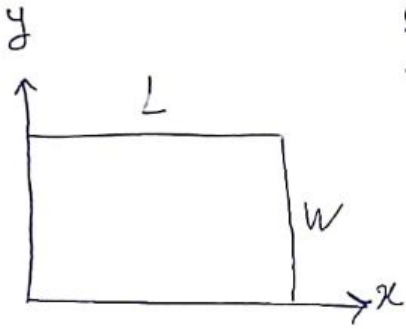


الحل = ايزيك : العا ، القايني

① در سطح زیرین حلقه‌ی سیم به ابعاد $L = 40 \text{ cm}$ و $W = 25 \text{ cm}$ در یک میدان مغناطیسی B قرار دارد.
مطلوب (نقطه: الف) نیروی E و B جهت (ساعتگرد یا پاد ساعتگرد) اثر $E=0$ باشد cm^2 رقا سوره
در حلقه در صورتی که $B = 4 \times 10^{-2} \text{ T/m}$ $(y \hat{k})$ یا هیچ کدام

(ب) ع و جت آن چیست ؟ اگر $\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{(y \hat{k})}{m.s}$ باشد ، ع و جت آن چیست ؟

ج. در صورتی که $\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{q \vec{v} \times \vec{r}}{r^3}$ باشد، عده جهت آن چیست؟



$L = r \cdot \text{cm} \rightarrow x$
 $w = r \cdot \text{cm} \rightarrow y$
 $\vec{B}_1 = r x 10^{-r} y \left(\frac{T}{m}\right) \hat{k}$
 $\vec{B} = \int \vec{B}_1 \cdot d\vec{A} = \int r x 10^{-r} y \hat{k} \cdot d\vec{A} = r x 10^{-r} \int_0^L dx \int_0^w y dy$
 $\Phi_B = \int \vec{B} \cdot d\vec{A}$
 $\Phi_{B1} = \left(r x 10^{-r}\right) L \cdot \frac{w^2}{2}$
 $\mathcal{E}_1 = -\frac{d\Phi_{B1}}{dt} = 0$

$$\begin{aligned} \vec{B}_r &= 1 \times 10^{-4} y t (\hat{T}_{m.3})^{\wedge} \hat{K} \\ \rightarrow \Phi_{Br} &= \int 1 \times 10^{-4} (y t) \hat{K} \cdot d\vec{x} d\vec{y} \hat{K} = 1 \times 10^{-4} t \int_0^L dx \int_0^W y dy = 1 \times 10^{-4} (t) (L) \left(\frac{W^2}{2} \right) \\ \rightarrow \mathcal{E}_r &= - \frac{d\Phi_{Br}}{dt} = - (1 \times 10^{-4}) (L) \left(\frac{W^2}{2} \right) = -10^{-4} \end{aligned}$$
$$\vec{B}_r = r_x 10^{-7} \times t \left(\frac{T}{m.s} \right) \hat{i} \Rightarrow \vec{B} \cdot d\vec{A} = 0 \rightarrow \phi_B = 0 \rightarrow \mathcal{E} = 0$$

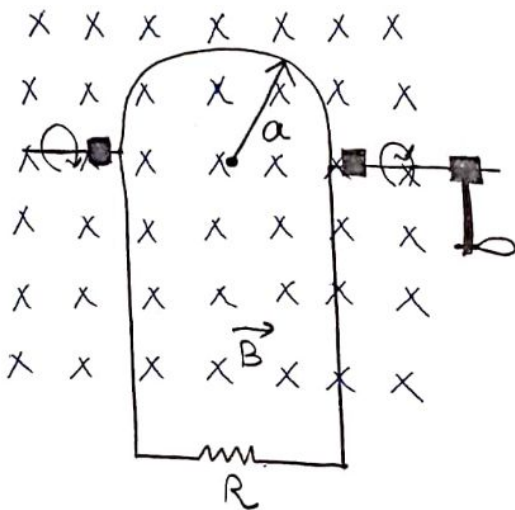
(ج) سَابِتْ

$\vec{B}_r \Rightarrow k \Rightarrow \odot \Rightarrow i \Rightarrow$
 \rightarrow یا رسا غلدر

حجت بركات العالی باید بونه ای با سید نه با عامل به دعوت اورده س (میدان ۲) مخالفت کند یعنی آن را تصحیف کند

← لماذا تـجـريـان الـعـاـيـي = سـاـعـتـر ← i' \Rightarrow B_y الـعـاـيـي

۲) در شکل زیر یک سیم مسطح به شکل نیم دایره با شعاع $a = 2\text{ cm}$ خم شده است و با تندی زاویه‌ای ثابت $\frac{40}{\text{دور}} \frac{\text{دور}}{\text{ثانیه}}$ در میدان مغناطیسی یکنواخت 20 mT می‌چرخد. مطلوب است الف) بسامد و ب) دامنه‌ی emf القای شده در حلقه.



$$a = 2\text{ cm}$$

$$\omega = f \cdot 2\pi = f \cdot 2\pi \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

$$B = 20 \times 10^{-3} \text{ T}$$

$$\Phi_B = \int \vec{B} \cdot d\vec{A} = (20 \times 10^{-3} \text{ T}) \left(\frac{1}{2} \pi a^2 \right) (\cos \theta) = 1.25 \times 10^{-4} \cos \omega t$$

$$\vec{B} \cdot d\vec{A} = B \cdot A = B A \cos \theta$$

$$A = \frac{1}{2} \pi a^2$$

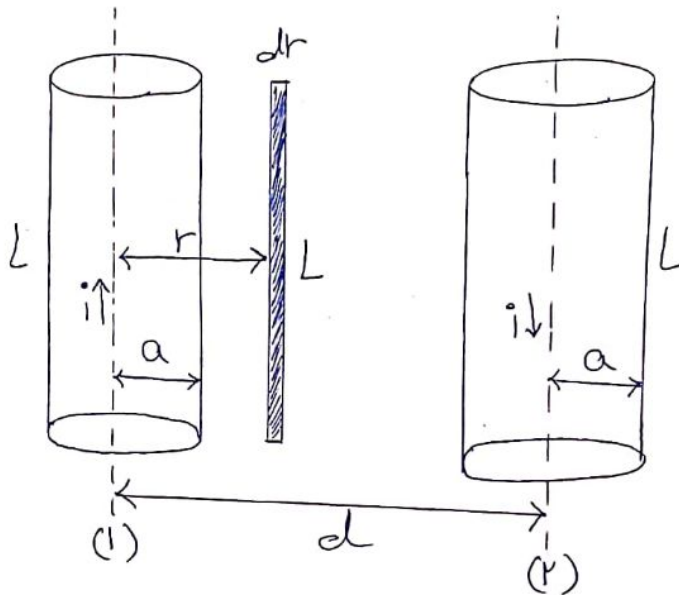
$$\theta = \omega t$$

چون حلقه می‌چرخد زاویه‌ی \vec{B} زاویه‌ی سازد.

$$|\mathcal{E}| = \left| - \frac{d\Phi_B}{dt} \right| = 1.25 \times 10^{-4} \cdot \omega \cdot \sin \omega t$$

$$|\mathcal{E}| \rightarrow |\mathcal{E}|_{\max} \rightarrow |\mathcal{E}|_{\max} = 1.25 \times 10^{-4} \omega = 1.14 \times 10^{-3} \text{ V}$$

۳) دو سیم مسی موازی و دماز به قطر 2.5 mm حامل جریان های 10 A در جهت های مخالف اند.
 الف) با فرض اینکه فاصله بین محورها 20 mm از هم فاصله دارند. شار تقاطعی به ازای هر سیم را در فضای بین
 دو سیم ها وجود دارد حساب کنید. ب) چه کسری از این شار در داخل سیم ها قرار دارد.



$$2a = 2.5 \text{ mm} \rightarrow a = \frac{2.5}{2} \times 10^{-3} \text{ m}$$

$$i = 10 \text{ A}$$

$$d = 20 \text{ mm}$$

جسغ : الف)

میان خارج از سیم

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{\ell} = \mu_0 i \rightarrow B 2\pi r = \mu_0 i \rightarrow B_1 = \frac{\mu_0 i}{2\pi r}$$

که میدان حاصل از سیم ۱ در فضای بین دو سیم است. سیم ۲: \otimes ← سیم ۱: \odot

شار که از میان بین سیم ها میگذرد

$$\Phi_1 = \int \vec{B}_1 \cdot d\vec{A} = \int B_1 dA = \int \frac{\mu_0 i}{2\pi r} (L dr) = \frac{\mu_0 i L}{2\pi} \int_a^d \frac{dr}{r}$$

$$\rightarrow \Phi_1 = \frac{\mu_0 i L}{2\pi} \left(\ln \frac{d}{a} \right)$$

تحت میان حاصل از سیم ۲ نیز

$$\Phi_2 = \frac{\mu_0 i L}{2\pi} \ln \left(\frac{d}{a} \right)$$

$$\rightarrow \Phi_T = \Phi_1 + \Phi_2 = 2 \left(\frac{\mu_0 i L}{2\pi} \ln \left(\frac{d}{a} \right) \right) = \frac{\mu_0 i L}{\pi} \ln \left(\frac{d}{a} \right)$$

در واقع انتقال را می توان به صورت زیر نوشت:

$$\int_a^{d-a} + \int_{d-a}^d = \int_a^d$$

از هم خارج از سیم است

سارک : $\Phi_T = \frac{\mu_0 i L}{\pi} \ln\left(\frac{d}{a}\right)$

← ازادی ۳-ب (ج)

میدان داخل سیم : $r < R \Rightarrow \oint \vec{B}' \cdot d\vec{\ell} = \mu_0 i'$

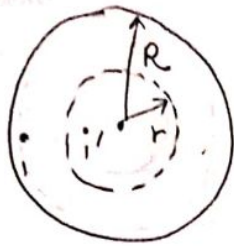
جریان داخل سیم : $i' = JA' = J\pi r^2$

جریان کل سیم : $i = JA = J\pi R^2$

جریان چگالی : $J = \frac{i}{A} = \frac{i'}{A'} \Rightarrow \frac{i}{\pi R^2} = \frac{i'}{\pi r^2} \Rightarrow i' = i \frac{r^2}{R^2}$

از $B' 2\pi r = \mu_0 (J\pi r^2) \Rightarrow B' = \frac{\mu_0 J r}{2} = \frac{\mu_0 i r}{2\pi R^2}$

از این جا $R = a$



① سارک داخل سیم : $\Phi_{w1} = \int \vec{B}'_1 \cdot d\vec{A}' = \int B'_1 dA' = \int \frac{\mu_0 i r}{2\pi a^2} L dr = \frac{\mu_0 i L}{2\pi a^2} \int_0^a r dr$

$dA = 2\pi r dr$ (دایره خرد)

$\Phi_{w1} = \frac{\mu_0 i L}{4\pi} \rightarrow$ سارک درون سیم : $\Phi_w = \Phi_{w1} + \Phi_{w2} = 2\Phi_{w1} = \frac{\mu_0 i L}{2\pi}$

سارک به ازای هر متر سیم : $\frac{\Phi_T}{L} = \frac{\mu_0 i}{\pi} \ln\left(\frac{d}{a}\right) = 1.169 \times 10^{-6} \frac{wb}{m}$

" درون سیم " : $\frac{\Phi_w}{L} = \frac{\mu_0 i}{2\pi} = 0.2 \times 10^{-6} \frac{wb}{m}$

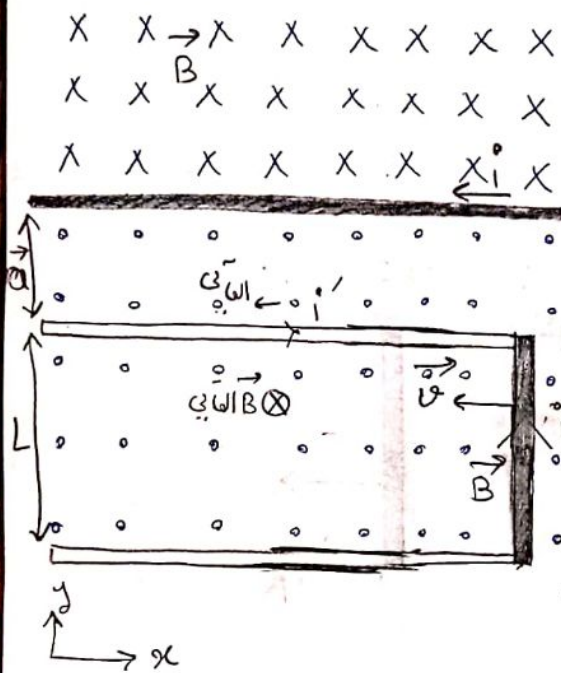
کسری از سارک داخل سیم : $\frac{\Phi_w}{\Phi_T} = 0.18 \rightarrow 18\%$

۱۴) شکل زیر میلای به طول $L = 10 \text{ cm}$ را نشان می دهد. با تندی ثابت $v = 5 \text{ m/s}$ روی ۲ ریل افقی حرکت کرده می شود. میلای ۶ ریل ها و نوار متصل کننده در سمت راست یک حلقه ی رسانا را تشکیل می دهد. مقاومت میلای 0.4Ω و مقاومت بقیه ی حلقه قابل چشم اندازی است. جریان $i = 100 \text{ A}$ در سیم مستقیم خارجی به فاصله ی $a = 10 \text{ mm}$ از حلقه و آغوش یک میدان مغناطیسی نامتناهی را از حلقه می گذراند. مطلوب است می پس ی:

الف) emf و ب) جریان القا شده در حلقه. ب) با چه آغوشی انرژی می یابی در میلای جاری شود؟

ت) برای آنده میلای ثابت به حرکت ادامه دهد و نیروی نه باید اعمال شود چیست؟

ث) با چه آغوشی این نیرو را میلای انجام می دهد؟



$$L = 10 \text{ cm}$$

$$v = 5 \text{ m/s}$$

$$R = 0.4 \Omega$$

$$L = 100 \text{ A}$$

$$a = 10 \text{ mm}$$

چون میلای به سمت راست حرکت می کند، مساحت زیادی شود
B زیاد می شود، جریان القایی در حلقه است به B را کم کند.

سازمانده از این سطح

$$A = xy \rightarrow dA = dx dy$$

$$\Phi_B = \int \vec{B} \cdot d\vec{A} = \int B dA = \int \frac{\mu_0 i}{2\pi y} dx dy = \frac{\mu_0 i}{2\pi} \int_0^x dx \int_a^{a+L} \frac{dy}{y} = \frac{\mu_0 i x}{2\pi} \ln\left(\frac{a+L}{a}\right)$$

$B = \frac{\mu_0 i}{2\pi y}$: میدان خارج از سیم

الف) emf : $\mathcal{E} = -\frac{d\Phi_B}{dt} = -\frac{\mu_0 i}{2\pi} \ln\left(\frac{a+L}{a}\right) \frac{dx}{dt}$

$$\rightarrow \mathcal{E} = -\frac{\mu_0 i v}{2\pi} \ln\left(\frac{a+L}{a}\right) = 2.6 \times 10^{-4} \text{ V}$$

ب) جریان القایی : $i' = \frac{\mathcal{E}}{R} = \frac{2.6 \times 10^{-4} \text{ V}}{0.4 \Omega} = 6.5 \times 10^{-5} \text{ A}$

ب) آغوش توان : $P = i'^2 R = 1.66 \times 10^{-9} \text{ W}$

ادامه می دهد

ت) حرکت میله با سرعت ثابت \Rightarrow نیروی کل واربر آن $= 0 \Rightarrow$ نیروی عامل خارجی = نیروی مغناطیسی
 واربر نیم واربر نیم
 (باجتیب های مخالف)

نیروی مغناطیسی واربر \Rightarrow باید به صورت $\Rightarrow dF_B = i' B dy$
 $F_B = \int i' B dy$
 عامل جریان القایی $B = \frac{\mu_0 i}{2\pi y}$
 دیفرانسیل می باشد
 نیروی مغناطیسی واربر همان دیفرانسیل عامل جریان القایی است به قیست y و فاصله از میله

$$\Rightarrow dF_B = i' \left(\frac{\mu_0 i}{2\pi y} \right) dy \rightarrow F_B = \frac{\mu_0 i i'}{2\pi} \int_a^{a+L} \frac{dy}{y} = \frac{\mu_0 i i'}{2\pi} \ln \left(\frac{a+L}{a} \right)$$

$$\rightarrow F_B = 2,17 \times 10^{-7} N$$

میدان اصلی $\Rightarrow \odot$: $\Rightarrow B$: میدان القایی : $\Rightarrow B'$ \otimes $\Rightarrow i'$ جریان القایی در میله روبه بالا
 داخل حلقه به سمت راست $\Rightarrow F_B$
 $F_B = i' \int B dy$
 میله \otimes $\Rightarrow F_B$

توجه: نیروی مغناطیسی واربر میله درون میدان مغناطیسی اصلی B و حامل جریان القایی i'

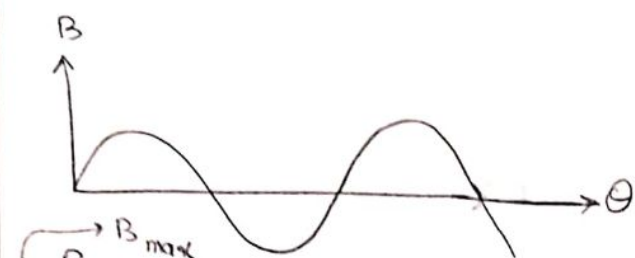
\Rightarrow نیروی عامل خارجی واربر میله حامل جریان القایی i'
 به سمت چپ \ominus $\Rightarrow |F_{ext}| = 2,17 \times 10^{-7} N$

ت) \sim اختلاف کار عامل خارجی روی میله $= 1,44 \times 10^{-7} W$
 $P = \frac{F \cdot v}{\theta = 0} = F v = (2,17 \times 10^{-7} N) (5 m/s) = 1,44 \times 10^{-7} W$

پایستی انرژی \Rightarrow $P_{\text{خارجی}} = P_{\text{مکانیکی}} = 1,44 \times 10^{-7} W$

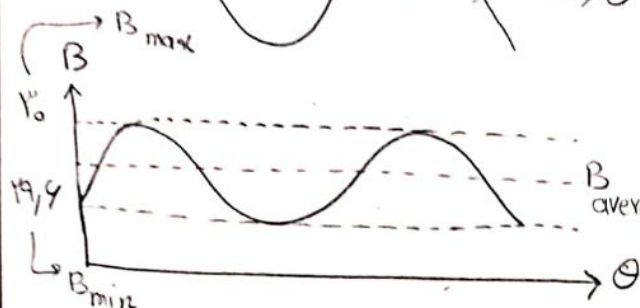
انرژی مکانیکی عامل خارجی تبدیل به انرژی گرمایی

۵) میدان مغناطیسی یک آهنربای استوانه‌ای که سطح مقطع آن دارای قطر ۳.۳ cm است می‌تواند به صورت سینوسی بین ۲۹.۴ T و ۳۰ T با بسامد ۱۵ Hz تغییر کند. در فاصله شعاعی ۱.۶ cm از مرکز میدان الکتریکی القا شده برای این تغییر محاسبه شود.



$$B = \sin(\omega t + \theta_0)$$

یا به شکل:



$$B = B_0 + B_1 \sin(\omega t + \theta_0) \rightarrow$$

با این دامنه غدار را می‌توانیم
غدار $\sin(\omega t + \theta_0)$ را

$$B_0 = B_{\text{average}} = \frac{B_{\text{max}} + B_{\text{min}}}{2} = \frac{30 + 29.4}{2} = 29.7 \rightarrow B_0 = 0 \text{ در اینجا}$$

میدان
در واقع در اینجا $B_0 = 29.7$ یعنی به این اندازه غدار را داریم

حال می‌خواهیم دامنه غدار را بیابیم \leftarrow در واقع اگر غدار $\sin(\omega t + \theta_0)$ به باسیفیت نباشد \leftarrow داریم $B_{\text{max}} - B_{\text{average}}$

$$B_1 = 30 - 29.7 = 0.3$$

$B_{\text{average}} - B_{\text{min}}$

$$B = 29.7 + 0.3 \sin(\omega t + \theta_0)$$

$$\left. \begin{aligned} \mathcal{E} &= \oint \vec{E} \cdot d\vec{l} \\ \mathcal{E} &= - \frac{d\Phi_B}{dt} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = - \frac{d\Phi_B}{dt} \quad (1)$$

میدان الکتریکی القا شده

$$\Phi_B = \int \vec{B} \cdot d\vec{A} = B \pi r^2 \quad (2) \quad (1), (2) \rightarrow \mathcal{E}(\pi r) = \pi r^2 \left(\frac{dB}{dt} \right)$$

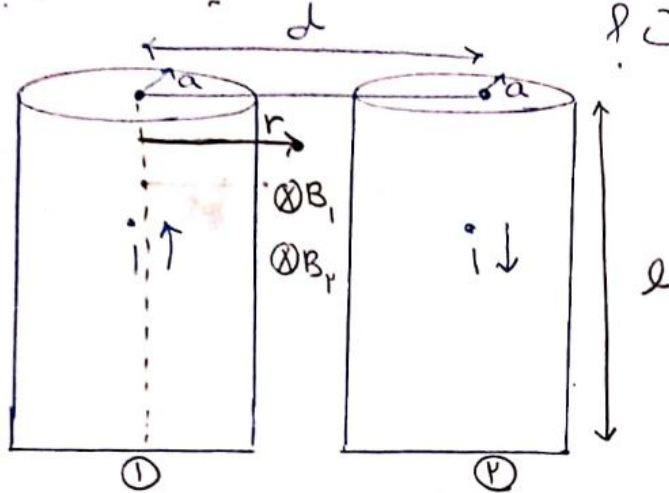
$$\rightarrow \mathcal{E} = \frac{1}{r} \left(\frac{dB}{dt} \right) = \frac{1}{r} \left(\omega B_1 \cos(\omega t + \theta_0) \right)$$

$$\mathcal{E}_{\text{max}} = \frac{1}{r} \omega B_1 = \left(\frac{1}{r} \right) (1.6 \times 10^{-2}) (2\pi \times 15) (0.3) = 0.15 \text{ V/m}$$

$$r = 1.6 \text{ cm}$$

$$f = 15 \text{ Hz}$$

④ دو سیم دراز مشابه به ارتفاع $a = 1.53 \text{ mm}$ موازی اند و از آن ها جریان یکسان و در جهت های مخالف می‌گذرد. فاصله بین محور آن ها برابر با $d = 14.2 \text{ cm}$ است. از شار داخل خود سیم ها صرف نظر کنید. اما شار ناحیه بین دو سیم را در نظر بگیرید. العاییدنی بر یکای طول سیم ها حوتراست ؟



باسف : $B_T = \vec{B}_1 \otimes + \vec{B}_2 \otimes = B_1 + B_2 \Rightarrow r \perp R : \oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 i \rightarrow B(2\pi r) = \mu_0 i$
 $B_{1,2} = \frac{\mu_0 i}{2\pi r}$

$\rightarrow B_T = 2 \left(\frac{\mu_0 i}{2\pi r} \right) = \frac{\mu_0 i}{\pi r}$ میدان خارج از سیم

$\Phi_{B1} = \int \vec{B}_1 \cdot d\vec{A} = \int_a^{d-a} \frac{\mu_0 i}{2\pi r} (l dr) \rightarrow \frac{\mu_0 i l}{2\pi} \int_a^{d-a} \frac{dr}{r} = \frac{\mu_0 i l}{2\pi} \ln\left(\frac{d-a}{a}\right) = \Phi_{B1}$
 $dA = l dr \rightarrow$ سطح متغای این در داخل ناحیه سیم دو سیم
 $\Phi_{B1} = \Phi_{B2}$

$\rightarrow \frac{\Phi_B}{l} = \frac{\Phi_{B1} + \Phi_{B2}}{l} = \frac{2 \left(\frac{\mu_0 i l}{2\pi} \right) \ln\left(\frac{d-a}{a}\right)}{l} = \frac{\mu_0 i}{\pi} \ln\left(\frac{d-a}{a}\right)$
 شار بر یکای طول سیم

$L = \frac{\Phi_B}{i} \rightarrow$ العاییدنی بر یکای طول سیم : $\frac{L}{l} = \frac{\Phi_B}{i l}$

$\rightarrow \frac{L}{l} = \frac{\mu_0}{\pi} \ln\left(\frac{d-a}{a}\right) = 1.11 \times 10^{-4} \text{ H/m}$ هانری

⑦ ذوالعالم ۱ و ۲ به صورت متوالی به هم متصل شده اند و در فاصله ی زیادی از هم قرار دارند به طوری که میدان مغناطیسی یکی بر دیگری اثر ندارد. نشان دهید که این رابطه درست می آید:

$$L_{eq} = L_1 + L_2$$

پاسخ:

$$\begin{aligned} \varepsilon_1 &= -L_1 \frac{di_1}{dt} \\ \varepsilon_2 &= -L_2 \frac{di_2}{dt} \end{aligned}$$

① $i_1 = i_2 = i$ جریان عبور از ۲ العالم متوالی یکسان است.

از طرفی برای ۲ العالم متوالی:

$$\varepsilon = \varepsilon_1 + \varepsilon_2$$

$$\rightarrow -L_T \frac{di_T}{dt} = -L_1 \frac{di_1}{dt} - L_2 \frac{di_2}{dt} \xrightarrow{①} L_{eq} = L_1 + L_2$$

⑧ پهنای بالایی ۲H و مقاومت ۵۰ اهمان به یک باطری آرمانی با $\mathcal{E} = 10V$ وصل می شود. در ۵s است از آنده اتصال برقرار شده باجه ایلی (الف) انرژی در میدان مغناطیسی ذخیره می شود؟ (ب) انرژی گرمایی در مقاومت طاعری شود؟ (پ) انرژی پویای باطری تأمین می شود؟

پاسخ: (الف) ثابت زمانی القایی $\tau_L = \frac{L}{R} =$

$L = 2H \rightarrow \tau_L = \frac{L}{R} = \frac{2}{10} = 0.2s$ $t = 0.5s$

$U_B = \frac{1}{2} L i^2$ انرژی مغناطیسی → اگر اتصال حاصل می شود و میدان مغناطیسی العالم و جریان را در خود ذخیره کند

$$\rightarrow U_B = \frac{1}{2} L \frac{\varepsilon^2}{R^2} \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau_L}}\right)^2 \rightarrow \frac{dU_B}{dt} = \frac{1}{2} L \frac{\varepsilon^2}{R^2} 2 \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau_L}}\right) \left(\frac{1}{\tau_L}\right)$$

$$\rightarrow \frac{dU_B}{dt} = \frac{\varepsilon^2}{R} \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau_L}}\right) = 2.5 \times 10^2 W$$

آنها ذخیره انرژی در میدان مغناطیسی

$$P_{th} = R i^2 = R \frac{\varepsilon^2}{R^2} \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau_L}}\right)^2 = \frac{\varepsilon^2}{R} \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau_L}}\right)^2 = 1.5 \times 10^2 W$$

(ب)

$$P_{\text{باطری}} = P_{th} + \frac{dU_B}{dt} = 3.9 \times 10^2 W$$

(پ)

(پایته انرژی)

⑨ یک حلقه‌ی دایره‌ای از سیم به شعاع 50 mm حامل جریان 100 A است. مطلوب است الف) بزرگی شدت میدان مغناطیسی در مرکز حلقه.

الف) : میدان در فاصله‌ی r از مرکز یک حلقه‌ی حامل جریان i به شعاع R به صورت زیر است:

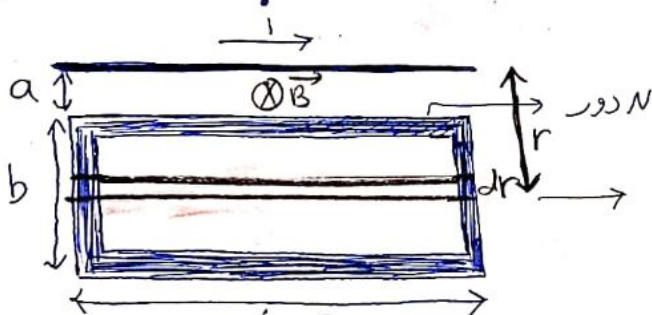
$$B = \frac{\mu_0 i \pi R^2}{2\pi(R^2 + z^2)^{3/2}} \xrightarrow{r=0} B = \frac{\mu_0 i}{2R}$$

$$\rightarrow B = \frac{(4\pi \times 10^{-7})(100)}{2(50 \times 10^{-3})} = 1.3 \times 10^{-3} \text{ T}$$

ب) چگالی انرژی مغناطیسی:

$$u_B = \frac{1}{2} \frac{B^2}{\mu_0} = \frac{1}{2} \frac{(1.3 \times 10^{-3})^2}{(4\pi \times 10^{-7})} = 0.27 \text{ J/m}^3$$

⑩ حلقه‌ی مستطیلی مسطحی با N دور سیم پیچ‌شده مطابق شکل زیر در کنار یک سیم مستقیم قرار دارد. اگر $N=100$ و $a=1\text{ cm}$ ، $b=1\text{ cm}$ و $l=5\text{ cm}$ باشد، القاپذیری متقابل M برای ترکیب حلقه-سیم چقدر است؟



نوار مستطیلی در کنار سیم: سیم را به سیم پیچ

$$\Phi_B = \int \vec{B}_{\text{wire}} \cdot d\vec{A} = \int_a^{b+a} \frac{\mu_0 i}{2\pi r} (l dr) = \frac{\mu_0 i l}{2\pi} \int_a^{a+b} \frac{dr}{r} = \frac{\mu_0 i l}{2\pi} \ln\left(\frac{a+b}{a}\right)$$

میدان مغناطیسی خارج از سیم:

$$\vec{B}_{\text{wire}} = \frac{\mu_0 i}{2\pi r}$$

$$dA = l dr$$

سیم = ①
حلقه = ②

نسبت سیم به حلقه:

$$\mu_{21} = \frac{N_2 \Phi_{21}}{i_1}$$

نسبت سیم به حلقه:

$$\mu_{21} = \frac{N_2 \mu_0 i_1 l}{2\pi} \ln\left(\frac{a+b}{a}\right) = \frac{N_2 \mu_0 l}{2\pi} \ln\left(\frac{a+b}{a}\right)$$

$\mu_{21} = \mu_{12}$

$\mu_{21} = 1.3 \times 10^{-5} \text{ H}$