

S1201 Logique
TD2
Les Ensembles

E est un ensemble donné.

1 Logique et Ensemble

1.1. Soient A et B des parties de E , établir un tableau de correspondance entre les connecteurs logiques et les opérateurs ensemblistes.

Opérateurs ensemblistes	Connecteurs logiques et proposition associée
Complémentaire \overline{A}	
Intersection $A \cap B$	
Réunion $A \cup B$	
Inclusion $A \subset B$	
Egalité $A = B$	
Différence symétrique $A \Delta B$	

2 Fonction caractéristique

2.1. Soit E un ensemble donné.

On appelle fonction caractéristique de X sous-ensemble de E la fonction définie comme suit :

$$f_X : E \rightarrow \{0, 1\} .$$
$$f_X(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } x \notin X \\ 1 & \text{si } x \in X \end{cases}, \forall x \in E$$

Soient deux parties A et B de E ($A \subset E$ et $B \subset E$).

Déterminer les fonctions caractéristiques suivantes en fonction de f_A et f_B

1. $f_{A \cap B}$
2. $f_{A \cup B}$
3. $f_{A \Delta B}$

3 Quantificateurs

3.1. Déterminer si les propositions suivantes sont vraies ou fausses :

1. $\exists x \in R / x^2 - x - 1 = 0$
2. $\exists q \in N, \exists r \in N / 5 = 3q + r$
3. $\forall x \in R, x > 1 \Rightarrow \sqrt{x} < x^2$
4. $\forall x \in R, \forall y \in R, x < y \Rightarrow x^2 < y^2$
5. $\forall x \in R^{+*}, \exists y \in R^{+*} / y < x$
6. $\exists y \in R^{+*} / \forall x \in R^{+*}, y < x$
7. $\exists x \in R / \forall y \in R, y^2 > x$