UNIVERSIDAD DE GUANAJUATO

PROCESAMIENTO DIGITAL DE SEÑALES EN TIEMPO REAL

Dr. Mario Alberto Ibarra Manzano

La señal es un fenómeno físico que transporta información. Este fenómeno físico se describe mediante funciones matemáticas y, por lo general, la señal y su función matemática se utilizan entre sí, es decir, sinónimos.

Las señales digitales se obtienen a partir de señales de tiempo continuo mediante una operación de muestreo. Las señales digitales se representan como secuencias matemáticas, y los elementos de estas secuencias no son más que los valores de amplitud tomados de las señales de tiempo continuo en cada múltiplo del período de muestreo.

El procesamiento digital de señales (DSP) es la transformación de la información codificada de forma discreta mediante operadores implementados en computadoras, procesadores o dispositivos digitales para resaltar algunas características relevantes en la información.

Un sistema en tiempo real es cualquier sistema de procesamiento de información que tiene que responder a estímulos de entrada generados externamente dentro de un período finito y especificado.

La exactitud depende no solo del resultado lógico sino también del momento en que se entregó.

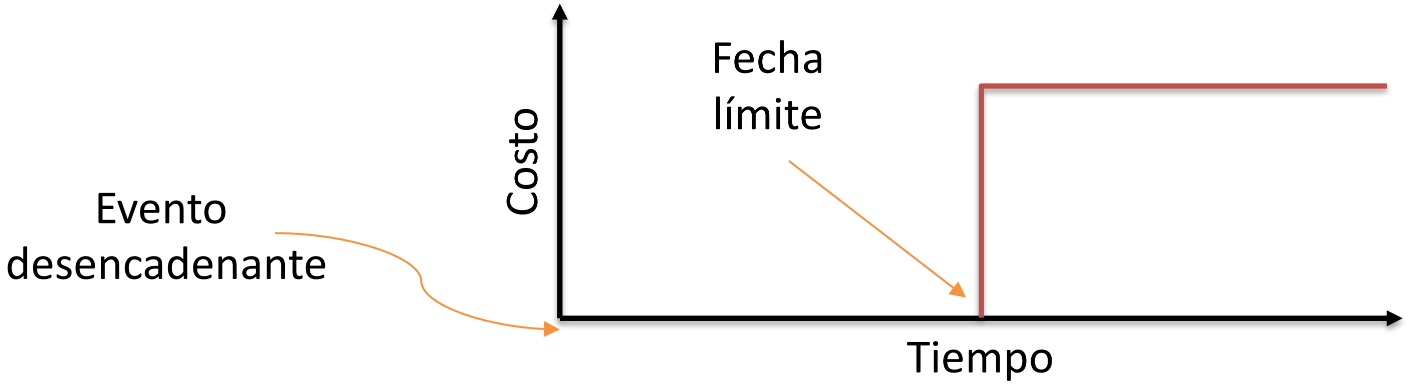
No responder es tan malo como una respuesta incorrecta

¿Existe un patrón?

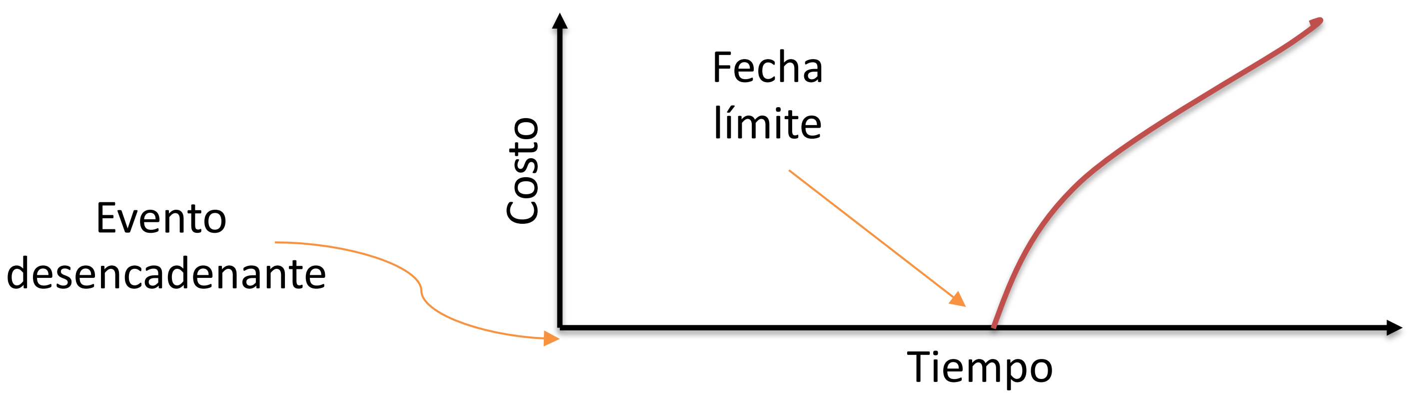
- Sistemas duros de tiempo real
- Sistemas suaves de tiempo real
- Sistemas firmes de tiempo real
- Sistemas en tiempo real débilmente duros

Una fecha límite es un tiempo determinado después de un evento desencadenante, antes del cual se debe completar una respuesta.

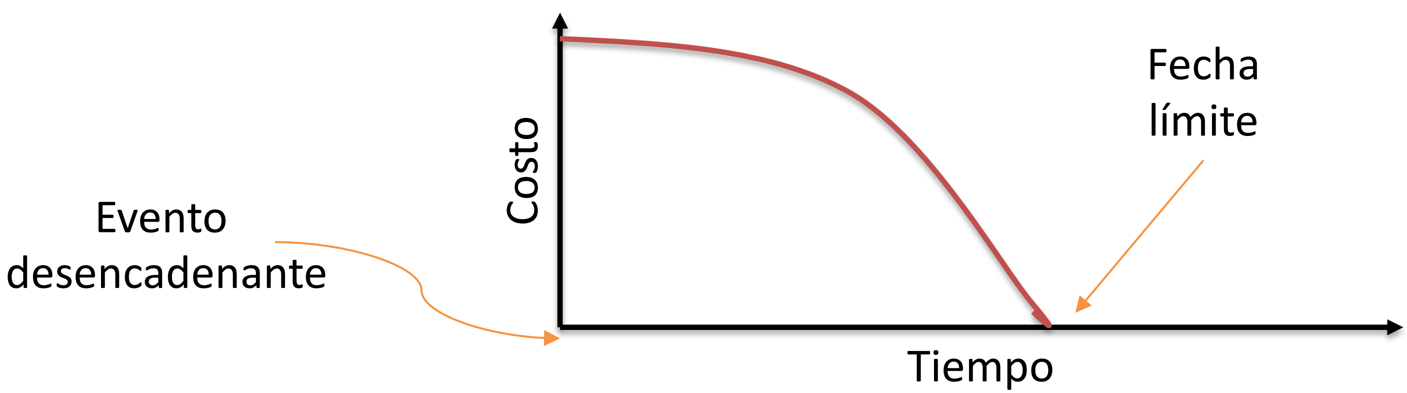
- Un exceso en el tiempo de respuesta conduce a una posible pérdida de vidas o un gran daño financiero.
- Muchos de estos sistemas se consideran críticos para la seguridad.
- A veces son "solo" de misión crítica, y la misión es muy cara.
- En general, existe una función de costos asociada con el sistema.



- Los retrasos en los plazos son tolerables, pero no deseados.
- No hay consecuencias catastróficas por no cumplir con uno o más plazos.
- Existe un costo asociado al exceso, pero este costo puede ser abstracto.
- A menudo conectado a Quality-of-Service (QoS)

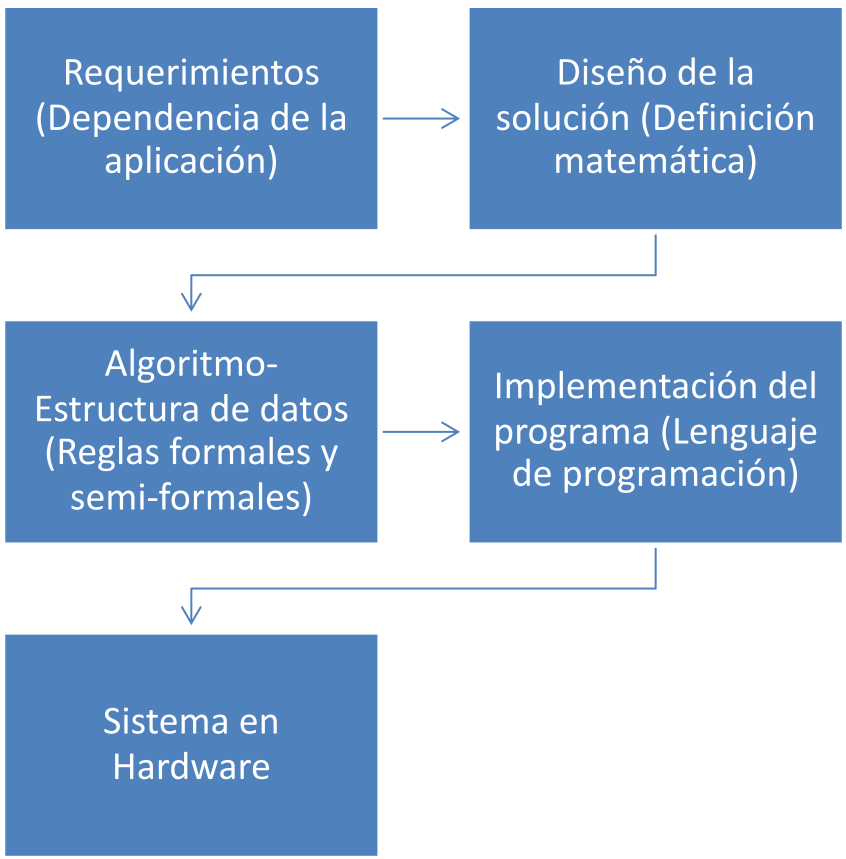


- El cálculo es obsoleto si el trabajo no se termina en tiempo.
- El costo puede interpretarse como una pérdida de ingresos.
- Un ejemplo típico son los sistemas de pronóstico.



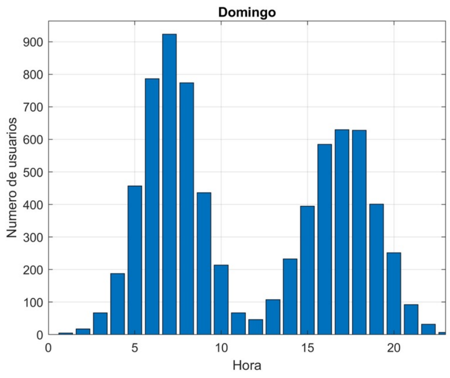
- Sistemas en los que se deben cumplir m de los k plazos.
- En la mayoría de los casos, los sistemas de control de retroalimentación, en los que el control se vuelve inestable con demasiados ciclos de control perdidos.
- Más adecuado si el sistema también tiene que lidiar con otras fallas (por ejemplo, interferencia electromagnética EMI).
- Se debe garantizar que la probabilidad de éxito sea suficiente.

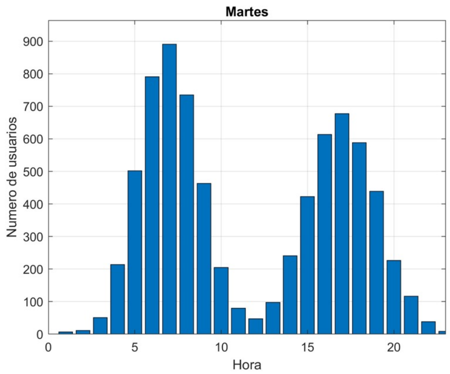
- ¡Sí, esos existen!
- Sin embargo, en la mayoría de los casos se puede construir considerando el aspecto (suave) en tiempo real (por ejemplo, tiempo de respuesta aceptable a la entrada del usuario).
- El sistema informático está respaldado por hardware (por ejemplo, interruptores de posición final)
- Con mucha frecuencia, simplemente computadoras de gran tamaño.

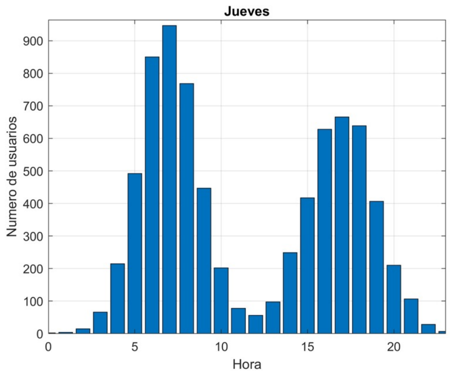

Requerimientos (Dependencia de la aplicación)
Diseño de la solución (Definición matemática)
Algoritmo-Estructura de datos (Reglas formales y semi-formales)
Implementación del programa (Lenguaje de programación)
Sistema en Hardware

Estimación de flujo en una estación de metro

Hora	D	L	M	X	J	V	S
0:00	0	0	0	0	2	0	0
1:00	5	6	7	3	4	5	10
2:00	18	11	11	19	15	8	15
3:00	67	71	51	70	66	63	74
4:00	188	207	214	189	215	226	218
5:00	457	446	502	477	492	472	502
6:00	786	796	791	799	850	797	770
7:00	923	939	891	964	946	961	932
8:00	774	804	735	754	768	792	775
9:00	436	452	463	513	447	424	483
10.00	214	214	205	205	202	219	220
11:00	67	92	80	82	78	75	85
12:00	46	51	47	37	56	55	38
13:00	108	104	98	104	98	101	89
14:00	233	242	241	206	249	242	231
15:00	395	425	423	434	417	451	435
16:00	585	660	613	620	628	588	593
17:00	630	674	677	714	666	684	713
18:00	628	625	588	607	639	653	598
19:00	401	426	439	463	406	398	425
20:00	252	252	226	238	210	228	236
21:00	92	99	117	100	107	111	104
22:00	32	38	38	35	28	42	36
23:00	7	13	9	7	7	6	9





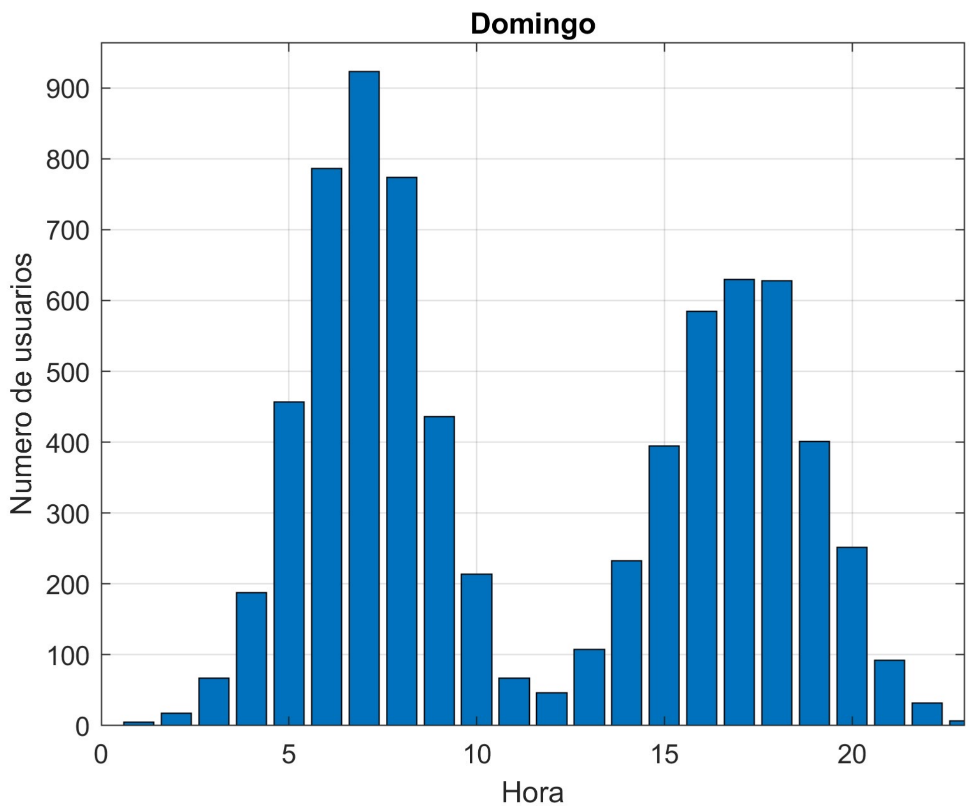


Estimación de flujo en una estación de metro

UNIVERSIDAD DE GUANAJUATO

0:00	1:00	2:00	3:00	4:00	5:00	6:00	7:00	8:00	9:00	10:00	11:00
0	5	18	67	188	457	786	923	774	436	214	67

12:00	1:300	14:00	15:00	16:00	17:00	18:00	19:00	20:00	21:00	22:00	23:00
46	108	233	395	585	630	628	401	252	92	32	7



Definición de las variables que influye en el proceso

- Número de variable (dimensionalidad del problema)
- Naturaleza de las variables
- Número de muestras disponibles
- Proceso paramétrico o no paramétrico

Determinación de parámetros del modelo

$$\{X_1, \dots, X_n, \theta\}$$

$$\hat{\theta}_n = g(X_1, \dots X_n)$$

$$bias(\hat{\theta}_n) = \mathbb{E}_\theta(\hat{\theta}_n) - \theta$$

$$\hat{\theta}_n \xrightarrow{P} \theta \quad consistente$$

$$se = se(\hat{\theta}_n) = \sqrt{\mathbb{V}(\hat{\theta}_n)}$$

$$MSE = bias^2(\hat{\theta}_n) + \mathbb{V}(\hat{\theta}_n)$$

$$Si\ bias \to 0\ \&\ se \to 0\ con\ n \to \infty\ entonces\ \hat{\theta}_n\ es\ consistente\ \hat{\theta}_n \xrightarrow{P} \theta$$

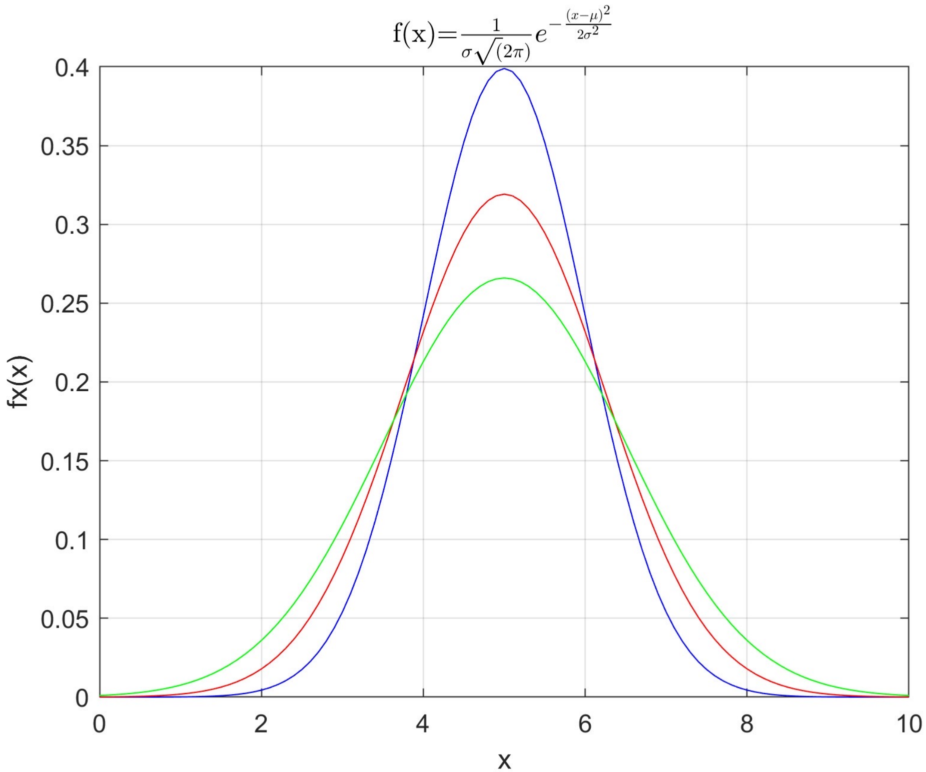
$$MSE \to 0$$

$$\frac{\hat{\theta}_n - \theta}{se} \to N(0,1)$$

Distribution	Mean	Variance
Point mass at a	a	0
Bernoulli(p)	p	$p(1-p)$
Binomial(n,p)	np	$np(1-p)$
Geometric(p)	$1/p$	$(1-p)/p^2$
Poisson(λ)	λ	λ
Uniform(a,b)	$(a+b)/2$	$(b-a)^2/12$
Normal(μ,σ^2)	μ	σ^2
Exponential(β)	β	β^2
Gamma(α,β)	$\alpha\beta$	$\alpha\beta^2$
Beta(α,β)	$\alpha/(\alpha+\beta)$	$\alpha\beta/((\alpha+\beta)^2(\alpha+\beta+1))$
t_ν	0 (if $\nu > 1$)	$\nu/(\nu-2)$ (if $\nu > 2$)
χ^2_p	p	$2p$
Multinomial(n,p)	np	see below
Multivariate Normal(μ,Σ)	μ	Σ

Distribución normal (μ, σ)

UNIVERSIDAD DE GUANAJUATO



$$\phi(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$$

$$\mu = \frac{\sum x_i}{N}$$

$$\sigma^2 = \frac{\sum(\bar{x} - x_i)^2}{N}$$

$$\sigma^2 = \frac{\sum\left(\bar{x}^2 - 2\bar{x}x_i + x_i^2\right)}{N}$$

$$\sigma^2 = \frac{N\bar{x}^2 - 2\bar{x}\sum x_i + \sum x_i^2}{N}$$

$$\sigma^2 = \frac{N\bar{x}^2}{N} - \frac{2\bar{x}\sum x_i}{N} + \frac{\sum x_i^2}{N}$$

$$\sigma^2 = \bar{x}^2 - 2\bar{x}\frac{\sum x_i}{N} + \frac{\sum x_i^2}{N}$$

$$\sigma^2 = \bar{x}^2 - 2\bar{x}^2 + \frac{\sum x_i^2}{N}$$

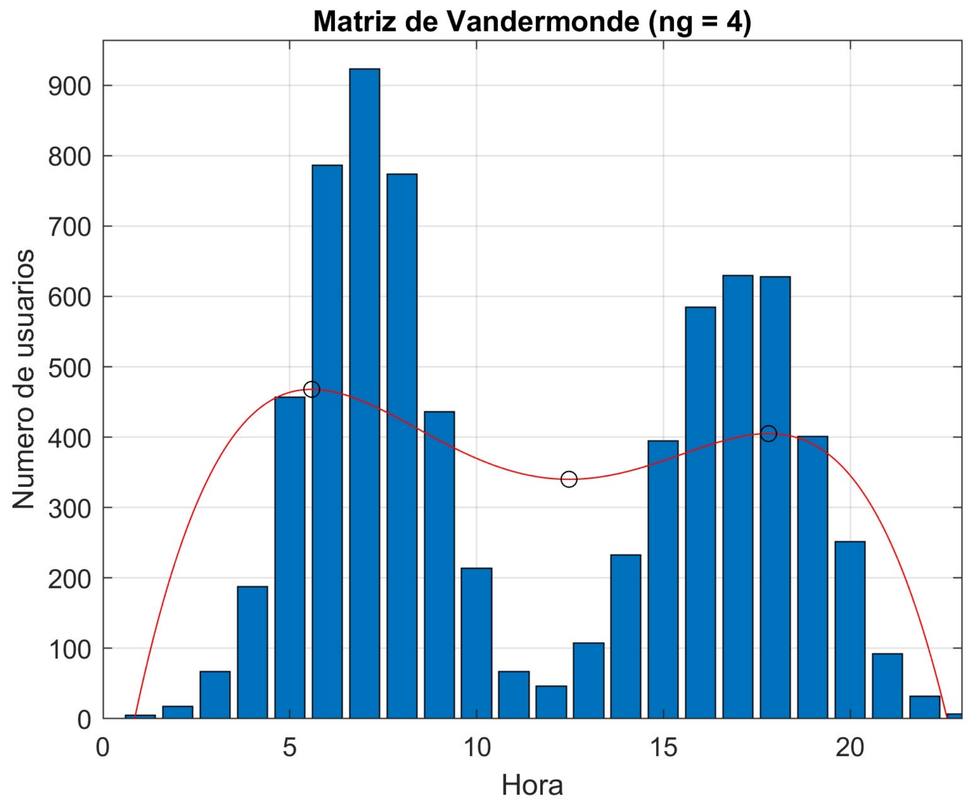
$$\sigma^2 = \frac{\sum x_i^2}{N} - \bar{x}^2$$

UNIVERSIDAD DE GUANAJUATO

$$f(x) = \begin{bmatrix} 1 & x & x^2 & \dots & x^m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_0 \\ a_1 \\ a_2 \\ \vdots \\ a_m \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} f(x_1) \\ \vdots \\ f(x_n) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \cdots & x_1^m \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & \cdots & x_n^m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_0 \\ \vdots \\ a_m \end{bmatrix}$$

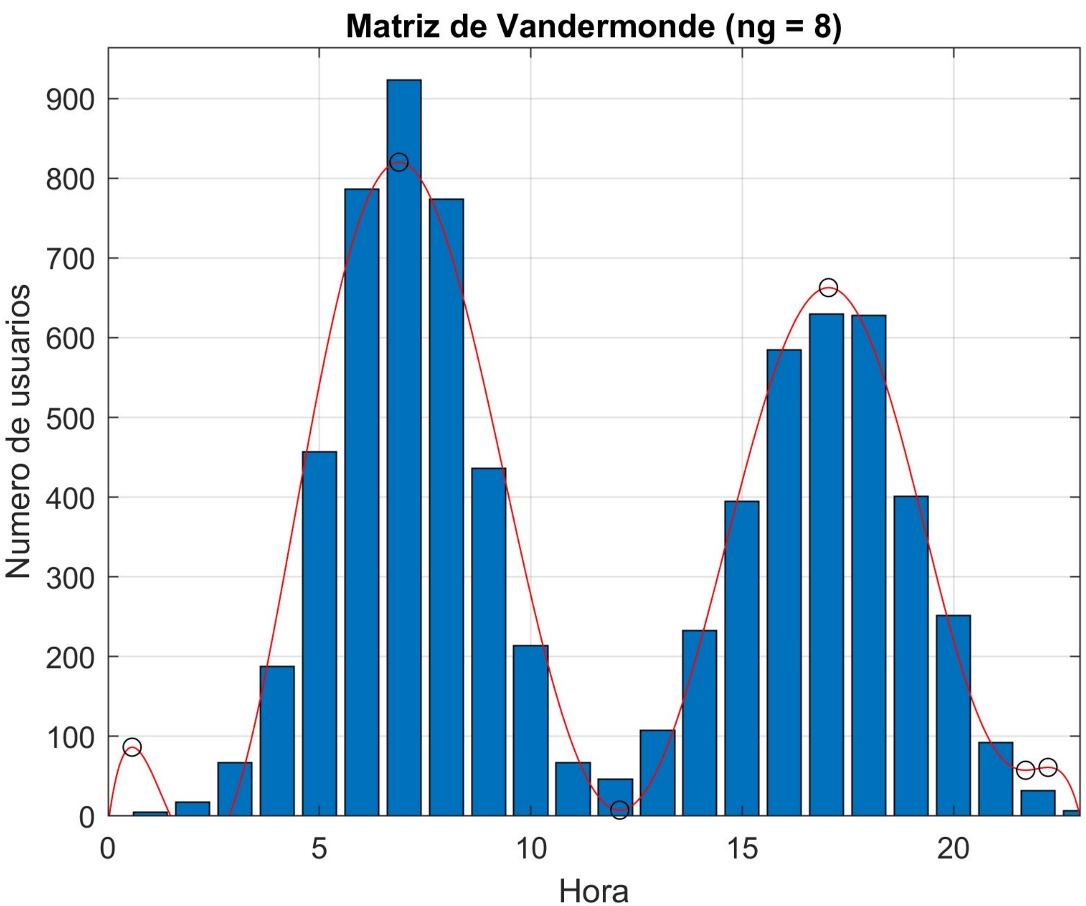
$$\begin{bmatrix} a_0 \\ \vdots \\ a_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \cdots & x_1^m \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & \cdots & x_n^m \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} f(x_1) \\ \vdots \\ f(x_n) \end{bmatrix}$$



$$g(x) = \frac{df(x)}{dx} \qquad h(x) = \frac{d^2 f(x)}{dx^2}$$

$$\{x_r \mid g(x) = 0 \ y \ h(x) > 0\} \qquad x_r = \begin{bmatrix} 17.81 \\ 12.47 \\ 5.58 \end{bmatrix}$$

Estimación de flujo en una estación de metro



$$\sigma_r = \begin{bmatrix} 22.23 \\ 21.70 \\ 17.04 \\ 12.10 \\ 6.88 \\ 2.19 \\ 0.57 \end{bmatrix}$$

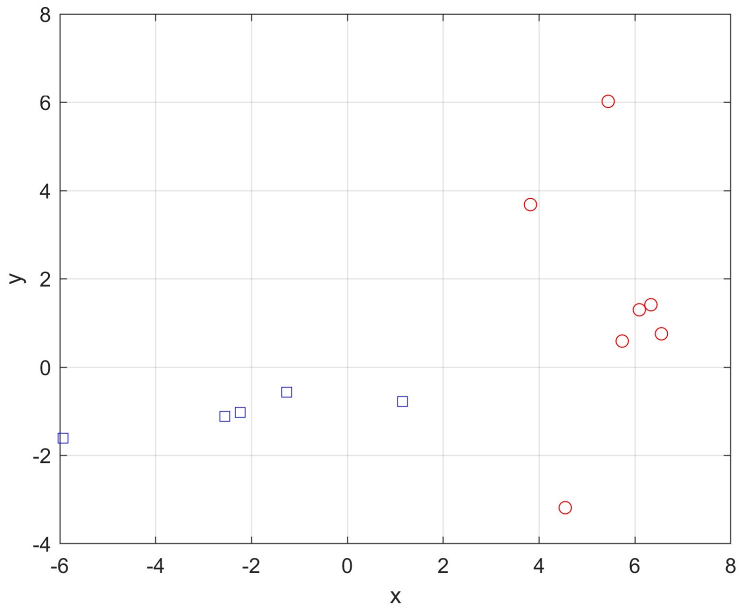
$$i = \{0, 1, \cdots, m\}$$

$$\{n_g = i | a_i < th\}$$

Algoritmo de enlace simple (Single-linkage clustering)

UNIVERSIDAD DE GUANAJUATO

p	x	y
1	5.7333	0.5912
2	6.5520	0.7554
3	6.0903	1.3001
4	4.5448	-3.1830
5	5.4408	6.0206
6	3.8191	3.6829
7	6.3326	1.4147



q	x	y
1	1.1517	-1.2658
2	-5.9365	-1.6054
3	-2.2352	-1.0210
4	-2.5553	-1.1154
5	5.4408	-0.5606

Distancia euclidiana

$$d_E(p,q) = \sqrt{(p_1 - q_1)^2 + (p_2 - q_2)^2 + \cdots (p_n - q_n)^2}$$

$$d_E(p,q) = \sqrt{\sum_{i=1}^{n} (p_i - q_i)^2}$$

$$\left(\frac{p_1 + q_1}{2}, \frac{p_2 + q_2}{2}, \ldots, \frac{p_N + q_N}{2}\right)$$

Algoritmo de enlace simple (Single-linkage clustering)

UNIVERSIDAD DE GUANAJUATO

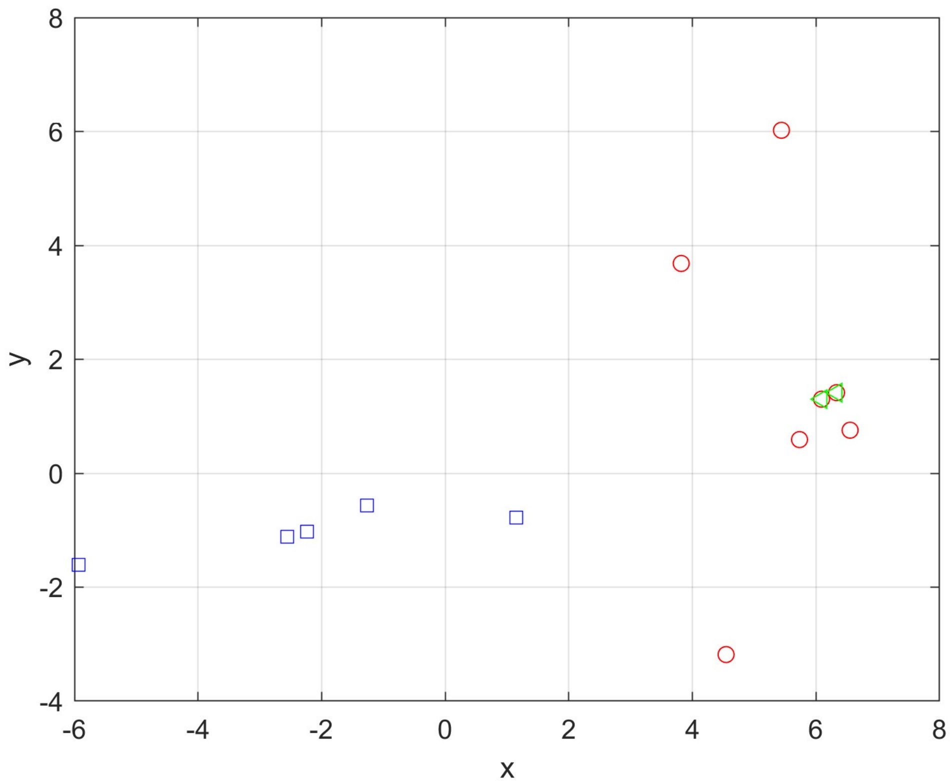
	p1	p2	p3	p4	p5	p6	p7	q1	q2	q3	q4	q5
p1	0.00E+00	8.35E-01	7.94E-01	3.96E+00	5.44E+00	3.64E+00	1.02E+00	4.78E+00	1.19E+01	8.13E+00	8.46E+00	7.09E+00
p2	8.35E-01	0.00E+00	7.14E-01	4.42E+00	5.38E+00	4.00E+00	6.95E-01	5.61E+00	1.27E+01	8.96E+00	9.30E+00	7.93E+00
p3	7.94E-01	7.14E-01	0.00E+00	4.74E+00	4.77E+00	3.29E+00	2.68E-01	5.36E+00	1.24E+01	8.64E+00	8.98E+00	7.59E+00
p4	3.96E+00	4.42E+00	4.74E+00	0.00E+00	9.25E+00	6.90E+00	4.93E+00	4.16E+00	1.06E+01	7.12E+00	7.40E+00	6.38E+00
p5	5.44E+00	5.38E+00	4.77E+00	9.25E+00	0.00E+00	2.85E+00	4.69E+00	8.04E+00	1.37E+01	1.04E+01	1.07E+01	9.40E+00
p6	3.64E+00	4.00E+00	3.29E+00	6.90E+00	2.85E+00	0.00E+00	3.39E+00	5.20E+00	1.11E+01	7.67E+00	7.98E+00	6.62E+00
p7	1.02E+00	6.95E-01	2.68E-01	4.93E+00	4.69E+00	3.39E+00	0.00E+00	5.63E+00	1.26E+01	8.91E+00	9.24E+00	7.85E+00
q1	4.78E+00	5.61E+00	5.36E+00	4.16E+00	8.04E+00	5.20E+00	5.63E+00	0.00E+00	7.14E+00	3.40E+00	3.72E+00	2.43E+00
q2	1.19E+01	1.27E+01	1.24E+01	1.06E+01	1.37E+01	1.11E+01	1.26E+01	7.14E+00	0.00E+00	3.75E+00	3.42E+00	4.79E+00
q3	8.13E+00	8.96E+00	8.64E+00	7.12E+00	1.04E+01	7.67E+00	8.91E+00	3.40E+00	3.75E+00	0.00E+00	3.34E-01	1.07E+00
q4	8.46E+00	9.30E+00	8.98E+00	7.40E+00	1.07E+01	7.98E+00	9.24E+00	3.72E+00	3.42E+00	3.34E-01	0.00E+00	1.40E+00
q5	7.09E+00	7.93E+00	7.59E+00	6.38E+00	9.40E+00	6.62E+00	7.85E+00	2.43E+00	4.79E+00	1.07E+00	1.40E+00	0.00E+00

Algoritmo de enlace simple (Single-linkage clustering)

UNIVERSIDAD DE GUANAJUATO

p	x	y
1	5.7333	0.5912
2	6.5520	0.7554
3-7	6.2115	1.3574
4	4.5448	-3.1830
5	5.4408	6.0206
6	3.8191	3.6829

q	x	y
1	1.1517	-1.2658
2	-5.9365	-1.6054
3	-2.2352	-1.0210
4	-2.5553	-1.1154
5	5.4408	-0.5606

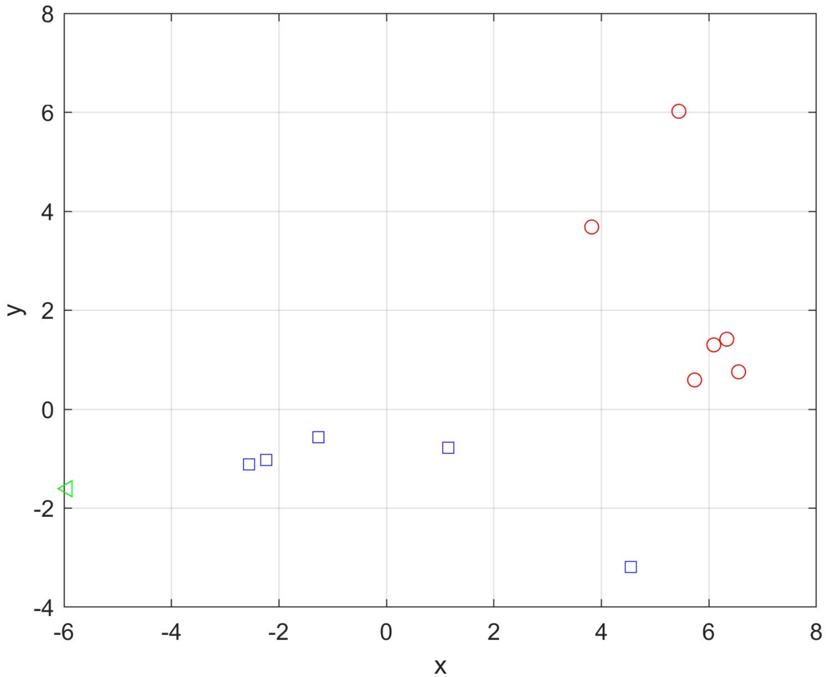


$$p_{3,7} = \left(\frac{6.0903 + 6.3326}{2}, \frac{1.3001 + 1{,}4147}{2}\right)$$

$$p_{3,7} = (6.2115{,}1.3574)$$

Algoritmo de enlace simple (Single-linkage clustering)

P	x	y	p1	p2	distancia	#
1	5.7333	0.5912	0	0	0	1
2	6.5520	0.7554	0	0	0	1
3	6.0903	1.3001	0	0	0	1
4	4.5448	-3.1830	0	0	0	1
5	5.4408	6.0206	0	0	0	1
6	3.8191	3.6829	0	0	0	1
7	6.3326	1.4147	0	0	0	1
8	1.1517	-0.7810	0	0	0	1
9	-5.9365	-1.6054	0	0	0	1
10	-2.2352	-1.0210	0	0	0	1
11	-2.5553	-1.1154	0	0	0	1
12	-1.2658	-0.5606	0	0	0	1
13	6.2115	1.3574	3	7	0.2680	2
14	-2.3952	-1.0682	10	11	0.3338	2
15	6.3818	1.0564	2	13	0.6916	3
16	6.0575	0.8238	1	15	0.7980	4
17	-1.8305	-0.8144	12	14	1.2383	3
18	4.6299	4.8517	5	6	2.8451	2
19	-0.3394	-0.7977	8	17	2.9824	4
20	5.3437	2.8378	16	18	4.2735	6
21	2.1027	-1.9904	4	19	5.4356	5
22	3.7232	0.4237	20	21	5.8151	11
23	-1.1066	-0.5909	9	22	9.8705	12

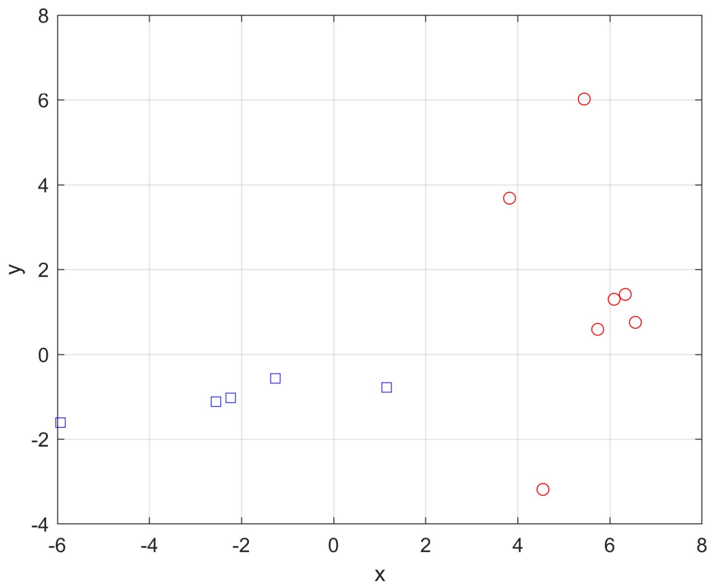


	Clase 0	Clase 1	Total
Clase 0	6	0	6
Clase 1	1	4	5
Sin clase	0	1	1
Total	7	5	12

Algoritmo de enlace simple (Single-linkage clustering)

p	x	y
1	5.7333	0.5912
2	6.5520	0.7554
3	6.0903	1.3001
4	4.5448	-3.1830
5	5.4408	6.0206
6	3.8191	3.6829
7	6.3326	1.4147

q	x	y
1	1.1517	-1.2658
2	-5.9365	-1.6054
3	-2.2352	-1.0210
4	-2.5553	-1.1154
5	5.4408	-0.5606



Distancia Mahalanobis

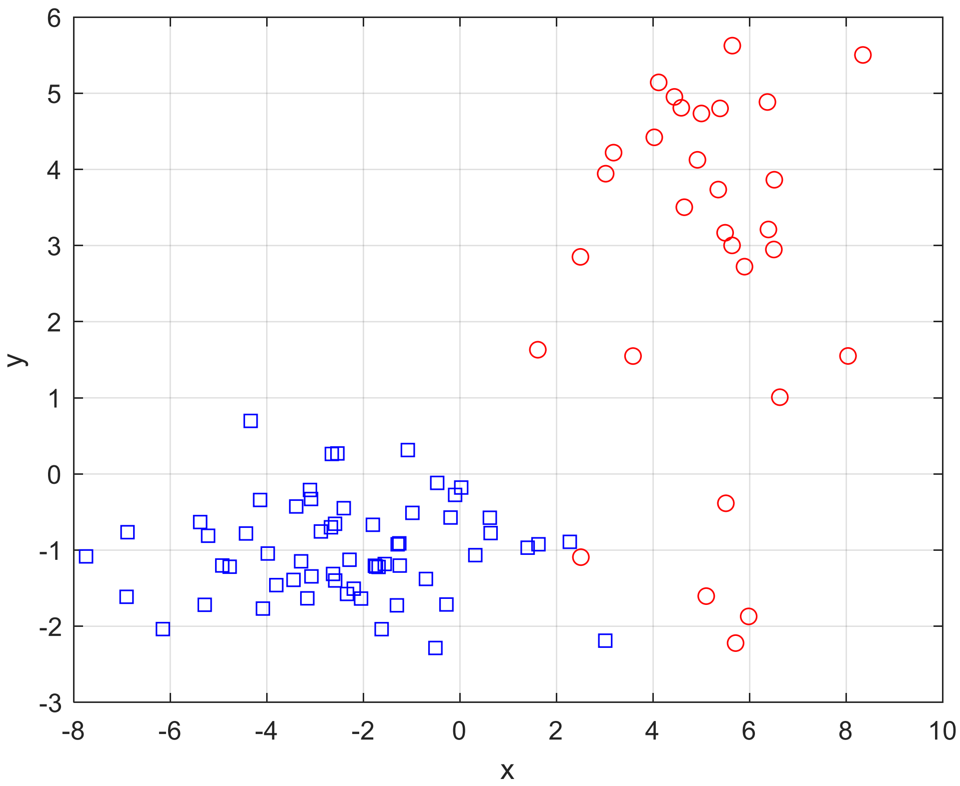
$$\vec{r} = [\vec{p} \quad \vec{q}]^T \qquad \mu_{\vec{p}} \qquad \mu_{\vec{q}} \qquad \Sigma = \begin{bmatrix} \sigma_{\vec{p}}^2 & \sigma_{\overrightarrow{pq}}^2 \\ \sigma_{\overrightarrow{pq}}^2 & \sigma_{\vec{q}}^2 \end{bmatrix}$$

$$d_M(\vec{r}) = \sqrt{(\vec{p} - \vec{q})^T \Sigma^{-1} (\vec{p} - \vec{q})}$$

$$d_M(\vec{r}) = \sqrt{\left(\vec{p} - \mu_{\vec{q}}\right)^T \Sigma^{-1} \left(\vec{p} - \mu_{\vec{q}}\right)}$$

$$d_M(\vec{r}) = \sqrt{\left(\mu_{\vec{p}} - \mu_{\vec{q}}\right)^T \Sigma^{-1} \left(\mu_{\vec{p}} - \mu_{\vec{q}}\right)}$$

Base de datos: SLC_2.txt
Número de clases: 2
Numero de muestras: 90 (30+60)
Vector de características: 2
Distancias: Euclidiana y Mahalanobis

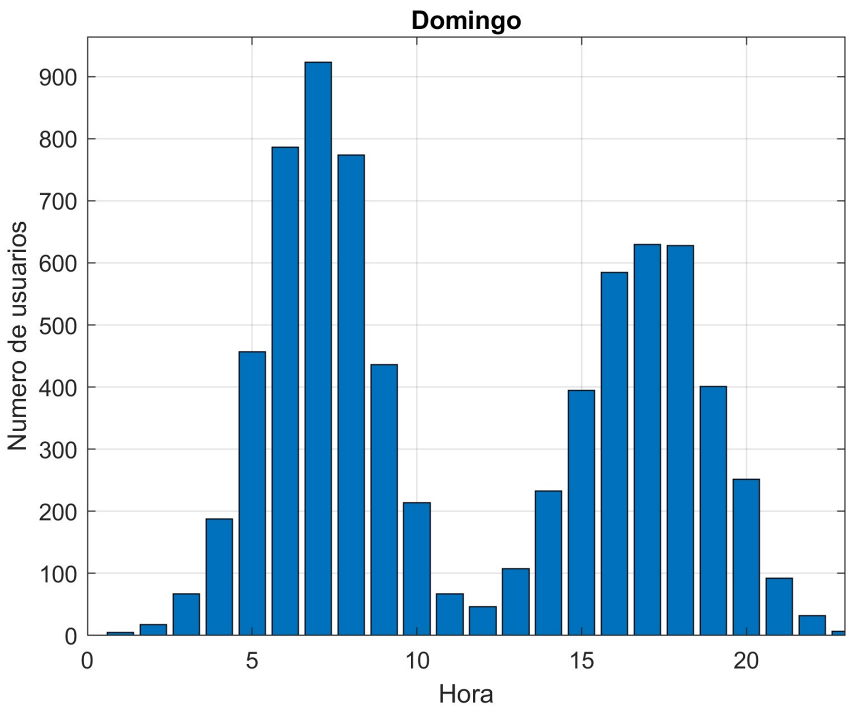


Estimación de flujo en una estación de metro

UNIVERSIDAD DE GUANAJUATO

0:00	1:00	2:00	3:00	4:00	5:00	6:00	7:00	8:00	9:00	10:00	11:00
0	5	18	67	188	457	786	923	774	436	214	67

12:00	1:300	14:00	15:00	16:00	17:00	18:00	19:00	20:00	21:00	22:00	23:00
46	108	233	395	585	630	628	401	252	92	32	7

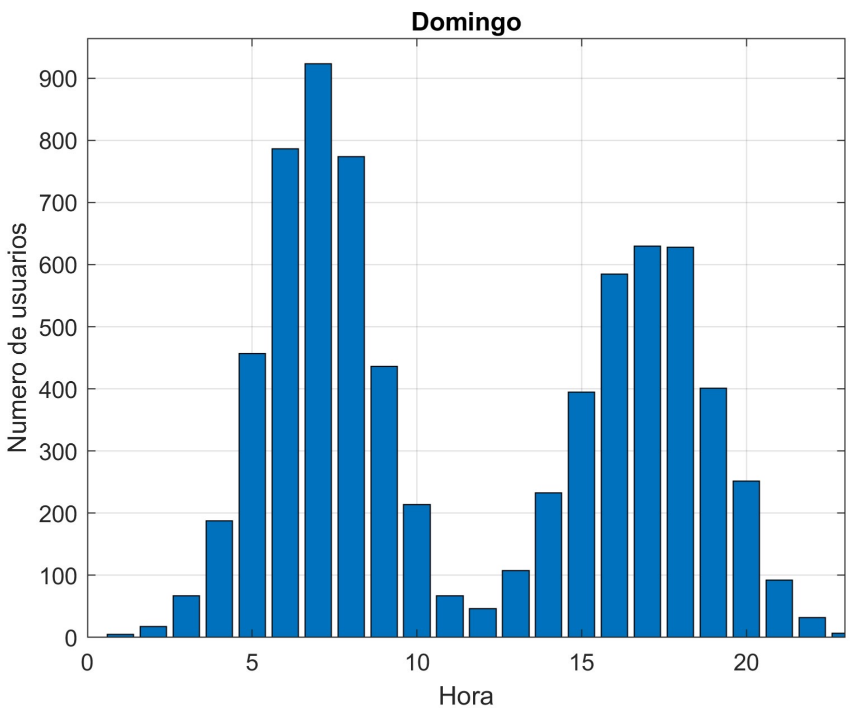


$$d_M(\vec{r}) = \sqrt{\left(\mu_{\vec{p}} - \mu_{\vec{q}}\right)^T \Sigma^{-1} \left(\mu_{\vec{p}} - \mu_{\vec{q}}\right)}$$

Estimación de flujo en una estación de metro

0:00	1:00	2:00	3:00	4:00	5:00	6:00	7:00	8:00	9:00	10:00	11:00
0	5	18	67	188	457	786	923	774	436	214	67

12:00	1:300	14:00	15:00	16:00	17:00	18:00	19:00	20:00	21:00	22:00	23:00
46	108	233	395	585	630	628	401	252	92	32	7



$$d_M(\vec{r}) = \sqrt{\left(\mu_{\vec{p}} - \mu_{\vec{q}}\right)^T \Sigma^{-1} \left(\mu_{\vec{p}} - \mu_{\vec{q}}\right)}$$

$$\mu = \frac{\sum x_i}{N}$$

$$\sigma^2 = \frac{\sum(\bar{x} - x_i)^2}{N} \qquad \sigma^2 = \frac{\sum x_i^2}{N} - \bar{x}^2$$

$$\sigma^2 = \frac{\sum(\bar{x} - x_i)(\bar{y} - y_i)}{N}$$

UNIVERSIDAD DE
GUANAJUATO