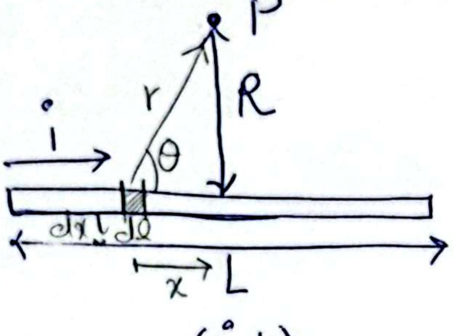
به نام او

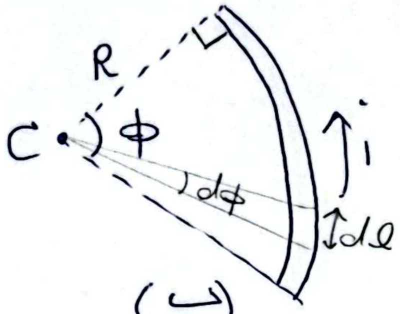
نمونه سؤالات فصل ۴ فیزیک ۲ ، میدان های مغناطیسی حاصل از جریان

① الف) از سیمی به طول L مطابق شکل الف جریان i عبور می‌کند. اندازه‌ی میدان مغناطیسی در نقطه‌ی P روی عمود منصف سیم را بدست آورید. ب) مطابق شکل ب یک کمان دایره‌ای به شعاع R و زاویه‌ی مرکزی Φ (برحسب Rad) و جریان i را در نظر بگیرید. اندازه‌ی میدان مغناطیسی در نقطه‌ی C مرکز کمان را بدست آورید.

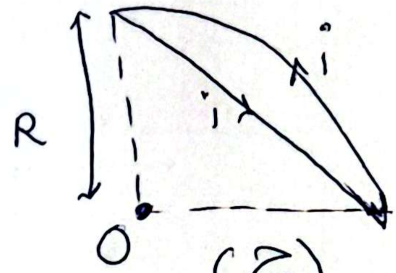
ج) با استفاده از نتایج بدست آمده در بندهای الف و ب، اگر جریان الکتریکی i در مسیر بسته‌ی شکل ج برقرار باشد، میدان مغناطیسی در نقطه‌ی O را محاسبه کنید.



(الف)



(ب)



(ج)

الف) قانون بیوساوار: $d\vec{B} = \frac{\mu_0 i}{4\pi}\frac{d\vec{l}\times\vec{r}}{r^3} = \frac{\mu_0 i}{4\pi}\frac{dl\sin\theta}{r^2}$

$r^2 = x^2+R^2$

$\sin\theta = \frac{R}{r} = \frac{R}{\sqrt{x^2+R^2}} \longrightarrow B = \frac{\mu_0 i}{4\pi}\int_{-L/2}^{+L/2}\frac{dx\left(\frac{R}{\sqrt{x^2+R^2}}\right)}{x^2+R^2} = \frac{\mu_0 iR}{4\pi}\int_{-L/2}^{+L/2}\frac{dx}{(x^2+R^2)^{3/2}}$

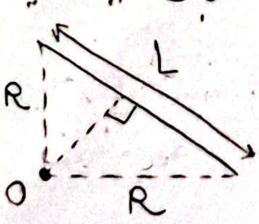
$\longrightarrow B = \frac{\mu_0 iR}{4\pi}\cdot\frac{x}{R^2(x^2+R^2)^{1/2}}\Bigg|_{-L/2}^{+L/2} = \frac{\mu_0 i}{4\pi R}\left\{\frac{L/2}{\left(\frac{L^2}{4}+R^2\right)^{1/2}} - \frac{-L/2}{\left(\frac{L^2}{4}+R^2\right)^{1/2}}\right\} \Rightarrow$

$$\boxed{B = \frac{\mu_0 i}{4\pi R}\left\{\frac{L}{\left(\frac{L^2}{4}+R^2\right)^{1/2}}\right\}}$$

ب) $\sin\theta = \sin 90 = 1$, $dl = R\,d\Phi \longrightarrow dB = \frac{\mu_0 i (R\,d\Phi)}{4\pi R^2} \longrightarrow B = \frac{\mu_0 i}{4\pi R}\int_0^{\Phi} d\Phi = \boxed{\frac{\mu_0 i\Phi}{4\pi R}}$

ج) برای بخش کمانی : $B = \frac{\mu_0 i\Phi}{4\pi R} \xrightarrow{\Phi=\pi/2} B_1 = \frac{\mu_0 i}{8R}$ ⊙

در بخش سیم مستقیم : $B = \frac{\mu_0 i}{4\pi R}\left(\frac{L}{\sqrt{\frac{L^2}{4}+R^2}}\right) = \longrightarrow$ $L \longrightarrow R\sqrt{2}$, $R \longrightarrow \frac{R}{\sqrt{2}}$



$L = \sqrt{R^2+R^2} = \boxed{R\sqrt{2}}$

فاصله‌ی O تا سیم :  $\frac{R\sqrt{2}}{2} \longrightarrow R^2 - \left(\frac{R\sqrt{2}}{2}\right)^2 = \frac{R^2}{2} \longrightarrow \boxed{\frac{R}{\sqrt{2}}}$

ادامه ج ←

$$B_2 = \frac{\mu_0 i}{4\pi\left(\frac{R}{\sqrt{2}}\right)} \frac{R\sqrt{2}}{\sqrt{\frac{R^2}{2}+\frac{R^2}{2}}} = \frac{\mu_0 i}{4\pi R}\cdot\frac{2\cancel{R}}{\cancel{R}} = \frac{\mu_0 i}{2\pi R} \otimes$$

$$B_T = B_1 - B_2 = \frac{\mu_0 i}{8R} - \frac{\mu_0 i}{2\pi R}$$

$\odot = +$

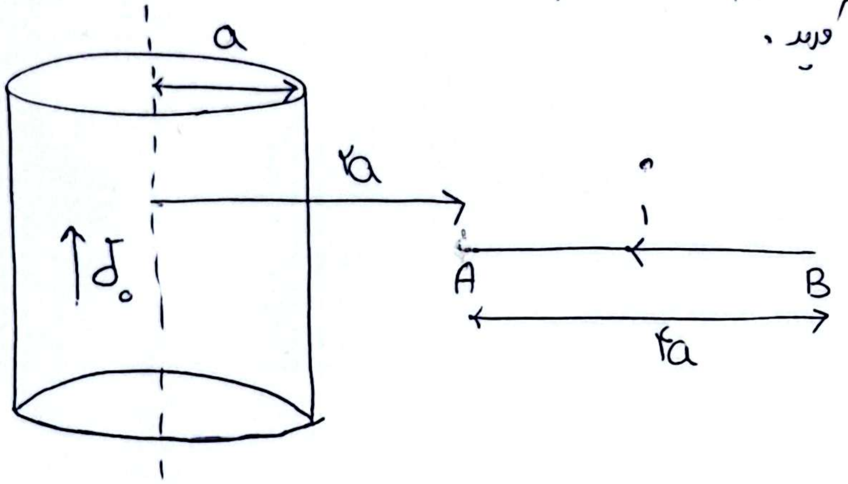
$\otimes = -$

---

۲) جریانی با چگالی ثابت J_0 از داخل رسانای توپر استوانه ای شکل طویلی به شعاع $R=a$ عبور می کند.

الف) میدان مغناطیسی ناشی از جریان را در داخل و خارج رسانا و به فاصله‌ی r از محور آن بیابید.

ب) نیروی وارد بر سیم AB به طول $4a$ که مطابق شکل عمود بر محور رسانا و به فاصله‌ی $2a$ از محور قرار دارد و حامل جریان i است را بدست آورید.



الف) میدان مغناطیسی داخل رسانا: $r \leq a$: $\oint \vec{B_1}\cdot d\vec{l} = \mu_0 i \longrightarrow B_1(2\pi r) = \mu_0 i \longrightarrow B_1 = \frac{\mu_0 i}{2\pi r}$

← قانون آمپر: برای نا متناهی + متقارن

$$i = JA \longrightarrow i = J_0(\pi r^2) \longrightarrow B_1 = \frac{\mu_0 J_0 \pi r^2}{2\pi r} \Rightarrow \boxed{B_1 = \frac{\mu_0 J_0 r}{2}}$$

میدان مغناطیسی خارج رسانا: $r \geq a$: $\oint \vec{B_2}\cdot d\vec{l} = \mu_0 i' \longrightarrow B_2(2\pi r) = \mu_0 J_0(\pi a^2) \longrightarrow \boxed{B_2 = \frac{\mu_0 J_0 a^2}{2r}}$

$i' = J_0(\pi a^2)$

$$\vec{F} = i\vec{l}\times\vec{B} \longrightarrow F = Bil\sin\theta \longrightarrow dF = B_2\, i\, \overset{dr}{\widehat{dl}}\, \sin 90$$

$2a+4a=6a$

طول سیم $= \vec{l}$

$$F = \int \frac{\mu_0 J_0 a^2}{2r}\cdot i\,dr = \frac{\mu_0 J_0 a^2 i}{2}\underbrace{\int_{2a}^{6a}\frac{dr}{r}}_{\ln(3)}$$

$$\longrightarrow F = \frac{\mu_0 J_0 i a^2}{2}\ln(3)$$

۳) یک سیم طویل حامل جریان 2A در جهت منفی محور x ها می‌باشد. این سیم در یک میدان مغناطیسی $\vec{B} = 3y^2(\hat{i}) - 2x(\hat{j})$ قرار گرفته است. نیروی اعمالی بر قطعه سیم بین $x=0$ و $x=2m$ را بدست آورید.

$$\vec{F} = i\vec{l}\times\vec{B} \longrightarrow d\vec{F} = i(d\vec{l}\times\vec{B}) \longrightarrow d\vec{l}\times\vec{B} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ -dx & 0 & 0 \\ 3y^2 & -2x & 0 \end{vmatrix}$$

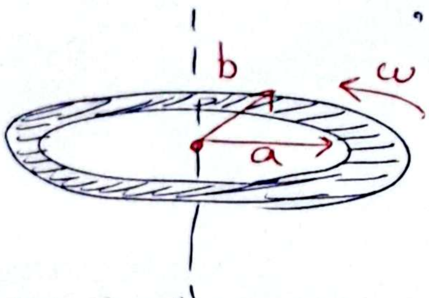
$$i\,d\vec{l} = -i\,dx\,\hat{i} \longrightarrow \boxed{d\vec{l} = -dx\,\hat{i}}$$

$$\longrightarrow d\vec{l}\times\vec{B} = \hat{i}(0) + \hat{j}(0) + \hat{k}(2x\,dx) \longrightarrow F = \int_{x=0}^{x=2m} i\,2x\,dx = ix^2\Big|_0^2 = \boxed{4i}$$

$$i = 2A \longrightarrow F = 4(2) = \boxed{8N}$$

---

۴) یک صفحه‌ی باردار دایره‌ای شکل به شعاع داخلی a و شعاع خارجی b و چگالی بار $\sigma = \sigma_0 \sin^2\phi$ مفروض است.
اگر این صفحه حول محور عمود بر صفحه با سرعت زاویه‌ای ω دوران کند.



الف) میدان مغناطیسی را در مرکز صفحه بدست آورید.

ب) گشتاور دوقطبی مغناطیسی $\vec{\mu}$ را بدست آورید.

الف) میدان مغناطیسی یک حلقه به شعاع r ؛ $B = \dfrac{\mu_0 i \phi}{4\pi r} \xrightarrow{\phi = 2\pi} \boxed{\dfrac{\mu_0 i}{2r}}$

$\phi = 2\pi$

چون چگالی بار نایکنواخت $\longrightarrow$ جریان نایکنواخت $\longrightarrow dB = \dfrac{\mu_0\, di}{2r}$

$$\left\{\begin{array}{l} di = \dfrac{dq}{T} \longrightarrow \text{(دوره تناوب)}\ \text{دور} \\ T = \dfrac{2\pi}{\omega} \\ dq = \sigma\, dA \\ dA = r\,dr\,d\phi \\ \sigma = \sigma_0 \sin^2\phi \end{array}\right.$$

$$\longrightarrow B = \int \frac{\mu_0 \cdot \sigma\, dA}{2\cdot r\cdot \frac{2\pi}{\omega}} = \int \frac{\mu_0(\sigma_0 \sin^2\phi)(r\,dr\,d\phi)\cdot\omega}{4\pi r}$$

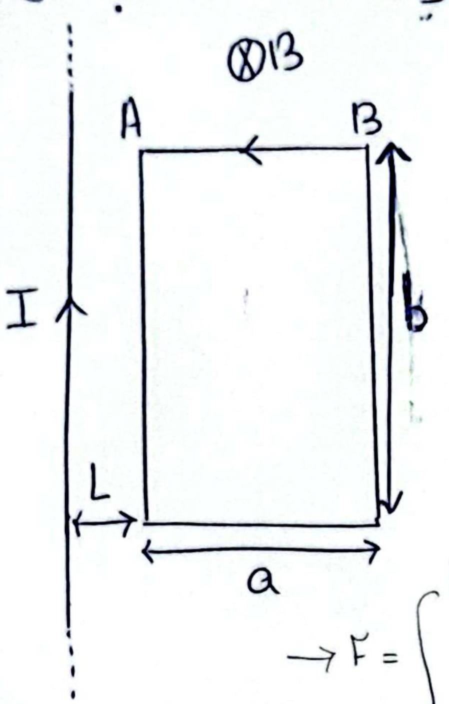
$$\longrightarrow B = \frac{\mu_0\sigma_0\omega}{4\pi}\underbrace{\int_a^b dr}_{(b-a)}\underbrace{\int_0^{2\pi}\sin^2\phi\, d\phi}_{2\pi} = \frac{\mu_0\sigma_0\omega(b-a)}{2}$$

ب) $\vec{\mu} = Ni\vec{A}$, $N = 1$, $A = \pi r^2$ $\longrightarrow d\mu = \pi r^2 di$, $di = \dfrac{dq}{T}$

$$\longrightarrow \mu = \int \pi r^2 \frac{dq}{T} = \int \cancel{\pi} r^2 \cdot \frac{\sigma_0 \sin^2\phi \cdot r\,dr\,d\phi}{\frac{2\pi}{\omega}}$$

$$= \frac{\sigma_0\cdot\omega}{2}\cdot\underbrace{\int_0^{2\pi}\sin^2\phi\, d\phi}_{2\pi}\underbrace{\int_a^b r^3\,dr}_{\frac{b^4-a^4}{4}} = \boxed{\frac{\sigma_0\,\omega\pi(b^4-a^4)}{4}}$$

۵) یک حلقه‌ی مستطیل شکل رسانا با مقاومت R در کنار یک سیم طویل حامل جریان $I=\alpha t^2$ مطابق شکل قرار گرفته است (α = ثابت و t = زمان)



الف) نیروی القایی بر ضلع AB (جهت و اندازه) را بدست آورید.

ب) گشتاور دوقطبی مغناطیسی $\vec{\mu}$ (جهت و اندازه) را بدست آورید.

الف) $\vec{dF} = i\,\vec{dl}\times\vec{B} = i\,dl\,B\sin\theta \qquad dl=dr \qquad \boxed{\theta=90}$

$B=\dfrac{\mu_0 I}{2\pi r} \to$ میدان مغناطیسی در اطراف سیم نامتناهی

I = جریان سیم نامتناهی

i = جریان حلقه مستطیل شکل

$$\to F=\int dF = \int_L^{L+a} i.dr.\frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$

$$i=\frac{|\varepsilon|}{R}$$

$$\varepsilon = \frac{-d\phi_B}{dt} \qquad \phi_B=\int \vec{B}\cdot\vec{dA} = \int_{r=L}^{r=L+a}\frac{\mu_0 I}{2\pi r}\,b\,dr = \frac{\mu_0 I b}{2\pi}\ln\left(\frac{L+a}{L}\right)$$

$$dA = b\,dr$$

$$\to \boxed{\phi_B=\frac{\mu_0(\alpha t^2)b}{2\pi}\ln\left(\frac{L+a}{L}\right)} \to \boxed{\varepsilon = -\frac{\mu_0\alpha t b}{\pi}\ln\left(\frac{L+a}{L}\right)}$$

$$\to \boxed{i = \frac{\mu_0\alpha t b}{R\pi}\ln\left(\frac{L+a}{L}\right)} \to F=\frac{\mu_0 i I}{2\pi}\int_L^{L+a}\frac{dr}{r} = \frac{\mu_0 i I}{2\pi}\ln\left(\frac{L+a}{L}\right)$$

$$\to F = \frac{\mu_0\left(\frac{\mu_0\alpha t b}{R\pi}\ln\left(\frac{L+a}{L}\right)\right)(\alpha t^2)}{2\pi}\ln\left(\frac{L+a}{L}\right) \to$$

$$F = \frac{\mu_0^2\alpha^2 t^3 b}{2\pi^2 R}\left\{\ln\left(\frac{L+a}{L}\right)\right\}^2$$

رو به پایین : $\vec{dl}\times\vec{B} \to \vec{F}\downarrow$

dl ⊗

ب) جهت جریان = ۴انگشت

جهت $\vec{\mu}$ = جهت شست

$\vec{\mu} = Ni\vec{A}$

$N=1$

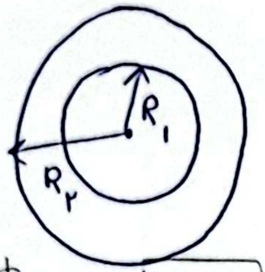
$A=ab$

$$\to \mu = \frac{\mu_0\alpha t a b^2}{R\pi}\ln\left(\frac{L+a}{L}\right) \to$$

$\to \vec{\mu}$: برون‌سو ⊙

Scanned with CamScanner

۴) یک سیم‌لوله طویل به شعاع R_2 با $\underline{n}$ دور سیم نازک در واحد طول را با یک حلقه‌ی رسانا به شعاع R_1 هم‌مرکز می‌کنیم. الف) القای متقابل را بدست آورید. ب) اگر جریان $I=\beta t$ (β = ثابت، t = زمان) به صورت ساعتگرد در سیم‌لوله ایجاد شود، میدان الکتریکی را در نقاط $R_1<r<R_2$ بدست آورید.



الف) $M_{12}=M_{21}$

القای متقابل: $M_{21} = \dfrac{N_2\,\Phi_2}{i_1}$

پیچه‌ی ۲ نسبت به پیچه‌ی ۱

شار عبوری از پیچه‌ی ۲ — تعداد دور پیچه‌ی ۲ — جریان پیچه‌ی ۱

سیم‌لوله طویل به شعاع R_2 با n دور سیم نازک ← ②

حلقه‌ی رسانای به شعاع R_1 ← ①

$\boxed{N_1=1}$

$$M=\frac{\Phi_1}{i_2}$$

$$\Phi_1=\int \vec{B_2}\cdot d\vec{A_1} = B_2A_1=\mu_0 n i_2 (\pi R_1^2)$$

میدان چنبره (سیم‌لوله) نه: $B=\dfrac{\mu_0 N i}{2\pi r}$ → چون این‌جا بلنده: → $B_2=\mu_0 n i$

n دور سیم نازک در واحد طول

$\boxed{n=\dfrac{N}{2\pi r}}$

$$\rightarrow \boxed{M=\mu_0 n\pi R_1^2}$$

ب)

$$\oint \vec{E}\cdot \underset{dl}{\vec{ds}} = -\frac{d\Phi_B}{dt} = -\frac{d}{dt}\int \vec{B}\cdot d\vec{A} \rightarrow E(2\pi r) = \frac{d}{dt}\left(\mu_0 n(\beta t)\,\pi r^2\right)$$

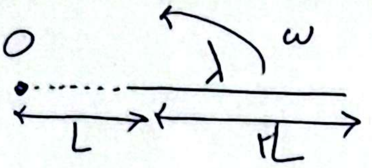
$\theta=180 \rightarrow \cos\theta=-1$

$\otimes = B$ ← ساعتگرد ← جریان

$\odot = A$

$$\rightarrow E(2\pi r)=\mu_0 n\pi r^2\beta \rightarrow \boxed{E=\frac{\mu_0 n r\beta}{2}}$$

۷) یک میله‌ی باردار با چگالی بار یکنواخت λ و طول $2L$ مطابق شکل حول نقطه‌ی O با سرعت زاویه‌ای ω دوران می‌کند. میدان مغناطیسی را در نقطه‌ی O بدست آورید.



در مرکز یک حلقه : $B=\frac{\mu_0 I}{2r} \longrightarrow dB=\frac{\mu_0}{2r}dI$

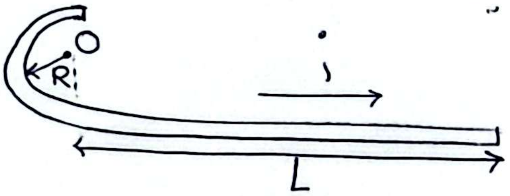
$$dI=\frac{dq}{T}=\frac{\lambda\, dl}{\frac{2\pi}{\omega}}=\frac{\lambda\omega}{2\pi}\underbrace{dl}_{dr}$$

$$\to B=\int_{r=L}^{3L}\frac{\mu_0\lambda\omega}{4\pi r}dr=\frac{\mu_0\lambda\omega}{4\pi}\ln(3)$$

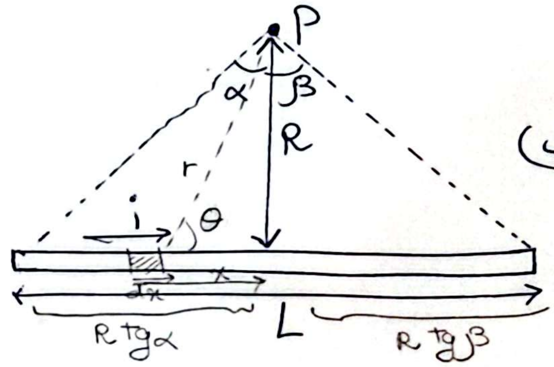
---

۸) الف) از سیمی به طول L مطابق شکل الف جریان i عبور می‌کند. اندازه میدان مغناطیسی را در نقطه P بدست آورید.

ب) اندازه میدان مغناطیسی در نقطه‌ی O برای شکل ب را محاسبه کنید.



(ب)



(الف)

الف) $dB=\frac{\mu_0}{4\pi}\frac{i\,\overbrace{dl}^{dx}\sin\theta}{r^2}=\frac{\mu_0 iR}{4\pi}\frac{dx}{(x^2+R^2)^{3/2}}$

$r=\sqrt{x^2+R^2}$

$\sin\theta=\frac{R}{r}=\frac{R}{\sqrt{x^2+R^2}}$

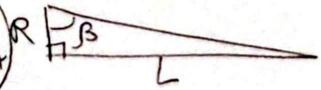
$$B=\int dB=\int_{-R\,tg\,\alpha}^{+R\,tg\,\beta}\frac{\mu_0 iR}{4\pi}\frac{dx}{(x^2+R^2)^{3/2}}=\frac{\mu_0 i}{4\pi R}\left(\frac{x}{\sqrt{x^2+R^2}}\right)\Bigg|_{-R\,tg\,\alpha}^{+R\,tg\,\beta}$$

$$\to \boxed{B=\frac{\mu_0 i}{4\pi R}(\sin\beta-\sin\alpha)}$$

ب)

میدان ناشی از کمان دایره‌ای با زاویه مرکزی ϕ و شعاع R : $B_1=\frac{\mu_0 i\phi}{4\pi R}\xrightarrow{\phi=\pi}\boxed{B_1=\frac{\mu_0 i}{4R}}$

برای بخش مستقیم از الف داریم : $\alpha=0\longrightarrow\sin\alpha=0$ $\left(\sin\beta=\frac{L}{\sqrt{R^2+L^2}}\right)$



$$\to B_2=\frac{\mu_0 i}{4\pi R}\cdot\frac{L}{\sqrt{R^2+L^2}}$$

$$B_T=B_1+B_2=\frac{\mu_0 i}{4R}+\frac{\mu_0 i}{4\pi R}\frac{L}{\sqrt{R^2+L^2}}$$