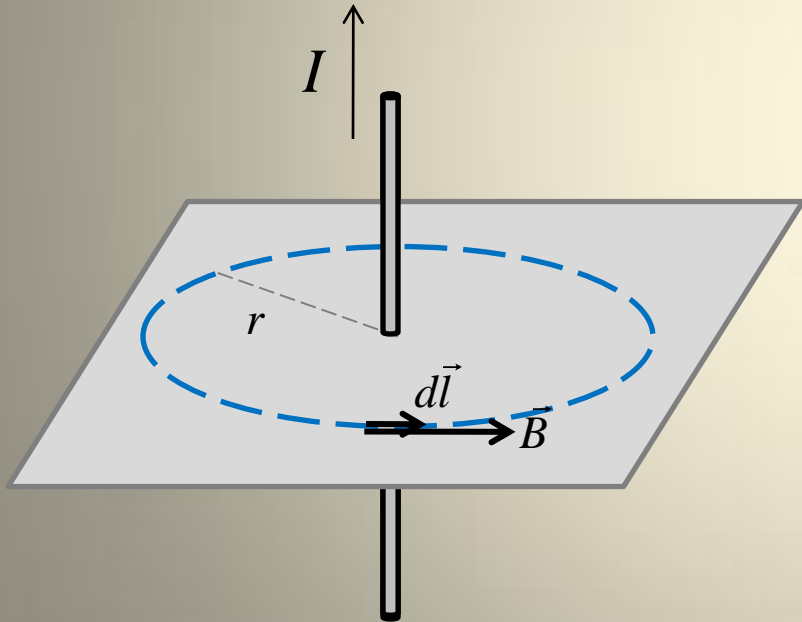
(۱) قانون آمپر برای جریان های پایا و مواد غیر مغناطیسی برقرار است.

(۲) لازم نیست جریان عبوری، جریان گذرنده از یک سیم باشد بلکه باریکه ای از ذرات نیز می توانند مولد جریان باشند.

(۳) برای حل انتگرال، مساله باید به حد کافی تقارن داشته باشد تا بتوان آن را به سادگی حل کرد. مسیر آمپری را طوری در نظر می گیریم که خطوط میدان مغناطیسی عمود بر آن یا در امتداد آن باشد.

میدان ناشی از سیم مستقیم حامل جریان

مسیر آمپری را به صورت دایره ای به مرکزیت سیم در نظر می گیریم.

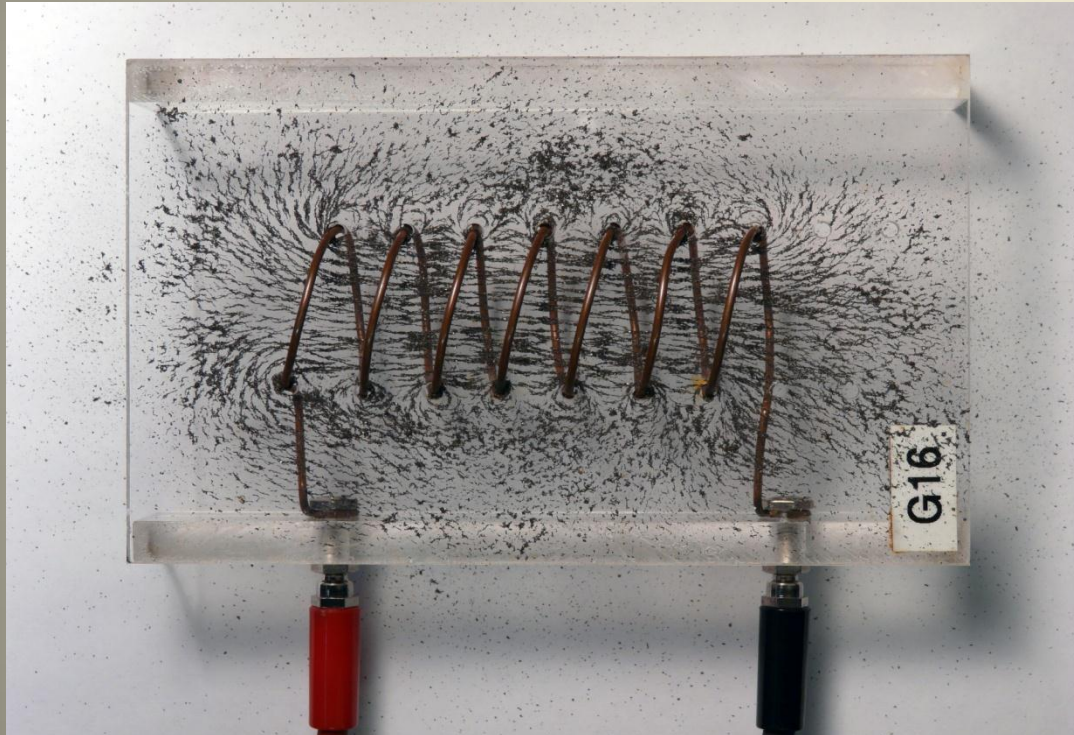


$$\vec{B} \cdot d\vec{l} = B dl \cos 0^\circ = B dl$$

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \oint B dl = B \oint dl = \mu_0 I$$

$$B (2\pi r) = \mu_0 I \quad \Rightarrow \quad B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$

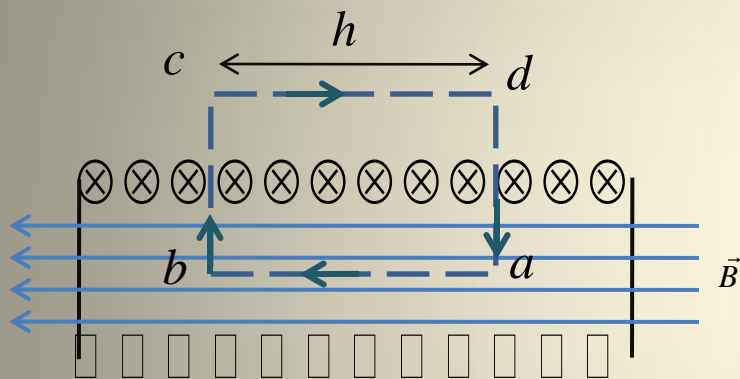
سیملوله و میدان مغناطیسی ناشی از آن



میدان مغناطیسی در خارج از
سیملوله بلند ایده آل تقریباً
صفر و در داخل آن تقریباً
یکنواخت است.

سیملوله و میدان مغناطیسی ناشی از آن

مسیر آمپری را به صورت زیر در نظر می گیریم.

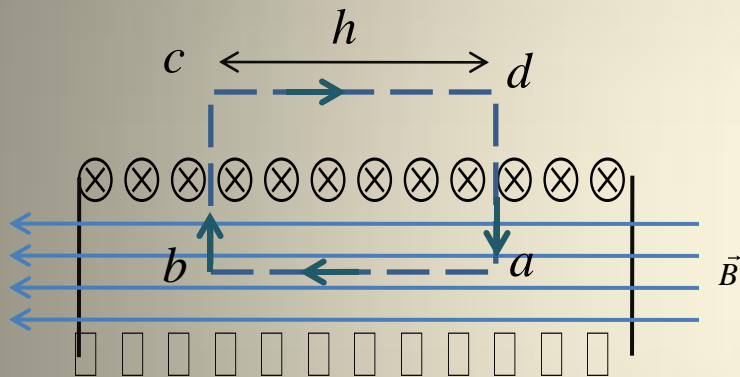


$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \int_a^b \vec{B} \cdot d\vec{l} + \int_b^c \vec{B} \cdot d\vec{l} + \int_c^d \vec{B} \cdot d\vec{l} + \int_d^a \vec{B} \cdot d\vec{l}$$

انتگرال های دوم و چهارم صفر هستند چون میدان بر مسیر آمپری عمود است. انتگرال

سوم صفر است چون میدان در خارج سیملوله صفر است.

سیملوله و میدان مغناطیسی ناشی از آن



$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \int_a^b \vec{B} \cdot d\vec{l} = \int_a^b B dl = \mu_0 I'$$

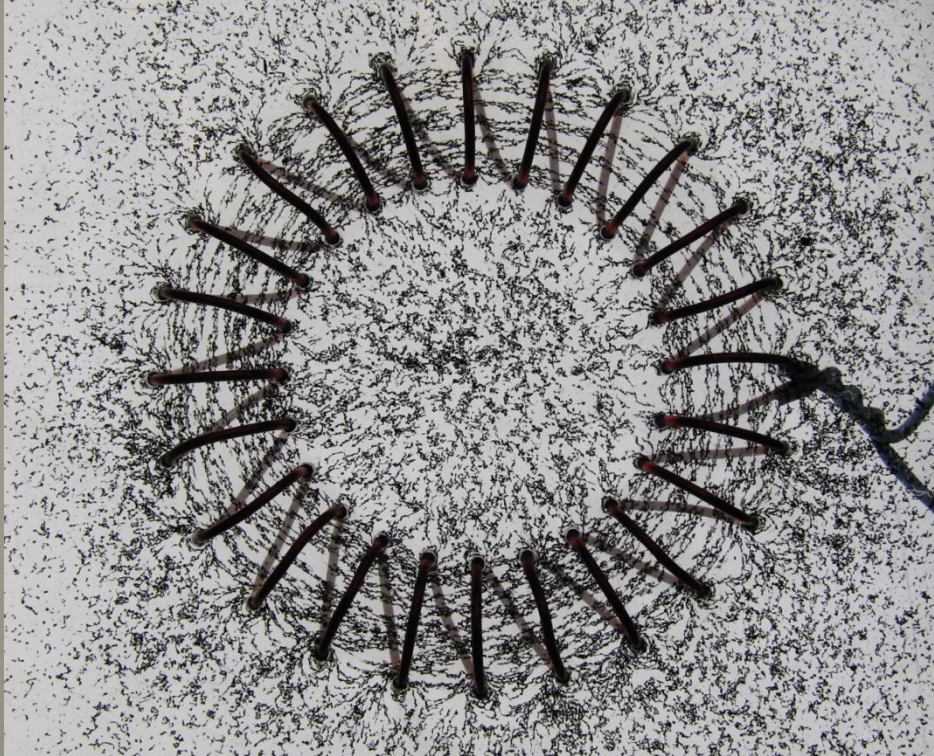
$$B \int_a^b dl = Bh = \mu_0 I'$$

اگر N سیم در مسیر آمپری وجود داشته باشد:

$$I' = NI \Rightarrow Bh = \mu_0 NI \Rightarrow B = \mu_0 \frac{N}{h} I = \mu_0 n I$$

n تعداد سیم در واحد طول

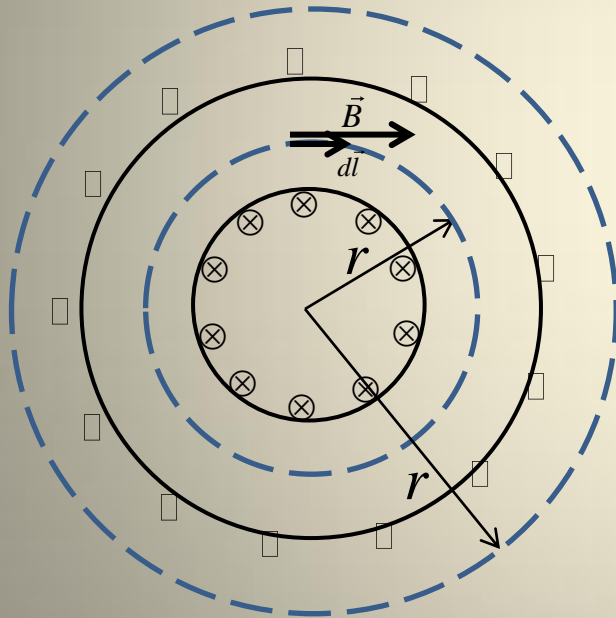
چنبره و میدان مغناطیسی ناشی از آن



میدان در داخل چنبره به صورت
دایره های هم مرکز می باشد.

چنبره و میدان مغناطیسی ناشی از آن

فرض کنیم چنبره دارای N دور سیم است. مسیر آمپری را دایره ای به شعاع r در نظر می گیریم.



$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I' \Rightarrow B (2\pi r) = \mu_0 I'$$

$$I' = NI \Rightarrow B = \frac{\mu_0 NI}{2\pi r}$$

برای نواحی خارج از چنبره، جریان کل عبوری از مسیر آمپری صفر است.

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = 0 \Rightarrow B = 0$$