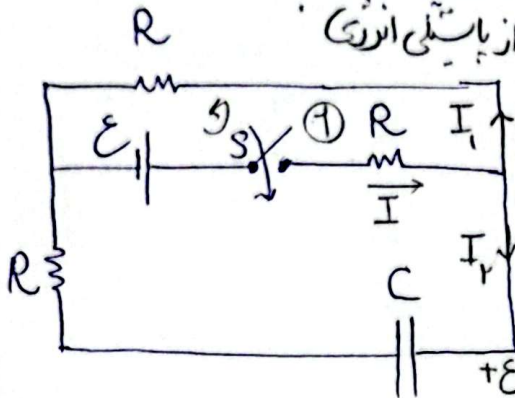


ب) بعد از مدت زمانی طولانی ($t \rightarrow \infty$) انرژی ذخیره شده در خازن چقدر است؟
چنانچه از پتانسیل انرژی



۱- مایه‌های حلّه: محبوس‌السرّات (احداف) بیاضی‌های درونِ حلّه = ۰

- فاکتور مقاومت : $\left\{ \begin{array}{l} \textcircled{1} \text{ اثر مقاومتی در جهت خالی می شود.} \\ \text{تفسیر سائل} = -IR \end{array} \right.$

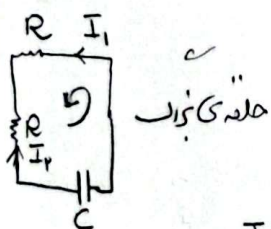
$+iR =$ " : " خلاف " (2)

- قانون cm^2 : اگر در جهت نیروی محرکه یا الکتروموتیو حرکت لیتم به نفس سبیل =

(۲) مختلف ← " = -ε

- قانون الشعاب (لر): $\sum \text{تجمع جریان های ورودی} = \sum \text{تجمع جریان های خروجی از آن الشعاب}$
 رانسی از بابی بار

$$\textcircled{1} \text{C}_{\text{node}} \Rightarrow \mathcal{E} - \underbrace{IR - I_1 R}_{-R(I+I_1)} = 0 \rightarrow \mathcal{E} = R(I+I_1) \rightarrow \boxed{\frac{\mathcal{E}}{R} - I_1 = I} \textcircled{1}$$



۱۔ صق قانون الثاب ہے عریان خودی

از خط اول $I_1 + I_2$ جریان فردی از 1 ہے I_1

پس جریان جریان خودی از 2 ← 1

$$-I_1 R + I_1 R + \frac{q}{C} = 0 \rightarrow I_1 = I_1 + \frac{q}{RC} \rightarrow I_1 = \frac{dq}{dt} + \frac{q}{RC} \quad (1)$$

$$\left. \begin{aligned} I &= I_1 + I_r \\ I_r &= \frac{dq}{dt} \end{aligned} \right\} \rightarrow \boxed{I = I_1 + \frac{dq}{dt}} \quad (13)$$

$$\begin{aligned} \textcircled{1}, \textcircled{2} \rightarrow I &= \frac{dq}{dt} + \frac{dq}{dt} + \frac{q}{RC} = \frac{2dq}{dt} + \frac{q}{RC} \\ \textcircled{1}, \textcircled{2} \rightarrow I &= \frac{\varepsilon}{R} - \frac{dq}{dt} - \frac{q}{RC} \end{aligned} \quad \left. \vphantom{\begin{aligned} \textcircled{1}, \textcircled{2} \rightarrow I &= \frac{dq}{dt} + \frac{dq}{dt} + \frac{q}{RC} \\ \textcircled{1}, \textcircled{2} \rightarrow I &= \frac{\varepsilon}{R} - \frac{dq}{dt} - \frac{q}{RC} \end{aligned}} \right\} \rightarrow \frac{dq}{dt} + \frac{q}{RC} = - \left(\frac{dq}{dt} + \frac{q}{RC} \right) \frac{\varepsilon}{R}$$

$$\rightarrow \frac{dq}{dt} + \frac{q}{RC} = \frac{\varepsilon}{R} \rightarrow \frac{dq}{dt} + \frac{1}{RC} q = \frac{\varepsilon}{R}$$

ادانہ صلی (در)

$$(1) \rightarrow \frac{dq}{dt} + \frac{r}{RC} q = \frac{E}{RC}$$

معادله دیفرانسیل
مرتبه اول
 $\Rightarrow y' + p(x)y = q(x)$

$$\mu(x) = e^{\int p(x) dx}$$

$$\int \mu(x) q(x) dx$$

1) ابتدا $q(x)$ را مشخص می‌کنیم
2) از $p(x)$ انتگرال می‌گیریم.

3) $\mu(x)$ را به کمک رابطه روی دست می‌آوریم
4) $\mu(x)$ را به $q(x)$ ضرب می‌کنیم و از آن انتگرال می‌گیریم
5) به کمک فرمول زیر جواب معادله دیفرانسیل را حساب می‌کنیم:

$$y = \frac{1}{\mu(x)} \left\{ \int \mu(x) q(x) dx + C_0 \right\}$$

$$y = q \quad p(t) = \frac{r}{RC}$$

$$x = t \quad q(t) = \frac{E}{RC}$$

$$\mu(t) = e^{\int \frac{r}{RC} dt} = e^{\frac{rt}{RC}}$$

$$\int e^{\frac{rt}{RC}} \cdot \frac{E}{RC} dt = \frac{E}{RC} \int e^{\frac{rt}{RC}} dt$$

$$\frac{r}{RC} t = u \rightarrow \frac{r}{RC} dt = du \rightarrow dt = \frac{RC}{r} du$$

$$\rightarrow \int e^{\frac{rt}{RC}} dt = \int e^u \left(\frac{RC}{r} \right) du = \frac{RC}{r} e^u$$

$$\rightarrow q = e^{-\frac{rt}{RC}} \left(\frac{E RC}{RC r} e^{\frac{rt}{RC}} + C_0 \right) \rightarrow q = \frac{EC}{r} + C_0 e^{-\frac{rt}{RC}}$$

$$t = 0 \rightarrow q = 0 \Rightarrow \frac{EC}{r} + C_0 = 0 \rightarrow C_0 = -\frac{EC}{r}$$

خوشگذاشته است این را
بدون بد

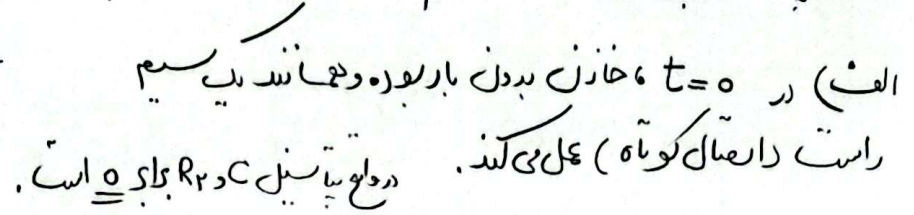
$$\rightarrow q = \frac{EC}{r} \left(1 - e^{-\frac{rt}{RC}} \right)$$

$$t \rightarrow \infty \Rightarrow q(\infty) = \frac{EC}{r}$$

$$U = \frac{1}{r} \frac{q^2}{C} \rightarrow U(\infty) = \frac{EC}{r}$$

(ج)

(الف) در $t=0$ و $t=\infty$ جریان I چقدر است؟
 (ب) تابع زمانی ولتاژ V سرخ زن را بدست آورید.
 (ج) رجه زمانی جریان I زن $\frac{1}{4}$ مقدار اولیه اش می شود؟



در $t = 0$ ، خانین کاملاً آشفته و بصورت مدار باز عمل می کند. یعنی همی پانی از ح عبور نمی کند.

(ب) - جریان در دوی به حلقه‌ی شل R_2 و C
 برای با جریان خودی از حلقه " "
 " "
 " "

→ برای با یاتیل کل حلقه‌ی شل R_2 و C است →

$I = R_1$ کیلے درج ذیل ہے۔

$$I = I_1 + I_r \rightarrow I = \frac{dq}{dt} + I_r \quad (3)$$

$$\frac{dq}{dt} + q \left(\frac{1}{R_1 C} + \frac{1}{R_2 C} \right) = \frac{\varepsilon}{R_1} \rightarrow \begin{cases} p(t) = \frac{1}{R_1 C} + \frac{1}{R_2 C} = \frac{(R_1 + R_2)}{R_1 R_2 C} \\ q(t) = \frac{\varepsilon}{R_1} \end{cases} \quad \text{يا سغ معادله ديڤا سئال}$$

$$\int \mu(t) q(t) dt = \int e^{\frac{R_1 + R_Y}{R_1 R_Y C} t} \cdot \frac{\varepsilon}{R_1} dt =$$

$$\leftarrow \frac{R_1 R_Y C}{R_1 + R_Y} \cdot \frac{\varepsilon}{R_1} \cdot e^{\frac{R_1 + R_Y}{R_1 R_Y C} t}$$

$$q = e^{-\left(\frac{R_1+R_f}{R_1 R_f C}\right)t} \left(\frac{\epsilon R_f C}{R_1+R_f} e^{\frac{R_1+R_f}{R_1 R_f C}t} + C_0 \right)$$

$$t=0 \rightarrow q=0 \rightarrow C_0 = \frac{-\epsilon R_f C}{R_1+R_f} \rightarrow q = \frac{\epsilon R_f C}{R_1+R_f} \left(1 - e^{-\left(\frac{R_1+R_f}{R_1 R_f C}\right)t} \right)$$

التي هي الجهد

$$V_c = \frac{q}{C} = \frac{\epsilon R_f}{R_1+R_f} \left(1 - e^{-\left(\frac{R_1+R_f}{R_1 R_f C}\right)t} \right)$$

$$I = \frac{dq}{dt} = \frac{-\epsilon R_f C}{R_1+R_f} \cdot \left(\frac{R_1+R_f}{R_1 R_f C} \right) e^{-\left(\frac{R_1+R_f}{R_1 R_f C}\right)t} = \frac{\epsilon}{R_1} e^{-\left(\frac{R_1+R_f}{R_1 R_f C}\right)t} \quad (2)$$

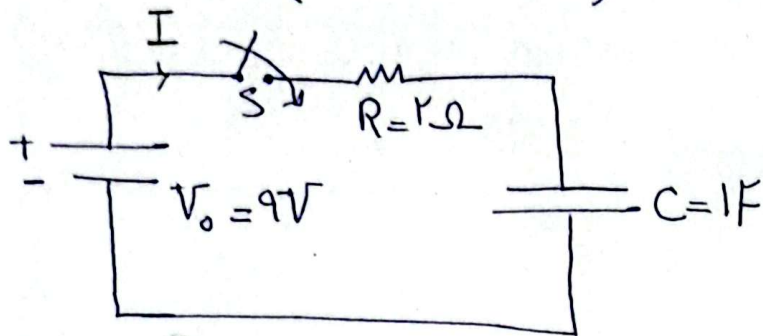
$$I(t=0) = \frac{\epsilon}{R_1} \quad I(t') = \frac{1}{K} I(t=0) \rightarrow$$

مقدار الجهد

$$\rightarrow \frac{\epsilon}{R_1} e^{-\left(\frac{R_1+R_f}{R_1 R_f C}\right)t'} = \frac{1}{K} \frac{\epsilon}{R_1} \rightarrow -\left(\frac{R_1+R_f}{R_1 R_f C}\right)t' = \ln\left(\frac{1}{K}\right) = \ln(K^{-1}) = -\ln(K)$$

$$\rightarrow t' = \frac{R_1 R_f C}{R_1+R_f} \cdot \ln(K)$$

۳) یک خازن با بار سکولان ($Q = 3C$) دارد مدارشکل مقابل قرار داده و سپس در $t=0$ کلید S را می‌بندیم. الف) بعد از $2s$ مقدار بار خازن را بدست آورید. ب) انرژی تلف شده در مقاومت را طی این $2s$ می‌سبب کنید. (بایستی $e \approx 3$)



$$V_0 - iR - V_C = 0 \rightarrow$$

$$V_0 - \frac{dq}{dt}(R) - \frac{q}{C} = 0 \rightarrow$$

$$\frac{dq}{dt} + \frac{q}{RC} = \frac{V_0}{R} \rightarrow$$

$$p(t) = \frac{1}{RC}$$

$$q(t) = \frac{V_0}{R} \int p(t) dt = \frac{V_0}{R} \int \frac{1}{RC} dt = e^{\frac{t}{RC}}$$

$$\mu(t) = e^{\frac{t}{RC}}$$

$$\int \mu(t) q(t) dt = \int e^{\frac{t}{RC}} \cdot \frac{V_0}{R} \cdot dt = \frac{V_0}{R} \cdot RC e^{\frac{t}{RC}} = V_0 C e^{\frac{t}{RC}}$$

$$q = e^{\frac{-t}{RC}} (V_0 C + C_0)$$

$$t=0 \rightarrow q = 3 \rightarrow V_0 C + C_0 = 3 \rightarrow C_0 = 3 - V_0 C$$

$$\rightarrow q = V_0 C + e^{\frac{-t}{RC}} (3 - V_0 C) \left\{ \begin{array}{l} V_0 = 9V \\ C = 1F \\ R = 2\Omega \end{array} \right. \rightarrow q = 9 + e^{\frac{-t}{2}} (-4) \rightarrow q = 9 - 4e^{\frac{-t}{2}}$$

$$\text{الف) } t=2 \rightarrow q = 9 - \frac{4}{e}$$

$$\text{انرژی تلف شده در مقاومت در طی این 2s: } \int_0^2 i^2 R dt = \int_0^2 4 \cdot e^{\frac{-t}{2}} \cdot 2 \cdot dt = -18e^{\frac{-t}{2}} \Big|_0^2 = -18(e^{-1} - 1)$$

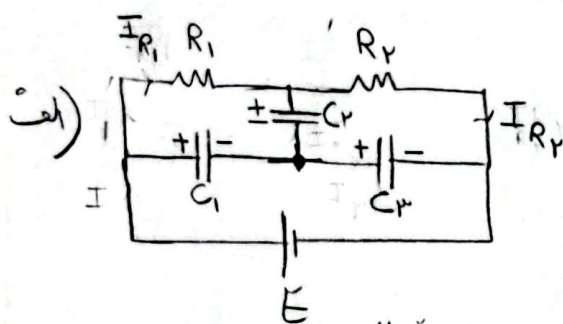
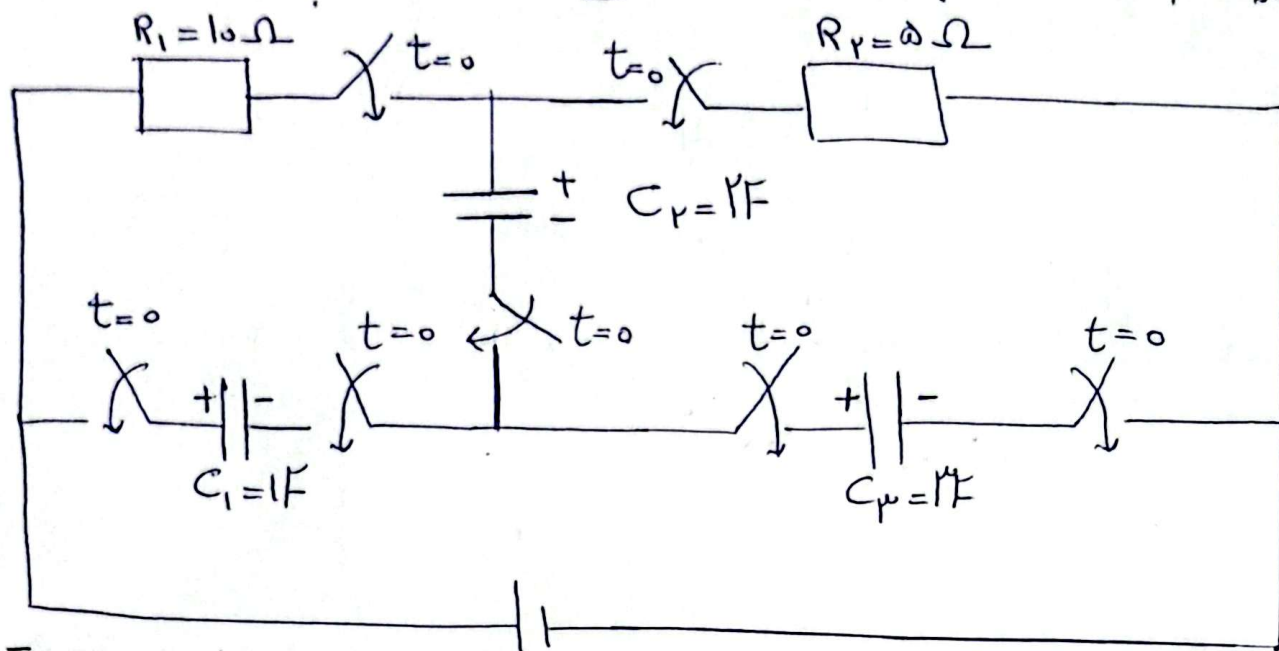
$$\rightarrow -18\left(\frac{1}{e} - 1\right) = -2 + 18 = 16J$$

$$i = \frac{dq}{dt} = 3e^{\frac{-t}{2}}$$

④ در سگونی در ابتدا خازن های $C_1 = 1\text{F}$ و $C_2 = 2\text{F}$ و $C_3 = 3\text{F}$ دارای بارهای $q_1 = 1\text{C}$ ، $q_2 = 2\text{C}$ و $q_3 = 3\text{C}$ بوده و همگی یکدیگر را میزنند. اگر همگی یکدیگر را از هم جدا کنیم در $t=0$ به ششون؛ مطلوب است:

الف) جریان گذرنده از مقاومت های R_1 و R_2 بلافاصله بعد از بسته شدن کلیدها

ب) این کلیدها به مدت طولانی بسته بمانند بار روی هر یک از خازن ها چه قدر خواهد شد؟



جهت پتانسیل خازن از \oplus به \ominus

$$E = 9\text{V}$$

$$-V_{R1} - V_{C2} + V_{C1} = 0 \rightarrow V_{R1} = V_{C1} - V_{C2}$$

$$-V_{R2} + V_{C2} + V_{C3} = 0 \rightarrow V_{R2} = V_{C2} + V_{C3}$$

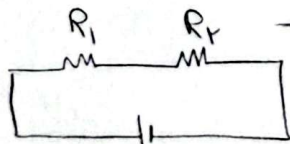
$$V_{C1}(t=0) = \frac{q_1}{C_1} = \frac{1}{1} = 1\text{V}$$

$$V_{C2}(t=0) = \frac{q_2}{C_2} = \frac{2}{2} = 1\text{V}$$

$$V_{C3}(t=0) = \frac{q_3}{C_3} = \frac{3}{3} = 1\text{V}$$

$$\rightarrow V_{R1} = 1 - 1 = 0 \rightarrow I_{R1} R_1 = V_{R1} \rightarrow I_{R1} = 0$$

$$V_{R2} = 1 + 1 = \frac{2}{1} = 2\text{V} \rightarrow I_{R2} R_2 = V_{R2} \rightarrow I_{R2} = \frac{2}{5} \text{A}$$



ب) در حالت پایدار هیچ جریانی از خازن ها عبور نمی کند ← خازن به صورت مدار باز عمل می کند

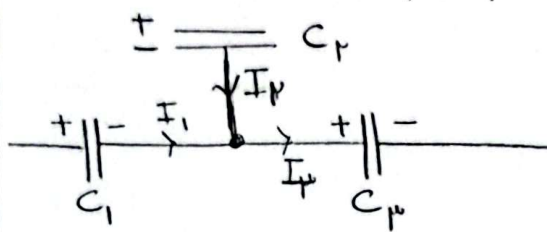
$$\begin{aligned} R_T &= R_1 + R_2 = 15\Omega \\ V_T &= V_1 + V_2 = E = 9\text{V} \\ I_T &= \frac{V_T}{R_T} = \frac{9}{15} = \frac{3}{5} \text{A} \\ I_1 &= I_T = I_2 = I_3 = I \\ V_1 &= \frac{E R_1}{R_1 + R_2} = \frac{9 \times 10}{15} = 6\text{V} \end{aligned}$$

$$V_{R1} = V_{C1} - V_{C2} \rightarrow V_{C2} = V_{C1} - 6$$

$$-V_{C1} - V_{C3} + E = 0 \rightarrow E = V_{C1} + V_{C3} \rightarrow V_{C3} = 9 - V_{C1}$$

$$\begin{cases} V'_{C_1} = V'_{C_1} - \gamma \\ V'_{C_3} = 9 - V'_{C_1} \end{cases} \rightarrow \text{قانون ولتاژ}$$

$$\begin{aligned} \text{قانون بقای بار} \rightarrow I_1 + I_2 = I_3 &\rightarrow I_1 + I_2 - I_3 = 0 \rightarrow I_1 + I_2 - I_3 = I'_1 + I'_2 - I'_3 \\ I'_1 + I'_2 = I'_3 &\rightarrow I'_1 + I'_2 - I'_3 = 0 \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} C_1 V'_1 + C_2 V'_2 - C_3 V'_3 &= C_1 V'_1 + C_2 V'_2 - C_3 V'_3 \\ 1 + 2 - 3 &= V'_1 + 2V'_2 - 3V'_3 \\ -\frac{\omega}{F} & \end{aligned}$$

جهت قراردادی جریان از بالا به پایین: \oplus به \ominus

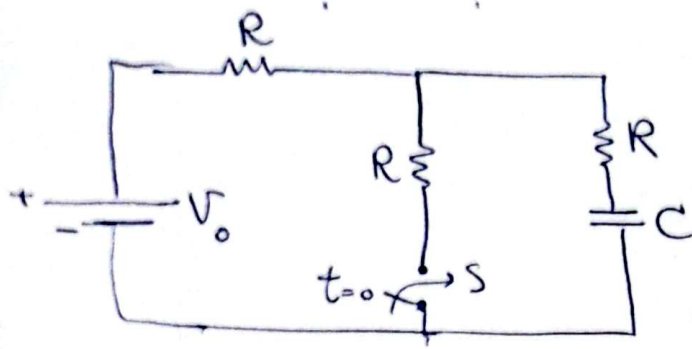
$$\begin{aligned} C_1 &= 1, V_1 = 1 \\ C_2 &= 2, V_2 = 1 \\ C_3 &= 3, V_3 = \frac{14}{9} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} V'_1 + 2V'_2 - 3V'_3 &= -\frac{\omega}{F} \\ V'_1 + 2(V'_1 - \gamma) - 3(9 - V'_1) &= V'_1 + 2V'_1 - 12 - 2V + 3V'_1 \\ \rightarrow 4V'_1 - 39 &= -\frac{\omega}{F} \rightarrow V'_1 = \frac{39 - \frac{\omega}{F}}{4} = \frac{112}{18} = \frac{56}{9} \end{aligned}$$

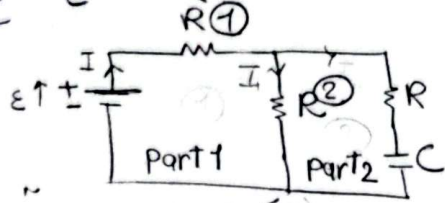
$$\begin{aligned} V'_2 &= \frac{56}{9} - \gamma = \frac{2}{9} \\ V'_3 &= 9 - \frac{56}{9} = \frac{25}{9} \end{aligned}$$

$$\left. \begin{aligned} Q'_1 &= C_1 V'_1 = (1) \left(\frac{56}{9} \right) = \frac{56}{9} \\ Q'_2 &= C_2 V'_2 = (2) \left(\frac{2}{9} \right) = \frac{4}{9} \\ Q'_3 &= C_3 V'_3 = (3) \left(\frac{25}{9} \right) = \frac{25}{3} \end{aligned} \right\}$$

۵ الف) در شکل زیر، ولتید V_0 به مدت طولانی بسته است. جریان در ولتاژها و ولتاژها را محاسبه کنید.
 ب) اگر در $t=0$ ولتید باز شود، ولتاژ و جریان ها را بر حسب زمان محاسبه کنید.
 ج) پس از باز شدن ولتید V_0 کل انرژی تلف شده در مقاومت ها چقدر است؟



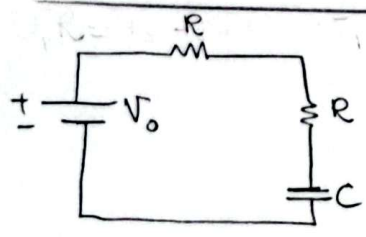
الف) در حالت پایا ($t \rightarrow \infty$)، هیچ جریانی از خازن ها عبور نمی کند (خازن به صورت مدار باز عمل می کند): $I_C = 0$



در حالت پایا چون جریانی از خازن ها عبور نمی کند، مدار به دو قسمت (Part 1 و Part 2) تقسیم می شود. ولتاژ در هر دو ولتاژ V_0 است. دو مقاومت R_1 و R_2 تقسیم می شود. ولتاژ هر خازن برابر با ولتاژ دوسر مقاومتی است که با آن موازی است.

Part 1 $\rightarrow V_0 - IR - IR = 0 \rightarrow V_0 = 2IR$
 R2 و ولتاژ $\rightarrow IR = V_C$

$V_C = \frac{1}{2} V_0$



$V_0 - IR - IR - \frac{q}{C} = 0$
 $V_C = \frac{q}{C} \rightarrow q = CV_C$
 $i_C = \frac{dq}{dt} = C \frac{dV_C}{dt}$

$\rightarrow V_0 - 2CR \left(\frac{dV_C}{dt} \right) - V_C = 0 \rightarrow$
(ب)

$$\frac{dV_C}{dt} + \frac{V_C}{2CR} = \frac{V_0}{2CR}$$

$\rightarrow P(t) = \frac{1}{2CR}$
 $q(t) = \frac{V_0}{2CR}$
 $\mu(t) = e^{\int P(t) dt} = e^{\frac{t}{2CR}}$
 $V_C = e^{-\frac{t}{2CR}} \left\{ \int e^{\frac{t}{2CR}} \cdot \frac{V_0}{2CR} dt + C_0 \right\}$

$\rightarrow V_C = V_0 + V_0 C_0 e^{-\frac{t}{2CR}}$
 $t \rightarrow 0^- \Rightarrow V_C = \frac{1}{2} V_0$
 $t \rightarrow 0 \Rightarrow V_C = V_0 + V_0 C_0$

$\rightarrow V_0 (1 + C_0) = \frac{1}{2} V_0 \rightarrow C_0 = -\frac{1}{2}$

$V_C = V_0 \left(1 - \frac{1}{2} e^{-\frac{t}{2CR}} \right)$

$i_C = C \frac{dV_C}{dt} = C \cdot -\frac{1}{2} V_0 \cdot \frac{-1}{2CR} \cdot e^{-\frac{t}{2CR}}$
 $\rightarrow i_C = \frac{V_0}{4R} e^{-\frac{t}{2CR}}$

$U = \int_0^\infty i_C R' dt \rightarrow U = \int_0^\infty \frac{V_0}{4R} \cdot 2R \cdot e^{-\frac{t}{2CR}} dt = \frac{V_0}{2R} \cdot (-2CR) e^{-\frac{t}{2CR}} \Big|_0^\infty$ (ج)
 $= -\frac{V_0 C}{2} (0 - 1) = \frac{1}{2} V_0 C$
 انرژی تلف شده در مدار است
 در مقاومت در مدت زمان dt
 $R = 2R$