

## فصل هفتم :

### مدارهای جریان مستقیم (dc)

آنچه در این فصل می خوانیم :

(۱) مدارهای جریان مستقیم و اجزای آن

(۲) قانون ها و نکته های مربوط به مدارها

(۳) خازن و مقاومت در یک مدار

بخش اول:

مدارهای جریان مستقیم و

اجزای آن

## مدار جریان مستقیم

مداری که در آن، جهت جریان در یک سو برقرار می باشد.

اجزای یک مدار ساده



- چشمه نیروی محرکه الکتریکی (باتری، مولد)

- مصرف کننده (مقاومت، لامپ و...)

- وسایل اندازه گیری (ولت سنج، آمپرسنج)

- کلیدها و سیم های رابط

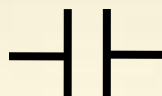
## نمادهای اجزای مدار



کلید



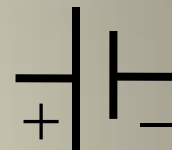
مصرف کننده  
(لامپ)



خازن



مقاومت



مولد (باتری)



ولت سنج



آمپر سنج

## چشمه نیروی محرکه الکتریکی (مولد)

وسیله ای است که نوعی از انرژی را به انرژی الکتریکی تبدیل کند. کاری که چشمه برای به حرکت در آوردن واحد بار در مدار انجام می دهد، نیروی محرکه الکتریکی نام دارد.

$$\mathcal{E} = \frac{W_{ne}}{q}$$

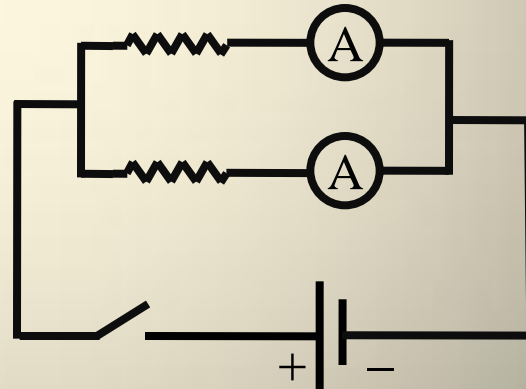
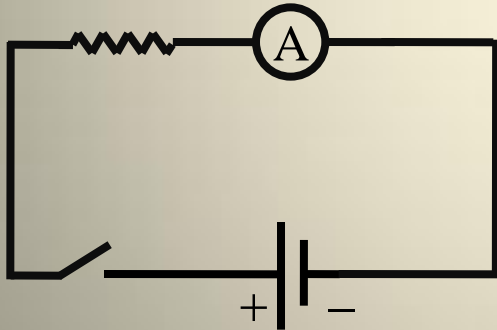
تفاوت نیروی محرکه الکتریکی و اختلاف پتانسیل:

(۱) اختلاف پتانسیل ناشی از میدان الکتروستاتیک است اما نیروی محرکه از روشی غیر الکتروستاتیک ایجاد می شود.

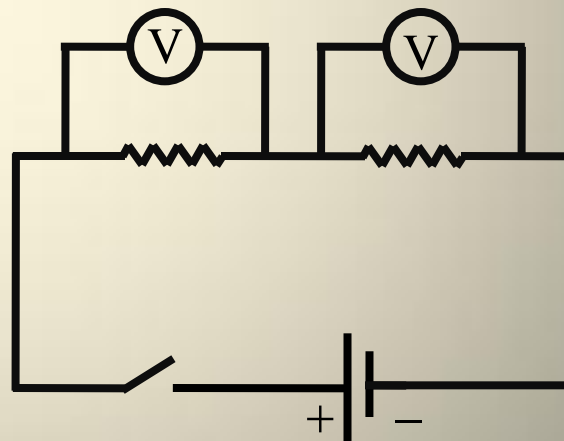
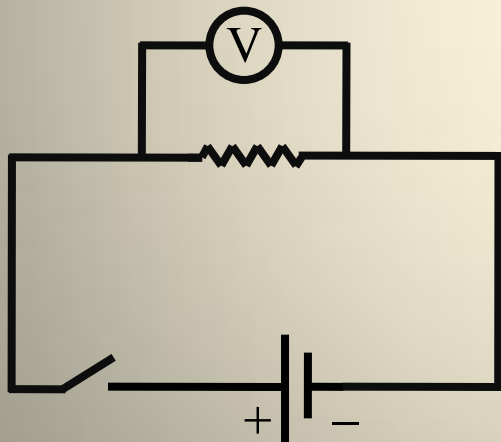
(۲) اختلاف پتانسیل وابسته به جریان است اما نیروی محرکه مولد، خاصیتی ثابت از مولد است.

## وسایل اندازه گیری مهم

۱) آمپرسنج: برای اندازه گیری شدت جریان عبوری از مدار استفاده می شود.  
آمپرسنج باید دارای کمترین مقاومت باشد و به صورت سری در مدار قرار گیرد.



۲) ولت سنج: برای اندازه گیری اختلاف پتانسیل بین دو نقطه مدار به کار می رود. ولت سنج باید دارای بیشترین مقاومت باشد و بین دو نقطه مورد نظر به صورت موازی قرار گیرد.



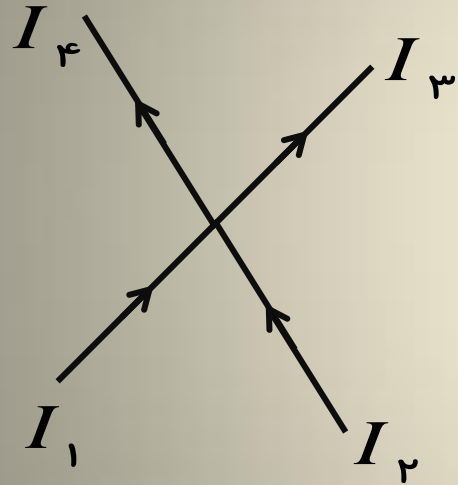


بخش دوم:

قانون ها و نکته های مربوط

به مدارها

## قوانین کیرشهوف



قانون اول کیرشهوف (قاعده پیوندگاه): کل جریان هایی که به هر نقطه مدار وارد می شوند با کل جریان هایی که از آن نقطه خارج می شوند برابر است.

این قانون برای مدارهای چند حلقه کاربرد دارد و نتیجه مستقیم قانون پایستگی بار است.

$$I_1 + I_2 = I_3 + I_4$$

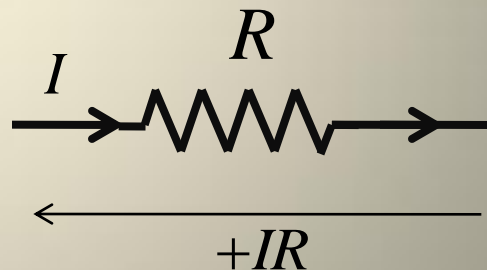
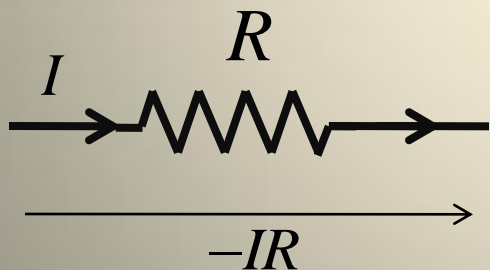
## قوانین کیرشهوف

قانون دوم کیرشهوف (قاعده حلقه): جمع جبری پتانسیل ها در یک حلقه بسته صفر می باشد.

این قانون برای مدارهای تک حلقه و چند حلقه کاربرد دارد و نتیجه مستقیم قانون پایستگی انرژی است.

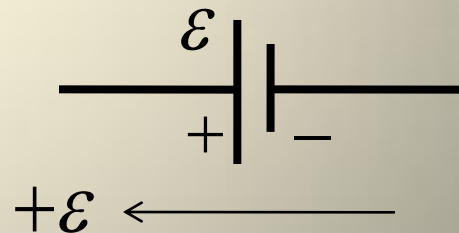
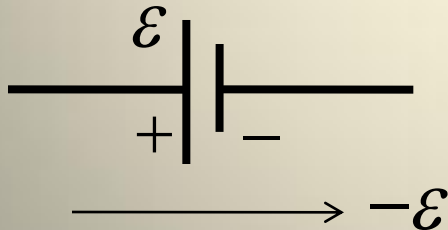
نکته های مربوط به مدارها

(۱) اگر در جهت جریان از روی مقاومت  $R$  عبور کنیم اختلاف پتانسیل به اندازه  $IR$  کاهش می یابد و اگر در خلاف جهت جریان از روی آن عبور کنیم اختلاف پتانسیل به اندازه  $IR$  کاهش می یابد.



## نکته های مربوط به مدارها

۲) صرف نظر از جهت جریان اگر از قطب منفی به قطب مثبت مولد حرکت کنیم اختلاف پتانسیل به اندازه  $\mathcal{E}$  افزایش می یابد و اگر از قطب مثبت به منفی مولد حرکت کنیم اختلاف پتانسیل به اندازه  $\mathcal{E}$  کاهش می یابد.

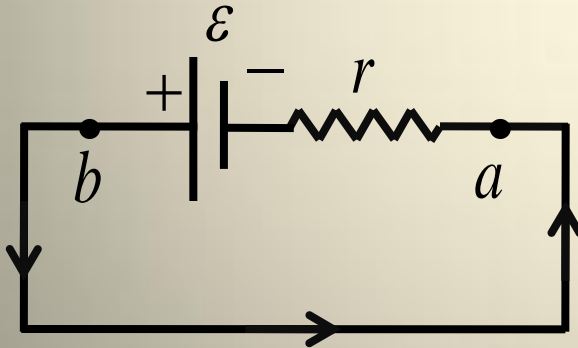


## حل مسائل مربوط به مدارها

برای حل مسائل مربوط به مدارها ابتدا جهت جریان را ( اگر مشخص نباشد ) به صورت فرضی مشخص کرده و قواعد ذکر شده را به کار می بریم.

## اختلاف پتانسیل دو سر مولد

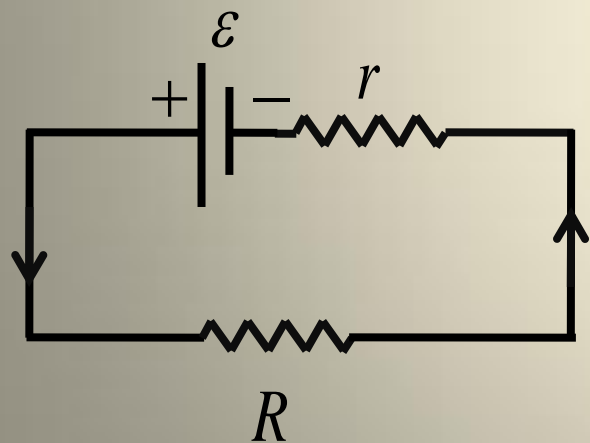
هر مولد دارای مقاومت داخلی می باشد. الکترون ها پس از عبور از نقطه  $a$  با مقاومت داخلی روبرو شده و پتانسیل به اندازه  $Ir$  کاهش می یابد. از سویی مولد اختلاف پتانسیل بارها را به اندازه  $\mathcal{E}$  افزایش می دهد.



$$V_a - Ir + \mathcal{E} = V_b$$

$$V_b - V_a = \mathcal{E} - Ir$$

مثال: یک باتری با نیروی محرکه  $\mathcal{E}$  و مقاومت درونی  $r$  به مقاومت خارجی  $R$  متصل است. هنگامی که  $R = 4\Omega$  اختلاف پتانسیل دو سر آن  $9/5(V)$  و هنگامی که  $R = 6\Omega$  اختلاف پتانسیل آن  $10(V)$  می باشد.  $\mathcal{E}$  و  $r$  چقدر است؟

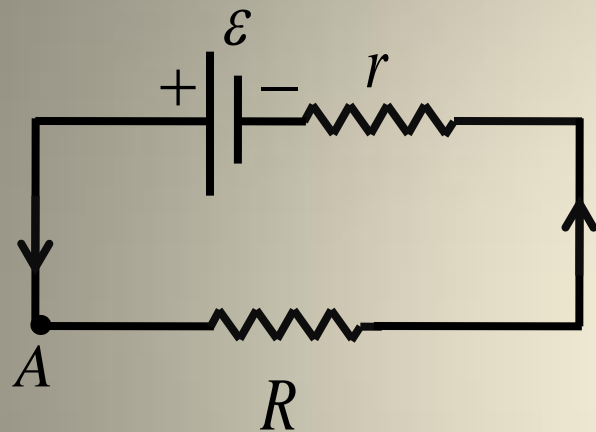


پاسخ: جریان عبوری از مقاومت در دو حالت

$$\text{حالت اول} \quad I = \frac{V}{R} = \frac{9/5}{4} = 2/375(A)$$

$$\text{حالت دوم} \quad I = \frac{V}{R} = \frac{10}{6} = 1/667(A)$$





از نقطه A شروع می کنیم و یک دور کامل می زنیم.  
طبق قاعده حلقه:

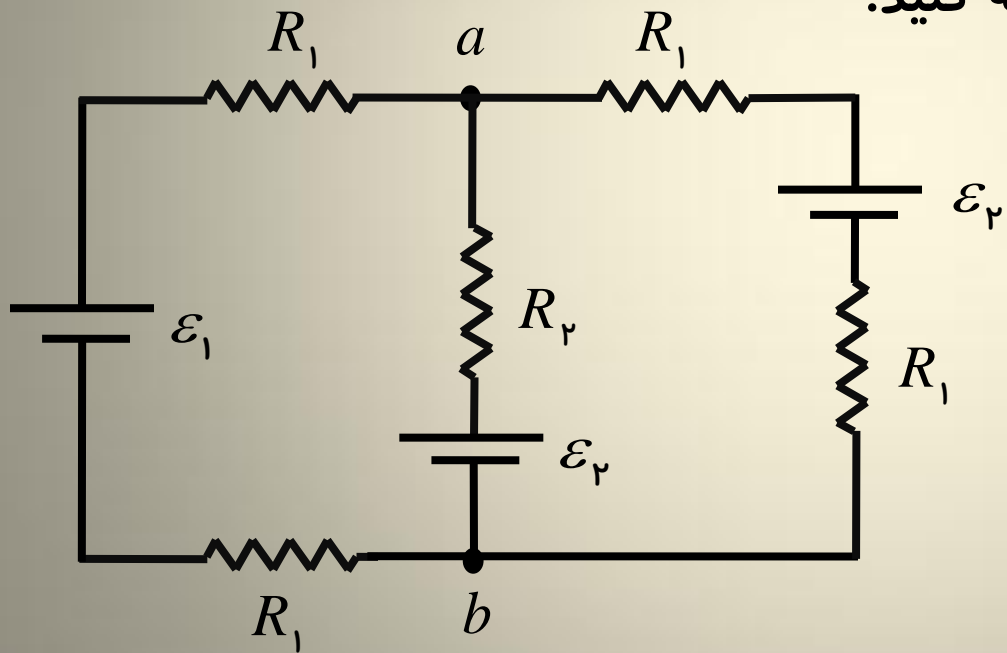
$$-IR - Ir + \varepsilon = 0$$

حالت اول:  $-(2/375 \times 4) - 2/375 \times r + \varepsilon = 0 \Rightarrow \varepsilon - 2/375 r = 9/5$

حالت دوم:  $-(1/667 \times 6) - 1/667 \times r + \varepsilon = 0 \Rightarrow \varepsilon - 1/667 r = 10$

از دو معادله فوق نتیجه می گیریم:  $\varepsilon = 11/2 (V) \quad r = 0/706 (\Omega)$

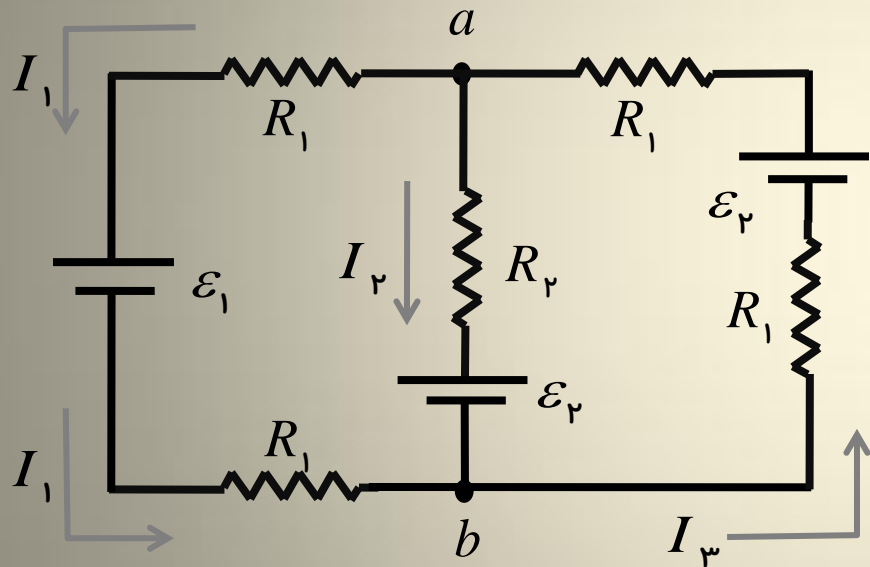
مثال: در شکل زیر الف) شدت جریان را در نقاط مختلف مدار به دست آورید. ب) اختلاف پتانسیل  $V_b - V_a$  را محاسبه کنید.



$$R_1 = 2 \, \Omega \quad R_2 = 4 \, \Omega$$

$$\varepsilon_1 = 2V \quad \varepsilon_2 = 6V$$

پاسخ: جهت جریان ها را به شکل زیر مشخص می کنیم. برای حلقه سمت چپ از نقطه  $a$  به صورت پاد ساعتگرد دور می زنیم.



$$R_1 = 2 \, \Omega \quad R_p = 4 \, \Omega$$

$$\varepsilon_1 = 2V \quad \varepsilon_2 = 6V$$

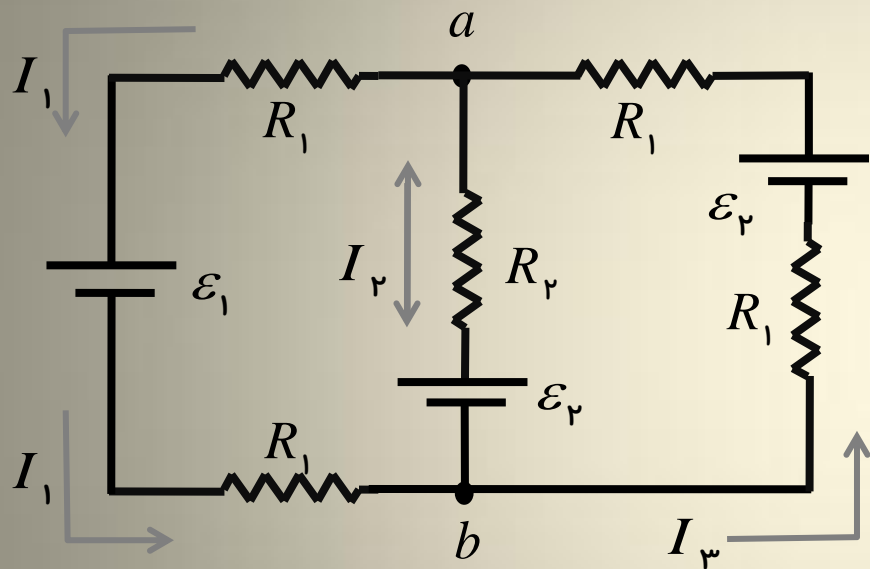
$$-I_1 R_1 - \varepsilon_1 - I_1 R_1 + \varepsilon_2 + I_2 R_p = 0$$

$$\Rightarrow 4I_1 - 4I_2 = 4$$

و برای حلقه سمت راست داریم:

$$-I_2 R_p - \varepsilon_2 - I_3 R_1 + \varepsilon_2 - I_3 R_1 = 0$$

$$\Rightarrow -4I_2 - 4I_3 = 0$$



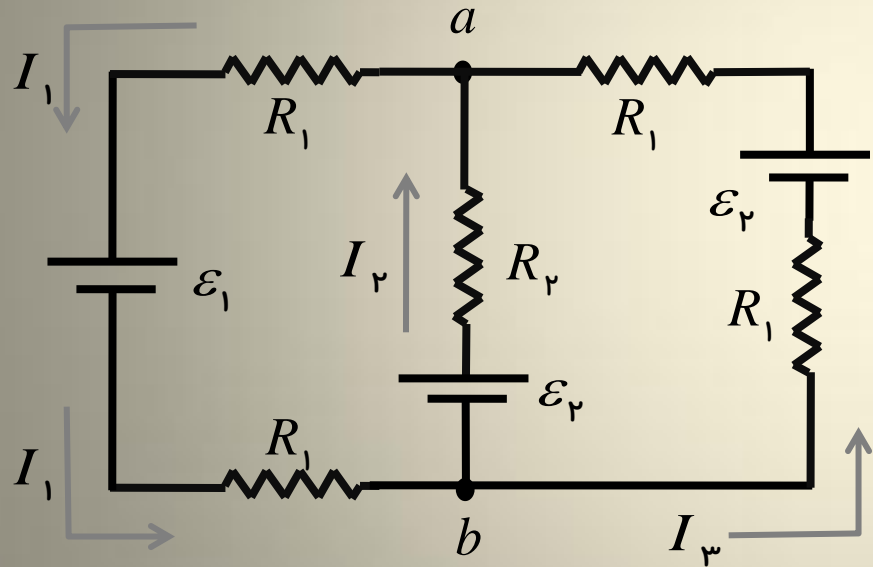
$$\begin{cases} 4I_1 - 4I_2 = 4 \\ 4I_2 + 4I_3 = 0 \end{cases}$$

طبق قانون اول کیرشهوف:

$$I_1 + I_2 = I_3$$

$$\Rightarrow I_1 = \frac{2}{3}A, \quad I_2 = -\frac{1}{3}A, \quad I_3 = \frac{1}{3}A$$

نکته: اگر در محاسبات، جریانی را منفی به دست آوردیم نشان از این است که جهت نشان داده شده نادرست است و باید جهت جریان را عوض کنیم، البته مقدار جریان تفاوتی نمی کند.



اختلاف پتانسیل :  $V_b - V_a$

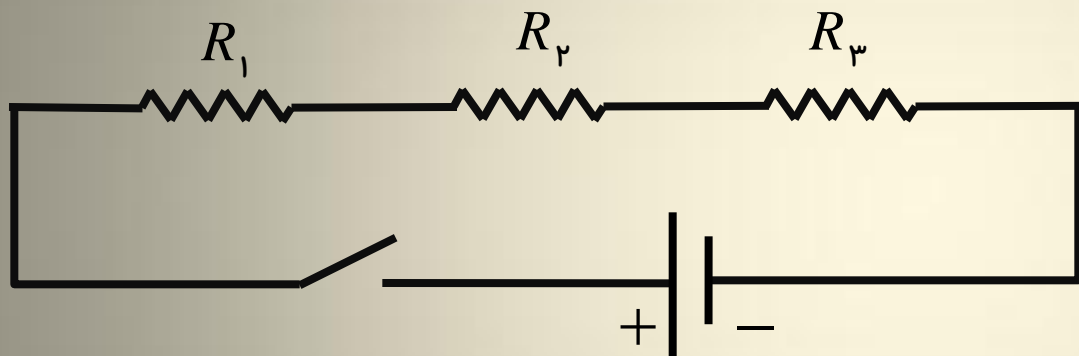
$$V_b + \varepsilon_2 - I_2 R_2 = V_a$$

$$V_b - V_a = -\varepsilon_2 + I_2 R_2$$

$$= -6 + \frac{1}{3} \times 4 = -\frac{14}{3} \text{ V}$$

هم بندی های مختلف مقاومت ها

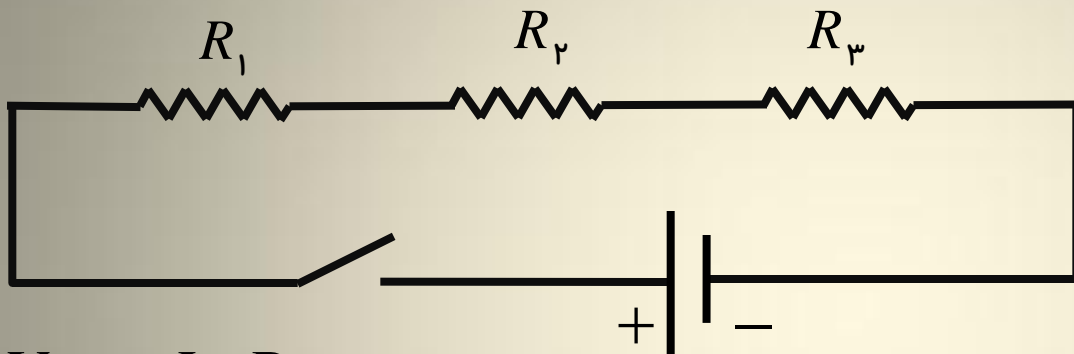
(۱) حالت متوالی



اختلاف پتانسیل دو سر مجموعه مقاومت ها  $V_{eq} = V_1 + V_2 + V_3$

جریان عبوری از کل مقاومت ها  $I_{eq} = I_1 = I_2 = I_3$

مقاومت معادل در حالت سری

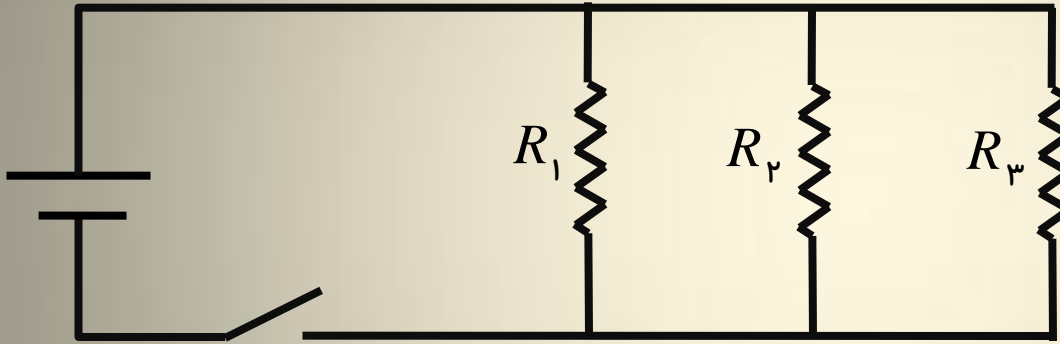


$$V_{eq} = I_{eq} R_{eq}$$

$$\left. \begin{aligned} V_{eq} &= V_1 + V_2 + V_3 = I_1 R_1 + I_2 R_2 + I_3 R_3 \\ I_{eq} &= I_1 = I_2 = I_3 \end{aligned} \right\}$$

$$\Rightarrow V_{eq} = I_{eq} (R_1 + R_2 + R_3) \Rightarrow R_{eq} = R_1 + R_2 + R_3$$

## (۲) حالت موازی

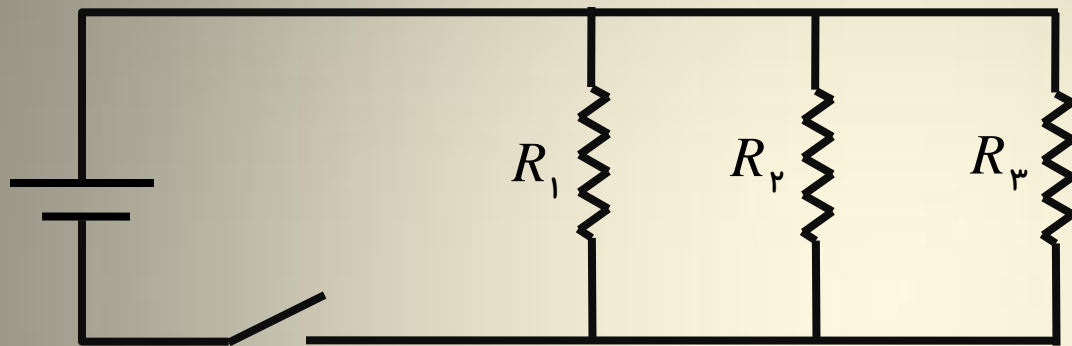


اختلاف پتانسیل دو سر مجموعه مقاومت ها  $V_{eq} = V_1 = V_2 = V_3$

جریان عبوری از کل مقاومت ها  $I_{eq} = I_1 + I_2 + I_3$



## مقاومت معادل در حالت موازی



$$V_{eq} = V_1 = V_2 = V_3$$

$$I_{eq} = I_1 + I_2 + I_3$$

$$I_{eq} = \frac{V_{eq}}{R_{eq}}$$

$$I_{eq} = \frac{V_1}{R_1} + \frac{V_2}{R_2} + \frac{V_3}{R_3} = V_{eq} \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \right) \Rightarrow \frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}$$

مثال: توان مصرفی در مقاومت های  $R_1$  و  $R_2$  زمانی که به طور موازی بسته می شوند  
۴ برابر توانی است که در هم بندی متوالی با مولد آرمانی یکسان به مصرف می رسد.  
اگر  $R_1 = 3\Omega$  باشد  $R_2$  چقدر است؟

پاسخ: در حالت متوالی، جریان ها برابرند.

$$R_{eq} = R_1 + R_2 = 3 + R_2$$

$$I = \frac{V_{eq}}{R_{eq}} \Rightarrow I = \frac{V_{eq}}{R_2 + 3} \Rightarrow P_{متوالی} = V_{eq} I = \frac{V_{eq}^2}{R_2 + 3}$$

در حالت موازی مقاومت معادل برابر است با:

$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{3} + \frac{1}{R_r} \Rightarrow R_{eq} = \frac{3R_r}{R_r + 3}$$

$$P_{\text{موازی}} = \frac{V_{eq}^2}{R_{eq}} = V_{eq}^2 \left( \frac{R_r + 3}{3R_r} \right)$$

$$P_{\text{موازی}} = 4P_{\text{متوالی}} \Rightarrow V^2 \left( \frac{R_r + 3}{3R_r} \right) = 4 \left( \frac{V^2}{R_r + 3} \right) \Rightarrow R_r = 3\Omega$$

بخش سوم:

خازن و مقاومت در یک مدار

## خازن و مقاومت در یک مدار

به دو شکل می توان خازن و مقاومت در مدار را بررسی کرد:

(۱) خازن و مقاومت در مدار پایا

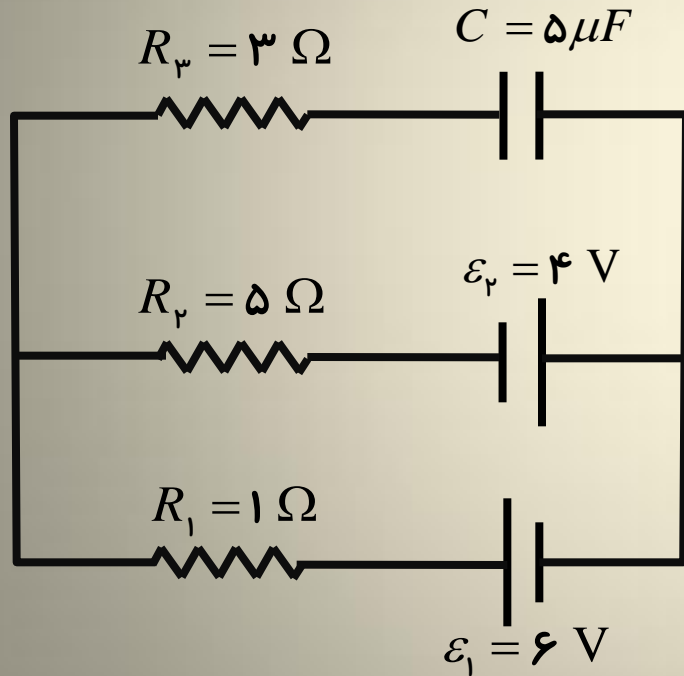
(۲) خازن در حال تخلیه و بارگیری (مدار  $RC$ )

## خازن و مقاومت در مدار پایا

در این حالت خازن به طور کامل تخلیه یا بارگیری شده است. لذا، جریان در شاخه ای که خازن در آن قرار دارد صفر است و در صورتی که خازن پر باشد اختلاف پتانسیل دو سر آن برابر است با:

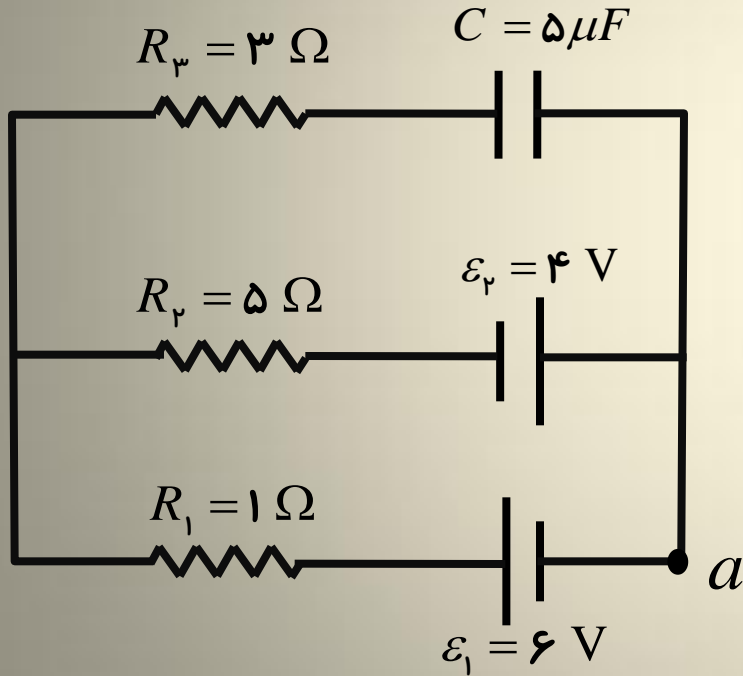
$$V_c = \frac{Q}{C}$$

مثال: در شکل زیر مدار در حالت پایا قرار دارد. جریان گذرنده از هر مقاومت و بار روی خازن را بیابید.



پاسخ: چون مدار در حالت پایا قرار دارد جریان عبوری از مقاومت  $R_3$  صفر است، پس  $R_2$  و  $R_1$  در یک مدار تک حلقه قرار دارند.

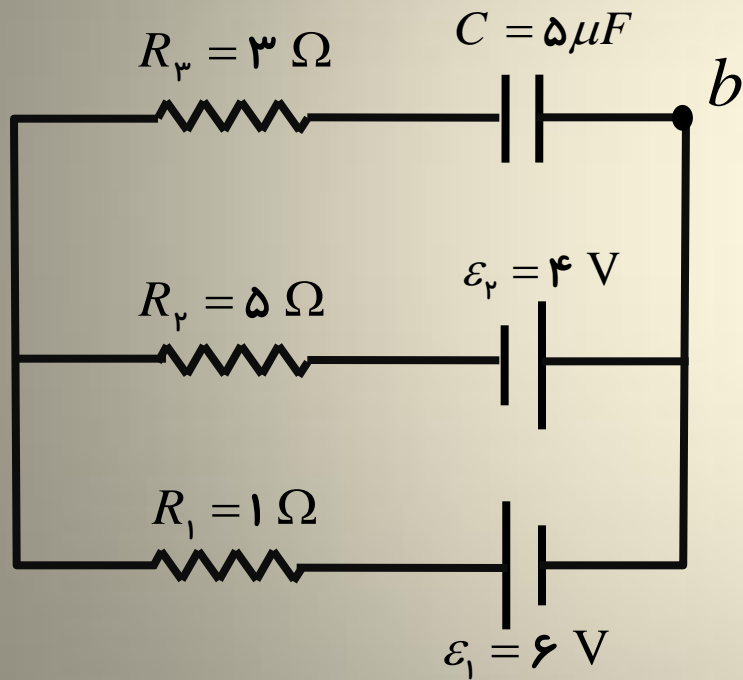
از نقطه  $a$  و در جهت ساعتگرد قاعده حلقه  
را به کار می بریم.



$$\varepsilon_1 - IR_1 - IR_v + \varepsilon_v = 0$$

$$I = \frac{\varepsilon_1 + \varepsilon_v}{R_1 + R_v} = \frac{6 + 4}{1 + 5} = \frac{5}{3} \text{ A}$$





برای یافتن بار روی خازن، از نقطه  $b$  و در جهت پادساعتگرد قاعده حلقه را می نویسیم:

$$\frac{Q}{C} - IR_p + \varepsilon_p = 0$$

$$\frac{Q}{5} - \frac{5}{3} \times 5 + 4 = 0$$

$$\Rightarrow Q = 21/7 \mu C$$

## مدار $RC$ (تخلیه و بارگیری خازن به صورت تابعی از زمان)

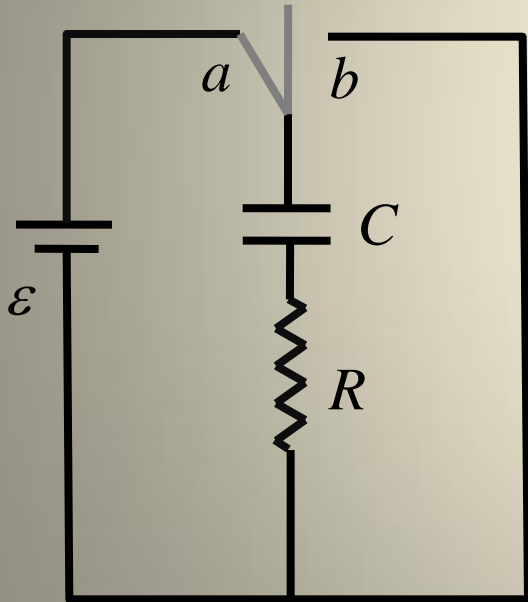
برای بارگیری خازن، کلید را در  $t = 0$  در وضعیت  $a$

قرار می دهیم. در این حالت:

$$V_R + V_C = \varepsilon$$

$$\varepsilon - IR - \frac{Q}{C} = 0 \Rightarrow R \frac{dQ}{dt} + \frac{Q}{C} = \varepsilon$$

$$\Rightarrow Q = C \varepsilon \left( 1 - e^{-t/RC} \right)$$



$$Q = C \varepsilon \left( 1 - e^{-t/RC} \right) = Q_{\circ} \left( 1 - e^{-t/RC} \right)$$

به  $\tau = RC$  ثابت زمانی می گویند و زمانی است که بار خازن به

$$Q = Q_{\circ} \left( 1 - e^{-1} \right) = 0.63 Q_{\circ}$$

یا ۶۳ درصد مقدار نهایی خود می رسد.

شدت جریان:

$$I = \frac{dQ}{dt} = \frac{Q_{\circ}}{C} e^{-t/RC} = I_{\circ} e^{-t/RC}$$

$$Q = C \varepsilon \left( 1 - e^{-t/RC} \right) = Q_{\circ} \left( 1 - e^{-t/RC} \right)$$

$$I = \frac{Q_{\circ}}{C} e^{-t/RC} = I_{\circ} e^{-t/RC}$$

اختلاف پتانسیل دو سر خازن:

$$V_C = \frac{Q}{C} = \frac{Q_{\circ}}{C} \left( 1 - e^{-t/RC} \right) = \varepsilon \left( 1 - e^{-t/RC} \right)$$

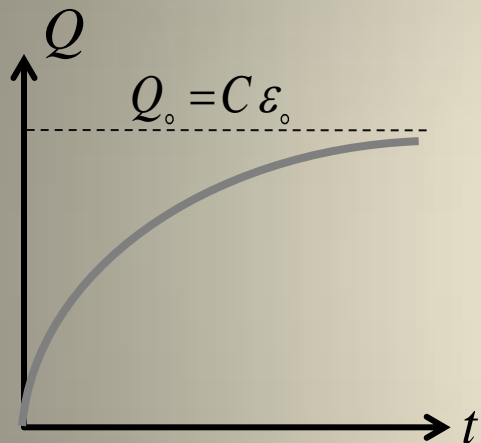
اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت:

$$V_R = IR = I_{\circ} R e^{-t/RC} = \varepsilon e^{-t/RC}$$

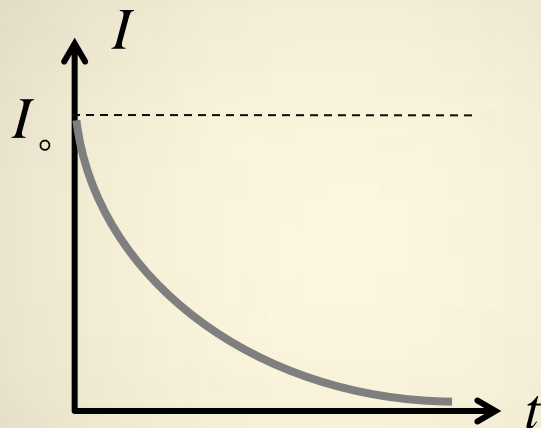
$$V_R + V_C = \varepsilon$$

می بینیم که:

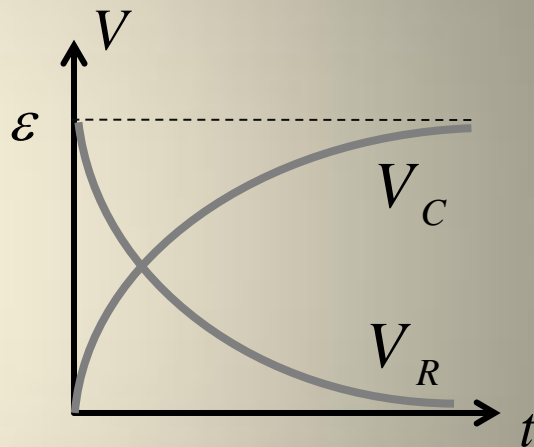
نمودار تغییرات بار خازن، جریان و اختلاف پتانسیل در مدار  $RC$  در حال بارگیری



$$Q = Q_0 \left( 1 - e^{-t/RC} \right)$$



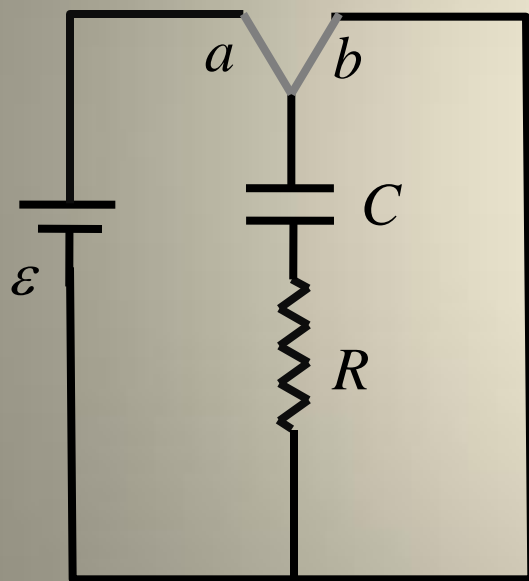
$$I = I_0 e^{-t/RC}$$



$$V_R = \varepsilon e^{-t/RC}$$

$$V_C = \varepsilon \left( 1 - e^{-t/RC} \right)$$

پس از بارگیری خازن، کلید را در  $t = 0$  از وضعیت  $a$  در وضعیت  $b$  قرار می دهیم.



در این حالت:

$$V_R + V_C = 0$$

$$IR + \frac{Q}{C} = 0 \quad \Rightarrow \quad R \frac{dQ}{dt} + \frac{Q}{C} = 0$$

$$\Rightarrow Q = C \mathcal{E} e^{-t/RC} = Q_0 e^{-t/RC}$$

$$Q = C \varepsilon e^{-t/RC} = Q_0 e^{-t/RC}$$

در اینجا ثابت زمانی  $\tau = RC$  مدت زمانی است که بار خازن به

$$Q = Q_0 e^{-1} = 0.37 Q_0$$

یا ۳۷ درصد بار اولیه خود می رسد.

$$I = \frac{dQ}{dt} = -\frac{\varepsilon}{R} e^{-t/RC} = -I_0 e^{-t/RC}$$

شدت جریان:

$$Q = C \varepsilon e^{-t/RC} = Q_0 e^{-t/RC}$$

$$I = -\frac{\varepsilon}{R} e^{-t/RC} = -I_0 e^{-t/RC}$$

اختلاف پتانسیل دو سر خازن:

$$V_C = \frac{Q}{C} = \frac{Q_0}{C} e^{-t/RC} = \varepsilon e^{-t/RC}$$

اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت:

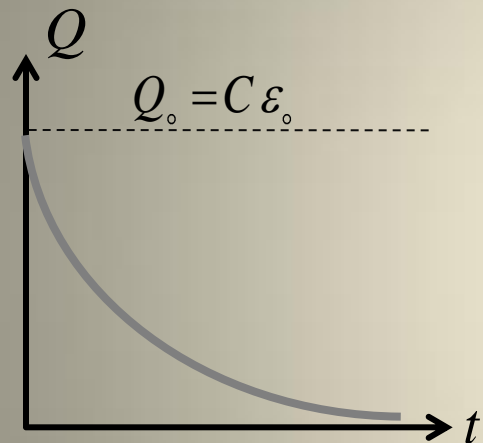
$$V_R = IR = -I_0 R e^{-t/RC} = -\varepsilon e^{-t/RC}$$

می بینیم:

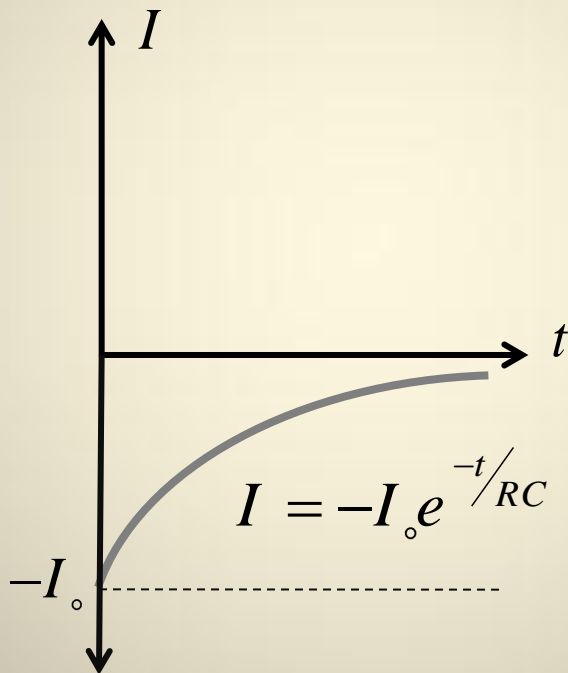
$$V_R + V_C = 0$$



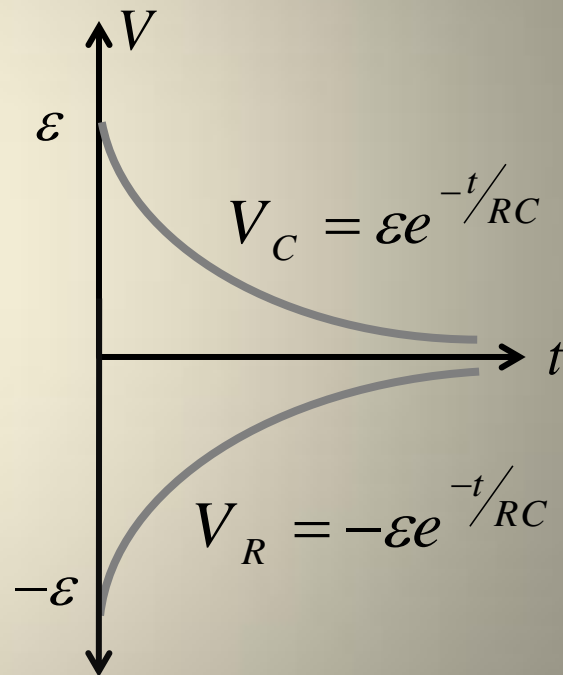
نمودار تغییرات بار خازن، جریان و اختلاف پتانسیل در مدار  $RC$  در حال تخلیه



$$Q = Q_0 \left( 1 - e^{-t/RC} \right)$$



$$I = -I_0 e^{-t/RC}$$



$$V_C = \varepsilon e^{-t/RC}$$

$$V_R = -\varepsilon e^{-t/RC}$$

بارگیری:

$$V_C = \varepsilon \left( 1 - e^{-t/RC} \right)$$

$$V_R = \varepsilon e^{-t/RC}$$

تخلیه:

$$V_C = \varepsilon e^{-t/RC}$$

$$V_R = -\varepsilon e^{-t/RC}$$

مثال: در یک مدار بارگیری  $RC$  می دانیم  $R = 10^4 \Omega$ . اگر بار ذخیره شده روی خازن در مدت ۲ ثانیه از صفر به ۹۰ درصد مقدار نهایی برسد، ظرفیت خازن را بیابید.

پاسخ:  $R = 10^4 \Omega \quad t = 2s \quad Q = \frac{9}{10} Q_0$

$$Q = Q_0 \left( 1 - e^{-t/RC} \right) \Rightarrow \frac{9}{10} Q_0 = Q_0 \left( 1 - e^{-\frac{2}{10^4 C}} \right)$$

$$e^{-\frac{2 \times 10^{-4}}{C}} = \frac{1}{10} \Rightarrow C = 86 / 8 \times 10^{-6} F = 86 / 8 \mu F$$