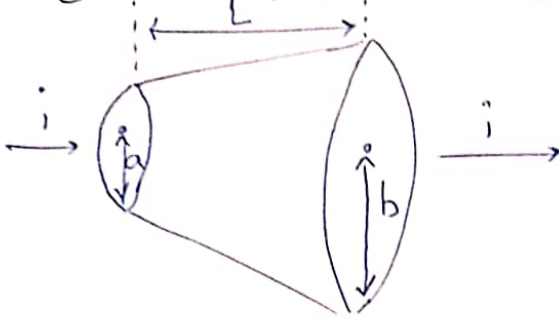
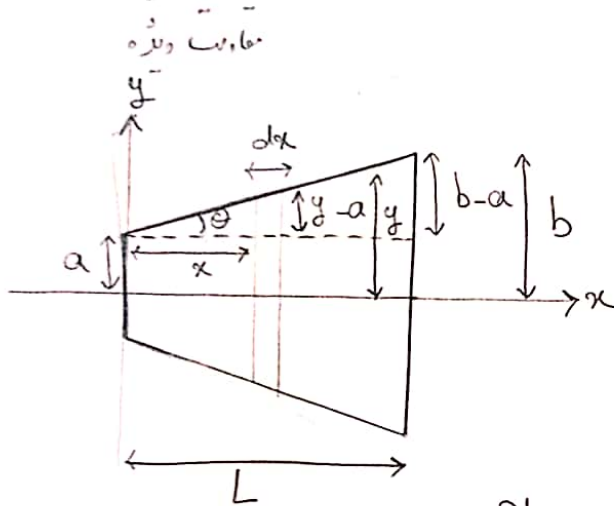


فصل ۲: فیزیک : فصل جریان و مقاومت الکتریکی

① در شکل زیر، جریان در مخروط ناقصی با مقطع برای دایره و مقاومت درونی  $\rho = 731 \Omega \cdot m$  برقرار شده است. شعاع سمت چپ آن  $a = 2mm$  و شعاع سمت راست آن  $b = 2.3mm$  و طول آن  $L = 1.94cm$  است. فرض کنید چگالی جریان در هر مقطع یکسان باشد. طول این مخروط و یکناخت باشد. مقاومت مخروط چقدر است؟



یادداشت :  $R = \rho \frac{L}{A} \rightarrow dR = \rho \frac{dx}{A} = \rho \frac{dx}{\pi y^2}$   
 ↓  
 مقاومت → مقطع سطح →  $\pi r^2 \rightarrow \pi y^2$



$$\begin{aligned} \tan \theta &= \frac{y-a}{x} \rightarrow y-a = x \tan \theta \\ \rightarrow dy &= dx \tan \theta \rightarrow dx = \frac{dy}{\tan \theta} \end{aligned} \quad \left. \begin{aligned} \tan \theta &= \frac{b-a}{L} \end{aligned} \right\} = \gamma$$

$$dx = \frac{L dy}{b-a}$$

$$\begin{aligned} \rightarrow dR &= \rho \cdot \frac{1}{\pi y^2} \frac{L dy}{b-a} = \frac{\rho L}{\pi(b-a)} \frac{dy}{y^2} \rightarrow R = \frac{\rho L}{\pi(b-a)} \int_a^b \frac{dy}{y^2} \\ \rightarrow R &= \frac{\rho L}{\pi(b-a)} \left( \frac{1}{a} - \frac{1}{b} \right) = 9.11 \times 10^{-5} \Omega \end{aligned}$$

$$\rho = 731 \Omega \cdot m$$

$$a = 2mm$$

$$b = 2.3mm$$

$$L = 1.94cm$$

② جریان عبور از سیم به شعاع  $R = 3.4 \text{ mm}$  محسوب است. در صورتی که توزیع چگالی جریان با الف)  $J_a = \frac{J_0 r}{R}$  (ب)  $J_b = J_0 \left(1 - \frac{r}{R}\right)$  داده شده که در آن  $r$  فاصله از شافت و  $J_0 = 5.5 \times 10^4 \text{ A/m}^2$  است. ب) چه عاملی چگالی جریان را در نزدیکی سطح بیشینه می‌کند؟

جایگزین:  $R = 3.4 \text{ mm}$   
 $J_0 = 5.5 \times 10^4 \text{ A/m}^2$

الف)  $J_a = \frac{J_0 r}{R}$  → سطح مقطع  
 ب)  $J_b = J_0 \left(1 - \frac{r}{R}\right)$  → سطح مقطع

$A = \pi r^2 \rightarrow \pi r dr = dA$

الف)  $i = \int J(\pi r) dr = \int \frac{J_0 r}{R} \cdot \pi r dr = \frac{\pi J_0}{R} \int_0^R r^2 dr = \frac{\pi J_0}{R} \cdot \frac{R^3}{3} = \frac{\pi J_0 R^2}{3}$

→  $i = 1.33 \text{ A}$

ب)  $i = \int J(\pi r) dr = \int J_0 \left(1 - \frac{r}{R}\right) \cdot \pi r dr = \pi J_0 \left\{ \int_0^R r dr - \frac{1}{R} \int_0^R r^2 dr \right\} = \pi J_0 R^2 \left( \frac{1}{2} - \frac{1}{6} \right) = \frac{1}{3} \pi J_0 R^2$

→  $i = 0.47 \text{ A}$

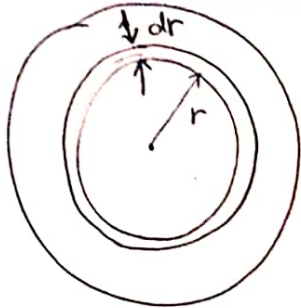
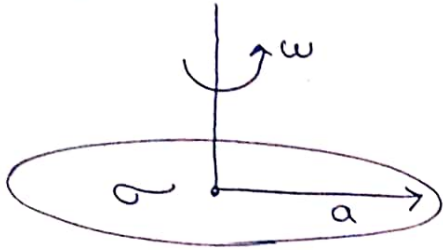
$J_b = J_0 \left(1 - \frac{r}{R}\right) \rightarrow \frac{r}{R} \downarrow \rightarrow J_b \uparrow$   
 $r \downarrow \rightarrow \frac{r}{R} \downarrow \rightarrow$  نزدیک مرکز سیم سطح مقطع

ب) در نزدیکی سطح مقطع سیم  $J_b$  افزایش (max) می‌یابد.

$J_a = J_0 \frac{r}{R} \rightarrow r \uparrow \rightarrow J_a \uparrow$   
 $r \uparrow \rightarrow \frac{r}{R} \uparrow \rightarrow$  نزدیک سطح سیم

در نزدیکی سطح سیم  $J_a$  افزایش (max) می‌یابد.

(۳) یک تریس با پهنای  $a$  و چگالی بار سطحی یکنواخت  $\sigma$  (C/m<sup>2</sup>) را در نظر بگیرید. به با سرعت زاویه‌ای  $\omega$  حول محور قائمی که از مرکز آن می‌گذرد در گردش است. شدت جریان گذرنده از صفحه‌ای که عمود بر صفحه‌ی تریس است چقدر است؟



یادداشت:  $\sigma = \frac{q}{A} \rightarrow q = \sigma A \rightarrow dq = \sigma dA = \sigma r dr d\theta$

$I_r \leftarrow$  جریان ناشی از حلقه‌ای به شعاع  $r$  و ضخامت  $dr$

$$I = \frac{q}{t} \rightarrow I_r = \frac{dq}{dt}$$

برای حلقه‌ی جریان به حرکت درآید، باید قوه‌ی زاویه‌ای  $\omega$  بازماند تغییر می‌کند.

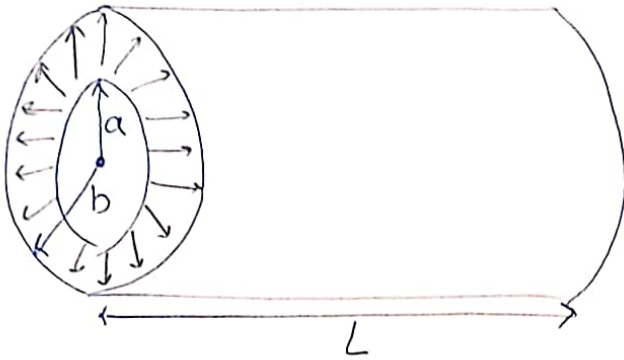
$$I_r = \frac{dq}{dt} = \frac{\sigma r dr d\theta}{dt} = \sigma \omega r dr$$

$$I = \sum_{\theta} I_r \rightarrow I_T = \int_0^a \sigma \omega r dr = \sigma \omega \int_0^a r dr = \frac{1}{2} \sigma \omega a^2$$

$\Sigma \rightarrow \int$ : برای تعداد زیادی المان.



(۴) گویا استوانه‌ای به طول  $L$  و شعاع داخلی  $a$  و شعاع خارجی  $b$  با مقاومت ویژه  $\rho$  در نظر بگیرید. در صورتی که جریان به صورت شعاعی از سطح داخلی به طرف سطح خارجی در حرکت باشد، نشان دهید معادست از رابطه‌ی زیر بدست می‌آید:  $R = \frac{\rho}{2\pi L} \ln\left(\frac{b}{a}\right)$



پاسخ :  $v(a) - v(b)$   
 $C = \frac{Q}{V}$  : شبه خازن است  
 $\vec{E} = \frac{Q}{2\pi\epsilon_0 r^2} \hat{r}$  : برداری

$$\Delta V = - \int_b^a \vec{E} \cdot d\vec{l} \quad d\vec{l} = dr \hat{r}$$

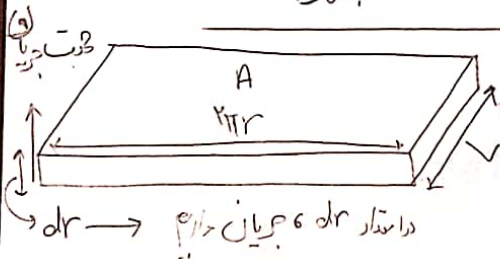
استوانه‌ای :  $\oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{Q}{\epsilon_0} \rightarrow E(2\pi r L) = \frac{Q}{\epsilon_0} \rightarrow \vec{E} = \frac{Q}{2\pi L r \epsilon_0} \hat{r}$

$$\rightarrow v(a) - v(b) = - \int_b^a \frac{1}{2\pi\epsilon_0 L} \frac{Q}{r} \hat{r} \cdot dr \hat{r} = \frac{Q}{2\pi\epsilon_0 L} \int_b^a \frac{dr}{r} = \frac{Q}{2\pi\epsilon_0 L} \ln\left(\frac{b}{a}\right)$$

$$\Delta V = \frac{Q}{2\pi\epsilon_0 L} \ln\left(\frac{b}{a}\right) \rightarrow C = \frac{2\pi\epsilon_0 L}{\ln\left(\frac{b}{a}\right)}$$

$$R = \frac{\rho L}{A} \quad C = \epsilon_0 \frac{A}{L} \Rightarrow \frac{R}{C} = \frac{\rho}{\epsilon_0} \Rightarrow R = \frac{\rho}{\epsilon_0} \cdot \frac{\ln\left(\frac{b}{a}\right)}{2\pi\epsilon_0 L} = \frac{\rho}{2\pi L} \ln\left(\frac{b}{a}\right)$$

لحظه راه بالا غلط است، چون در  $C = \epsilon_0 \frac{A}{L}$   $L$  فاصله بین صفحات خازن و در  $R = \frac{\rho L}{A}$   $L$  طول استوانه می‌باشد. راه بالا می‌توانست مشکلی نداشته باشد ولی این درستی فاصله بین صفحات خازن و طول استوانه می‌باشد.



این از استوانه

$$R = \frac{\rho L'}{A}$$

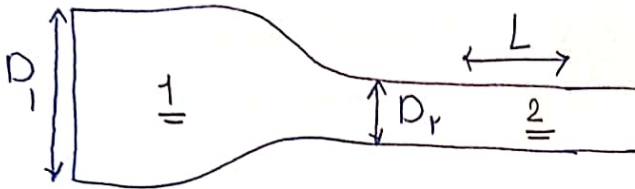
$$L' = \int_a^b dr$$

$$A = 2\pi r L$$

$$\rightarrow R = \int_a^b \frac{\rho dr}{2\pi r L} = \frac{\rho}{2\pi L} \int_a^b \frac{dr}{r} = \frac{\rho}{2\pi L} \ln\left(\frac{b}{a}\right)$$

$$R = \frac{\rho}{2\pi L} \ln\left(\frac{b}{a}\right)$$

۵) شکل زیر سیلیسی شامل ۲ بخش را نشان می‌دهد که بخش ۱ با قطر  $D_1 = 4R$  و از طریق ناحیه‌ای به پهنای  $2R$  می‌رسد به بخش ۲ با قطر  $D_2 = 2R$  متصل شده است. سپس سیم از سمت راست و جریان از آن می‌گذرد. فرض کنید این جریان به طور یکنواختی در سطح مقطع عرضی سیم توزیع شده است. تغییر پتانسیل الکتریکی  $V$  در طول  $L = 2m$  نشان داده شده از بخش ۲ برای  $10 \mu V$  است. مقدار حامل‌ها بار بر واحد حجم  $\frac{1}{3} \times 10^{28} m^{-3}$  است. تندی سون الکتریکی رسانش بخش ۱ چقدر است؟



$D_1 = 4R$      $L = 2m \rightarrow V = 10 \mu V$      $\rho = 1.49 \times 10^{-8} \Omega \cdot m$     جابجایی  
 $D_2 = 2R$      $n = 1.49 \times 10^{28} \frac{1}{m^3} \rightarrow v_{\text{اد}}$     مقاومت ویژه  
 برای بخش ۱

جریان دو بخش یکسان است:  $i_1 = i_2 \rightarrow J_1 A_1 = J_2 A_2 \rightarrow J_1 (\pi R_1^2) = J_2 (\pi R_2^2)$   
 $\rightarrow \frac{J_1}{J_2} = \frac{R_2^2}{R_1^2} \rightarrow J_1 = \left(\frac{R_2}{R_1}\right)^2 J_2 \rightarrow J_1 = \left(\frac{R_2}{R_1}\right)^2 \left(\frac{E_2}{\rho}\right)$

$v_p = E_r L$  : برای قسمت ۲

$J = (ne) v_{\text{اد}}$  : برای سیم

$i = \frac{V}{R}$   
 $i = JA$   
 $R = \frac{\rho L}{A}$   
 $V = EL$

$JA = \frac{EL}{\frac{\rho L}{A}} \rightarrow J = \frac{E}{\rho}$   
 $J = \frac{v}{\rho L}$

$v_{\text{اد}} = \frac{J_1}{ne} = \left(\frac{R_2}{R_1}\right)^2 \left(\frac{V_p}{\rho L}\right) \left(\frac{1}{ne}\right) = 5.44 \times 10^{-4} m/s$

$D_1 = 4R \rightarrow R_1 = 2R$

$D_2 = 2R \rightarrow R_2 = R$

$V_p = 10 \mu V$

$\rho = 1.49 \times 10^{-8} \Omega \cdot m$

$L = 2m$

$n = 1.49 \times 10^{28} \frac{1}{m^3}$

$e = 1.6 \times 10^{-19} C$