

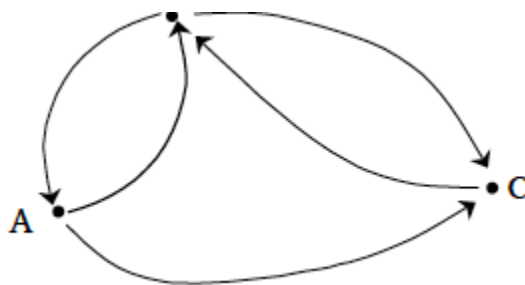
Matrice et graphes

IUT de Bordeaux

12 septembre 2016

Exercice 1. Considérons le graphe G .

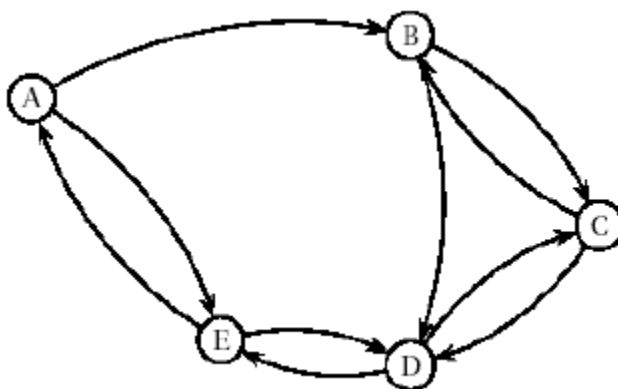
Combien y-a-t-il de chaînes de longueur 4 entre A et B ? B et A ? B et B ?



Exercice 2. On considère quatre villes V_1, V_2, V_3, V_4 dans un pays où le trafic aérien est encore très réduit : il existe seulement un vol direct de V_1 vers V_2 et vers V_4 , de V_2 vers V_3 , de V_3 vers V_1 et vers V_4 , de V_4 vers V_2 .

1. Représenter les données par un graphe.
2. Ecrivez la matrice M associée à ce graphe.
3. Calculez M^2 et M^3
4. Donner vos conclusions.

Exercice 3. Une exposition est organisée dans un parc. Le graphe G ci-dessous modélise le plan de circulation.



1. Donner la matrice M associée au graphe G . (On ordonnera les sommets par ordre alphabétique).
2. Combien y a-t-il de chemins de longueur 5 permettant de se rendre du sommet D au sommet B ? Les donner tous.
3. Montrer qu'il existe un seul cycle de longueur 5 passant par le sommet A.
Quel est ce cycle ?
En est-il de même pour le sommet B ?

Exercice 4. Un groupe de cyclistes décide de faire des randonnées chaque fin de semaine. Cinq villages ont été repérés, numérotés de 1 à 5. Dans la matrice M suivante, où les sommets sont numérotés par ordre croissant, si $a_{ij} = 1$ il existe un parcours intéressant du village i vers le village j d'environ 5 km.

$$M = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

1. Faire une représentation du graphe associé à la matrice M.
 2. On donne les contraintes suivantes :
 - Un même parcours peut passer plusieurs fois par le même village, mais doit partir et revenir au même village ;
 - il doit faire environ 15 km.
- (a) Chacun des villages peut-il être choisi comme point de départ ?
- (b) Préciser le nombre de parcours répondant aux critères précédents.

Exercice 5. Madame Desstress a décidé d'organiser un grand jeu, avec tous les élèves de toutes les classes pour le dernier jour de l'année. Elle a disposé dans la cour 5 plots formant les sommets d'un pentagone régulier. L'un est bleu : B ; un second est rouge : R et les autres sont orange : O , jaune : J et vert : V.

La règle du jeu est la suivante :

- Partir du plot B.
- Courir pour toucher trois plots sans les déplacer.
- On peut courir en empruntant une diagonale ou un côté du pentagone.
- On peut toucher plusieurs fois le même plot à condition que ce ne soit pas deux fois de suite.
- Finir le parcours par le plot rouge.
- Ne pas emprunter un chemin déjà parcouru par un camarade.

Mme Desstress note au fur et à mesure les parcours. Par exemple (B, V, R, B, R), (B, R, B, V, R)... L'ordre intervient dans la détermination d'un parcours. Elle prévient ses élèves : ne tardez pas trop à jouer, car plus vous attendrez, plus ce sera difficile de trouver un nouveau chemin. Les trois derniers auront perdu, car tous les parcours possibles auront été réalisés.

Combien Mme Desstress a-t-elle d'élèves ?