

فصل دوم:

میدان الکتریکی

آنچه در این فصل می خوانیم :

(۱) تعریف میدان الکتریکی و محاسبه آن

(۲) خطوط میدان الکتریکی

(۳) ذره باردار در میدان الکتریکی

بخش اول:

تعریف میدان الکتریکی و

محاسبه آن

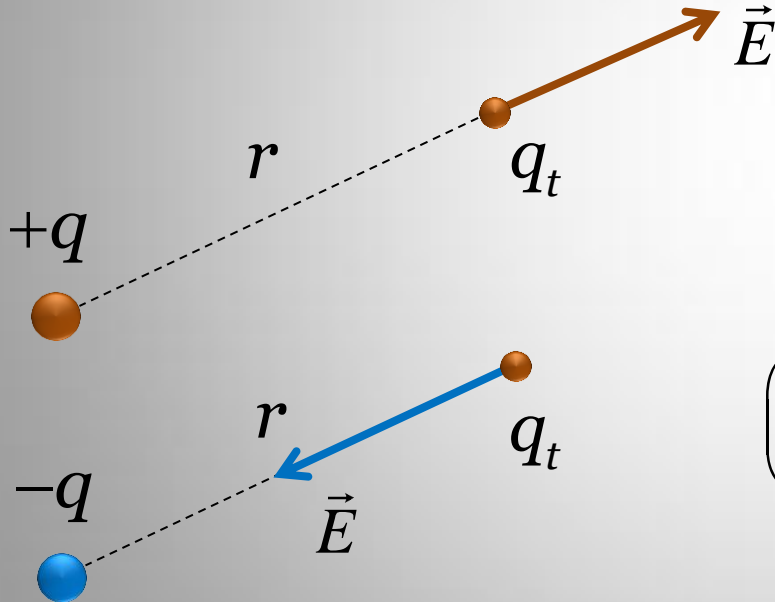
## تعریف کیفی میدان الکتریکی

میدان الکتریکی واسطه نیرو بین بارهای الکتریکی است.

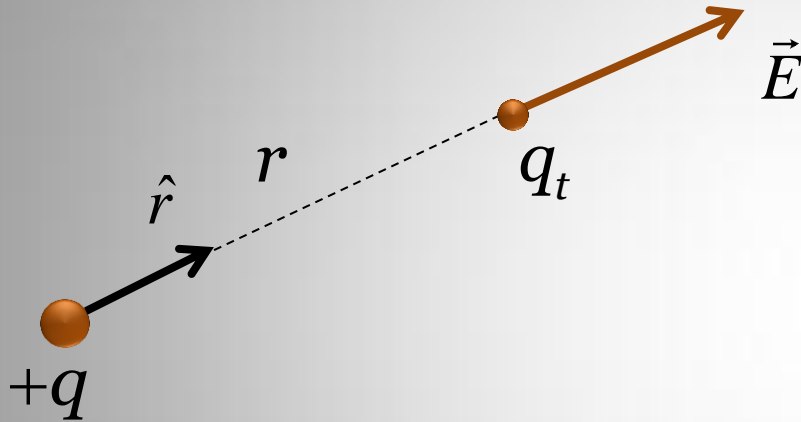
## تعریف کمی میدان الکتریکی

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_t}$$

واحد میدان الکتریکی نیوتن بر کولن  $\left(\frac{N}{C}\right)$  می باشد.



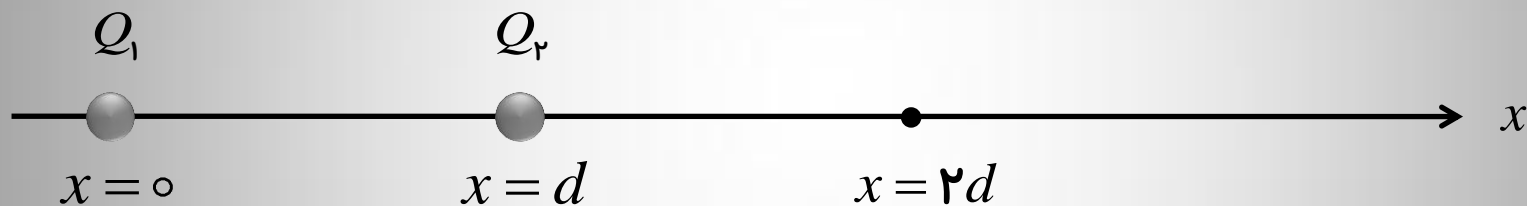
## میدان الکتریکی بار نقطه ای



$$\left. \begin{aligned} \vec{E} &= \frac{\vec{F}}{q_t} \\ \vec{F} &= \frac{kqq_t}{r^2} \hat{r} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \vec{E} = \frac{kq}{r^2} \hat{r}$$

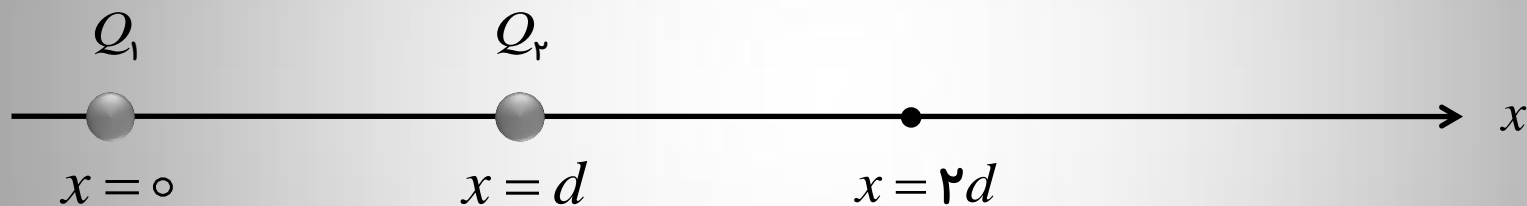
نکته) اصل برهم نهی در مورد میدان الکتریکی معتبر است و روش یافتن میدان حاصل از بارهای نقطه ای در یک نقطه، مشابه یافتن نیروی الکتریکی برآیند وارد بر یک بار می باشد.

مثال: بار نقطه ای  $Q_1$  را در مبدا و  $Q_2$  را در  $x = d$  قرار داده ایم. رابطه بین  $Q_1$  و  $Q_2$  چگونه باشد تا میدان الکتریکی در  $x = 2d$  صفر شود؟



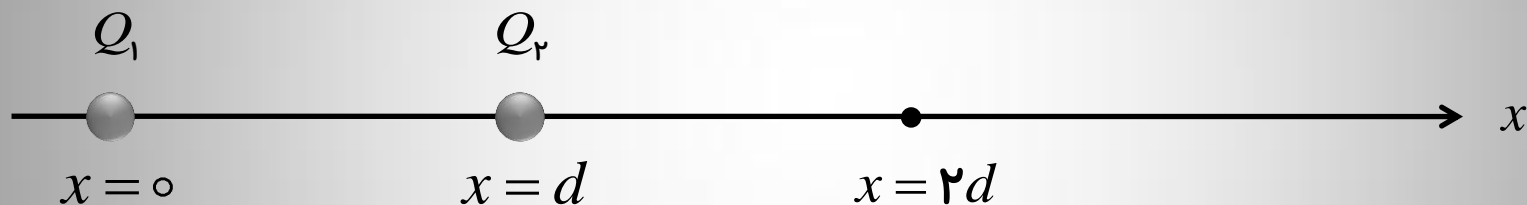
پاسخ: میدان های ناشی از دو بار باید از لحاظ اندازه، مساوی بوده و در خلاف جهت هم باشند. بنابراین بار ها مختلف علامت می باشند.

مثال: بار نقطه ای  $Q_1$  را در مبدا و  $Q_2$  را در  $x = d$  قرار داده ایم. رابطه بین  $Q_1$  و  $Q_2$  چگونه باشد تا میدان الکتریکی در  $x = 2d$  صفر شود؟



پاسخ: میدان های ناشی از دو بار باید از لحاظ اندازه، مساوی بوده و در خلاف جهت هم باشند. بنابراین بار ها مختلف علامت می باشند.

مثال: بار نقطه ای  $Q_1$  را در مبدا و  $Q_2$  را در  $x = d$  قرار داده ایم. رابطه بین  $Q_1$  و  $Q_2$  چگونه باشد تا میدان الکتریکی در  $x = 2d$  صفر شود؟

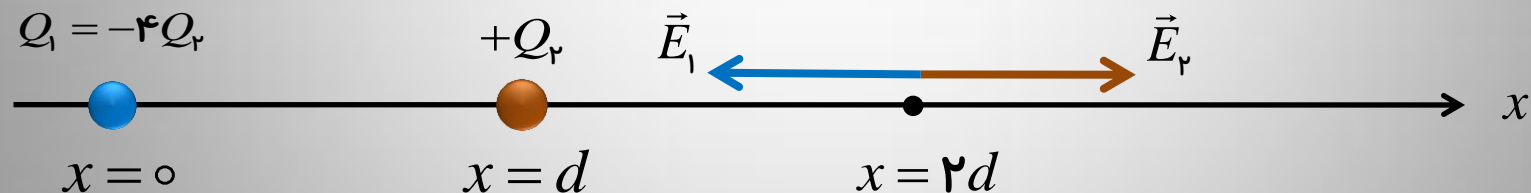
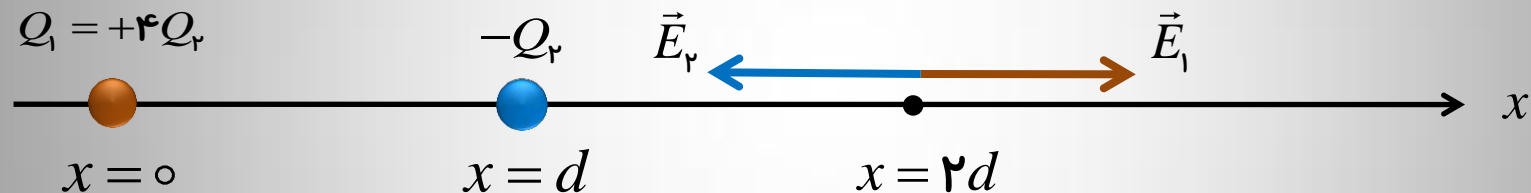


$$|\vec{E}_1| = |\vec{E}_2| \Rightarrow k \frac{|Q_1|}{(2d)^2} = k \frac{|Q_2|}{d^2} \Rightarrow |Q_1| = 4|Q_2|$$

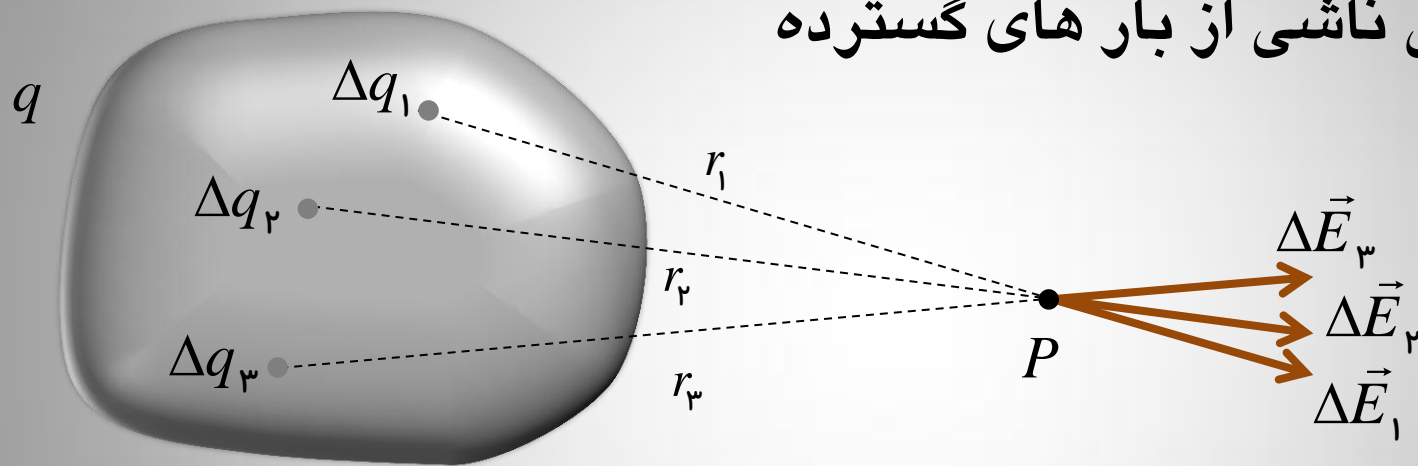
بارها مختلف علامت هستند  $\Rightarrow Q_1 = -4Q_2$



مثال: بار نقطه ای  $Q_1$  را در مبدا و  $Q_2$  را در  $x = d$  قرار داده ایم. رابطه بین  $Q_1$  و  $Q_2$  چگونه باشد تا میدان الکتریکی در  $x = 2d$  صفر شود؟

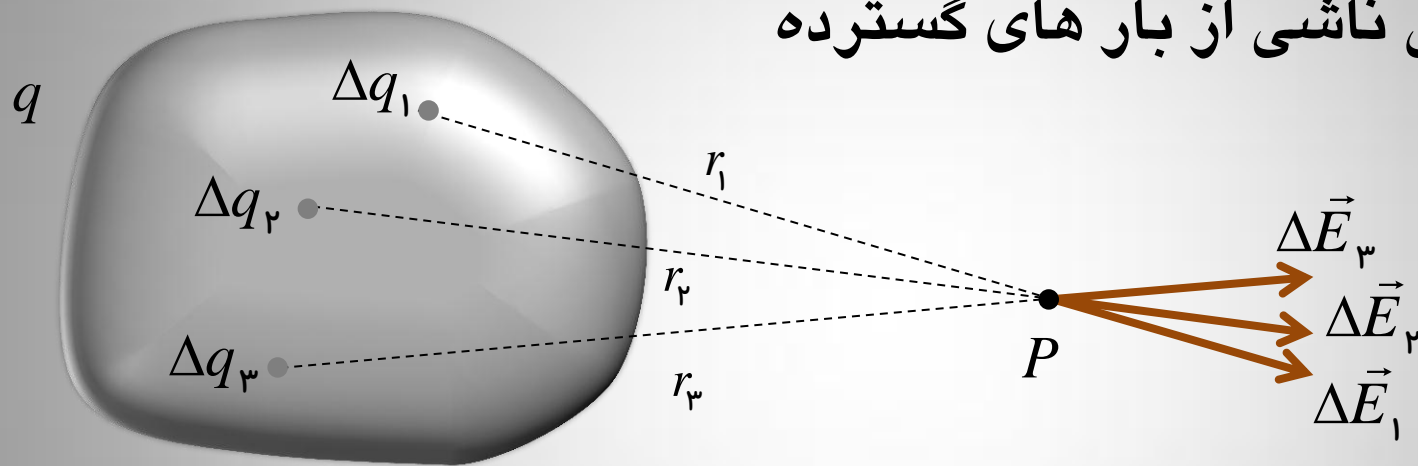


## میدان الکتریکی ناشی از بارهای گسترده



$$\vec{E} = \Delta \vec{E}_1 + \Delta \vec{E}_2 + \dots = \sum_{i=1}^n \Delta \vec{E}_i = \sum_{i=1}^n k \frac{\Delta q_i}{r_i^2} \hat{r}_i$$

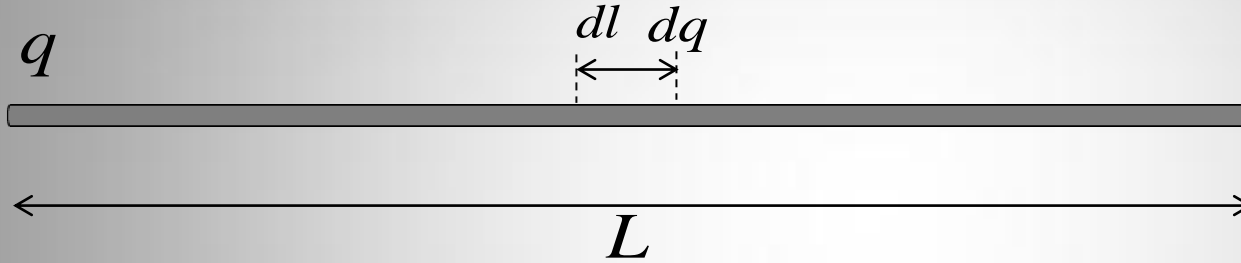
میدان الکتریکی ناشی از بارهای گسترده



$$n \rightarrow \infty \Rightarrow \vec{E} = \sum_{i=1}^{\infty} k \frac{dq_i}{r_i^2} \hat{r}_i \Rightarrow \vec{E} = k \int \frac{dq}{r^2} \hat{r}$$

عنصر (المان) بار  $dq$  در چند حالت خاص

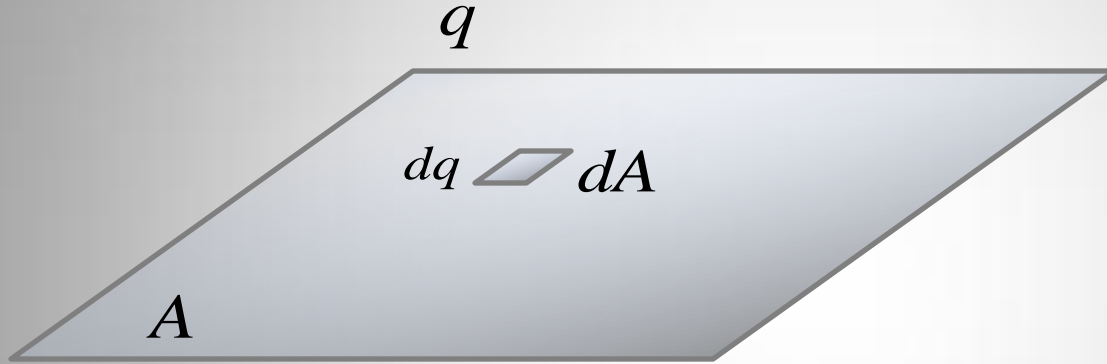
الف) توزیع طولی بار



$$\lambda = \frac{dq}{dl} \Rightarrow dq = \lambda \cdot dl$$

عنصر (المان) بار  $dq$  در چند حالت خاص

(ب) توزیع سطحی بار

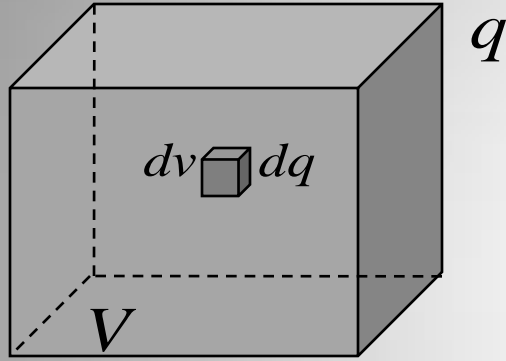


: چگالی سطحی بار

$$\sigma = \frac{dq}{dA} \Rightarrow dq = \sigma dA$$

عنصر (المان) بار  $dq$  در چند حالت خاص

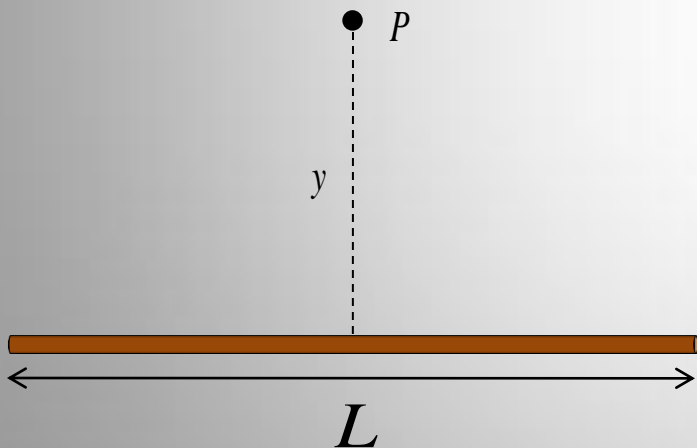
(ج) توزیع حجمی بار



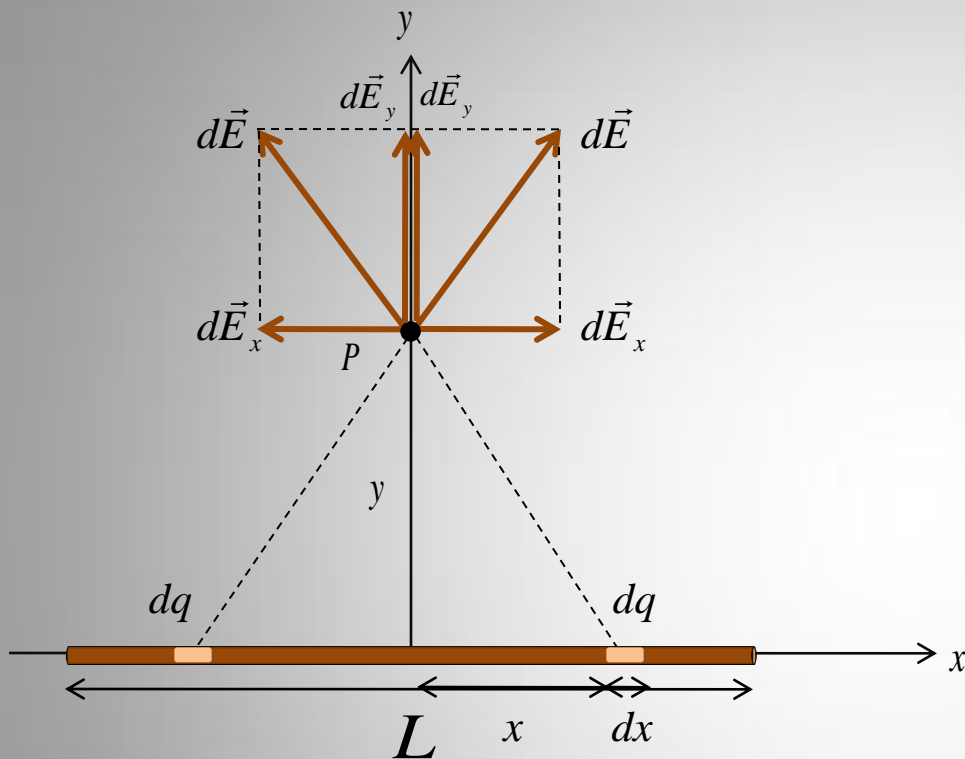
: چگالی حجمی بار

$$\rho = \frac{dq}{dV} \Rightarrow dq = \rho dV$$

مثال: الف) شدت میدان الکتریکی را روی نقطه ای به فاصله  $y$  روی عمود منصف میله باردار یکنواخت به طول  $L$  و چگالی بار طولی ثابت  $\lambda$  بیابید. ب) در دو حالت  $y \gg L$  و  $y \ll L$  میدان به چه صورت است؟



پاسخ:

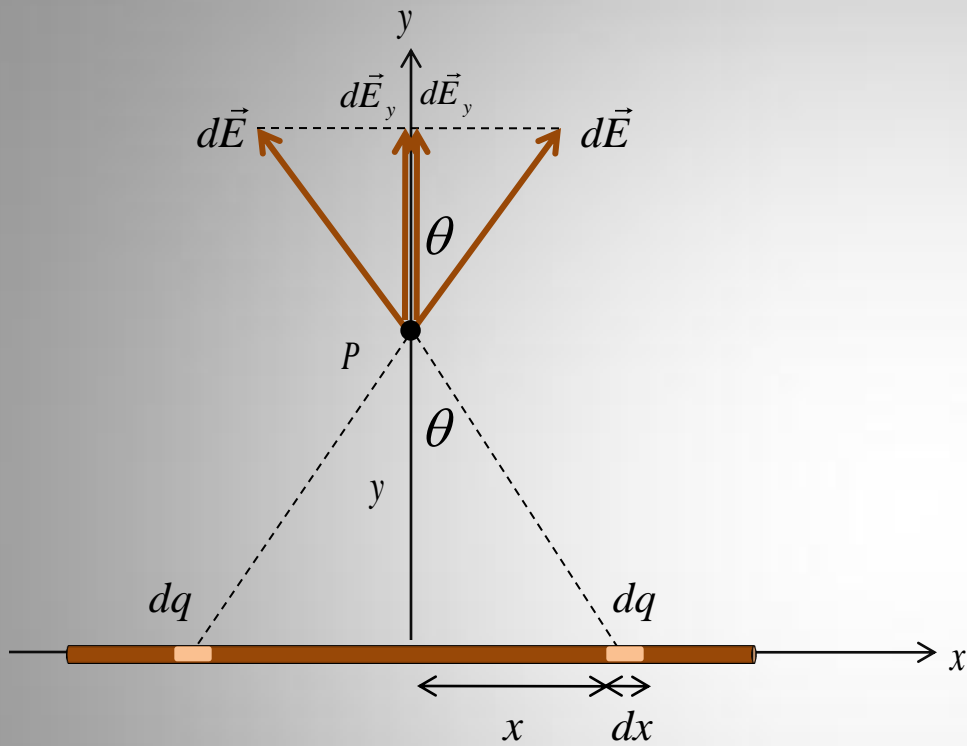


$$dq = \lambda dx$$

$$dE = k \frac{dq}{r^2} = k \frac{\lambda dx}{x^2 + y^2}$$

به دلیل تقارن، برآیند  $dE_x$  ها صفر است. لذا میدان کل ناشی از  $dE_y$  ها  
بوده و در راستای محور  $y$  مولفه دارد.



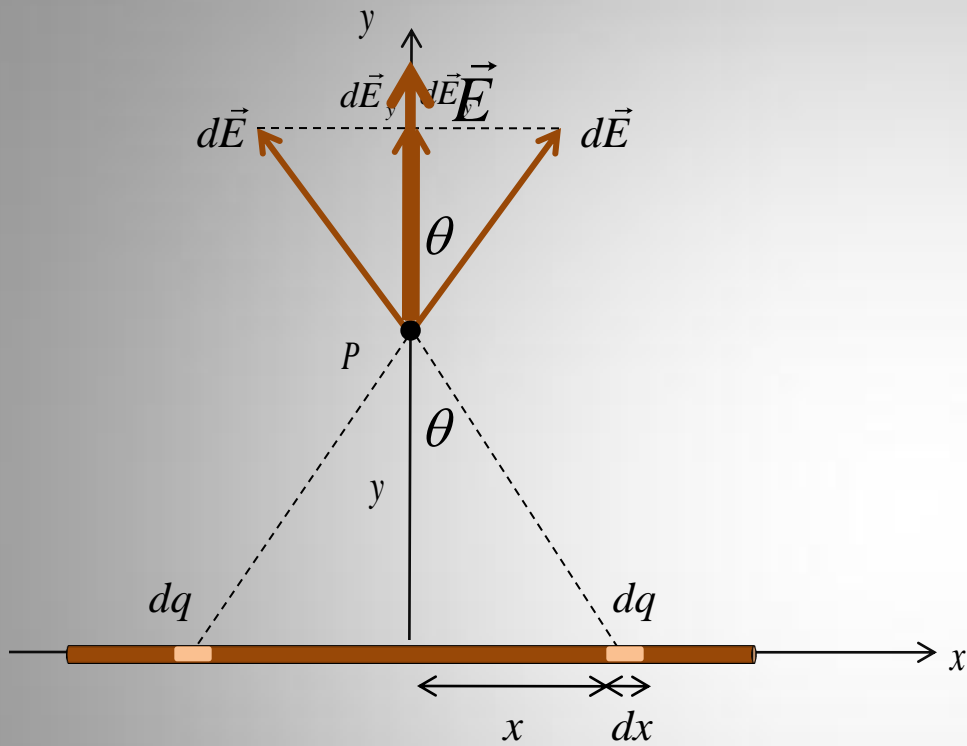


$$dE_y = dE \cos \theta$$

$$= k \frac{\lambda dx}{x^2 + y^2} \frac{y}{\sqrt{x^2 + y^2}}$$

$$= k \lambda y \frac{dx}{(x^2 + y^2)^{3/2}}$$

$$E = \int dE_y = k \lambda y \int_{-L/2}^{L/2} \frac{dx}{(x^2 + y^2)^{3/2}}$$



$$E = k \lambda y \int_{-L/r}^{L/r} \frac{dx}{(x^2 + y^2)^{3/2}}$$

$$E = \frac{2k \lambda L}{y \sqrt{L^2 + y^2}} = \frac{2k Q}{y \sqrt{L^2 + y^2}}$$

$$E = \frac{2kQ}{y \sqrt{L^2 + 4y^2}} = \frac{2kQ}{2y^2 \sqrt{\frac{L^2}{4y^2} + 1}}$$

$$\text{اگر: } y \gg L \quad \rightarrow \quad E = k \frac{Q}{y^2}$$

میدان در فواصل دور شبیه میدان بار نقطه ای است.

$$\text{اگر: } y \ll L \quad \rightarrow \quad E = \frac{2kQ}{yL} = 2k \frac{\lambda}{y}$$

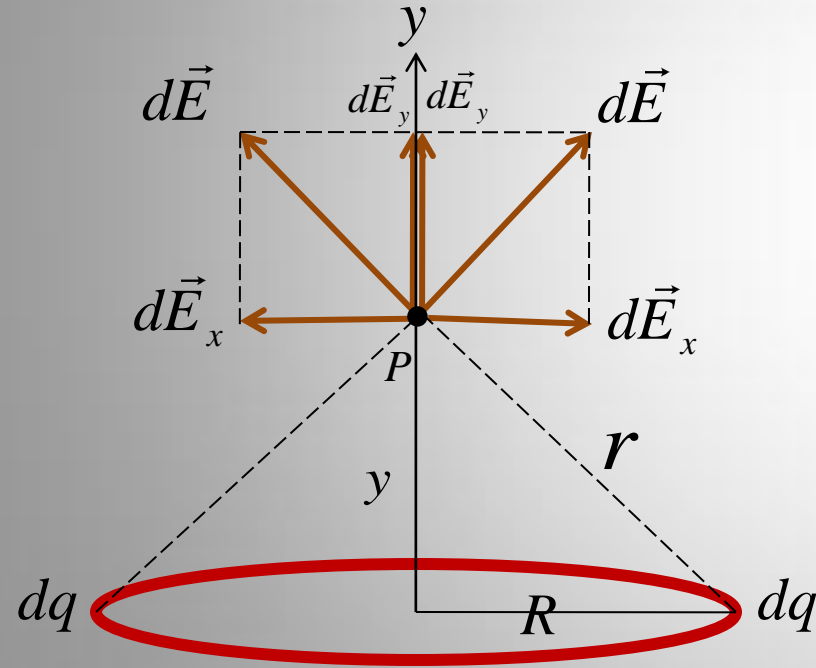
مثال: میدان الکتریکی ناشی از یک حلقه باردار با بار کل  $Q$  را روی نقطه  $y$  واقع در محور حلقه بیابید.

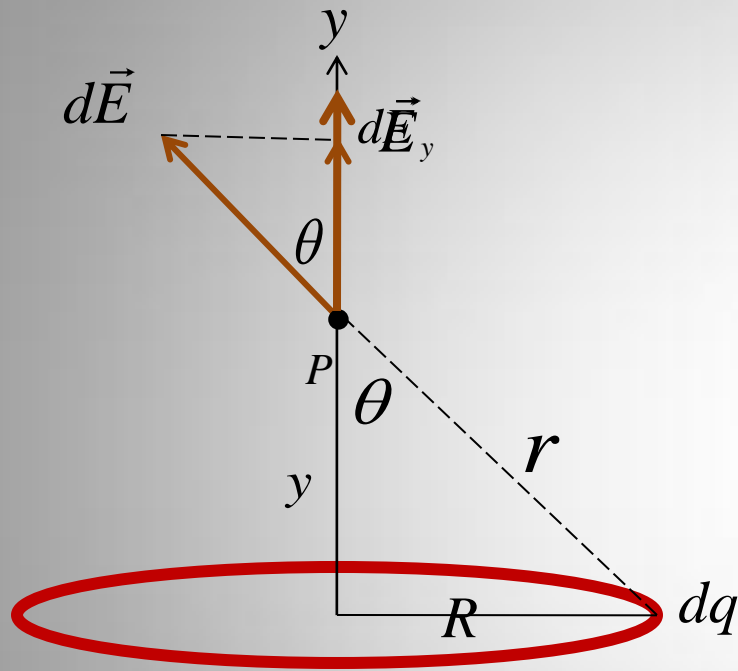
پاسخ:

$$dq = \lambda dl$$

$$dE = k \frac{dq}{r^2} = k \frac{\lambda dl}{y^2 + R^2}$$

مولفه های  $d\vec{E}_x$  یکدیگر را خنثی می کنند .





$$dE_y = dE \cos \theta$$

$$= \frac{k \lambda dl}{y^2 + R^2} \frac{y}{\sqrt{y^2 + R^2}}$$

$$= \frac{k \lambda y}{(y^2 + R^2)^{3/2}} dl$$

$$E = \int dE_y = \frac{k y \lambda}{(y^2 + R^2)^{3/2}} \int dl = \frac{k y \lambda (\pi R)}{(y^2 + R^2)^{3/2}} = k \frac{Q y}{(y^2 + R^2)^{3/2}}$$

$$E = k \frac{Q y}{\left(y^2 + R^2\right)^{3/2}}$$

حالت های خاص:

$$\text{اگر: } y = 0 \rightarrow E = 0$$

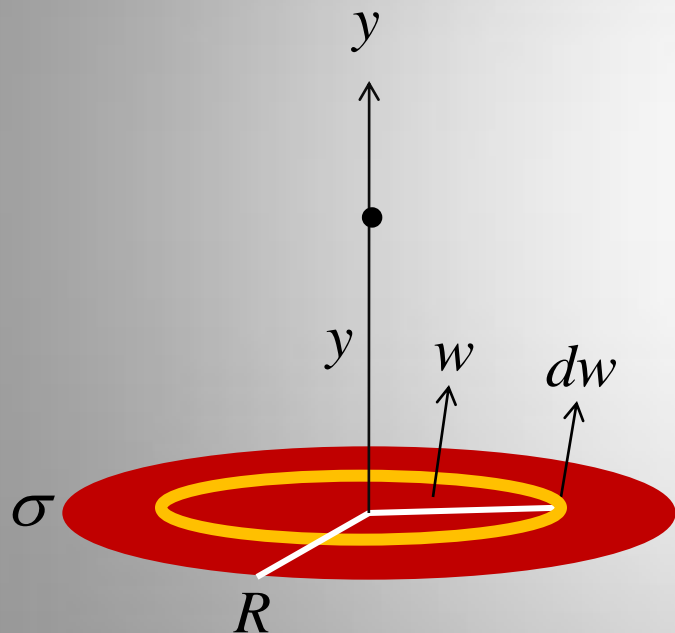
۱- میدان در مرکز حلقه:

۲- میدان در فواصل دور:

$$\text{اگر: } y \gg R \rightarrow E = k \frac{Qy}{y^3} = k \frac{Q}{y^2}$$

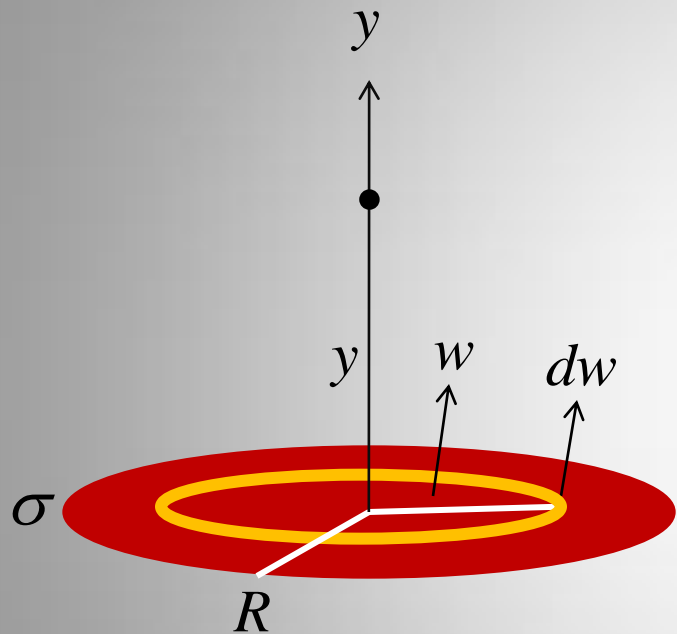
میدان در فواصل دور شبیه میدان بار نقطه ای است.

مثال: با استفاده از شدت میدان الکتریکی حلقه باردار میدان ناشی از یک قرص باردار با چگالی بار سطحی یکنواخت  $\sigma$  بیابید.



$$E = k \frac{qy}{(y^2 + R^2)^{3/2}}$$

پاسخ: عنصر بار را حلقه هایی به شعاع  $w$  و ضخامت  $dw$  و بار  $dq$  در نظر می گیریم.



$$dE = k \frac{y dq}{(y^2 + w^2)^{3/2}}$$

$$dq = \sigma dA = \sigma (\pi w) dw$$

$$dE = k \frac{\pi \sigma y w dw}{(y^2 + w^2)^{3/2}}$$

$$E = \pi k \sigma y \int_0^R \frac{w dw}{(y^2 + w^2)^{3/2}} = \frac{\sigma}{\pi \epsilon_0} \left( 1 - \frac{y}{\sqrt{y^2 + R^2}} \right)$$



$$E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0} \left( 1 - \frac{y}{\sqrt{y^2 + R^2}} \right)$$

حالت های خاص:

(۱)  $R \rightarrow \infty$  (صفحه باردار تحت نامتناهی)

$$\frac{y}{\sqrt{y^2 + R^2}} \rightarrow 0 \Rightarrow E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$$

$$E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \left( 1 - \frac{y}{\sqrt{y^2 + R^2}} \right)$$

حالت های خاص:

(۲)  $y \gg R$  (فواصل دور)

$$E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \left( 1 - \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{R^2}{y^2}}} \right) = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \left( 1 - \left( 1 + \frac{R^2}{y^2} \right)^{-1/2} \right)$$

$$= \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \left( 1 - \left( 1 - \frac{R^2}{2y^2} \right) \right) = \frac{\sigma R^2}{2\epsilon_0 y^2} = \frac{\sigma(\pi R^2)}{2\pi\epsilon_0 y^2} = k \frac{Q}{y^2}$$

$$(1+x)^n \cong 1+nx$$

$$x \ll 1$$

بخش دوم:

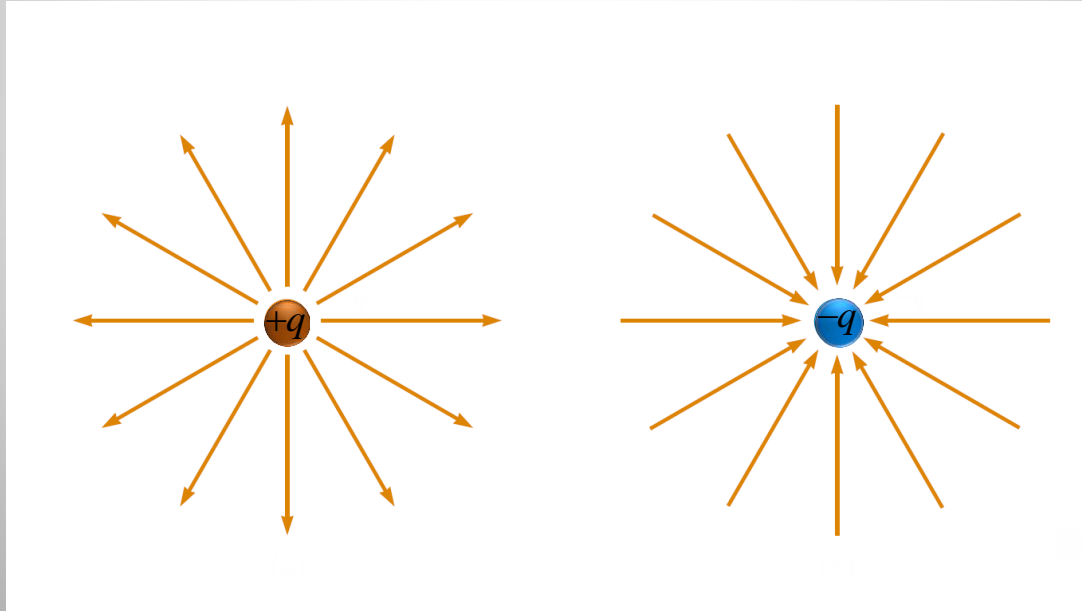
خطوط میدان الکتریکی

## خطوط میدان الکتریکی

برای نمایش میدان الکتریکی از خطوطی فرضی موسوم به خطوط میدان الکتریکی و یا به اصطلاح خطوط نیرو استفاده می شود.

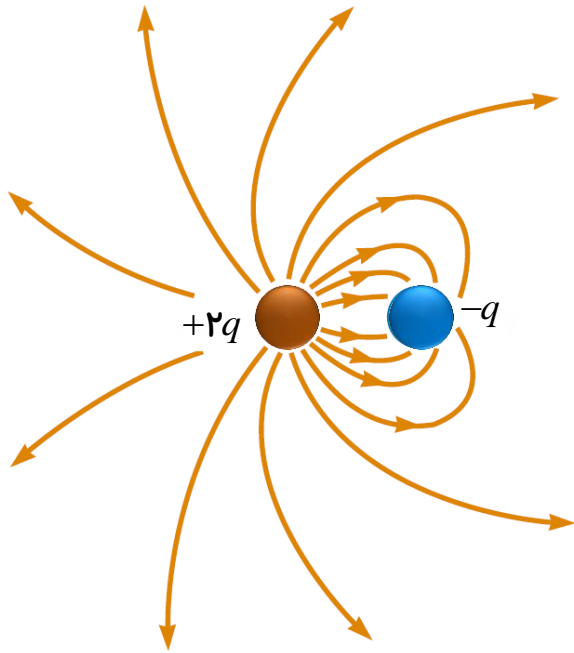
# ویژگی های خطوط میدان الکتریکی

الف) خطوط میدان از بار مثبت خارج و وارد بار منفی می شوند.



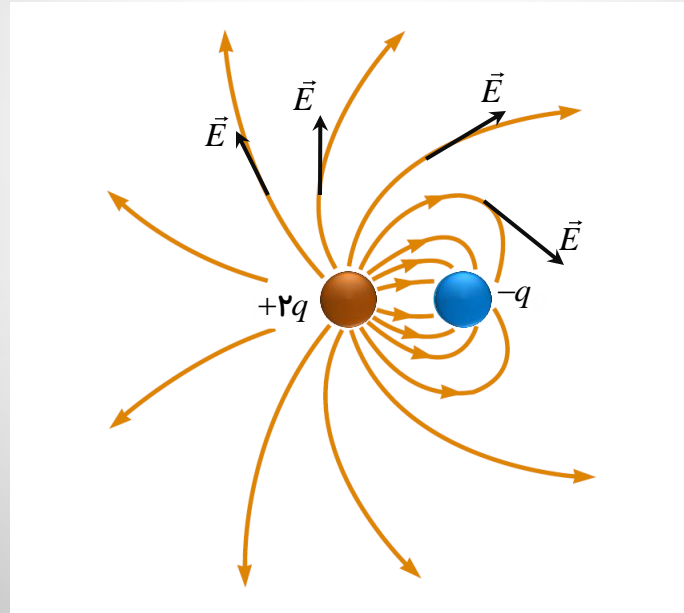
## ویژگی های خطوط میدان الکتریکی

(ب) تعداد خطوط با بزرگی بار متناسب هستند.



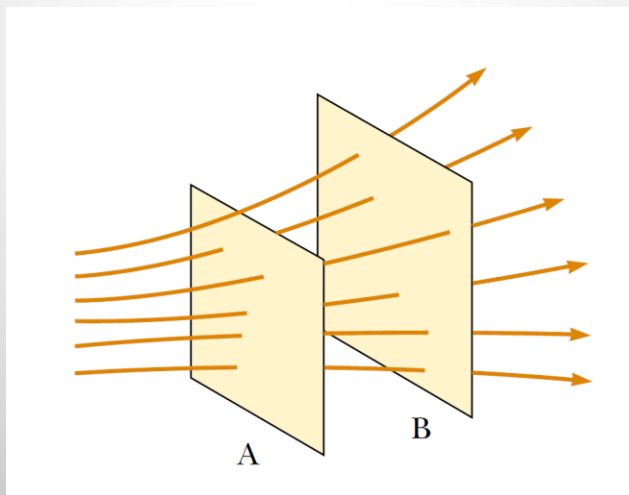
## ویژگی های خطوط میدان الکتریکی

(ج) جهت میدان در هر نقطه در امتداد مماس بر خط نیرو است.



## ویژگی های خطوط میدان الکتریکی

(د) جایی که تراکم خطوط بیشتر باشد، میدان قوی تر و جایی که تراکم خطوط کمتر باشد میدان ضعیف تر است. مثلاً میدان در صفحه  $A$  قوی تر از صفحه  $B$  است.



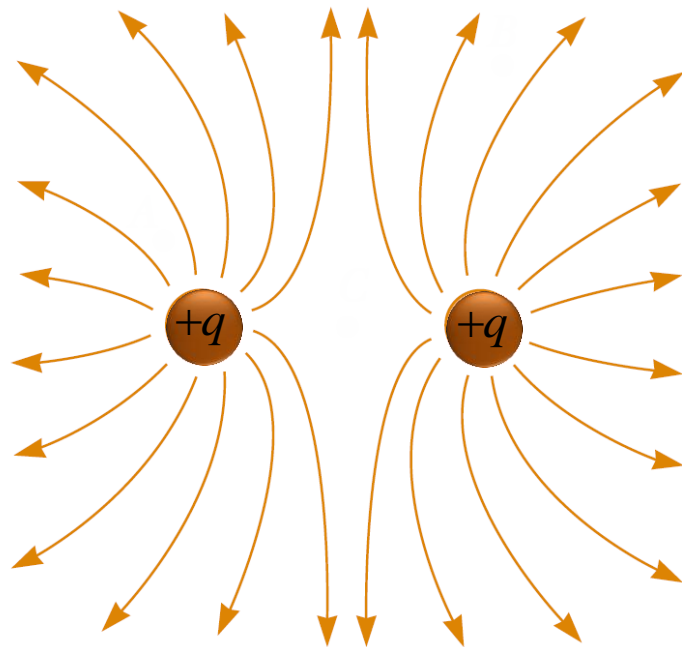


## ویژگی های خطوط میدان الکتریکی

ه) خطوط میدان الکتریکی هیچ گاه همدیگر را قطع نمی کنند، چون در غیر این صورت میدان در یک نقطه دارای دو راستای متفاوت است و این ممکن نیست.

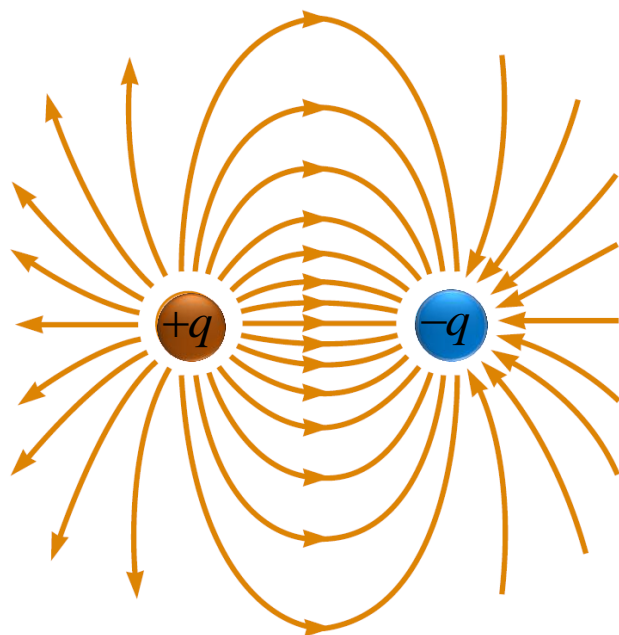
## مثال ها

میدان دو بار الکتریکی مساوی و هم علامت



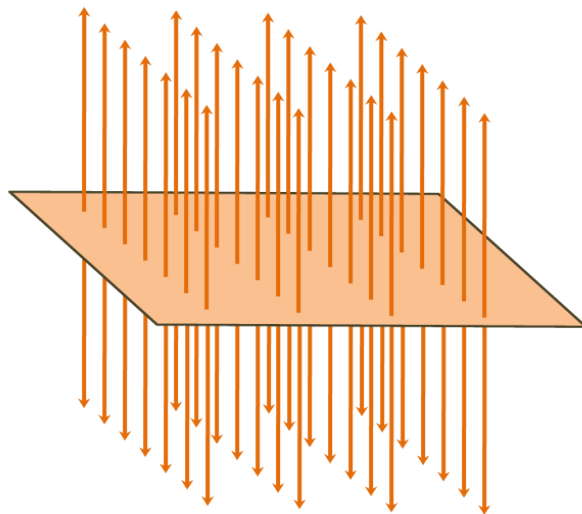
## مثال ها

میدان دو بار الکتریکی مساوی و مختلف علامت



## مثال ها

خطوط میدان صفحه باردار با چگالی بار یکنواخت



بخش سوم:

حرکت بار الکتریکی در میدان

الکتریکی یکنواخت

## معادلات حرکت بار الکتریکی

$$\left. \begin{array}{l} \vec{F} = q\vec{E} \\ \vec{F} = m\vec{a} \end{array} \right\} \Rightarrow \vec{a} = \frac{q}{m} \vec{E}$$

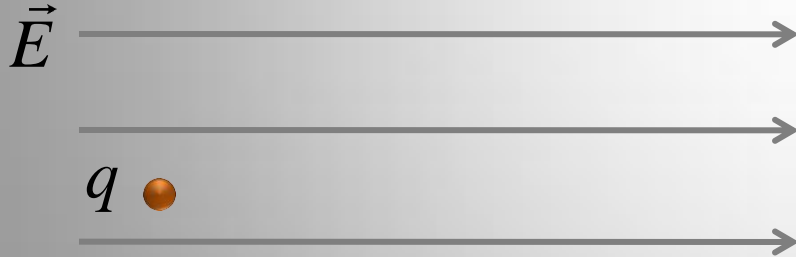


معادلات حرکت ذره، معادلات حرکت

شتاب دار با شتاب ثابت می باشد.

## معادلات حرکت بار الکتریکی

$$\left. \begin{aligned} \vec{F} &= q\vec{E} \\ \vec{F} &= m\vec{a} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \vec{a} = \frac{q}{m} \vec{E}$$



معادلات حرکت ذره، معادلات حرکت  
شتابدار با شتاب ثابت می باشند.

## معادلات حرکت بار الکتریکی



$$\vec{r} = \frac{1}{2} \vec{a} t^2 + \vec{v}_0 t + \vec{r}_0$$

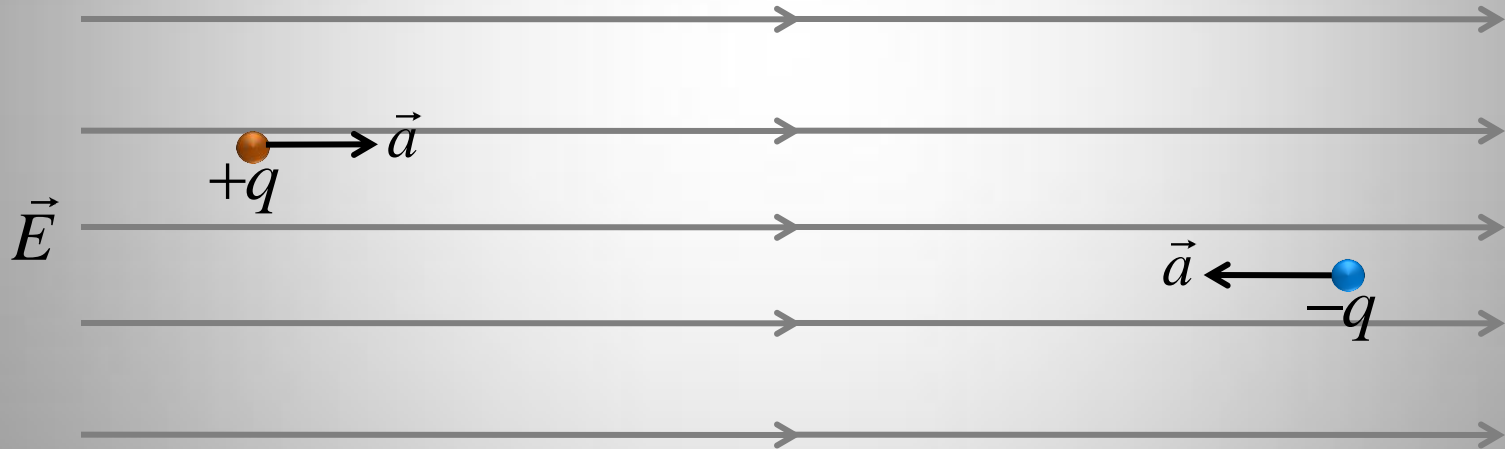
$$\vec{v} = \vec{a} t + \vec{v}_0$$

$$v^2 - v_0^2 = 2 \vec{a} \cdot (\vec{r} - \vec{r}_0)$$

$$\vec{a} = \frac{q}{m} \vec{E}$$

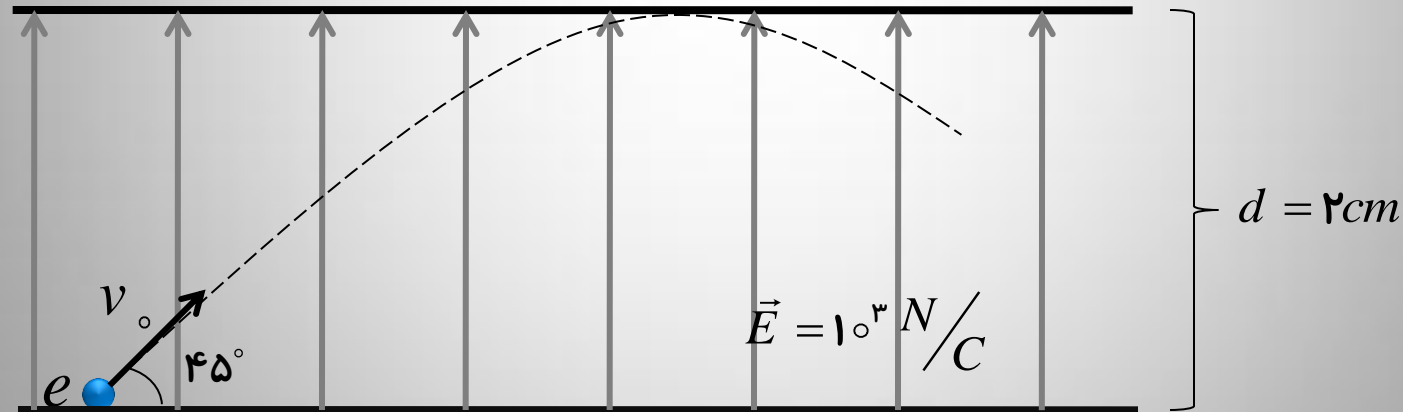


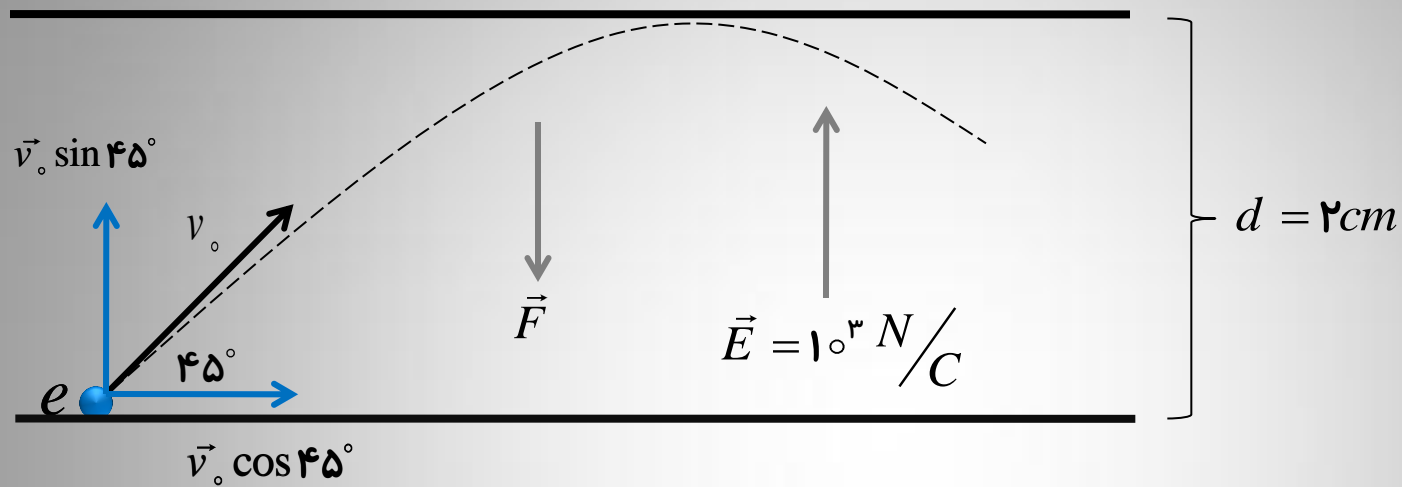
نکته) اگر بار، مثبت باشد  $q = |q|$  ذره در جهت میدان الکتریکی و اگر منفی باشد  $q = -|q|$  در خلاف جهت میدان الکتریکی شتاب می گیرد.



مثال) مطابق شکل، الکترونی با سرعت  $v_0$  از صفحه پایینی دو صفحه موازی شلیک می شود.  $v_0$  چقدر باشد تا الکترون به صفحه بالایی برخورد نکند؟ میدان بین صفحات یکنواخت است.

$m_e = 9/1 \times 10^{-31} \text{ kg}$  ,  $e = 1/6 \times 10^{-19} \text{ C}$

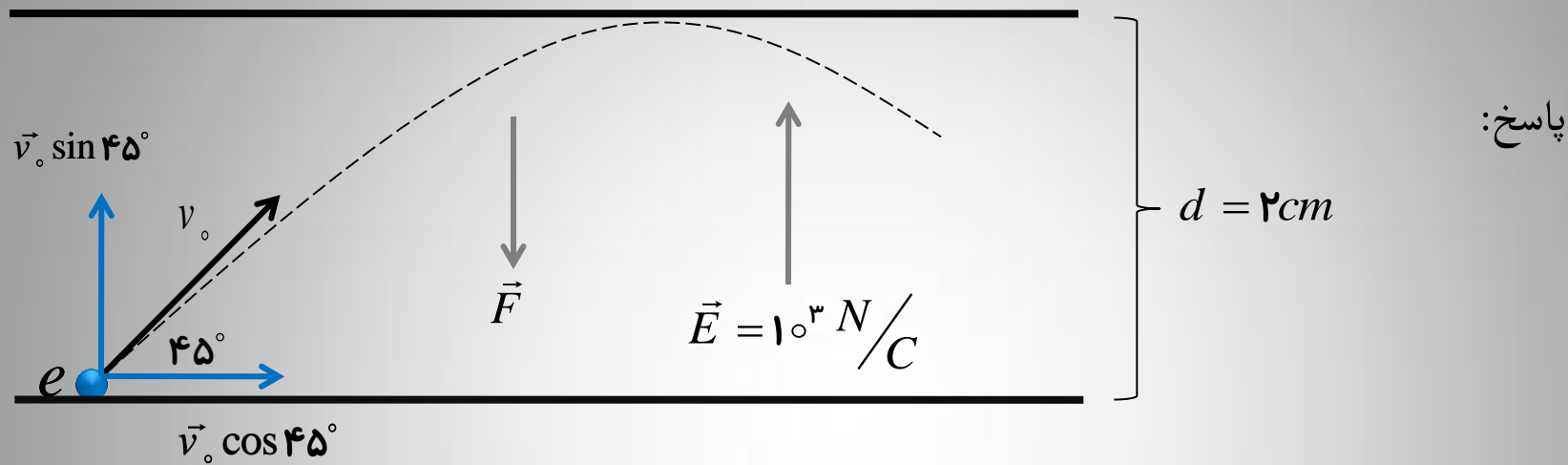




پاسخ:

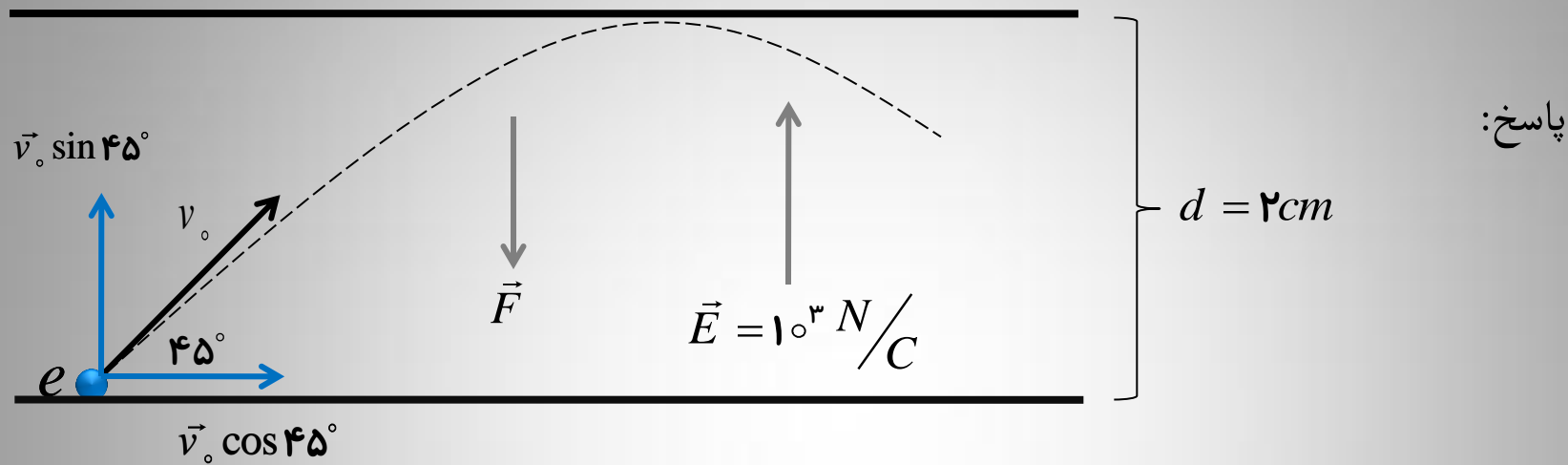
$$y = \frac{1}{2}at^2 + v_{0y}t = \frac{1}{2}at^2 + (v_0 \sin \theta)t \Rightarrow v_y = at + v_0 \sin \theta$$

$$\text{در نقطه اوج: } v_y = at + v_0 \sin \theta = 0 \Rightarrow t = -\frac{v_0 \sin \theta}{a}$$



شتاب حرکت ذره برابر است با :

$$a = -\frac{eE}{m_e} = -1/76 \times 10^{14} \frac{m}{s^2}$$



از سویی  $y = d$ :

$$d = \frac{1}{2} a \left( -\frac{v_0 \sin \theta}{a} \right)^2 + v_0 \sin \theta \left( -\frac{v_0 \sin \theta}{a} \right) = -\frac{v_0^2 \sin^2 \theta}{2a}$$

$$v_0 = \left( \frac{-2ad}{\sin^2 \theta} \right)^{1/2} = 3.75 \times 10^6 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$