

فصل هشتم :

میدان مغناطیسی

آنچه در این فصل می خوانیم :

(۱) خصوصیات آهنربا و میدان مغناطیسی

(۲) تعریف میدان مغناطیسی

(۳) نیروی وارد بر سیم حامل جریان

(۴) حرکت ذره باردار در میدان مغناطیسی

(۵) گشتاور نیروی وارد بر حلقه جریان

(۶) اثر هال

بخش اول:

خصوصیت های آهنربا و

میدان مغناطیسی

خصوصیت های آهنربا

(۱) دارای دو قسمت به نام قطب هستند.

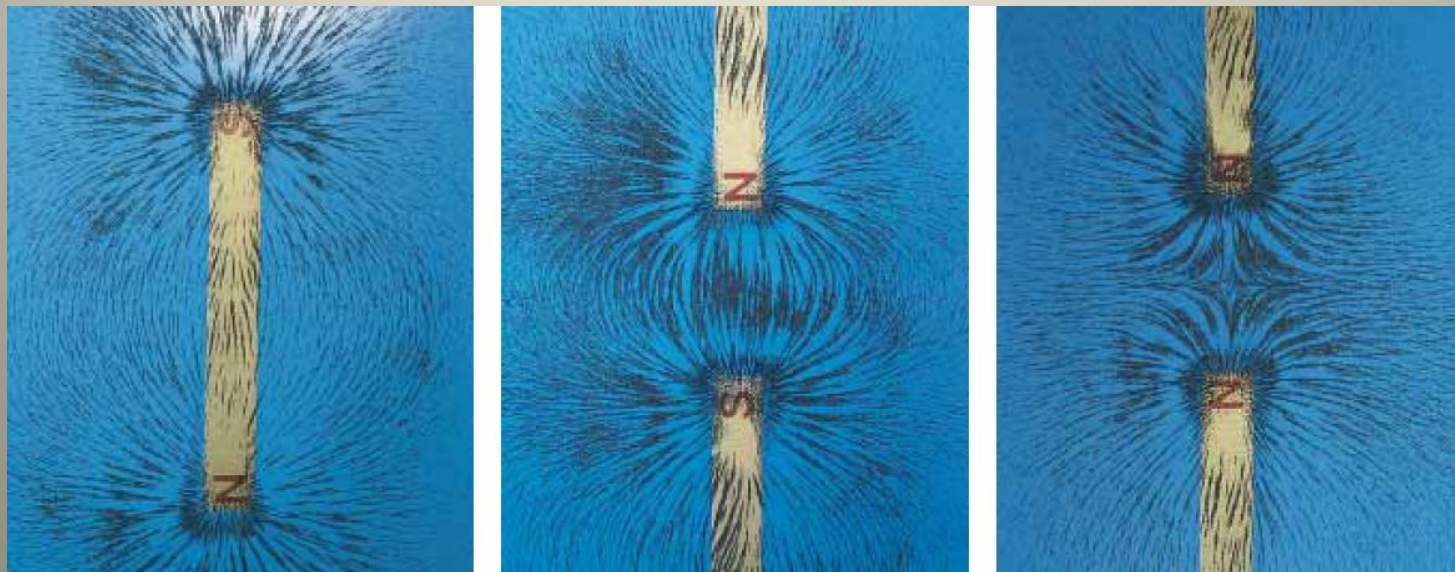
(۲) قطب ها در نقاط مشخصی از آهنربا نیستند بلکه در دو (ناحیه) مشخص از آهنربا قرار دارند.

(۳) اگر آهنربایی را دو قسمت کنیم هر قسمت، خود یک آهنربا است.

(۴) قطب های مشابه همدیگر را دفع و قطب های متفاوت همدیگر را جذب می کنند.

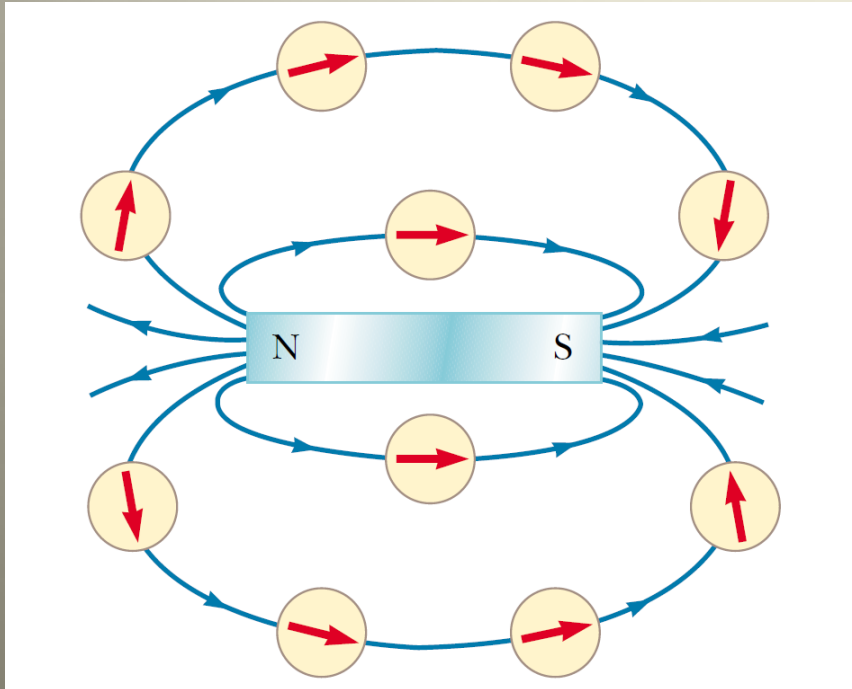
راه های تشخیص خاصیت آهنربایی

(۱) براده آهن



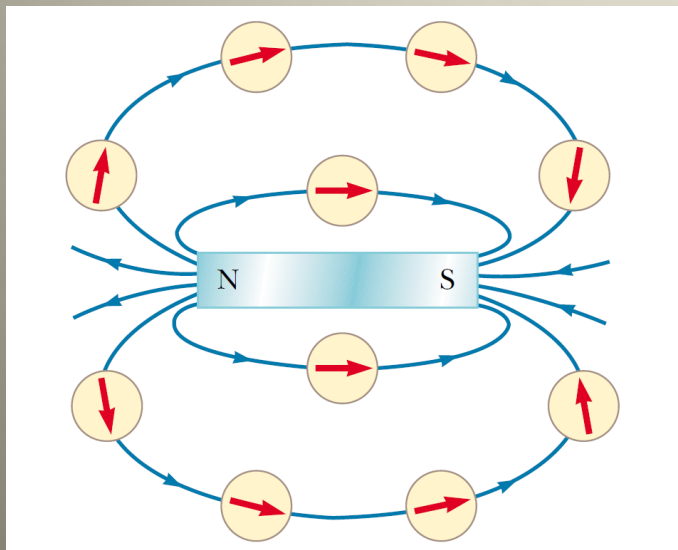
راه های تشخیص خاصیت آهنربایی

(۲) عقربه مغناطیسی



خطوط میدان مغناطیسی

خطوط میدان مغناطیسی به صورت حلقه های بسته ای هستند که در بیرون آهنربا از قطب موسوم به شمال N وارد شده و وارد قطب موسوم به جنوب S می شوند و لذا در داخل آهنربا از قطب جنوب به قطب شمال هستند. هر جا تراکم این خطوط بیشتر باشد، میدان مغناطیسی قوی تر است.

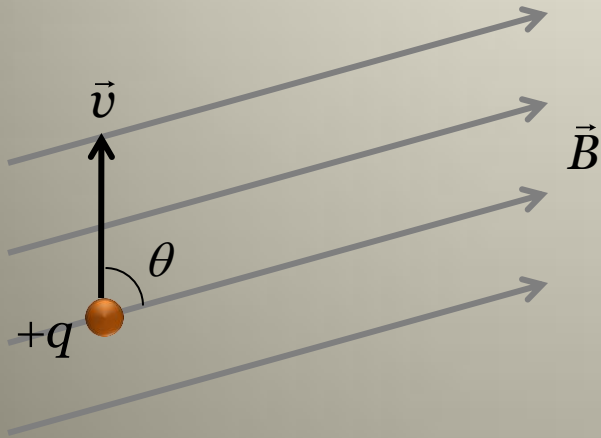


بخش دوم:

تعریف میدان مغناطیسی

میدان مغناطیسی

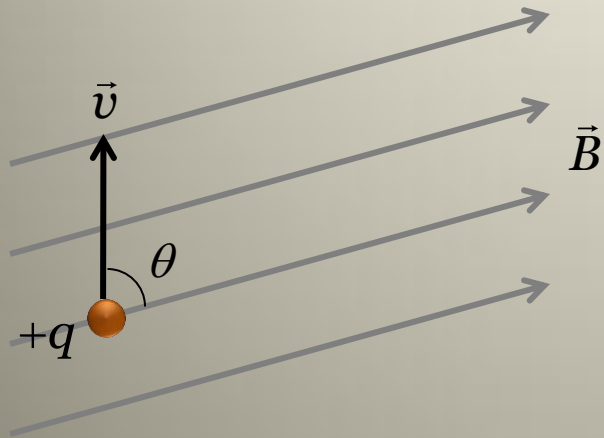
میدان مغناطیسی \vec{B} از روی نیروی وارد بر بار الکتریکی متحرک در میدان مغناطیسی تعریف می شود.



$$F = qvB \sin \theta$$

$$B = \frac{F}{qv \sin \theta}$$

$$F = qvB \sin \theta \quad \Rightarrow \quad B = \frac{F}{qv \sin \theta}$$



q اندازه بار ذره بر حسب کولن

v سرعت ذره بر حسب متر بر ثانیه

θ زاویه میان جهت حرکت ذره و میدان مغناطیسی

B میدان مغناطیسی بر حسب تسلا T

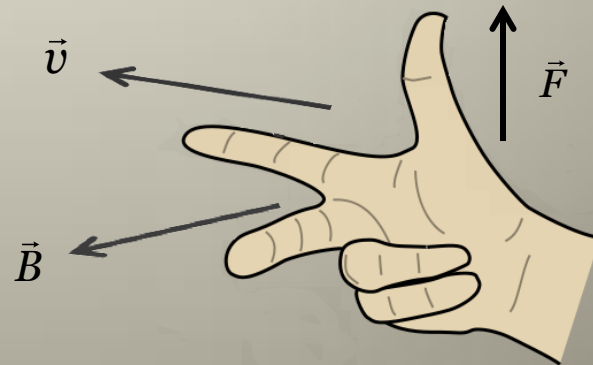
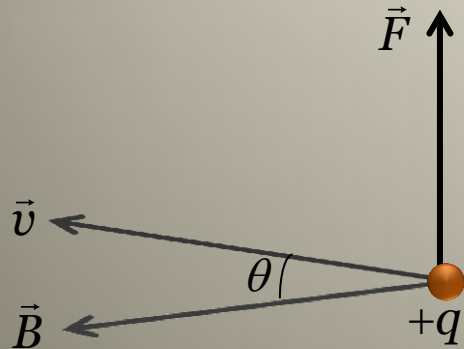
نکته های مربوط به میدان مغناطیسی

(۱) نیروی وارد بر ذره، بر میدان مغناطیسی و جهت حرکت ذره عمود است. رابطه

$$\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B}$$

برداري نیرو به صورت زیر می باشد:

جهت نیروی وارد بر بار مثبت از طریق قانون دست راست به دست می آید.



نکته های مربوط به میدان مغناطیسی

(۲) چون نیرو بر جابجایی عمود است، نیروی مغناطیسی کاری روی ذره انجام نمی دهد.

(۳) با توجه به رابطه نیرو، نیروی وارد بر ذره تحت (حداقل) یکی از شرایط زیر صفر است:

- ذره بدون بار باشد. $q = 0$ - ذره در حال سکون باشد. $v = 0$

- ذره در راستای میدان مغناطیسی حرکت کند. $\theta = 0^\circ, 180^\circ$

(۴) واحد دیگر میدان مغناطیسی گاوس است. $1 T = 10^4 G$

مثال: بر الکترونی که در میدان مغناطیسی $\vec{B} = -1/2 \hat{k}(T)$ حرکت می کند، نیرویی برابر $\vec{F} = (-2\hat{i} + 6\hat{j}) \times 10^{-13} (N)$ وارد می شود. بردار سرعت را در حالت $v_z = 0$ بیابید.

پاسخ: $\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B}$ $\vec{v} = v_x \hat{i} + v_y \hat{j}$ $q = -1/6 \times 10^{-19} C$

$$(-2 \times 10^{-13}) \hat{i} + (6 \times 10^{-13}) \hat{j} = (-1/6 \times 10^{-19}) (v_x \hat{i} + v_y \hat{j}) \times (-1/2 \hat{k})$$

$$= (1/92 \times 10^{-19} v_y) \hat{i} + (-1/92 \times 10^{-19} v_x) \hat{j}$$

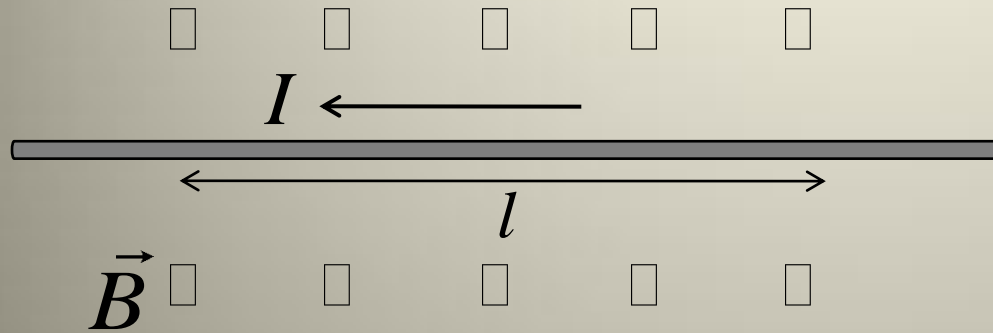
$$\Rightarrow v_x = -3/13 \times 10^6 (m/s) \quad v_y = -1/04 \times 10^6 (m/s)$$

بخش سوم:

نیروی وارد بر سیم حامل

جریان

نیروی وارد بر سیم مستقیم حامل جریان در میدان مغناطیسی یکنواخت



$$\vec{F} = I\vec{l} \times \vec{B}$$

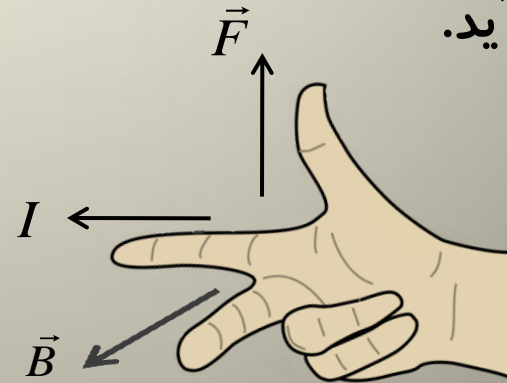
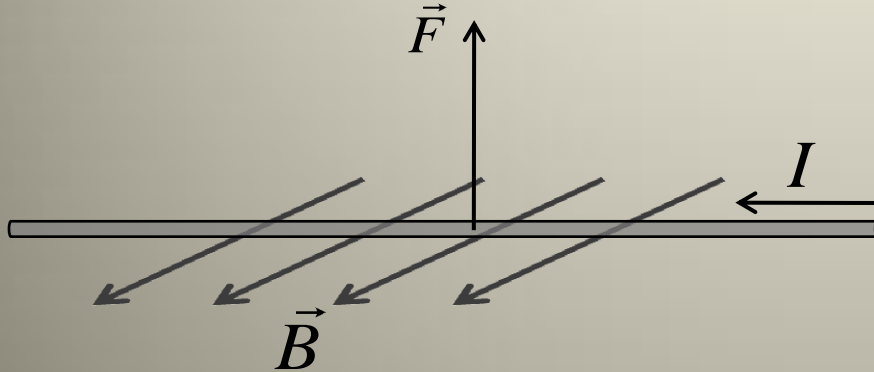
\vec{l} طولی از سیم که در میدان قرار دارد و جهت آن جهت جریان است.

I جریان موجود در سیم بر حسب آمپر

اندازه نیروی وارد بر سیم حامل جریان برابر است با:

$$F = IlB \sin \theta$$

که θ زاویه میان راستای سیم و میدان است. جهت نیرو از طریق قاعده دست راست به دست می آید.



به سیمی که در راستای میدان قرار دارد ($\theta = 0^\circ, 180^\circ$) نیرویی وارد نمی شود.

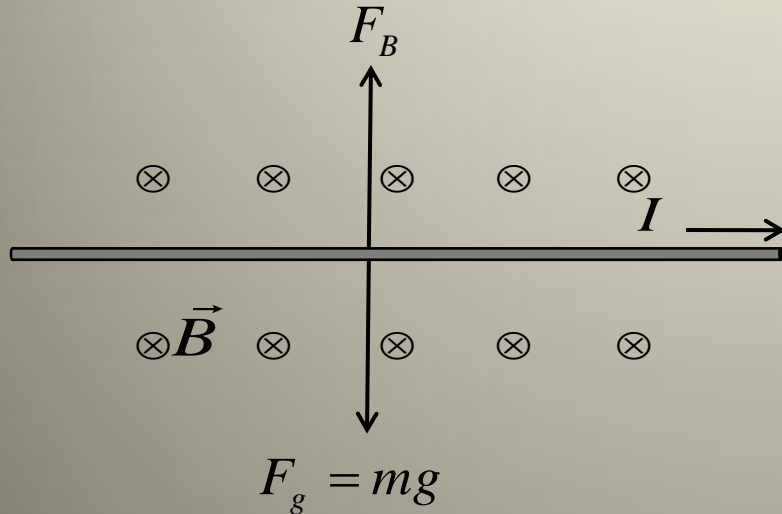
مثال: یک قطعه سیم افقی به طول 0.5 متر و به جرم 100 گرم حامل جریان 28 آمپر می باشد. اندازه میدان مغناطیسی را بیابید که این سیم را به طور معلق در هوا نگه دارد.

پاسخ:

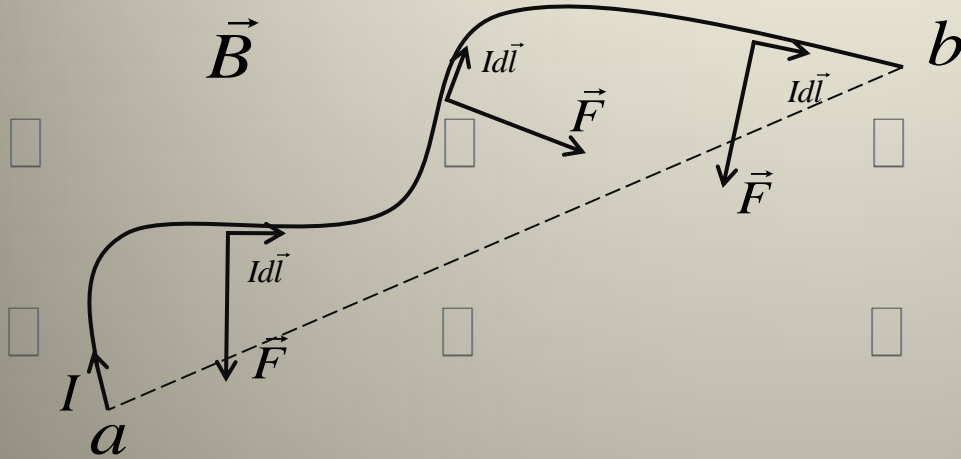
$$\sum F_y = 0$$

$$mg = F_B = ILB$$

$$B = \frac{mg}{IL} = \frac{0.1 \times 10}{28 \times 0.5} = 0.7 \text{ T}$$



اگر سیم، مستقیم و یا میدان، یکنواخت نباشد به هر جزء جریان $Id\vec{l}$ نیروی $d\vec{F}$ وارد می شود (میدان برون سو است).

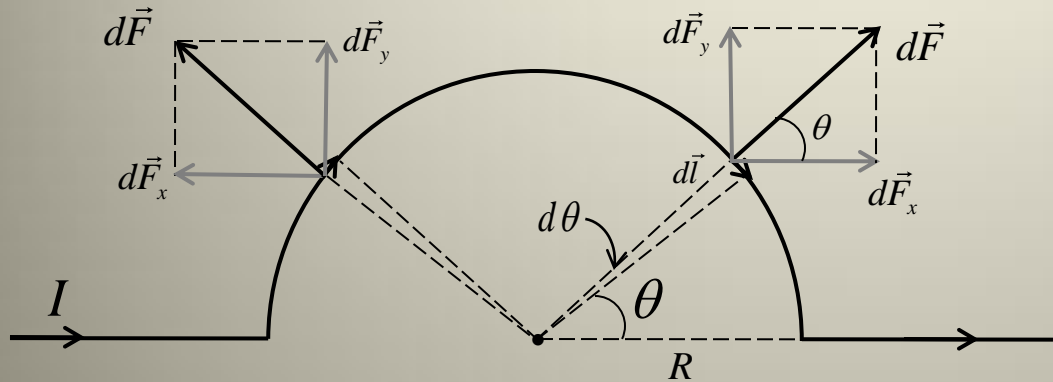


$$d\vec{F} = Id\vec{l} \times \vec{B}$$

$$\vec{F} = \int Id\vec{l} \times \vec{B}$$

نکته: برآیند نیروی وارد بر سیم خمیده حامل جریان I در میدان مغناطیسی یکنواخت B بین دو نقطه a و b برابر است با نیرویی که بر سیم مستقیم حامل جریان I از a به b وارد می شود.

مثال: نیروی وارد بر یک نیم حلقه دایره ای عمود بر میدان مغناطیسی درونسو و یکنواخت B را به دست آورید. (دو قطعه سیم راست را نادیده بگیرید).



پاسخ:

$$dF = I(dl)B$$

$$dl = R d\theta$$

نیروی کل، مولفه x ندارد.

$$dF_y = dF \sin \theta = IRB \sin \theta d\theta$$

$$F_y = \int dF_y = IRB \int_0^\pi \sin \theta d\theta = I(2R)B$$

بخش چهارم:

حرکت ذره باردار در میدان

مغناطیسی یکنواخت

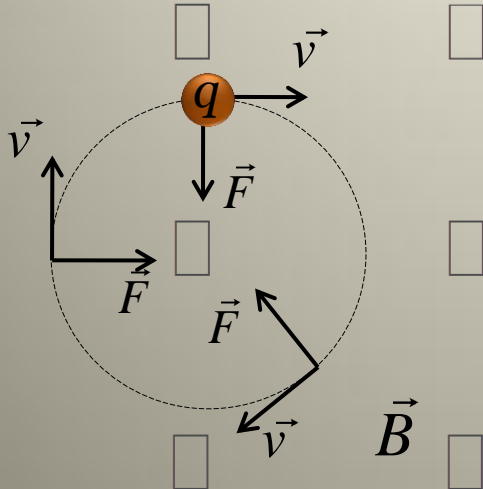
حرکت ذره باردار در میدان مغناطیسی یکنواخت در سه حالت بررسی می شود:

- (۱) حرکت ذره عمود بر میدان مغناطیسی
- (۲) حرکت ذره غیر عمود بر میدان مغناطیسی
- (۳) حرکت ذره در میدان الکتریکی و مغناطیسی

حرکت ذره باردار عمود بر میدان مغناطیسی یکنواخت:

از آنجا که نیرو بر جابجایی عمود است حرکت به صورت دایره ای یکنواخت خواهد بود.

اگر q اندازه بار ذره m جرم ذره و v سرعت آن باشد:



$$\left. \begin{aligned} F &= qvB \sin 90^\circ = qvB \\ F &= \frac{mv^2}{r} \end{aligned} \right\}$$

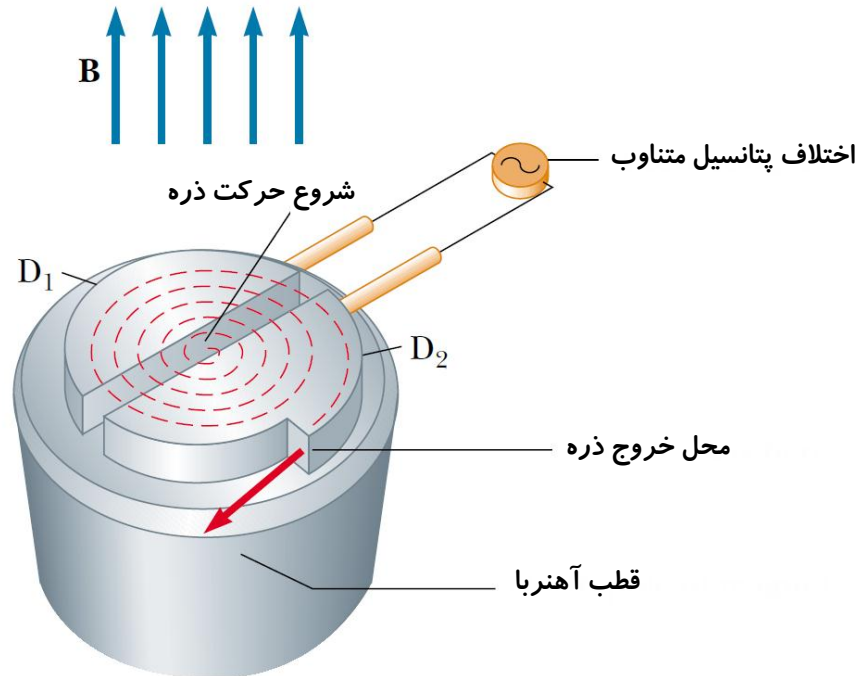
$$\Rightarrow qvB = \frac{mv^2}{r}$$

$$qvB = \frac{mv^2}{r} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{ll} T = \frac{2\pi r}{v} = \frac{2\pi m}{qB} & \text{دوره چرخش ذره (زمان یک دور چرخش)} \\ f_c = \frac{1}{T} = \frac{qB}{2\pi m} & \text{بسامد چرخش (بسامد سیکلوترونی)} \\ r = \frac{mv}{qB} = \frac{p}{qB} & \text{شعاع چرخش ذره (} p \text{ تکانه خطی ذره)} \\ K = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{q^2 B^2 r^2}{2m} & \text{انرژی جنبشی ذره باردار} \end{array} \right.$$

بسامد و دوره چرخش ذره مستقل از سرعت است و ذراتی که نسبت بار به جرم $\frac{q}{m}$ آنها یکسان است،
بسامد و دوره یکسان دارند.

سیکلوترون

وسیله ای که با استفاده از میدان مغناطیسی ثابت، ذرات باردار را شتاب می دهد.



ذرات تا حد مشخصی می توانند در سیکلوترون انرژی کسب کنند. برای رسیدن به انرژی های بالاتر از وسیله ای به نام سینکروترون استفاده می شود.

مثال: یک الکترون و یک پروتون در راستای عمود بر میدان مغناطیسی
یکنواخت وارد می شوند. نسبت شعاع مدار پروتون به مدار الکترون
چقدر است اگر الف) سرعت ذرات برابر باشد؟ ب) انرژی جنبشی ذرات
برابر باشد؟

پاسخ الف: الکترون و پروتون دارای بار یکسان و جرم متفاوت هستند.

$$\left. \begin{aligned} r_e &= \frac{m_e v}{eB} \\ r_p &= \frac{m_p v}{eB} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{r_p}{r_e} = \frac{m_p}{m_e}$$

مثال: یک الکترون و یک پروتون در راستای عمود بر میدان مغناطیسی
 یکنواخت وارد می شوند. نسبت شعاع مدار پروتون به مدار الکترون
 چقدر است اگر الف) سرعت ذرات برابر باشد؟ ب) انرژی جنبشی ذرات
 برابر باشد؟

$$r = \frac{p}{qB} \quad \Rightarrow \quad \frac{r_p}{r_e} = \frac{p_p}{p_e} \quad (1)$$

$$K = \frac{p^2}{2m} \xrightarrow{K_e = K_p} \frac{p_e^2}{2m_e} = \frac{p_p^2}{2m_p} \quad \Rightarrow \quad \frac{p_p}{p_e} = \sqrt{\frac{m_p}{m_e}} \quad (2)$$

$$(1), (2) \quad \Rightarrow \quad \frac{r_p}{r_e} = \sqrt{\frac{m_p}{m_e}}$$

حرکت ذره باردار غیر عمود بر میدان مغناطیسی یکنواخت:

در چنین حالتی مولفه عمودی سرعت باعث چرخش سیکلوترونی و مولفه موازی آن حرکت رو به جلوی ذره می شود. لذا حرکت نهایی ذره به صورت مارپیچی است.

جابجایی ذره در امتداد میدان مغناطیسی در

یک دور کامل را گام می گوئیم. زمان یک گام

برابر است با دوره چرخش ذره (T)

$$d = v_{\parallel} T = v_{\parallel} \frac{2\pi m}{qB}$$

حرکت ذره باردار در میدان های الکتریکی و مغناطیسی

نیروی وارد بر ذره باردار را در ناحیه ای که در آن میدان های الکتریکی و مغناطیسی وجود دارد،

نیروی لورنتس می نامیم.

$$\vec{F} = q\vec{E} + q\vec{v} \times \vec{B} = q \left(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B} \right)$$

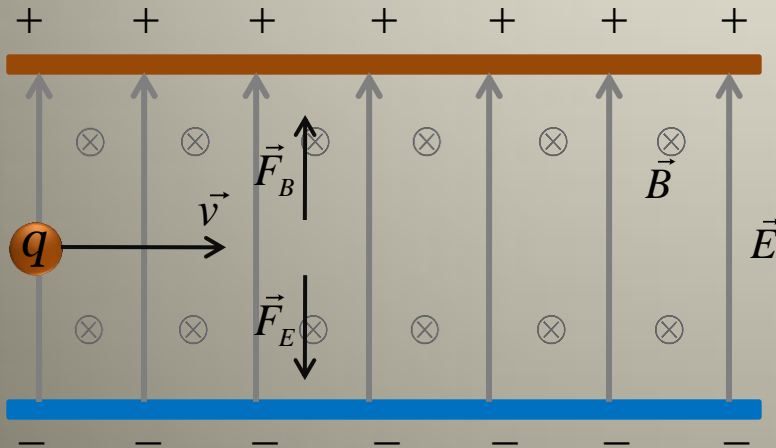
اگر ذره وارد محیطی با میدان های الکتریکی

و مغناطیسی یکنواخت و عمود بر هم شود

برای اینکه بدون انحراف خارج شود باید:

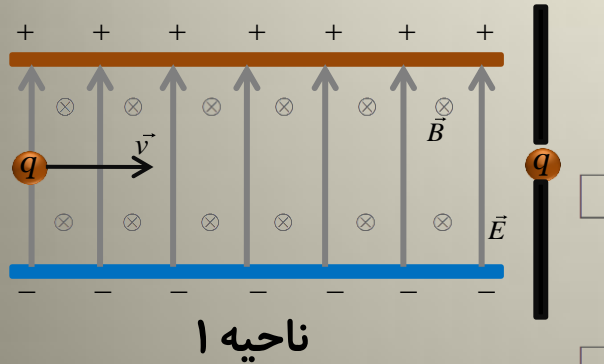
$$\vec{F}_B = \vec{F}_E$$

$$qvB = qE \quad \Rightarrow \quad v = \frac{E}{B}$$



طیف سنج جرمی

ذرات از ناحیه ۱ عبور می کنند و ذراتی که سرعتشان $v = E/B$ باشد وارد ناحیه ۲ می شوند. در این ناحیه میدان مغناطیسی یکنواخت B' را داریم که باعث چرخش ذرات می شود.



ناحیه ۲

شعاع چرخش در ناحیه ۲:

$$r = \frac{mv}{qB'} = \frac{mE}{qB'B}$$

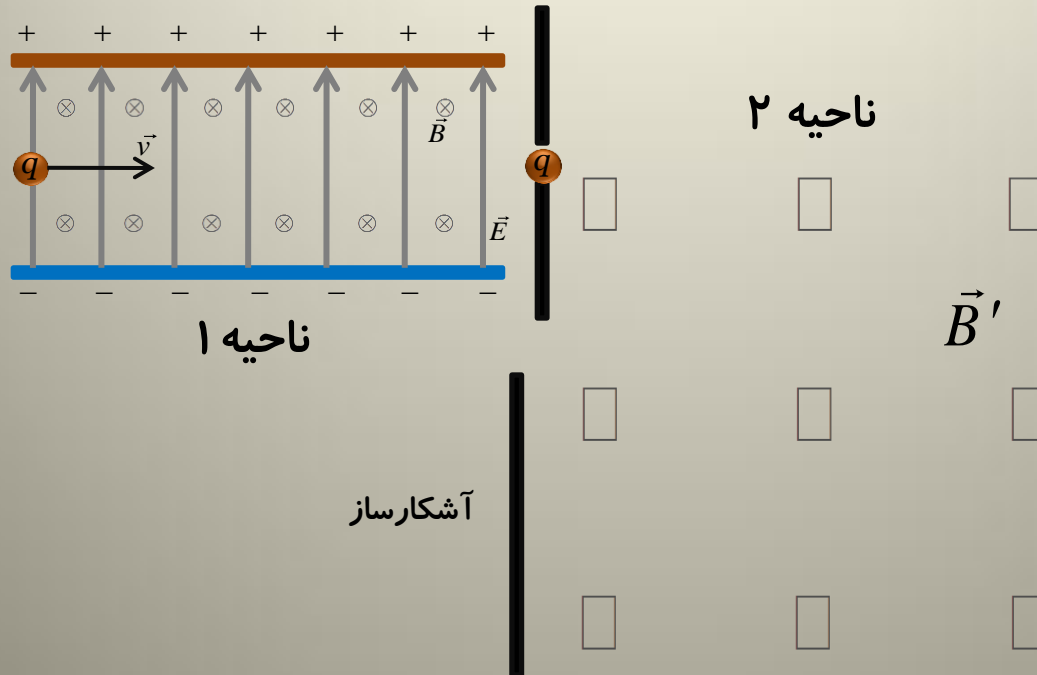
$$\frac{m}{q} = \frac{rB'B}{E}$$

آشکارساز

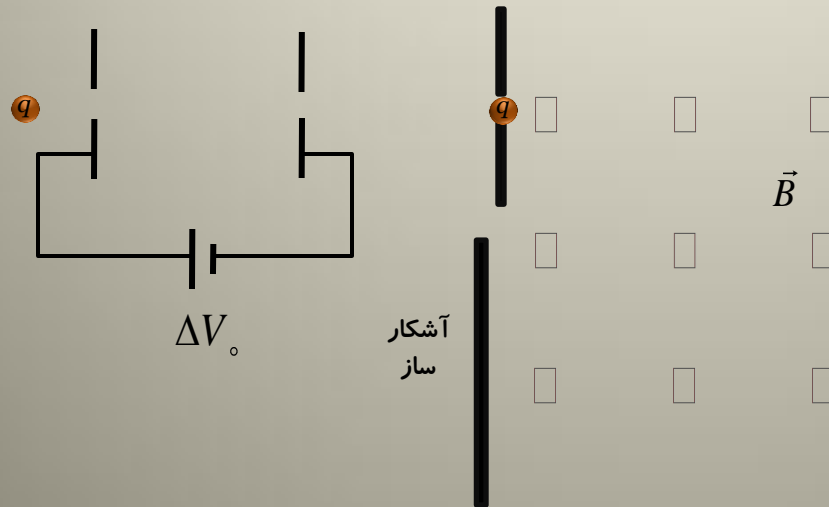
طیف سنج جرمی

$$\frac{m}{q} = \frac{rB'B}{E}$$

در صورتی که بار ذرات یکسان باشد هر چه ذره سنگین تر باشد شعاع چرخش آن بیشتر است.



مثال: دو ایزوتوپ از یک عنصر با جرم های m_1 و m_2 از حال سکون شتاب می گیرند و در ناحیه ای با میدان مغناطیسی یکنواخت B و عمود بر میدان وارد می شوند. اگر ذرات تحت اختلاف پتانسیل ΔV_0 شتاب گرفته باشند، نسبت شعاع مسیر ذرات r_2/r_1 چقدر است؟



جواب: ایزوتوپ های یک عنصر دارای q یکسان می باشد. اگر آنها از حال

سکون شتاب گرفته باشند:

$$K_1 + U_1 = K_2 + U_2$$

$$0 + q\Delta V_0 = \frac{1}{2}mv^2 + 0 \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2q\Delta V_0}{m}} \quad (1)$$

$$qvB = \frac{mv^2}{r} \Rightarrow v = \frac{rqB}{m} \quad (2)$$

از طرفی:

$$(1) \text{ و } (2) \Rightarrow \frac{rqB}{m} = \sqrt{\frac{2q\Delta V_0}{m}} \Rightarrow r = \sqrt{\frac{2m\Delta V_0}{qB^2}}$$

$$\Rightarrow \frac{r_2}{r_1} = \sqrt{\frac{m_2}{m_1}}$$

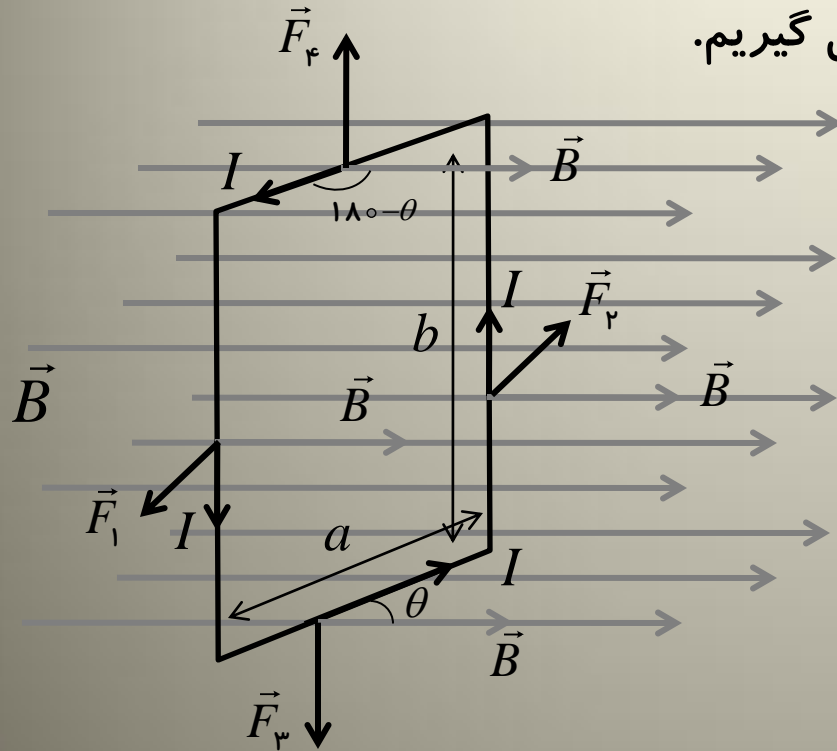
بخش پنجم:

گشتاور نیروی وارد بر حلقه

جریان

حلقه جریان در میدان مغناطیسی

حلقه جریان را به صورت قاب مستطیلی شکل در نظر می گیریم.



$$F_1 = IbB$$

$$F_2 = IbB$$

$$F_3 = IaB \sin \theta$$

$$F_4 = IaB \sin (180^\circ - \theta) = IaB \sin \theta$$

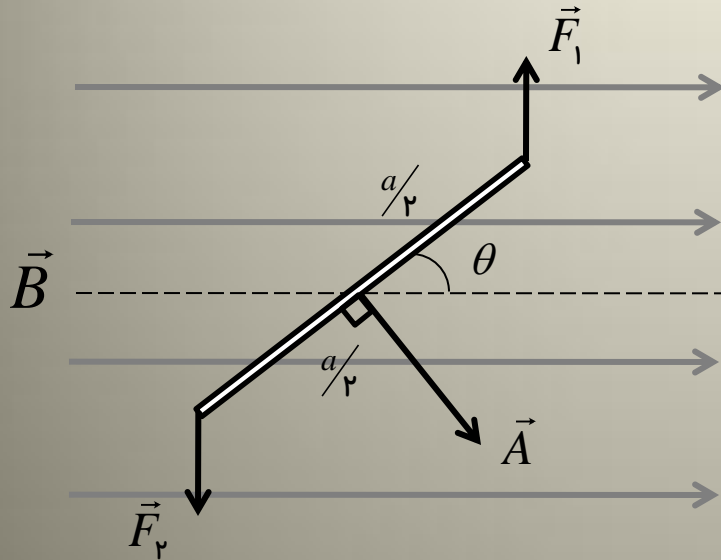
چون نیروهای F_1 و F_2 همچنین F_3 و F_4 خلاف

جهت یکدیگر هستند نیروی خالص وارد بر قاب

صفر است.

حلقه جریان در میدان مغناطیسی

چون نیروهای F_1 و F_2 روی یک خط اثر نیستند گشتاور نیرو ایجاد می کنند.



$$\begin{aligned}\tau &= \tau_{F_1} + \tau_{F_2} = 2\tau_F \\ &= 2\left(a/2\right)(IbB)\sin\theta \\ &= IabB\sin\theta = IAB\sin\theta\end{aligned}$$

اگر \vec{A} بردار عمود بر سطح باشد می توان
گشتاور نیرو را به فرم برداری نوشت:

$$\vec{\tau} = I\vec{A} \times \vec{B}$$

نکته های مربوط به گشتاور نیروی جریان در میدان مغناطیسی

(۱) جهت بردار \vec{A} از قانون دست راست به دست می آید. اگر چهار انگشت در جهت جریان خم شوند انگشت شست جهت \vec{A} را نشان می دهد.

(۲) جهت گشتاور نیروی وارد بر حلقه از طریق قانون دست راست مشخص می شود. اگر چهار انگشت در جهت چرخش قاب خم شوند انگشت شست جهت گشتاور نیرو را نشان می دهد.

(۳) اگر حلقه جریان شامل N دور سیم باشد گشتاور نیروی کل برابر است با:

$$\vec{\tau} = N I \vec{A} \times \vec{B}$$

نکته های مربوط به گشتاور نیروی جریان در میدان مغناطیسی

(۴) رابطه گشتاور نیرو برای هر حلقه جریان با شکل دلخواه معتبر است.

(۵) به کمیت $NIA\vec{A}$ گشتاور دو قطبی حلقه جریان می گویند و با $\vec{\mu}$ نشان می دهند.

بر این اساس:

$$\vec{\tau} = \vec{\mu} \times \vec{B}$$

(۶) گشتاور نیروی وارد بر حلقه جریان زمانی بیشینه است که بردار عمود بر حلقه

جریان، عمود بر میدان مغناطیسی باشد ($\theta = 90^\circ, \sin \theta = 1$). به حلقه ای که بردار آن

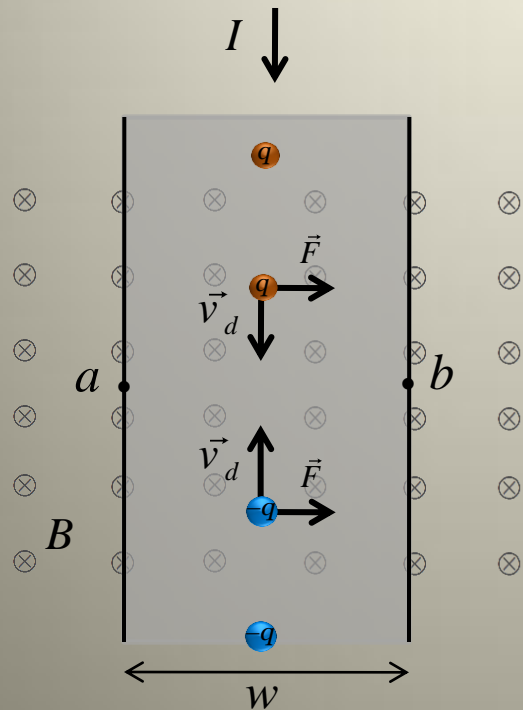
به موازات میدان قرار دارد ($\theta = 0^\circ, 180^\circ, \sin \theta = 0$) هیچ گشتاور نیرویی وارد نمی شود.

بخش ششم:

اثر هال

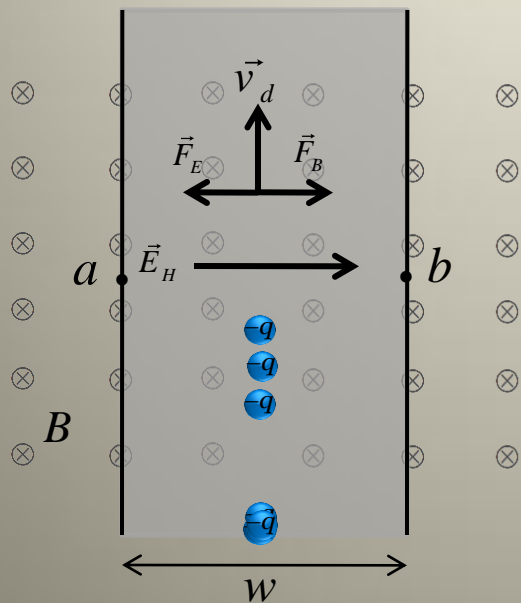
اثر هال

به وسیله اثر هال می توان نوع حامل های بار و چگالی آنها را در جریان مشخص کرد.



اندازه گیری اختلاف پتانسیل میان دو نقطه a و b (ولتاژ هال) نشان می دهد که پتانسیل نقطه b از a کمتر است پس در این نقطه تجمع بار منفی وجود دارد که نشان از منفی بودن حامل های بار است.

تجمع بار منفی در نقطه b باعث ایجاد میدان الکتریکی در رسانا می شود و بعد از مدتی نیروی مغناطیسی وارد بر بار متحرک با نیروی الکتریکی وارد بر آن برابر خواهد شد.



$$F_B = F_E \Rightarrow qv_d B = qE_H$$

$$\Rightarrow E_H = v_d B$$

v_d سرعت سوق الکترون ها است.