

Devoir Graphe -AS

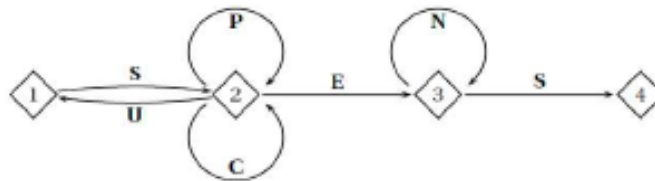
IUT d'informatique de Bordeaux

17 janvier 2017

Exercice 1. Pour accéder à ma maison, j'ai choisi un code qui doit être reconnu par le graphe étiqueté suivant, de sommets 1, 2, 3 et 4 :

Une succession des lettres constitue un code possible si ces lettres se succèdent sur un chemin du graphe orienté ci-dessus, en partant du sommet 1 et en sortant au sommet 4.

1. Parmi les trois codes suivants, déterminer le (ou les) code(s) reconnu(s) par le graphe.
SUCCES SCENES SUSPENS
2. Écrire la matrice d'adjacence A associée à ce graphe (les sommets seront pris dans l'ordre 1-2-3-4)
3. Déterminer, en justifiant, le nombre de codes de 4 lettres reconnus par ce graphe.
4. Citer chacun de ces codes de quatre lettres.



Exercice 2. Dans un village isolé, une nouvelle maladie contagieuse mais non mortelle a fait son apparition. Un individu pouvait être dans l'un des trois états suivants :

- S : « l'individu est sain, c'est-à-dire non malade et non infecté »,
- I : « l'individu est porteur sain, c'est-à-dire non malade mais infecté »,
- M : « l'individu est malade et infecté ».

Les scientifiques estiment qu'un seul individu est à l'origine de la maladie sur les 100 personnes que compte la population et que, d'une semaine à la suivante, un individu change d'état suivant le processus suivant :

- parmi les individus sains, la proportion de ceux qui deviennent porteurs sains est égale à $1/3$ et la proportion de ceux qui deviennent malades est égale à $1/3$.
 - parmi les individus porteurs sains, la proportion de ceux qui deviennent malades est égale à $1/2$
1. Représenter la situation par un graphe probabiliste de sommets S, I, M.
 2. a_n, b_n, c_n désignent respectivement la probabilité que l'individu soit sain, porteur sain ou malade la n ème semaine. Exprimer $a_{n+1}, b_{n+1}, c_{n+1}$ en fonction de a_n, b_n, c_n .
 3. Les sommets étant dans l'ordre S, I, M, donner la matrice de transition T .
 4. Déterminer l'état probabiliste au bout de quatre semaines révolues (on pourra arrondir les valeurs à 10^{-2} près). Quelle est la probabilité qu'un individu soit sain au bout de quatre semaines ?
 5. Calculez a_{50}, b_{50}, c_{50} et interprétez les résultats

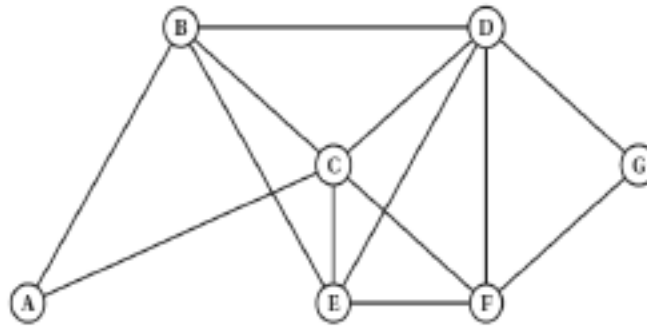
La maladie n'évolue en réalité pas selon le modèle précédent puisqu'au bout de 4 semaines de recherche, les scientifiques découvrent un vaccin qui permet d'enrayer l'endémie et traitent immédiatement l'ensemble de la population. L'évolution hebdomadaire de la maladie après vaccination est donnée par la matrice de transition B , les sommets étant dans l'ordre S, I, M :

$$B = \begin{bmatrix} 5/12 & 5/12 & 1/6 \\ 1/4 & 1/4 & 1/2 \\ 1/3 & 1/3 & 1/3 \end{bmatrix}$$

1. Représenter le graphe probabiliste dont la matrice de transition est B .

2. Peut-on espérer éradiquer la maladie grâce au vaccin ?

Exercice 3. Dans le graphe ci-dessous, les sommets représentent des zones de résidence d'une ville. Une arête reliant deux de ces sommets indique l'existence d'une route principale entre deux lieux correspondants.



1. Déterminer, en justifiant, le nombre de chemins de longueur 3 reliant A et F puis donner leur liste.
2. Pour sa campagne électorale, un candidat souhaite parcourir toutes les voies d'accès principales de ce quartier sans emprunter plusieurs fois la même voie.
Montrer qu'un tel parcours est possible et en justifiant votre recherche, proposez un tel parcours.

Exercice 4. Dans un groupe d'AS, on doit former des groupes de projet. Il faut toutefois éviter que les membres du groupe s'entretiennent. On a pu relever en ce début d'année :

L'étudiant	1	2	3	4	5	6	7
ne s'entend pas avec	3;5;9;12	5;6;7;12	1;4;5;12;10	3;10;14	1;2;3;7;8;9;11	2;8;12;13	2;5;9;12
L'étudiant	8	9	10	11	12	13	14
ne s'entend pas avec	2;5;6;11;13;14	1;5;7;12	3;4;11;14	1;2;6;7;9	1;2;6;7;9	6;8	4;8;10;11;13

1. Représentez ces contraintes par un graphe.
2. On donne l'algorithme « glouton » suivant (les couleurs sont représentées par des nombres entiers 1,2,3,...) :

```

Fonction : coloriage(G)
pour tout x sommet de G de 1 à 14
faire
V=liste des voisins de x
Donner à x la plus petite couleur non présente dans V
fin faire
retourner le coloriage

```

- (a) Appliquez cet algorithme « glouton » à ce graphe. Vous donnerez soit un coloriage explicite du graphe soit un tableau.
3. Appliquez l'algorithme du cours à ce graphe.
 4. Proposez une répartition optimale des groupes de projet.